

№№ 57—58.



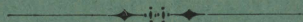
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

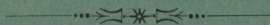
ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.



РЕКОМЕНДОВАНЪ

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія
для среднихъ учебныхъ заведеній
и Главнымъ Управленіемъ Военно-Учебныхъ Заведеній
для военно-учебныхъ заведеній.



V СЕМЕСТРА №№ 9-й и 10-й.

ЖС

<http://vofem.ru>

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнеревъ и К^о, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Елизаветинская ул., домъ Михельсона.

1888.

СОДЕРЖАНИЕ № 57.

Новѣйшіе успѣхи термометріи. Инженера *Р. Савельева*.—Парадоксальная формула для π . *И. А. Клейбера*.—О minimum-ѣ отклоненія свѣтового луча призмой. *А. П. Грузинцева*.—Научная хроника: Засѣданіе Физ. Отд. Рус. Физ.-Хим. Общества 25 Октября. *О. Стр.*, Обь электролитной проводимости горнаго хрустала. *В. З.*, Обь отношеніи нѣкоторыхъ газовъ къ закону Бойля при низкихъ давленіяхъ. *В. З.*—Рецензій: Общедоступное землѣмѣріе *А. Колтановскаго*. *Ш.*—Изъ прошлаго. *Ш.*—Задачи: №№ 357, 388—393.—Загадки и вопросы № 18.—Упражненія для учениковъ: №№ 1—8.—Рѣшенія задачъ: №№ 274, 283, 285, 294, 296, 310, 311, 314 и 320.

СОДЕРЖАНИЕ № 58.

Средины діагоналей полнаго четырехугольника. Проф. *В. Ермакова*.—Одинъ параграфъ изъ геометрической оптики. (Объ изображеній въ двухъ плоскихъ зеркалахъ). *Ш.*—Бесѣды изъ области магнетизма. *IV.* Что такое задерживательная сила? *П. Базмѣтсва*.—Научная хроника: Рефератъ о засѣданіи 9 декабря 1888 г. Мат. Отд. Нов. Общ. Естеств. по вопросамъ элем. математики *И. Слещинскаго*, О новомъ способѣ возбужденія электрическихъ токовъ *Б. Голмьяна*, Теплопроводность жесткой и мягкой стали (Ф. Кольраушъ) *Бзм.*, Преломленіе свѣта переохлажденной водой (Пулфрихъ) *Бзм.*, Поправка, которую нужно принять во вниманіе при опредѣленіи по методу Реньовѣса одного литра элементарнаго газа (Крафтъ) *Бзм.*, Приблизительно 26 дневная періодичность грозовыхъ явленій (Вецолтъ) *Бзм.*, Строеніе молніи (Трувело) *Бзм.*, Замѣтка о видимомъ спектрѣ большого туманнаго пятна Оріона (Копелендъ) *Бзм.*, Химическое взаимодействие тѣлъ въ твердомъ состояніи (Спрингъ) *Бзм.*, Прозрачность металловъ (Винъ) *Бзм.*—Рецензій: С. Ф. Гайсбергъ: Карманная книжка для установщиковъ электрическаго освѣщенія. *А. Л. К.*, Гейрихъ Веберъ: Популярныя лекціи о гальваническихъ токахъ и его примѣненіяхъ. *А. Л. К.*, С. Гуржеевъ: Учебникъ механики. *А. Л. К.*, М. Е. Дерюгинъ: Начала механики. *А. Л. К.*, Задачи: №№ 394—400. Загадки и вопросы: №№ 19 и 20. Упражненія для учениковъ: №№ 1—10.—Рѣшенія задачъ: №№ 148, 190, 304 и 326. Запоздалыя рѣшенія.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“ (съ 20-го августа 1886 года)

выходитъ книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, три раза въ мѣсяцъ, исключая каникулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ 6 рублей | на одно полугодіе—всего 12 №№—3 рубля

Книжнымъ магазинамъ 5% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп. съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюванные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособіяхъ и пр. на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу 6 руб.	За $\frac{1}{3}$ страницы 2 руб.
„ $\frac{1}{2}$ страницы 3 руб.	„ $\frac{1}{4}$ страницы 1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или изданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензій или библиографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ безплатно.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 57.

V Сем.

11 Ноября 1888 г.

№ 9.

НОВѢЙШІЕ УСПѢХИ ТЕРМОМЕТРИИ.

Въ вышедшемъ недавно VI томѣ „Travaux et Mémoires du Bureau International des Poids et Mesures“ помѣщенъ, давно уже многими ожидавшійся, отчетъ д-ра Шапюи о произведенныхъ въ этомъ бюро работахъ надъ газовыми термометрами и надъ сравненіями ихъ съ термометрами ртутными; можно считать, что этими работами окончательно рѣшенъ вопросъ о точномъ измѣреніи температуръ, по крайней мѣрѣ отъ -25° до $+101^{\circ}\text{C.}$, почему я и считаю полезнымъ изложить вкратцѣ добытые результаты.

Резервуаръ газового термометра былъ изготовленъ изъ иридиистой платины въ формѣ цилиндрической трубы, емкостью свыше литра и длиною около 1 метра; манометръ и барометръ были, специально для этой цѣли, проектированы г. Шапюи, при чемъ въ нихъ введены многія детальныя усовершенствованія, дозволившія уменьшить погрѣшности наблюденій до самыхъ ничтожныхъ величинъ; само собою понятно, что все составныя части газового термометра были изучены съ возможною тщательностію. Термометръ наблюдался при постоянномъ объемѣ и давленіе измѣнялось отъ 900 (при -25°) до 1360 миллиметровъ (при 100°) ртутнаго столба (со включеніемъ давленія атмосферы). Рядомъ съ резервуаромъ газового термометра помѣщались 4 нормальные ртутные термометра изъ твердаго зеленого стекла, тщательно изученные*) и сравненные между собою. Резервуаръ газового термометра наполнялся послѣдовательно химически чистыми и высушенными газами: азотомъ, угольною кислотою и водородомъ; съ каждымъ газомъ термометръ подвергался цѣлому ряду нагрѣваній и охлажденій, отъ -25° до $+101^{\circ}$, при чемъ оказалось слѣдующее.

Водородъ и азотъ дали почти одинаковое расширеніе, такъ что принимая водородъ за нормальный газъ (какъ это и сдѣлано Международнымъ Комитетомъ Мѣръ и Вѣсовъ) получимъ наибольшія поправки для азотнаго термометра: $-0^{\circ},010$ (при $+41^{\circ}\text{C.}$) и $+0^{\circ},017$ (при -25°). Термометръ съ угольною кислотою уже болѣе отклоняется отъ водороднаго, имѣя поправки: $-0^{\circ},059$ (при $+41^{\circ}\text{C.}$) и $+0^{\circ},067$ (даже при -19° ,

*) О томъ, какъ изслѣдуются въ Межд. Бюро норм. рт. термометры, см. т. I.



такъ какъ при -25° этотъ термометръ не испытывался). Вообще, принимая расширение водорода за правильное, найдены слѣдующіе коэффициенты расширения для азота:

$$0,003\,676\,98 - 7,826\,746 \times 10^{-6}t + 4,780\,073\,7 \times 10^{-10}t^2$$

и для угольной кислоты:

$$0,003\,735\,375 - 2,675\,425 \times 10^{-7}t + 2,615\,689\,2 \times 10^{-10}t^2 + 7,599\,225\,2 \times 10^{-12}t^3,$$

при чемъ послѣдній коэффициентъ вѣренъ только для того случая, когда начальное давленіе (при термометрѣ въ тающемъ лѣдѣ) было около 995 миллиметровъ; съ уменьшеніемъ же этого давленія коэффициентъ расширения угольной кислоты также уменьшается, и именно на 0,000 000 0675, на каждый миллиметръ уменьшенія давленія.

Еще до опытовъ съ газовыми термометрами, д-ръ Гильомъ показалъ, что термометры изъ твердаго зеленого стекла—прекрасно согласуются между собою, чего, впрочемъ, и слѣдовало ожидать, такъ какъ по анализамъ г. Торное, химическій составъ этого стекла весьма постояненъ; опыты г. Шапюи подтвердили этотъ выводъ, показавъ полное согласіе между 2-мя сериями термометровъ изъ твердаго стекла, различныхъ типовъ и изготовленныхъ въ разное время. По теоретическимъ изслѣдованіямъ директора Международнаго Бюро, д-ра Броша, поправка ртутныхъ термометровъ относительно газоваго должна выражаться многочленомъ вида

$$A(100 - t)t + B(100^2 - t^2)t + C(100^3 - t^3)t$$

гдѣ t есть показаніе ртутнаго термометра, а A , B и C —постоянные коэффициенты; для этихъ коэффициентовъ г. Шапюи нашелъ, для термометровъ изъ твердаго зеленого стекла, слѣдующія величины:

О Т Н О С И Т Е Л Ь Н О :

ВОДОРОДА

АЗОТА

УГОЛЬНОЙ КИСЛОТЫ

$$A = -0,10921037$$

$$-0,10378042$$

$$-0,070329640$$

$$B = 5,8928597 \times 10^{-4}$$

$$7,3046723 \times 10^{-4}$$

$$56587791 \times 10^{-4}$$

$$C = -1,157732 \times 10^{-6}$$

$$-2,480718 \times 10^{-6}$$

$$-1,667779 \times 10^{-6}$$

Пользуясь этою формулою, вычислены таблицы для приведенія показаній ртутнаго термометра изъ твердаго зеленого стекла къ показаніямъ газовыхъ термометровъ; даемъ извлеченіе изъ таблицы поправокъ относительно водорода.

t	0	2	4	6	8
-20°	$+0^{\circ},172$	$+0^{\circ},195$	$+0^{\circ},220$		
-10	$+0,073$	$+0,091$	$+0,110$	$+0^{\circ},129$	$+0^{\circ},150$
-0	$+0,000$	$+0,013$	$+0,027$	$+0,041$	$+0,057$
$+0$	$-0,000$	$-0,012$	$-0,023$	$-0,033$	$-0,043$

t	0	2	4	6	8
+ 10°	-0°,052	-0°,060	-0°,067	-0°,073	-0°,079
+ 20	-0,085	-0,089	-0,093	-0,097	-0,100
+ 30	-0,102	-0,104	-0,106	-0,107	-0,107
+ 40	-0,107	-0,107	-0,107	-0,106	-0,104
+ 50	-0,103	-0,101	-0,099	-0,096	-0,093
+ 60	-0,090	-0,087	-0,084	-0,080	-0,076
+ 70	-0,072	-0,068	-0,064	-0,059	-0,055
+ 80	-0,050	-0,045	-0,041	-0,036	-0,031
+ 90	-0,026	-0,021	-0,016	-0,010	-0,05
+100	±0,000				

Вѣроятныя погрѣшности, приведенныхъ въ этой таблицѣ цифръ, не превосходятъ въ среднемъ $\pm 0^{\circ},001$.

Большинство французскихъ мастеровъ изготовляютъ термометры преимущественно изъ хрусталя; поэтому считаю нужнымъ добавить нѣсколько словъ про такіе термометры.

Какъ показали анализы г. Торное, химическій составъ хрусталя, изъ коего изготовляются термометры, весьма различенъ (такъ напр. содержаніе окиси свинца колеблется отъ 15 до 24 $\frac{0}{10}$, извести—отъ 2,75 до 5,44 $\frac{0}{10}$ и т. п.); поэтому должно ожидать, что такіе термометры и не будутъ имѣть однообразныхъ поправокъ относительно газоваго.

Дѣйствительно г. Гильомъ, изъ многочисленныхъ сравненій хрустальныхъ термометровъ съ термометрами изъ твердаго зеленого стекла нашелъ:

1) что хрустальные термометры показываютъ, въ предѣлахъ отъ 0 до 100°, нѣсколько выше термометровъ изъ зеленого стекла, слѣдовательно поправка для первыхъ относительно вторыхъ—отрицательная;

2) наибольшей числовой величины эта поправка достигаетъ при температурѣ около 46°, при чемъ для испытанныхъ партій термометровъ она доходитъ до

-0°,031 для термометровъ Тонло изъ твердаго хрусталя и

-0°,041 " " Бодэна " обычныхъ. "

3) наконецъ, что ходъ этой поправки выражается уравненіемъ

$$y = -t(100-t)(a+bt)$$

гдѣ: y —искомая поправка,

t —температура,

a и b —постоянные для даннаго сорта стекла коэффициенты;

можно даже упростить эту формулу, придавъ ей видъ

$$y = -at(100-t),$$

хотя при употреблении этой последней формулы и возможны ошибки до $\pm 0,003$.

Въ концѣ VI тома „Travaux et Mémoires“ приведены теоретическія изслѣдованія д-ра Гильома о перевычисленіи коэффициентовъ формулъ, данныхъ въ единицахъ одной скалы, въ коэффициенты, соотвѣтствующіе другой скалѣ (напр. для перехода отъ скалы хрустальнаго термометра къ скалѣ водорода); я ограничусь только указаніемъ на это весьма важное изслѣдованіе.

Инженеръ *Р. Савельевъ* (Кіевъ).

ПАРАДОКСАЛЬНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ π

Перелистывая страницы математическаго журнала „The Analyst“, издававшагося въ Америкѣ въ 1873—1883 годахъ, я нашелъ въ немъ любопытную формулу для π , которую и сообщаю читателямъ „Вѣстника“ *).

Возьмемъ формулу бинома Ньютона:

$$(a+b)^n = a^n + {}^n_1 a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{1.2} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} a^{n-3}b^3 + \dots$$

Какъ извѣстно, эта формула вѣрна для какихъ угодно значеній n ,

*) Тотъ экземпляръ этого журнала, который въ настоящее время находится въ моихъ рукахъ, можетъ быть единственный въ всей Европѣ, или, во всякомъ случаѣ одинъ изъ весьма немногихъ. Критикуя мою работу „Сглаживание рядовъ наблюдений по способу наименьшихъ квадратовъ“ (Казань 1888), проф. Казанскаго Университета А. В. Васильевъ замѣтилъ, между прочимъ, что о томъ-же вопросѣ, который составляетъ предметъ моего разсужденія, трактуетъ также рядъ статей Е. L. De Forest'a, помѣщенныхъ въ журналѣ „The Analyst“, какъ это можно видѣть изъ рефератовъ о статьяхъ, печатавшихся въ этомъ журналѣ, рефератовъ, помѣщенныхъ въ „Jahrbücher für die Fortschritte der Mathematik“.

Но не такъ-то легко оказалось достать этотъ журналъ, уже прекратившій свое существованіе. Ни одна изъ главнѣйшихъ библиотекъ Европы, въ которыя я обращался лично (между прочимъ богатѣйшія въ мірѣ библиотеки Британскаго Музея въ Лондонѣ и Национальная библиотека въ Парижѣ и мн. др.) или письменно, не имѣетъ этого журнала. Откуда-же названный выше нѣмецкій библиографическій журналъ получалъ рефераты объ этомъ рѣдкомъ журналѣ? Ихъ писалъ I. W. L. Glaisher, извѣстный англійскій математикъ и профессоръ въ Кембриджскомъ Университетѣ. Я познакомился съ нимъ лично здѣсь, въ Кембриджѣ, и получилъ отъ него недавно полное собраніе номеровъ „The Analyst“, составляющее собственность I. W. L. Glaisher'a. Но онъ былъ, кажется, единственнымъ подписчикомъ „Аналиста“ въ Европѣ за все время существованія журнала. „The Analyst“ издавался въ маленькомъ городкѣ Des Moines въ штатѣ Iowa на крайнемъ западѣ Сѣв.-Амер. Соед. Штатовъ.

Замѣтка о числѣ π озаглавлена „A singular Value of π “. By Prof I. W. Nicholson. The Analyst 1882. p. 150.

цѣлыхъ или дробныхъ, положительныхъ или отрицательныхъ. Положимъ въ написанной формулѣ $b=-a$. Тогда будетъ:

$$(a-a)^n = a^n - \frac{n}{1} a^n + \frac{n(n-1)}{1.2} a^n - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} a^n + \dots$$

или

$$(1-1)^n = 1 - \frac{n}{1} + \frac{n(n-1)}{1.2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4} - \dots$$

$$= \frac{1-n}{1} \left[1 - \frac{n}{2} + \frac{n(n-2)}{2.3} - \frac{n(n-2)(n-3)}{2.3.4} + \dots \right]$$

$$= \frac{1-n}{1} \cdot \frac{2-n}{2} \left[1 - \frac{n}{3} + \frac{n(n-3)}{3.4} - \frac{n(n-3)(n-4)}{3.4.5} + \dots \right]$$

$$= \frac{1-n}{1} \cdot \frac{2-n}{2} \cdot \frac{3-n}{3} \left[1 - \frac{n}{4} + \frac{n(n-4)}{4.5} - \dots \right]$$

$$= \dots \dots \dots$$

$$(1-1)^n = \frac{1-n}{1} \cdot \frac{2-n}{2} \cdot \frac{3-n}{3} \cdot \frac{4-n}{4} \cdot \frac{5-n}{5} \dots \dots \dots (1)$$

Или, если вмѣсто n взять $-n$:

$$(1-1)^{-n} = \frac{1+n}{1} \cdot \frac{2+n}{2} \cdot \frac{3+n}{3} \cdot \frac{4+n}{4} \cdot \frac{5+n}{5} \dots \dots \dots (2)$$

Перемножая формулы (1) и (2), получимъ

$$(1-1)^n (1-1)^{-n} = \frac{1-n^2}{1} \cdot \frac{4-n^2}{2.2} \cdot \frac{9-n^2}{3.3} \cdot \frac{16-n^2}{4.4} \cdot \frac{25-n^2}{5.5} \dots \dots \dots$$

Положимъ теперь $n=\frac{1}{2}$, тогда:

$$(1-1)^{\frac{1}{2}} (1-1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1-\frac{1}{4}}{1} \cdot \frac{4-\frac{1}{4}}{2.2} \cdot \frac{9-\frac{1}{4}}{3.3} \cdot \frac{16-\frac{1}{4}}{4.4} \cdot \frac{25-\frac{1}{4}}{5.5} \dots \dots \dots$$

$$= \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{4} \cdot \frac{35}{4} \cdot \frac{63}{4} \cdot \frac{99}{4} \dots \dots \dots$$

$$= \frac{1}{2.2} \cdot \frac{1}{3.3} \cdot \frac{1}{4.4} \cdot \frac{1}{5.5} \dots \dots \dots$$

$$= \frac{3}{2.2} \cdot \frac{3.5}{4.4} \cdot \frac{5.7}{6.6} \cdot \frac{7.9}{8.8} \cdot \frac{9.11}{10.10} \dots \dots \dots$$

$$= \frac{1.3.3.5.5.7.7.9.9.11 \dots \dots \dots}{2.2.4.4.6.6.8.8.10.10 \dots \dots \dots}$$

$$= \frac{1.3.3.5.5.7.7.9.9.11 \dots \dots \dots}{2.2.4.4.6.6.8.8.10.10 \dots \dots \dots}$$

Но по формулѣ Валлиса

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2.2.4.4.6.6.8.8.10.10.....}{1.3.3.5.5.7.7.9.9.11.....}$$

Итакъ

$$\frac{\pi}{2} = \frac{1}{(1-1)^2} \frac{1}{(1-1)^2}$$

Г. А. Клейберъ (Кембриджъ).

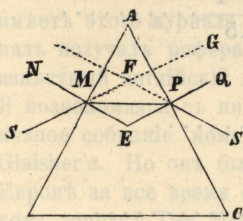
О MINIMUM-Ъ

отклоненія свѣтового луча призмой.

Существуетъ много элементарныхъ способовъ вывода условій minimum-а отклоненій свѣтового луча призмой. Всѣ эти способы могутъ быть раздѣлены на два рода: 1) приемы геометрическіе и 2) приемы аналитическіе.

Предложенные до сихъ поръ геометрическіе приемы вывода условій для наименьшаго отклоненія луча, при всей своей точности, для изучающихъ начальную физику трудны, такъ какъ требуютъ предварительнаго изученія хода преломленныхъ лучей въ прозрачныхъ средахъ при помощи нѣкоторыхъ геометрическихъ построеній, которыя обыкновенно не излагаются въ начальныхъ курсахъ. Остаются такимъ образомъ аналитическіе способы; изъ нихъ самыми лучшими считаются способы Барри и Эйзенлора въ той или другой редакціи, но, какъ будетъ ниже показано, эти приемы заключаютъ въ себѣ одинъ пунктъ, который для элементарнаго изложенія крайне неудобенъ по своей трудности. Заинтересованный этимъ вопросомъ, я пересмотрѣлъ, на сколько былъ въ состояніи, всѣ извѣстные способы рѣшенія нашего вопроса и пришелъ къ заключенію, что изъ всѣхъ аналитическихъ элементарныхъ способовъ самый лучший это—Шелльбаха, данный имъ въ 1881 году *).

Фиг. 50.



Единственный недостатокъ его — нѣкоторая длиннота, но за то онъ вполне убѣдителенъ для ученика.

Вотъ въ чемъ состоитъ этотъ приемъ, изложенный со всѣми подробностями.

Пусть ABC (фиг. 50) будетъ главное сѣченіе призмы; SMPS' ходъ луча; NE и QE перпендикуляры къ передней и задней гранямъ призмы. Обозначимъ буквами i и i' углы вхожденія и выходенія луча; r и r' внутренние углы (преломленія на

*) *Анналы Видемана*, т. XIV, стр. 367.

1-й грани и паденія на 2-й); преломляющій уголъ призмы A и отклоненіе луча или уголъ GFP буквой δ , тогда, какъ извѣстно, имѣемъ:

$$r + r' = A,$$

$$\delta = (i + i') - A.$$

Такъ какъ A количество постоянное, то, слѣдовательно, δ будетъ minimum, когда $(i + i')$ — minimum. Такимъ образомъ задача объ отысканіи minimum-а δ сводится къ вопросу объ отысканіи такихъ значеній угловъ i и i' , при которыхъ ихъ сумма $(i + i')$ приобретаетъ наименьшее значеніе. Эту послѣднюю задачу можно рѣшить слѣдующимъ образомъ.

Разсмотримъ треугольникъ MPE ; онъ даетъ по извѣстной теоремѣ тригонометріи

$$MP^2 = ME^2 + PE^2 + 2ME \cdot PE \cdot \cos A \quad (1)$$

такъ какъ

$$\angle MEP = 180^\circ - A.$$

Далѣе, на основаніи теоремы синусовъ, имѣемъ:

$$\frac{MP}{\sin A} = \frac{ME}{\sin r'} = \frac{PE}{\sin r};$$

обозначивъ на время это общее отношеніе буквою k , получимъ:

$$MP = k \sin A, \quad ME = k \sin r', \quad PE = k \sin r.$$

Подставивъ значенія MP , ME , PE въ равенство (1) и сокративъ на k^2 , получимъ:

$$\sin^2 A = \sin^2 r + \sin^2 r' + 2 \sin r \sin r' \cos A;$$

но по закону Декарта имѣемъ:

$$\sin r = \frac{\sin i}{n}, \quad \sin r' = \frac{\sin i'}{n},$$

поэтому предъидущее равенство даетъ:

$$n^2 \sin^2 A = \sin^2 i + \sin^2 i' + 2 \sin i \sin i' \cos A \quad (2)$$

Изъ тригонометріи мы знаемъ, что

$$\sin^2 i = \frac{1 - \cos 2i}{2}, \quad \sin^2 i' = \frac{1 - \cos 2i'}{2}$$

$$2 \sin i \sin i' = \cos(i - i') - \cos(i + i').$$

Подставляя все это въ равенство (2), имѣемъ, по замѣнѣ суммы

$$\cos 2i + \cos 2i'$$

ея значеніемъ

$$2 \cos(i + i') \cos(i - i'),$$

слѣдующее:

$$n^2 \sin^2 A = 1 - \cos(i+i') \cos(i-i') + [\cos(i-i') - \cos(i+i')] \cos A.$$

Опредѣлимъ отсюда $\cos(i+i')$; найдемъ:

$$\cos(i+i') = \frac{1 - n^2 \sin^2 A + \cos(i-i') \cos A}{\cos A + \cos(i+i')}.$$

Но

$$1 = \sin^2 A + \cos^2 A;$$

подставляя вмѣсто единицы это ея значеніе, получимъ, по сокращеніи:

$$\cos(i+i') = \cos A - \frac{(n^2 - 1) \sin^2 A}{\cos A + \cos(i-i')}. \quad (3)$$

Это соотношеніе и рѣшаетъ вопросъ. Въ правой его части только $\cos(i-i')$ переменная величина, всѣ остальные — постоянныя, поэтому очень легко изслѣдовать эту формулу.

При измѣненіи угловъ i и i' величина $\cos(i-i')$ тоже мѣняется; она достигаетъ, какъ извѣстно изъ тригонометріи, своего наибольшаго значенія, именно единицы, когда $i-i'=0$, но тогда дробь

$$\frac{(n^2 - 1) \sin^2 A}{\cos A + \cos(i-i')}$$

приобрѣтетъ свое наименьшее значеніе, а вся разность

$$\cos A - \frac{(n^2 - 1) \sin^2 A}{\cos A + \cos(i-i')}$$

приобрѣтетъ наибольшее значеніе, ибо вычитаемое — положительное количество; но эта разность равна $\cos(i+i')$, слѣдовательно при $i-i'=0$ величина $\cos(i+i')$ приобретаетъ свое наибольшее значеніе, а значитъ, уголъ $(i+i')$ — наименьшее.

Итакъ, при $i-i'=0$ или, что то-же, при

$$i=i'$$

сумма $(i+i')$ дѣлается наименьшею и слѣдовательно

$$\delta = (i+i') - A$$

тоже становится наименьшею, ч. и т. д.

Формула (3) даетъ возможность знать это наименьшее значеніе; оно будетъ опредѣляться изъ формулы:

$$\cos(\delta + A) = \cos A - \frac{(n^2 - 1) \sin^2 A}{1 + \cos A}.$$

Вотъ доказательство Шелльбаха.

Въ заключеніе замѣтимъ, что способы Барри и Эйзенлора приводятъ къ формуламъ:

$$\cos \frac{1}{2}(\delta + A) = n \cos \frac{A}{2} \cdot \frac{\sin \frac{1}{2}(r - r')}{\sin \frac{1}{2}(i - i')}$$

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2}(\delta + A) = \operatorname{tg} \frac{A}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(i - i')}{\operatorname{tg} \frac{1}{2}(r - r')}$$

При условіи $i = i'$ также будетъ $r = r'$, слѣдовательно правыя части обѣихъ этихъ формулъ обращаются въ неопредѣленное выраженіе $\frac{0}{0}$, раскрытіе котораго потребуетъ добавочнаго изслѣдованія.

А. П. Грузинцевъ (Харьковъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Засѣданіе Физическаго Отд. Русскаго Физ.-Хим. Общества 25 Октября.

А. С. Степановъ сообщаетъ о вліяніи среды на взаимодействіе электрическихъ тѣлъ. Главною цѣлью докладчика было выясненіе опытнымъ путемъ факта, открытаго Фарадеемъ: емкость конденсатора съ твердымъ діэлектрикомъ больше емкости воздушнаго конденсатора. Между двумя вертикальными изолированными пластинками можетъ колебаться горизонтальный маятникъ. Маятникъ этотъ устроенъ на подобіе маятника, употребляемаго Больцманомъ при опредѣленіи діэлектрическихъ постоянныхъ. Онъ состоитъ изъ бифилярно подвѣшеннаго горизонтальнаго стержня, къ концу котораго придѣланъ вертикальный кружечекъ. Задержки, помѣщенныя съ двухъ сторонъ маятника, препятствуютъ ему прикасаться какъ къ правой такъ и къ лѣвой пластинкѣ. Если пластинки и кружечекъ зарядить одноименнымъ электричествомъ, то, вслѣдствіе двусторонняго отталкиванія, маятникъ будетъ находиться въ устойчивомъ равновѣсіи. Стоитъ только между кружечкомъ маятника и одной изъ неподвижныхъ пластинокъ ввести твердый діэлектрикъ чтобы равновѣсіе нарушилось: маятникъ пойдетъ въ сторону твердаго діэлектрика. Прямо противоположное явленіе происходитъ въ томъ случаѣ, когда пластинки и маятникъ заряжены разноименнымъ электричествомъ.

О. Д. Хвольсонъ сообщаетъ объ опредѣленіи внешней теплопроводности металловъ. Изъ формулъ и вычисленій докладчика оказывается, что металлическій шестъ, нагрѣтый у концовъ и у середины до одной и той же температуры, охлаждается не прекращеніемъ нагрѣванія такъ, какъ если бы онъ былъ нагрѣтъ равномерно. Изъ той же формулы оказывается, что опытное изслѣдованіе можно начать 3 минуты послѣ пре-

кращенія нагрѣванія если опытъ производится надъ мѣднымъ брускомъ, ошибка вычисленія при этомъ не будетъ превышать $0,1^{\circ}$. Для другихъ металловъ ждать надо немного дольше.

И. И. Боргманъ объясняетъ электрическую установку и прокладку проводовъ въ физическомъ кабинетѣ и аудиторіи Петербургскаго Университета. Газомоторъ и динамо-машина установлены въ подвалѣ. Машина системы Сименса—шунтъ развиваетъ 65 V и 20 Amp. Токъ отъ этой машины можетъ быть по желанію направленъ или въ аудиторію или въ кабинетъ. Въ двухъ этихъ комнатахъ находятся мѣрительные приборы.—И. И. Боргманъ показываетъ также крутильный гальванометръ Сименса и нормальный элементъ Флемминга. Последний состоитъ изъ стеклянной U образной трубки, въ открытые концы которой вставляются мѣдная и цинковая палочки; первая погружена въ растворъ мѣднаго купороса, а вторая—въ растворъ цинковаго купороса. Жидкости эти надо вливать осторожно, ибо въ этомъ элементѣ онѣ ничѣмъ не отдѣлены другъ отъ друга; электровоз. сила его $=1,072V$.

В. В. Лермантовъ показываетъ измѣненный имъ зажимъ Прони и буссоль Кемпе. *О. Стр. (Спб.).*

♦ **Объ электролитной проводимости горнаго хрустала.** (*E. Warburg и F. Tegetmeier. Ann. der Phys. u. Chemie. 1888. № 11*).

Въ то время, какъ горный хрусталь, даже при высокихъ температурахъ (до 230°), является превосходнымъ изоляторомъ для электровозбудительныхъ силъ, дѣйствующихъ перпендикулярно къ главной оси кристалла, онъ представляетъ (при 230°) въ направленіи оси довольно порядочный проводникъ. Но если сильный токъ проходитъ продолжительное время чрезъ пластинку изъ кристалла въ направленіи главной оси, то проводимость кристалла постепенно и значительно ослабѣваетъ.—Авторы убѣдились, что такое ослабѣваніе проводимости обусловливается образованіемъ у анода дурно проводящаго слоя.

Дѣйствительно, удаленіе поверхностнаго слоя со стороны анода въ значительной мѣрѣ возстановляло проводимость кристалла; удаленіе же поверхностнаго слоя со стороны катода не вызывало улучшенія проводимости. Полагая, что образованіе у анода дурно проводящаго слоя можетъ быть обусловлено тѣмъ, что горный хрусталь проводитъ токъ какъ электролитъ, авторы подвергли вопросъ тщательному изслѣдованію. Перпендикулярная къ главной оси пластинка горнаго хрустала была сжата между отшлифованными краями двухъ стальныхъ сосудовъ, изъ которыхъ одинъ (анодъ) былъ наполненъ амальгамой натрія, другой (катодъ)—чистой ртутью.—Приборъ нагрѣвался въ воздушной ваннѣ до 230° и чрезъ него пропускали сильный токъ.—Въ цѣпь были введены также серебрянный и водяной вольтметры.

Изслѣдованіе ртути катода по окончаніи опыта показало, что Напершелъ въ направленіи оси чрезъ кристаллъ къ ртути. Повѣрочные опыты показали, что въ кристаллѣ не было трещинъ, которыя могли бы обусловить подобное явленіе.

Какъ результатъ своихъ изслѣдованій авторы вывели заключеніе, что горный хрусталь въ направленіи главной оси проводитъ токъ, при высокой температурѣ, какъ электролитъ, и почти также хорошо, какъ обыкновенно.

венное стекло; и что при электролизѣ перпендикулярной главной оси пластинки, когда натріева амальгама смужитъ анодомъ, натрій проходитъ чрезъ пластинку согласно Фарадееву закону и въсь пластинки при этомъ не измѣняется.

Такой результатъ заставляетъ полагать, что въ горномъ хрусталѣ долженъ содержаться натрій или иной металлъ, замѣщаемый натріемъ.—Исслѣдованіе употребленныхъ для опыта пластинокъ, произведенное проф. Вашманн'омъ, показало, что въ горномъ хрусталѣ заключалось около $\frac{1}{2430}$ по вѣсу Na_2SiO_3 .—Слѣдовательно здѣсь имѣлся какъ бы очень слабый растворъ Na_2SiO_3 .

Что кварцъ въ направленіи главной оси представляетъ свойства электролита, слѣдуетъ также изъ того факта, что комбинація Hg |кварцъ \perp къ оси| Na —амальгама представляетъ элементъ, котораго электровозбудительная сила (при 235°) около 1,3—2 вольта В. З.

♦ **Объ отношеніи нѣкоторыхъ газовъ къ закону Бойля при низкихъ давленіяхъ.** (*F. Fuchs. Ann. d. Phys. u. Chemie. 1888, № 11*).

Въ названной выше работѣ авторъ приводитъ результаты своихъ изслѣдованій надъ сжимаемостью воздуха, водорода, углекислоты и сѣрнистой кислоты при 0° и малыхъ давленіяхъ.

Для водорода между 865 и 248 мм. давленія отклоненія отъ закона Бойля оказались такъ невелики, что газъ безъ замѣтной погрѣшности между этими предѣлами можно считать идеальнымъ.

Углекислота и сѣрнистая кислота и при давленіяхъ, меньшихъ атмосфернаго, до 250 мм., сжимаются сильнѣе, чѣмъ слѣдуетъ по закону Бойля.

Что же касается воздуха, то между предѣлами 600 и 250 мм. онъ сжимается слабѣе, чѣмъ слѣдуетъ по закону Бойля.—Такимъ образомъ при давленіяхъ, меньшихъ атмосфернаго, воздухъ представляетъ такія же отклоненія отъ закона Бойля, какъ и при давленіяхъ очень высокихъ.—Этотъ весьма интересный результатъ для воздуха не представляетъ впрочемъ ничего новаго.—На подобное отклоненіе нѣкоторыхъ разрѣженныхъ газовъ (воздуха и углекислоты) отъ закона Бойля давно уже указано проф. Менделѣевымъ въ его трудѣ „Объ упругости газовъ. Спб. 1875 г.“, но объ этомъ, повидимому, ничего неизвѣстно нѣмецкому автору.—Исслѣдованія проф. Менделѣева (совмѣстно съ М. Кирпичевымъ) были произведены и при давленіяхъ, значительно меньшихъ, чѣмъ у Fuchs'a (до 1,5 мм. и для воздуха еще меньше), и вотъ какой выводъ сдѣлать проф. Менделѣевъ изъ полученныхъ результатовъ: разсматривая числа для произведеній изъ объемовъ на давленія можно тотчасъ видѣть, что съ возрастаніемъ давленія эти произведенія *pv*, какъ для воздуха, такъ и для угольной кислоты и для водорода возрастаютъ, и это возрастаніе особенно быстро для воздуха при малыхъ давленіяхъ. Это есть важнѣйшій и постоянный результатъ всей предшествовавшей работы.—Если сопоставить этотъ выводъ съ тѣми выводами, которыхъ достигъ Реньо для давленій, большихъ атмосфернаго, то оказывается, что, при малыхъ давленіяхъ, воздухъ и угольная кислота мѣняютъ способъ сжимаемости, а водородъ сохраняетъ его. В. З.

РЕЦЕНЗИИ.

Общедоступное землеѣріе. Популярное изложеніе элементарныхъ геодезическихъ задачъ, рѣшаемыхъ съ помощью только одной веревки или веревки и эскера домашняго приготовления, съ приложеніемъ отдѣльной статьи о простомъ углоѣрномъ приборѣ и аршинѣ-дальноѣрѣ. Составилъ А. Д. Колтановскій. Съ 279 чертежами и планами въ текстѣ. Цѣна 75 коп. Изданіе Ф. Павленкова. 1888. С.-Петербургъ. (Главный складъ въ книжномъ магазинѣ П. Луковникова, Спб., Лештуковъ пер. д. № 2).

Въ „предисловіи“ авторъ совершенно справедливо говоритъ, что „народный учитель нерѣдко долженъ являться въ роли деревенскаго землеѣра по просьбѣ не только крестьянъ, но часто по приглашенію священника, землевладѣльца или арендатора“; къ этому можно даже прибавить, что необходимость сохранить среди сельскихъ обывателей свой авторитетъ не должна бы позволять *учителю* отказываться отъ принятія на себя этой роли *по незнанію*. Онъ можетъ, конечно, отказывать подобнаго рода просьбамъ по недостатку времени, въ особенности если рѣчь идетъ о безвозмездной работѣ, или по какимъ нибудь другимъ причинамъ, но онъ не въ правѣ *не уметь* удовлетворять такимъ просьбамъ. Роль деревенскаго землеѣра съ ролью народнаго учителя можетъ быть смѣло совмѣщаема безъ всякаго ущерба для общества, и даже съ взаимными выгодами. Никто поэтому не станетъ сомнѣваться, что такіа книжка какъ „Общедоступное землеѣріе“ г. Колтановскаго, или какъ „Курсъ практической геометріи, приспособленный къ землеѣрію“ г. Ленкевича (печатаемый теперь въ приложеніи къ журналу „Русскій Начальный учитель“, но еще не оконченный, см. №№ 5, 8—9, 10 и 11 за 1888 г.) по своему назначенію заслуживаютъ полнѣйшаго одобренія, и какъ учебники, удовлетворяющіе реальной потребности общества, могли бы оказаться полезны и въ данное время нужды цѣлыхъ десятковъ другихъ новыхъ книгъ по математикѣ, выпускаемыхъ нерѣдко потому только, что авторамъ непременно захотѣлось что нибудь напечатать свое.

Нехорошо, если та-же страсть къ собственнымъ измышленіямъ проникаетъ въ книгу, предназначенную быть *полезною*, уже потому, что авторъ измышленія есть именно то лицо, которое менѣе всѣхъ другихъ способно оцѣнить полезность этого измышленія. На этомъ основаніи я думаю, что книжка г. Колтановскаго ничего бы не потеряла, лишившись своихъ 13-и послѣднихъ страницъ, на которыхъ описанъ его собственный „простой углоѣрный приборъ“ и „аршинѣ-дальноѣрѣ.“

Болѣе существенный упрекъ автору приходится по необходимости сдѣлать за то, что задавшись прекрасною цѣлью изложить общедоступно основы землеѣрія, онъ недостаточно обдумалъ планъ своей книги и, наполнивъ ее болѣе чѣмъ на половину, весьма неудачнымъ изложеніемъ чисто теоретическихъ геометрическихъ истинъ, создалъ поэтому не то учебникъ элементарной геометріи, не то руководство къ практическому рѣшенію простѣйшихъ геодезическихъ задачъ, предназначенное для лицъ, не знакомыхъ съ гимназическимъ курсомъ геометріи. Погоня за двумя зайцами, какъ извѣстно, къ добру не приводитъ; въ данномъ случаѣ желаніе автора сдѣлать свою книгу доступною всякому, знакомому только съ четырьмя арифметическими дѣйствіями, привело его къ необходимости разъяснять геометрическія понятія и теоремы; разъясненія эти оказались—повторяю—весьма неудачными, вѣроятно вслѣдствіе недостаточной теоретической подготовки самого автора. Неточныя опредѣленія, неправильныя употребленія общеизвѣстныхъ терминовъ, какія-то своеобразныя доказательства фундаментальныхъ теоремъ, непріятно поражаютъ читателя

знакомаго съ геометріей, а незнакомаго—будутъ только сбивать съ толку. Напр. выраженія: „получится много смежныхъ угловъ, сумма которыхъ всегда—двумъ прямымъ“ (стр. 12), „поверхность тѣла, которая съ прямой линіей соприкасается во всѣхъ своихъ точкахъ, называется плоскостью“ (стр. 24), „основаніемъ четырехугольника считается одна изъ его діагоналей“ (стр. 75), „окружность эллипса“ (стр. 90), „построимъ прямоугольный треугольникъ, въ которомъ одинъ катетъ=12', другой катетъ=16' и гипотенуза=20' (стр. 91) (какъ будто можно построить и такой прям. треугольникъ, въ которомъ при тѣхъ-же катетахъ гипотенуза равна напр. 19'), „всякая сторона куба называется его основаніемъ“ (стр. 149), „тѣла (три), представленныя на чертежѣ, называются призмами“ (стр. 150) (такъ-же опредѣленъ и цилиндръ, стр. 153) и пр. достаточно обнаруживаютъ непривычку автора къ геометрическимъ терминамъ. Доказательства напр. теоремъ: сумма внутр. угловъ треугольника равна двумъ прямымъ (стр. 26), Пиагоровой теоремы (стр. 91)—вовсе не могутъ быть названы доказательствами и въ такой книгѣ совершенно излишни; въ другихъ случаяхъ авторъ поступаетъ рациональнѣе, говоря по поводу извѣстныхъ геометрическихъ зависимостей: „найденно, что и пр.“ Такого приема слѣдовало уже держаться всюду; отступая-же отъ него то тутъ, то тамъ по своему усмотрѣнію, авторъ приучаетъ читателя задаваться вопросомъ: „почему-же такъ?“ На такой вопросъ, напр., читатель не находитъ отвѣта на стр. 130, гдѣ идетъ рѣчь о раздѣленіи треугольнаго участка земли на десятины, и гдѣ два раза предлагается нѣкоторое построеніе какъ рецептъ; слѣдовало и здѣсь непременно сдѣлать оговорку что такъ „найденно“ правильнымъ поступать.—Не знаю еще зачѣмъ (на стр. 90) г. Колтановскій нашелъ нужнымъ вставить такую ошибку: „сложимъ полуоси эллипса, помножимъ на $\frac{22}{7}$ и получимъ длину окружности эллипса“, а также почему онъ проводитъ черезъ всю книгу такое нѣмъ, кажется, непринятое сокращенное обозначеніе: „слова *сажень*, *футъ*, *дюймъ* замѣнимъ знаками: ('), ("), ("")—когда въ русскихъ сочиненіяхъ почти общепринято обозначать сажень знакомъ ('), футъ—("), дюймъ—("") и линію—(—). Это сбивчиво.

Что касается *практической* части руководства, составляющей его сущность, то безспорно она можетъ принести пользу тѣмъ, кто не знакомъ съ болѣе точными приѣмами землеѣрныхъ работъ. Видно, что авторъ относится къ этому дѣлу съ любовью и хотѣлъ бы подѣлиться съ читателемъ знаніями, приобретенными личной практикой. Хотя и здѣсь попадаются довольно наивные совѣты, какъ напр. на стр. 48—49, гдѣ предполагается приѣмъ опредѣленія разстоянія доступной точки отъ наблюдателя при посредствѣ визированія указательныхъ пальцевъ работника. Притомъ авторъ, избѣгая транспорта и выраженія величинъ угловъ въ частяхъ дуги, слишкомъ ужъ увлекается своими хордами и забываетъ, повидимому, что при подобныхъ грубыхъ приѣмахъ измѣреній ошибки результатовъ, вообще говоря, будутъ тѣмъ крупнѣе и непозволительнѣе, чѣмъ сложнѣе работа. Необходимо поэтому было предупредить читателя, что все предлагаемое въ книгѣ примѣнимо къ рѣшенію лишь самыхъ простыхъ землеѣрныхъ задачъ, не требующихъ особенной точности, и вовсе не примѣнимо къ рѣшенію мало мальски сложныхъ вопросовъ.

Не смотря на выше сдѣланныя замѣчанія, на которыя я прошу смотрѣть лишь какъ на доказательство открытаго сочувствія идеѣ автора, трудъ г. Колтановскаго, вложенный имъ въ составленіе своей книги, не можетъ оказаться бесполезно затраченнымъ и, вѣроятно, найдетъ немало людей, которые скажутъ автору „спасибо“ какъ за то, чему онъ ихъ научилъ, такъ и за данный имъ прекрасный примѣръ примѣнимости геометрическихъ знаній къ насущнымъ потребностямъ деревен-

ской жизни. Г. Колтановскій самъ состоитъ народнымъ учителемъ, и это именно обстоятельство придаетъ его попыткѣ научить другихъ учителей землемѣрю особенное значеніе. Это не теоретикъ-геометръ, разсуждающій о пользѣ геодезическихъ элементарныхъ знаній, а человѣкъ дѣла, который живя самъ въ деревнѣ, убѣдился на опытъ въ неизбѣжности такихъ знаній и—быть можетъ съ большимъ трудомъ—приобрѣлъ ихъ собственными силами. Это—повторяю—придаетъ его книгѣ особенный вѣсъ, особенное вліяніе, и если она выйдетъ вторымъ изданіемъ, (при чемъ, какъ надѣюсь, авторъ вникнетъ лучше въ ея назначеніе) я съ тѣмъ большимъ удовольствіемъ буду ее рекомендовать народнымъ учителямъ, что вѣдь въ сущности, какъ это заявляетъ самъ г. Колтановскій въ предисловіи, инициатива въ этомъ дѣлѣ принадлежитъ нашему журналу, и авторъ, называя себя скромно, „вторымъ піонеромъ веревки въ землемѣріи“, старался только шире развить тѣ приемы, какіе были даны на страницахъ „Вѣстника“ *), вслѣдствіе просьбъ нѣкоторыхъ народныхъ учителей.

III.

ИЗЪ ПРОШЛАГО **).

1. „Молчи, пока ты не въ состояніи сказать нѣчто такое, что полезно молчанія“. (Пифагоръ изъ Самоса, род. въ—569).

Таковъ былъ девизъ основаннаго Пифагоромъ въ Кротонѣ философско-политическаго союза; всякій вновь поступающій былъ обязанъ молчать въ теченіе 4—5 лѣтъ и послѣ такого лишь испытанія его посвящали въ тайны ученія пифагорейцевъ.

2. „Я обязанъ философіи своимъ матеріальнымъ разореніемъ, но и душевнымъ благополучіемъ“. (Анаксагоръ изъ Лидіи, род. въ—500, ум.—428).

Приговоренный въ Афинахъ къ смерти за свои космогоническіе взгляды (считалъ солнце и звѣзды раскаленными тѣлами) и спасенный только заступничествомъ своего ученика Перикла, Анаксагоръ окончилъ жизнь въ изгнаніи, гдѣ неоднократно говорилъ: „не я лишился Аѳинъ, а Аѳины лишились меня“.

Въ своемъ сочиненіи „О природѣ“ (которое извѣстно лишь въ отрывкахъ) онъ между прочимъ говоритъ: „Греки ошибочно предполагаютъ, будто

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 2, 3, 5, 22 и 23.

**) Открываемъ эту новую въ журналѣ рубрику съ цѣлью внесенія большого разнообразія въ его содержаніе. По предположенію, здѣсь будутъ помѣщаться различныя изрѣченія, афоризмы, приписываемые извѣстнымъ въ исторіи науки дѣятелямъ, краткіе разсказы изъ области исторіи физики, астрономіи, механики, математики, иногда жизнеописанія, выдержки изъ сочиненій разныхъ ученыхъ, и вообще мелкіе историческіе факты, напоминовенія которыхъ не будетъ намъ казаться лишнимъ и неумѣстнымъ въ „Вѣстникѣ“. Думаемъ, что отдѣлъ этотъ, хотя и не заключающій въ себѣ ничего новаго, окажется небезынтереснымъ для нашихъ читателей, въ особенности для тѣхъ изъ гг. преподавателей, которые уже имѣли случай убѣдиться, до какой степени оживляется и дополняется преподаваніе сопоставленіями современнаго съ прошлымъ, различными историческими разсказами, преданіями, и даже анекдотами.—Приглашаемъ нашихъ сотрудниковъ-читателей принимать участіе въ пополненіи этой рубрики, на основаніи имѣющихся у нихъ подъ рукою историческихъ сочиненій.

„что либо начинается или прекращается; ничто не возникает вновь и не уничтожается: все сводится къ сочетанію и перестановкѣ вещей, существовавшихъ отъ вѣка. Вѣрнѣе было бы признать возникновеніе сочетаніемъ, а „прекращеніе—расторженіемъ“

Подъ конецъ жизни Анаксагоръ занимался геометрией, пытался рѣшить задачу о кватурѣ круга, далъ приемы перспективнаго изображенія предметовъ для декораций.

3. „Математика—дверь и ключъ къ наукѣ“. (Рожеръ Бэконъ изъ Сомерсета, франц. монахъ, 1214—1294).

4. „Физика—мать всѣхъ наукъ“. (Френсисъ Бэконъ, вполѣдствіи лордъ-канцлеръ, 1561—1626).

5. Законъ Балліани. Такое названіе имѣлъ ложный законъ свободного паденія тѣлъ, опубликованный (въ 1638 г. въ Женевѣ) Балліани, однимъ изъ противниковъ Галлілея. По этому закону при свободномъ паденіи скорости пропорціональны пройденному пространству. Такой-же ошибочный взглядъ высказанъ былъ и раньше Варро (въ 1584) въ его „Трактатѣ о движеніи“. Галлілей, какъ нѣкоторые увѣряютъ, самъ былъ склоненъ сначала признать этотъ законъ правильнымъ, но вскорѣ отказался отъ него и установилъ разъ на всегда что скорости пропорціональны времени паденія (или корнямъ квадр. изъ пройд. простр.); тѣмъ не менѣе и послѣ этого законъ Балліани имѣлъ еще приверженцовъ, какъ напр. Казреусъ (1646), который велъ на эту тему оживленную переписку съ Гассенди, защитникомъ закона Галлілея.

6. Счетъ по копамъ, т. е. по 60, по всей вѣроятности очень древняго происхожденія, потому что у Халдеевъ, за много столѣтій до нашей эры, въ основу счета и астрономическихъ вычисленій было положено число 60. Очень возможно, что причина такого выбора заключалась въ желаніи связать счетъ съ религіозными вѣрованіями; во всякомъ случаѣ извѣстно, что боги Халдеевъ обозначались каждый нѣкоторымъ числомъ.—Основаніемъ системы счисленія было тоже число 60; кромѣ этого числа еще числа 600 и 3600 имѣли особая названія.—Въ 1854 г. были найдены двѣ замѣчательныя таблицы (глиняныя); на одной изъ нихъ выписаны по шестидесятичной системѣ квадраты чиселъ отъ 1 до 60, а на другой—кубы тѣхъ-же чиселъ. (Эта послѣдняя не вся найдена: уцѣлѣли только кубы чиселъ отъ 1 до 32). Относительно времени составленія этихъ таблицъ мнѣнія ученыхъ расходятся, несомнѣнно однако, что онѣ представляютъ одинъ изъ наиболѣе древнихъ памятниковъ математики, составленный около—1600 г.

Время Халдеи дѣлили по такой-же 60-ичной системѣ: сутки на 60 частей; была еще мѣра времени, связанная съ мѣрами длины и объема, а именно двойной часъ ходьбы, соответствующій разстоянію въ 60 стадій; этотъ промежутокъ дѣлился на 60 минутъ, а минута—на 60 секундъ. Слѣдовательно и наши минуты и секунды халдейскаго происхожденія, такъ же какъ и дѣленіе окружности, потому что и Халдеи дѣлили ее на 360 градусовъ, градусъ на 60 минутъ, минуту—на 60 секундъ. Но кромѣ того они часто употребляли еще дѣленіе окружности на 720 полуградусовъ, потому что величина такого полуградуса равна приблизительно видимому (на небесной сферѣ) діаметру солнца и луны *). Эта то величина принята была въ основу

*) Точнѣе: для среднихъ разстояній вид. діам. солнца=32'3", а для луны=31'20".

мѣръ длины и составляла полулокоть. 360 локтей составляли одну стадію (почти—189 метровъ). Локоть дѣлился на 60 линій; 36 линій составляли 1 футъ.—Въ связи съ этимъ находились и мѣры вѣса, основаніемъ которыхъ былъ талантъ, равный вѣсу одного кубическаго фута воды; онъ дѣлился на 60 минъ, мина на 60 драхмъ (драхма почти—8,5 грамма). Водяные часы (клепсидра) были такъ устроены, что истеченіе одного таланта воды соотвѣтствовало одному двойному часу ходьбы.

Изъ всего этого читатель можетъ заключить, что древніе Халдеи имѣли вполнѣ научную систему мѣръ, которая въ томъ только отношеніи разнится отъ современной метрической, что вмѣсто десятичной она была шестидесятичная; что-же касается выбора основной единицы длины, то будетъ ли она почерпнута изъ астрономическихъ, какъ у Халдеевъ, или изъ геодезическихъ, какъ у французовъ, измѣреній, она во всякомъ случаѣ можетъ оказаться не точной, а потому въ этомъ отношеніи различія въ сущности нѣтъ.—Отсюда можемъ также убѣдиться, что мысль поставить мѣры вѣса въ зависимость отъ вѣса опредѣленнаго объема воды, тоже зародилась въ глубокой древности, и въ этомъ отношеніи на долю новѣйшаго времени падаетъ лишь заслуга большей точности въ установленіи этой зависимости.

III.

ЗАДАЧИ.

№ 357 bis *). Въ горизонтальной мѣстности на земной поверхности дана окружность, центръ которой неприступенъ и длину которой нельзя измѣрить непосредственно, по причинѣ встрѣчаемыхъ по пути препятствій. Требуется опредѣлить радіусъ этой окружности.

Я. Тепляковъ (Кіевъ).

№ 388. Рѣшить уравненія:

$$xy + a(x+y) = m$$

$$yz + a(y+z) = n.$$

$$xz + a(x+z) = p.$$

(Займств.) Я. Тепляковъ.

№ 389. Около данной окружности описанъ правильный восьмиугольникъ, вписанный въ окружность № 2; около окружности № 2 описанъ правильный 16-и угольникъ, вписанный въ свою очередь въ окружность № 3, и т. д. до бесконечности, при чемъ число сторонъ правильныхъ многоугольниковъ постепенно удваивается.—Показать, что периметръ квадрата, вписаннаго въ предѣльную окружность, равенъ по длинѣ данной

*) По недосмотру редакціи въ № 52 „Вѣстника“ была помѣщена за № 357 задача (Ньютона), которая была уже разъ предложена въ „Журналѣ Элем. Математики“ за 188⁴/₃ и рѣшеніе которой было помѣшено тамъ-же (см. Ж. Эл. Мат. т. I, стр. 182). Извиняясь передъ читателями, просимъ ихъ считать задачу № 357 исключенною, такъ какъ рѣшеніе ея не будетъ помѣшено. Были получены уже рѣшенія: С. Блажеко (Мскв.) и учен. М. Н. (Новозыбк.).

окружности, а также составить формулу для вычисления погрѣшности въ томъ случаѣ, когда вмѣсто данной окружности возьмемъ периметръ квадрата, вписаннаго въ окружность № *t*. *И. Чирьевъ* (Кіевъ).

№ 390. Определить наименьшее положительно значеніе для *x* изъ уравненія:

$$\text{Cotg} 2^{x-1} \alpha - \text{Cotg} 2^x \alpha = \text{Cosec} 3\alpha.$$

3. *Архимовичъ* (Новозыбковъ).

№ 391. Доказать, что если лучи, выходящіе изъ вершинъ даннаго треугольника А, В и С, сходятся въ одной точкѣ Р нѣкоторой прямой MN, то, отразившись отъ этой прямой MN, они пересѣкутъ стороны треугольника ВС, АС и АВ (или ихъ продолженія) соотвѣтственно въ точкахъ А', В' и С', лежащихъ на одной прямой.

А. Бобятинскій (Егоръ. зол. пр.).

№ 392. На двухъ окружностяхъ даны соотвѣтственно точки А и А'. Найти на радикальной оси такую точку М, чтобы прямыя МА и МА' пересѣкали данныя окружности въ точкахъ В и В', лежащихъ на прямой перпендикулярной къ радикальной оси. (Заимств.) III.

№ 393. Данъ пятиугольникъ. Построимъ пять окружностей такъ, чтобы каждая изъ нихъ проходила черезъ концы одной стороны пятиугольника и точку пересѣченія двухъ смежныхъ сторонъ. Показать, что точки пересѣченія этихъ пяти окружностей (не совпадающія съ вершинами даннаго пятиугольника) лежатъ на одной окружности.

(Заимств.) III.

Загадки и вопросы.

№ 18. Одинъ арабъ умирая, сказалъ своимъ тремъ сыновьямъ: пусть старшій возьмѣтъ $\frac{1}{2}$ всего наслѣдства, средній — $\frac{1}{3}$, а младшій — $\frac{1}{9}$.

Все имущество, подлежащее раздѣлу, состояло только изъ 17 верблюдовъ, а потому сыновья, не зная какъ ими подѣлиться, обратились къ своему кади съ просьбою сдѣлать этотъ раздѣлъ согласно волѣ ихъ покойнаго отца. Кади велѣлъ привести всѣхъ верблюдовъ; потомъ онъ сказалъ: „займите еще одного верблюда у сосѣда“. Когда былъ приведенъ 18-ый верблюдъ, кади сказалъ: „теперь дѣлитесь согласно волѣ отца“. И старшій сынъ взялъ себѣ половину всего числа, т. е. 9 верблюдовъ, средній $\frac{1}{3}$ т. е. 6 верблюдовъ и младшій $\frac{1}{9}$ т. е. 2 верблюда. Оставшійся чужой верблюдъ былъ обратно отданъ владѣльцу, и всѣ сыновья остались очень довольны раздѣломъ, ибо каждый получилъ болѣе нежели ожидалъ. Объяснить эту загадку. (Заимств.) III.

Упражнения для учениковъ.

Упростить и сдѣлать приведенія:

$$1) 2\sqrt[4]{\frac{3a^2b^2}{3a^4b^2-6a^2b^2}} + \sqrt[4]{\frac{5(a^4-4a^2+4)(a^2+2)}{5a^4-20}} - a^3\sqrt[4]{\frac{b^2}{(a^4b-2a^2b)^2}} -$$

$$\frac{1}{a^2}\sqrt[6]{8a^{12}\left(\frac{a^2}{2}-1\right)^3} + \sqrt[6]{a^6-2a^4-\frac{1}{2}}\sqrt[6]{16a^2-32}=?$$

$$2) \frac{3a^2}{a+x}\sqrt[6]{\left(\frac{1}{a}-\frac{x}{a^2}\right)} \cdot \sqrt[6]{a+x} - \sqrt[6]{\frac{9a^2x^2-18ax^3+9x^4}{a^2-x^2}} -$$

$$-20a\sqrt[6]{\frac{(a^2-x^2)^3}{(100a^2+200ax+100x^2)^3}} + \sqrt[6]{\frac{4x}{a^2+x^2}}\sqrt[6]{\frac{a^4-x^4}{(a+x)^2}}=?$$

$$3) \frac{(c+d)\sqrt[3]{\frac{a^2(d-c)^5}{b^2(c-d)^2}}}{\sqrt[6]{\left(\frac{b}{a}\right)^2}}=?$$

$$4) \frac{1}{\sqrt{-1}} \left| \frac{\sqrt{-1}-\frac{m}{\sqrt{1-m^2}}}{m\sqrt{-1}+\sqrt{1-m^2}} \right|=?$$

$$5) \frac{2m\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{m}{n}}-\sqrt{\frac{n}{m}}\right)^2}}{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{m}{n}}-\sqrt{\frac{n}{m}}\right)+\sqrt{1+\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{m}{n}}-\sqrt{\frac{n}{m}}\right)^2}}=?$$

$$6) \frac{\sqrt{m+\frac{2mn}{n^2+1}}+\sqrt{m-\frac{2mn}{n^2+1}}}{\sqrt{m+\frac{2mn}{n^2+1}}-\sqrt{m-\frac{2mn}{n^2+1}}}=?$$

<http://vofem.ru>

$$7) \frac{(a+b)^2}{1+\frac{1}{b}} \sqrt[6]{\frac{(2a-b)^2(a+b)^3}{[b^2(a+b)^3]^3} \cdot \frac{2(a^2-b^2)}{1+b}} \Bigg/ \left[\frac{1}{b^2} \sqrt[3]{\left(\frac{a^2}{b} - \frac{a}{2}\right)^3} - \left[a - \left(-2b - \frac{b^2}{a} \right) \right] \frac{2a^2}{b^3} \right]$$

$$- \frac{1}{2(a+b)} \sqrt[6]{\frac{(16a^4b^2 - 4a^2b^4)(a+b)^2}{(a^2b^2 - 2ab^3 + b^4)(2a+b)} - \frac{2ba^2}{a} \cdot \frac{1}{b}} \Bigg/ \left[\frac{a^3 \left[-\frac{b^4}{a^2} + 4b^2 \right]}{2a^6b^6 + a^5b^7} \right]$$

$$8) \frac{p^2 \sqrt{qr} + q \sqrt{p^2 qr}}{(p + \sqrt{-pq})(\sqrt{pq} - q \sqrt{-1})r} = ?$$

Н. Карповъ (Лубны).

РЪШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 274. Определить x изъ уравненія

$$\text{Sin} x - \text{Cos} x = 4 \text{Sin} x \cdot \text{Cos}^2 x.$$

Умножимъ обѣ части этого уравненія на $(\text{Sin} x + \text{Cos} x)$, тогда получимъ

$$-\text{Cos} 2x = \text{Sin}^2 2x + 2 \text{Sin} 2x \text{Cos}^2 x,$$

или

$$\text{Sin}^2 2x + \text{Sin} 2x(1 + \text{Cos} 2x) + \text{Cos} 2x = 0.$$

Это выраженіе можно представить въ видѣ произведенія

$$(\text{Sin} 2x + 1)(\text{Sin} 2x + \text{Cos} 2x) = 0.$$

Первый множитель даетъ

$$2x = 360n + 270^\circ,$$

или

$$x = 180^\circ n + 135^\circ.$$

Изъ второго же:

$$2x = 180^\circ n - 45^\circ,$$

$$x = 90^\circ n - 22^\circ 30'.$$

Н. Ивановскій (Воронежъ), М. Л. (Арханг.), Н. Соболевскій и С. Блажко (Москва), Н. Артемьевъ (Спб.). Ученики: Киев. р. уч. (?) А. М., 10-й Петерб. г. (8) О. Д., Ворон. к. ч. (?) И. К., и (7) А. П., Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) С. Х., Оренб. г. (8) Ан. П., Камыш. р. уч. (7) П. С., Черниг. г. (5) А. Х., Тифл. р. уч. (7) Н. П.

№ 283. Показать, что если котангенсы углов треугольника составляют гармонический рядъ, то тангенсы образуютъ арифметическую прогрессию, и что тогда площадь треугольника равна тангенсу средняго по величинѣ угла умноженному на произведение отръзковъ противолежащей стороны, образованныхъ соотвѣтственной высотой.

По условію

$$\frac{\text{Ctg} A - \text{Ctg} B}{\text{Ctg} B - \text{Ctg} C} = \frac{\text{Ctg} A}{\text{Ctg} C}.$$

Приравнявъ теперь въ данной пропорціи произведение среднихъ произведенію крайнихъ и раздѣливъ все выраженіе на $\text{Ctg} A \cdot \text{Ctg} B \cdot \text{Ctg} C$, имѣемъ

$$2\text{tg} B = \text{tg} A + \text{tg} C$$

Если замѣнимъ во второй части тангенсы синусами и косинусами, то найдемъ

$$2\text{tg} B = \frac{\text{Sin} B}{\text{Cos} A \text{Cos} C}. \quad (1)$$

Пусть стороны треугольника, заключающія уголъ B , будутъ a и c , а прилежащія отръзки будутъ m и n , тогда площадь треугольника

$$Q = \frac{1}{2} ac \text{Sin} B.$$

Замѣняя же a и c чрезъ m и n , находимъ

$$Q = \frac{1}{2} mn \cdot \frac{\text{Sin} B}{\text{Cos} A \cdot \text{Cos} C},$$

или, окончательно, въ силу (1) равенства

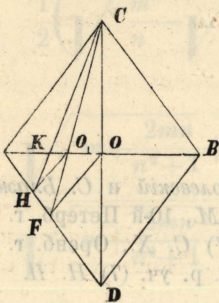
$$Q = mn \text{tg} B.$$

А. Бобятинскій (Ег. зол. пр.), *С. Блажко* (Москва), *Н. Артемьевъ* (Спб.).
Ученики: Вор. к. к. (7) *А. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

№ 285. Не употребляя циркуля, найти при помощи линейки и треугольника $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$, и вообще $\frac{1}{n}$ данной по длинѣ прямой.

При концахъ A и B данной прямой AB (фиг. 51) строимъ четыре угла равные порознь одному изъ острыхъ угловъ треугольника. Тогда получится ромбъ, въ которомъ діагональ CD дѣлитъ прямую AB въ точкѣ O пополамъ. На линіи AO , при точкѣ O , строимъ $\angle AOF$ равный тому-же острому углу треугольника. Слѣдствительно $OF \parallel BD$ и AC . Соединивъ F и C , получимъ $AO = \frac{1}{3} AB$. Въ самомъ дѣлѣ, изъ подобія треугольниковъ DAC и DFO имѣемъ

$$FO:AC = 1:2,$$



а изъ подобія ACO_1 и FOO_1 :

$$AO_1:OO_1=AC:OF=2:1.$$

т. е.

$$AO_1=2OO_1=\frac{2}{3}AO=\frac{1}{3}AB.$$

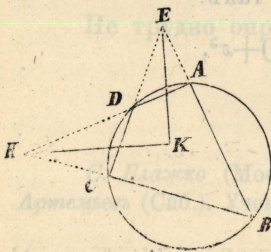
Проводя теперь $O_1H \parallel BD$, посредством \triangle -ка, и соединивъ C и H , найдемъ $AK=\frac{1}{4}AB$. Пустуая точно также и далѣе, легко получить $\frac{1}{5}$,и вообще $\frac{1}{n}$ часть данной прямой.

Задача можетъ быть рѣшена и другими приемами.

В. Соллертинскій (Татчино), *С. Блажко* (Москва), *А. Бобятинскій* (Ег. зол. пр.), *М. Кузьменко* (сл. Бѣлая). Ученики: Курск. г. (6) *В. Х.*, Влад. Дух. Сем. (4) *А. К.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

№ 294. Доказать, что биссекторы угловъ между противоположными сторонами вписаннаго четырехугольника взаимно перпендикулярны.

Продолжимъ противоположныя стороны четырехугольника $ABCD$ (фиг. 52) до взаимнаго пересѣченія въ точкахъ E и H ; пусть теперь точка K представляетъ пересѣченіе биссекторовъ угловъ $АНВ$ и $ВЕС$. Тогда изъ треугольника EKN



имѣемъ:

$$\angle K=2d-(\angle KEN+\angle ENK).$$

Но

$$\begin{aligned}\angle KEN+\angle ENK &= \angle KED+\angle DEN+\angle KND+ \\ &+ \angle DNE = \frac{1}{2}(\angle BEC+\angle ANB)+2d-\angle EDH= \\ &= \frac{1}{2}(D-B)+2d-D=d.\end{aligned}$$

Слѣдоват. $\angle K=d$.

И. Свѣшниковъ (Троицк.), *Н. Артемьевъ* (Слб.), *С. Блажко* (Москва), *В. Гиммelfарбъ* (Кіевъ), *П. Трипольскій* (Полтава). Ученики: Оренбург. г. (7) *А. П.*, Тифл. р. уч. *Н. П.*, Ворон. к. к. (7) *И. П.* и *А. П.* Ученица Ворон. ж. г. (7) *Вознесенско-Проневская*.

№ 296. Изъ двухъ станцій желѣзной дороги отправлены въ одинъ и тотъ же моментъ въ одну и ту же сторону два поѣзда. Задній требуетъ $2\frac{1}{5}$ часа, чтобы прибыть на станцію, изъ которой вышелъ передній поѣздъ, движущійся въ $2\frac{16}{17}$ раза медленнѣе задняго. Когда этотъ поѣздъ догонитъ передній поѣздъ.

Когда задній поѣздъ пройдетъ все разстояніе между двумя станціями, передній пройдетъ только $1:2^{16}/_{17} = 17/_{50}$ этого разстоянія. Поэтому въ $2^{1/5}$ часа оба поѣзда приблизятся одинъ къ другому на $1 - 17/_{50} = 33/_{50}$ первоначальнаго разстоянія между ними, а въ одинъ часъ — на $33/_{50} : 2^{1/5} = 3/_{10}$ этого разстоянія. Слѣдовательно на цѣлое разстояніе между станціями оба поѣзда приблизятся одинъ къ другому чрезъ $1:3/_{10} = 10/_{3}$ часа. Итакъ задній поѣздъ нагонитъ передній черезъ 3 часа 20 минутъ послѣ отхода.

А. Колтановскій (Немировъ), И. Кумсковъ (Ворон.), И. Свѣшниковъ (Троицкъ), С. Блажко (Москва), И. Чуринъ и В. Гиммельфарбъ (Кіевъ). Ученица 6 кл. Кіев. Мин. ж. г. *Н. Живолядова.* Ученики: Екатерин. Спб. уч. (6) *В. М.*, 10-й Пет. г. (8) *О. Д.*, Екатерсл. г. (7) *А. Г.* и (8) *І. М.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*, Кіевск. 2-й г. (7) *В. М.*, Корочан. г. (8) *Н. Б.*, Ворон. к. к. (7) *А. П.*, Курск. г. (7) *А. П.*

№ 310. Рѣшить систему уравненій:

$$x + y + z = 0,$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = x^3 + y^3 + z^3,$$

$$xyz = 2.$$

Второе уравненіе можетъ быть написано еще такъ:

$$(x + y)^2 - 2xy + z^2 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) + z^3,$$

или, такъ какъ

$$x + y = -z \quad \text{и} \quad xy = \frac{2}{z},$$

то

$$z^3 - 3z - 2 = 0.$$

Это уравненіе легко представить въ видѣ произведенія трехъ линейныхъ множителей

$$(z + 1)(z + 1)(z - 2) = 0.$$

Откуда

$$z_1 = -1, \quad z_2 = -1, \quad z_3 = 2.$$

Зная значенія z , найдемъ числовыя величины для x и y :

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -1,$$

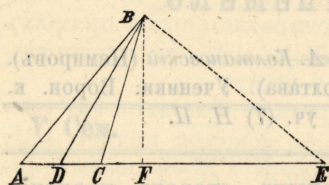
$$y_1 = 2, \quad y_2 = -1, \quad y_3 = -1.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), С. Блажко (Москва), П. Трипольскій (Полтава). Ученики: Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Кіевск. IV г. (7) *С. Г.* Вор. к. к. (7) *А. П.*

№ 311. Выразить через стороны треугольника a , b , c , длины его биссекторовъ.

Пусть въ треугольникѣ ABC (фиг. 53) $AB=c$, $AC=b$ и $BC=a$. Тогда, по извѣстной теоремѣ о биссекторѣ,

Фиг. 53.



$$AD = \frac{bc}{a+c}, \quad DC = \frac{ab}{a+c}.$$

Изъ треугольниковъ ABD и BCD находимъ:

$$a^2 = BD^2 + \left(\frac{ab}{a+c} \right)^2 - 2 \frac{ab \cdot DF}{a+c}.$$

$$c^2 = BD^2 + \left(\frac{bc}{a+c} \right)^2 + 2 \frac{bc \cdot DF}{a+c}.$$

Умноживъ первое равенство на c и второе на a , найдемъ, по сложеніи и приведеніи:

$$BD^2 = \frac{ac(a+b+c)(a+c-b)}{(a+c)^2}.$$

Подобнымъ же образомъ опредѣлимъ длины биссекторовъ угловъ A и C .

Не трудно опредѣлить длину BE биссектора внѣшняго угла B :

$$BE^2 = \frac{ac(b+c-a)(b+a-c)}{(a-c)^2}.$$

С. Блажко (Москва), П. Сетиниковъ (Тронцкъ), Ивановскій (Ворон.), Н. Артемьевъ (Спб.). Ученики: Ворон. к. к. (6) Н. В., Крем. р. уч. (5) I. Т.

№ 314. Вообразимъ прямоугольный треугольникъ ABC , въ которомъ: AB есть неизвѣстная высота горы, AC горизонтальная линия и BC расстояние вершины горы B отъ наблюдателя, находящагося у подножья горы въ C . Пусть $\angle ACB = 60^\circ$. Наблюдатель изъ C переходитъ въ точку D , лежащую на склонѣ горы; предположимъ, что пройденный имъ въ гору путь CD представляетъ прямую линію, наклоненную къ горизонту, подъ $\angle 30^\circ$, и что длина $CD = 1$ верстъ, а уголъ $BDC = 135^\circ$. По этимъ даннымъ требуется вычислить высоту горы AB .

Изъ треугольника BDC имѣемъ

$$BC = \frac{\sin 135^\circ}{\sin 15^\circ},$$

а такъ какъ

$$AB = BC \sin 60^\circ,$$

ТО

$$AB = \sin 60^\circ \frac{\sin 135^\circ}{\sin 15^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{4 \sin 15^\circ}.$$

Пользуясь пятизначными таблицами логарифмовъ, находимъ

$$AB = 2,366 \text{ в.}$$

П. Свѣшниковъ (Троицк), *С. Блажеко* (Москва), *А. Колтановскій* (Немировъ).
А. Бобятинскій (Ег. зол. пр.), *П. Трипольскій* (Полтава). Ученики: Ворон. к.
 к. (6) *Н. В.* и (7) *А. П.*, Кур. г. (7) *А. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

№ 320. Выразить произведение параллельныхъ сторонъ трапеціи черезъ ея діагонали и непараллельныя стороны.

Возьмемъ трапецію $ABCD$, параллельныя стороны которой AD и BC , а непараллельныя AB и CD . Изъ вершинъ B и C опустимъ перпендикуляры BE и CF на AD ; тогда изъ \triangle -ка ABD получимъ

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AD \cdot AE,$$

а изъ треугольника ACD :

$$AC^2 = CD^2 + AD^2 - 2AD \cdot DF.$$

Сложимъ эти равенства, тогда

$$BD^2 + AC^2 = AB^2 + CD^2 + 2AD \left[AD - (AE + FD) \right],$$

но

$$AE + FD = AD - BC,$$

слѣд.

$$BD^2 + AC^2 = AB^2 + CD^2 + 2AD \cdot BC,$$

и

$$AD \cdot BC = \frac{1}{2} \left[BD^2 + AC^2 - (AB^2 + CD^2) \right].$$

Н. Соболевскій (Москва), *А. Бобятинскій* (Ег. з. пр.). Ученики: Вор. к. к.
 (6) *Н. В.* и (7) *А. П.*, Тифл. р. уч. (7) *А. П.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА
„КНИЖНЫЙ ВѢСТНИКЪ“

1889, ГОДЪ ШЕСТОЙ

**ЖУРНАЛЪ, ИЗДАВАЕМЫЙ РУССКИМЪ ОБЩЕСТВОМЪ КНИГОПРОДАВЦЕВЪ И
ИЗДАТЕЛЕЙ.**

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

1) Правительственныя распоряженія, относящіяся до специальности журнала (Высочайшія повелѣнія, распоряженія Министра Внутреннихъ Дѣлъ и Министерства, вновь разрѣшаемыя повременныя изданія, перемѣны въ изданіяхъ существующихъ, о книгахъ, одобренныхъ для учебныхъ заведеній и ихъ библиотекъ и пр.); 2) Свѣдѣнія и сообщенія о дѣятельности Русскаго общества книгопродавцевъ и издателей, а также его Правленія; 3) Книжно-торговое дѣло (сообщенія книгопродавцевъ и издателей, имѣющія общественный интересъ, сношенія ихъ, какъ между собою, такъ и съ обществомъ, корреспонденціи, запросы, разныя свѣдѣнія, почтовый ящикъ и пр.); 4) Указатель новыхъ изданій (списокъ выходящихъ въ продажу книгъ); указатель помѣщаемыхъ въ разныхъ журналахъ отзывовъ о книгахъ; четыре раза въ году рефераты и рецензіи); 5. Предложеніе и спросъ; 6) Объявленія.

Срокъ выхода одинъ разъ въ мѣсяцъ. Форматъ in 8^o.

Подписная цѣна 3 р. въ годъ съ доставкой и пересылкой.

ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ:

Страница in 8^o 5 р. — к.
 $\frac{1}{2}$ страницы 3 " — "
 $\frac{1}{4}$ " 2 " — "

Строка петита въ ширину страницы— р. 20 к.
Строка петита въ ширину столбца— „ 10 „

Подписка принимается во всѣхъ книжныхъ магазинахъ С.-Петербурга и Москвы.

Объявленія и подписка отъ иногородныхъ и книгопродавцевъ принимается въ Конторѣ Редакціи, при Книжномъ магазинѣ Н. Д. Тяпкина, Спб., Васильевскій Островъ, 7 линія, д. 6.

◆ Въ Конторѣ Редак. „К. В.“ можно получать полные комплекты „КНИЖНАГО ВѢСТНИКА“ за 1884, 1885, 1886 и 1887 годы. Цѣна по 3 рубъ за годъ, съ доставкой и пересылкой. ◆
2—2.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА
**ХУДОЖЕСТВЕННО-ЛИТЕРАТУРНЫЙ
ЖУРНАЛЪ „РОССІЯ“**

на 1889 г.

Еженедѣльный журналъ „Россія“ будетъ выходить со многими улучшеніями какъ въ отдѣлѣ художественномъ, такъ и въ литературномъ:

1) Объемъ номера увеличатъ вдвое: вмѣсто одного—2 листа большого формата;
2) въ текстъ будутъ помѣщаться иллюстраціи: портреты выдающихся дѣятелей, копіи картинъ русскихъ и иностранныхъ художниковъ, оригинальные рисунки и фотографическіе виды и этюды;

3) ежемѣсячное приложение: художественно выполненныя хромолитографированныя копіи картинъ извѣстныхъ русскихъ и иностранныхъ художниковъ и продолженіе альбома „Народы Россіи“.

4) Годовымъ подписчикамъ въ январѣ мѣсяцъ будетъ выдана олеографическая картина: „УТРО ЧИНОВНИКА, ПОЛУЧИВШАГО ПЕРВЫЙ КРЕСТЬ“ П. А. Федотова въ натуральную величину знаменитаго оригинала, хранящагося въ картинной галлерей Московскаго Румянцевскаго музея.

Въ журналъ будутъ помѣщаться романы, повѣсти, стихотворенія, статьи по литературѣ, искусству и исторіи; путевые очерки; критика литературная и художественная; политическое обозрѣніе, распоряженія правительства, новости и слухи и пр.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:

съ пересылкой на годъ 7 руб.

съ пересылкой на полгода 4 р.

За пересылку преміи прилагается 60 коп.

Допускается разсрочка: 3 рубля при подпискѣ, 2 рубля 1-го апрѣля и 2 р. 1-го іюля. Подписавшіеся въ разсрочку получаютъ премію послѣ іюльской уплаты.

Главная контора редакціи: Москва, Солянка, д. Кохтевыхъ при типо-литографіи І. И. Пашкова.—Отдѣленіе конторы редакціи: Москва, у Ильинскихъ воротъ, д. Музея, художественный магазинъ І. И. Пашкова.

2—3.

Редакторъ-Издатель І. И. Пашковъ.

ЛИТЕРАТУРЫ, НАУКИ и ИСКУССТВА.

Журналъ библіографическій, критическій и историческій.

ВЫХОДИТЬ ЕЖЕМѢСЯЧНО.

Ученымъ Комит. М-ства Народн. Просв. рекомендованъ для основныхъ библіотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній мужскихъ и женскихъ.—Учебнымъ Ком. при Св. Синодѣ одобренъ для приобретенія въ фундаментальныя библіотеки духовныхъ семинарій и училищъ.—По распоряженію Военно-Ученаго Комитета помѣщенъ въ основной каталогъ для офицерскихъ библіотекъ.

Отд. 1-й. Историческіе, историко-литературные и библіографическіе матеріалы, статьи и замѣтки; разборы новыхъ книгъ; издательское и книжно-торговое дѣло въ его прошедшемъ и настоящемъ; хроника.

Отд. 2-й (справочный). Полная библіографическая лѣтопись: 1) каталогъ новыхъ книгъ; 2) указатель статей въ період. изданіяхъ; 3) Rossica; 4) правительственные распоряженія; 5) объявленія.

ВЪ ЖУРНАЛѢ ПРИНИМАЮТЪ УЧАСТІЕ:

И. О. Анненскій, А. И. Барбашевъ, Я. О. Березинъ-Ширневъ, проф. К. Н. Бестужевъ Рюминъ, Е. А. Бѣловъ, П. В. Владиміровъ, Н. В. Губерти, И. В. Дмитровскій, В. Г. Дружининъ, М. А. Дьяконовъ, проф. Е. Е. Замысловскій, проф. В. С. Иконниковъ, проф. Н. И. Карѣевъ, Д. О. Кобеко, И. А. Козеко, А. С. Лапо Данилевскій, Н. П. Лихачевъ, Л. Н. Майковъ, В. И. Межовъ, проф. О. О. Миллеръ, А. Е. Молчановъ, С. О. Платоновъ, С. И. Пономаревъ, С. Л. Птащикъ, А. И. Савельевъ, А. А. Савичъ, С. М. Середонинъ, С. Л. Степановъ, Н. Д. Чечулинъ, И. А. Шляпкинъ, Е. Ф. Шмурло, Д. Д. Языковъ и др.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА

за годъ: съ дост. и перес. въ Россіи 5 р., за границу 6 р., отдѣльно нумеръ 50 к., съ перес. 60 к.

Плата за объявленія: страница—8 р.; $\frac{3}{4}$ стр.—6 р. 50 к.; $\frac{1}{2}$ стр.—4 р. 50 к.; $\frac{1}{4}$ стр.—2 р. 50 к.; $\frac{1}{8}$ стр.—1 р. 50 к.

О новыхъ книгахъ, присылаемыхъ въ редакцію, печатаются бесплатныя объявленія или помѣщаются рецензіи.

ПОДПИСКА и ОБЪЯВЛЕНІЯ ПРИНИМАЮТСЯ въ книжномъ магазинѣ „Новаго Времени“—А. Суворина (Спб., Невскій просп., д. № 38) и въ редакціи. Кромѣ того подписка принимается во всѣхъ болѣе извѣстныхъ книжныхъ магазинахъ.—Г. иногородные подписчики и заказчики объявленій благоволятъ обращаться непосредственно въ редакцію.

АДРЕСЪ РЕДАКЦИИ. С.-Петербургъ, Обуховскій просп., д. 7, кв. 13.

Оставшіеся въ ограниченномъ числѣ полныя комплекты „Библіографа“ за 1885, 1886 и 1887 гг. продаются по 5 р. (съ дост. и перес.) за годовой экземпляръ. Также имѣются въ продажѣ изданныя редакціею брошюры: 1) Сборникъ рецензій и отзывовъ о книгахъ по русской исторіи, № 1 и 2. Ц. по 60 коп. 2) Библіографич. указатель книгъ и статей о св. Кириллѣ и Меодіи. Ц. 40 к. 3) Александръ Николаевичъ Свровъ: I. Библіографич. указатель произведеній А. Н. Сврова. II. Библіографич. указатель литературы о А. Н. Свровѣ и его произведеніяхъ. Вып. I и II. Сост. А. Е. Молчановъ. Ц. по 1 руб. за вып.—Книгопродавцамъ обычная уступка.

Редакторъ Н. М. Лисовскій.

2—2.

Съ 1-го Января 1889 года будетъ издаваться

Журналъ СЧЕТОВОДЪ Ѳ. В. Езерскаго.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

Отдѣлъ I. Научный. Счетоводство. Финансы. Контроль. Коммерческія науки; отдѣлъ II. Обзоръ смѣтъ, отчетовъ земскихъ и городскихъ учреждений, товариществъ, компаній и обществъ на паяхъ, акціяхъ, взаимнаго кредита и т. п.; отдѣлъ III. Судебный, (безъ обсужденія судебныхъ рѣшеній). Судебно-счетоводная экспертиза; отдѣлъ IV. Библіографія. Новыя книги и рецензіи на изданія, соотвѣтствующія программѣ журнала; отдѣлъ V. Счетоводная жизнь. Сцены и рассказы изъ нея; отдѣлъ VI. справочный. Рекламы. Объявленія.

Срокъ выхода въ свѣтъ по три книги въ мѣсяцъ, а въ Маѣ, Іюнѣ и Іюль по двѣ, всего 33 книги въ годъ.

Подписная цѣна съ доставкою и пересылкою: на годъ 6 р., полгода 3 руб.

Книгопродавцамъ уступки 10%.

Адресоваться въ редакцію журнала „СЧЕТОВОДЪ“ Ѳ. В. Езерскаго. С.-Петербургъ, Невскій № 66.

Редакторъ издатель Ѳ. В. Езерскій.

2—3.