

№№ 55—56.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

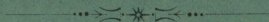
ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.



РЕКОМЕНДОВАНЪ

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія
для среднихъ учебныхъ заведеній
и Главнымъ Управленіемъ Военно-Учебныхъ Заведеній
для военно-учебныхъ заведеній.



V СЕМЕСТРА №№ 7-й и 8-й.

ЖС

<http://vofem.ru>

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнерева и К^о, въ Москвѣ
Кіевское Отдѣленіе, Елисаветинская ул., домъ Михельсона.

1888.

СОДЕРЖАНІЕ № 55.

Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи, и значеніе ихъ символовъ. I. Начал. Кіев. технич. ж. д. уч. *Θ. Ю. Мациона*.—Эрикъ Эдлундъ (некрологъ). Гипотеза И. О. Яковскаго. III.—Задачи: №№ 373—379.—Загадки и вопросы: №№ 14 и 15.—Упражненія для учениковъ: №№ 1—7.—Рѣшенія задачъ: №№ 90, 184.

СОДЕРЖАНІЕ № 56.

Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и значеніе ихъ символовъ. II. (Продолженіе). Начал. Кіев. технич. ж. д. уч. *Θ. Ю. Мациона*.—Одно изъ геометрическихъ мѣстъ точекъ (эллипсъ) и приборъ для его черченія (эллипсографъ). *В. Студенцова*.—Научная хроника: Вліяніе ультра-фіолетовыхъ лучей на прохожденіе тока черезъ воздухъ, *Ив. Г—скій*; 1-ое засѣданіе Матем. Отд. Новороссійскаго Общ. Естеств. по вопросамъ Элем. Матем. и Физики.—Письмо въ редакцію (Отвѣтъ г. Савельеву) Дир. Главъ Физик. Обсерват. *Г. Вильда*.—Разныя извѣстія: Еще нѣсколько словъ о „двигателѣ Keeley“. III.—Задачи: №№ 380—387.—Загадки и вопросы: №№ 16 и 17.—Упражненія для учениковъ: №№ 1—10.—Рѣшенія задачъ: №№ 209, 216, 232, 260, 264, 269 и 271.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“

(съ 20-го августа 1886 года)

выходить книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, **три раза въ мѣсяцъ**, исключая канікулярнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ 6 рублей | на одно полугодіе—всего 12 №№—3 рубля

Книжнымъ магазинамъ 50% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюрованные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою).

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособияхъ и пр.

на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу	6 руб.	За $\frac{1}{3}$ страницы	2 руб.
„ $\frac{1}{2}$ страницы	3 руб.	„ $\frac{1}{4}$ страницы	1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или изданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензій или библиографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ безплатно.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 55.

V Сем.

21 Октября 1888 г.

№ 7.

ИМЕНОВАННЫЯ ВЕЛИЧИНЫ

въ школьномъ преподаваніи, и значеніе ихъ символовъ.

I.

I. Редакція „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики,“ выразивъ желаніе помѣстить статью о теоріи именованныхъ величинъ*), справедливо замѣчаетъ, что ученики зачастую неясно понимаютъ смыслъ дѣйствій надъ такими величинами. Прибавимъ къ этому, что иной разъ затрудняются не только ученики.

2. Въ научномъ отношеніи вопросъ объ умноженіи и дѣленіи именованныхъ величинъ не представляетъ особеннаго интереса въ томъ смыслѣ, что онъ давно рѣшенъ. Французскій ученый Fourier въ своей знаменитой Аналитической теоріи тепла (1822) установилъ такъ называемую теорію размѣровъ, основныя пункты которой по существу могутъ быть выражены слѣдующимъ образомъ:

а) Каждое наименованное количество можетъ быть изображаемо сочетаніемъ двухъ символовъ—во первыхъ ариѳметическаго числа, показывающаго величину отношенія даннаго количества къ выбранной единицѣ, однородной съ нимъ, а во вторыхъ качественнаго символа, характеризующаго родъ единицы; напримѣръ 5 ф. (футы), 2м^3 (кубич. метры).

б) Оба символа соединены дѣйствіемъ умноженія, такъ какъ каждое наименованное количество представляетъ нѣкоторую совокупность данныхъ единицъ.

в) Символы наименованій, обозначенные буквами, могутъ удерживаться при числахъ и входить въ составленные изъ нихъ выраженія; они подчиняются всѣмъ формальнымъ законамъ алгебры и наравнѣ съ числами подвергаются дѣйствіямъ.

г) Въ физикѣ и механикѣ имѣются только три основныя единицы—длина l , масса m и время t . Всѣ остальные величины выражаются чрезъ нихъ. Выраженіе, составленное изъ символовъ основныя трехъ единицъ, стоящее при наименованномъ количествѣ, называется *размѣромъ* этого

*) См. „Вѣстникъ“ №№ 4 и 8, стр. 85 и 176 сем. I.

количества. Напримѣръ размѣръ скорости есть длина, дѣленная на время, т. е. $\frac{l}{t}$, или $l \cdot t^{-1}$; размѣръ работы ml^2t^{-2} .

е) Введеніе всякаго новаго символа наименованій, въ видѣ множителя или дѣлителя, необходимо измѣняетъ размѣръ, а слѣдовательно и наименованіе всей величины.

ф) Значеніе размѣровъ состоитъ въ томъ, что они даютъ возможность контролировать необходимую однородность всѣхъ членовъ какого нибудь уравненія; и кромѣ того они даютъ удобнѣйшее средство переходить отъ какой нибудь системы единицъ къ какой нибудь другой системѣ.

3. Такимъ образомъ въ наукѣ именованныя величины подвергаются всякаго рода дѣйствіямъ и свободно взаимно перемножаются и дѣлятся, при чемъ получаются величины новыхъ наименованій. Далеко не такимъ однако представляется вопросъ въ школьномъ преподаваніи. Думаемъ, что трудность въ пониманіи смысла дѣйствій надъ именованными величинами искусственно создается нѣкоторыми общепринятыми способами въ преподаваніи ариметики. Цѣль настоящей замѣтки указать тѣ ошибки, которыя, на сколько знаемъ, всегда дѣлаются при объясненіи дѣйствій умноженія и дѣленія, и дать нѣкоторыя принципиальныя указанія, какъ слѣдуетъ объяснять ученикамъ умноженіе и дѣленіе именованныхъ величинъ.

4. Для этого рассмотримъ сначала умноженіе отвлеченныхъ чиселъ.

Умноженіе цѣлыхъ арифметическихъ отвлеченныхъ чиселъ не что иное, какъ сокращенное сложеніе, и сюда подходитъ также случай умноженія именованнаго числа на цѣлое отвлеченное.

Со введеніемъ дробнаго множителя, при совершенно произвольномъ множимомъ, такое опредѣленіе дѣйствія умноженія теряетъ свое значеніе; умноженіе на дробь тождественно съ рѣшеніемъ задачи о нахожденіи по данной величинѣ нѣкоторой опредѣленной ея части.

Оба эти случая затѣмъ подводятся подъ одинъ общій: умножить значитъ составить произведеніе изъ множимаго такъ, какъ множитель составленъ изъ единицы.

5. Такое опредѣленіе смысла дѣйствія умноженія представляетъ окончательный выводъ ариметики по этому вопросу. Оно имѣетъ свою цѣну, какъ объединитель двухъ различныхъ случаевъ умноженія; но съ другой стороны оно непосредственно создаетъ нѣкоторыя трудности.

Очевидно, что какъ бы множитель ни былъ составленъ изъ единицъ, онъ вполнѣ однороденъ съ нею, т. е. представляетъ нѣкоторую совокупность этихъ единицъ или ихъ долей; и съ такой точки зрѣнія дѣйствительно совершенно непонятно какое значеніе можетъ имѣть именованный множитель, когда требуется или повторить множимое нѣсколько разъ, или найти опредѣленную его часть.

Но вмѣсто того, чтобы задаться вопросомъ, возможно ли приложить къ именованному множителю разсужденіе, выведенное въ томъ предположеніи, что множитель отвлеченный; вмѣсто того, чтобы признать, что это по меньшей мѣрѣ неосторожно, — считаютъ обязательность приведеннаго арифметическаго опредѣленія дѣйствія умноженія внѣ всякихъ сомнѣній и совершенно отрицаютъ возможность перемноженія двухъ именованныхъ величинъ. Ученикамъ же, при изученіи ариметики, съ особою настойчивостію объясняютъ, что множитель никогда не можетъ быть

именованнымъ числомъ, что умноженіе на именованное число не имѣть никакого смысла, и это подтверждаютъ совершенно, положимъ, справедливыми примѣрами въ родѣ того, что груши и аршины не могутъ перемножаться.

6. Чтобы подойти ближе къ вопросу, рассмотримъ алгебраическое умноженіе.

Извѣстно, что для вывода алгебраическихъ правилъ умноженія упомянутое ариѳметическое опредѣленіе дѣйствія умноженія остается совершенно въ сторонѣ. Единственный случай, когда въ большинствѣ учебниковъ къ нему прибѣгаютъ, выводъ правила умноженія отрицательныхъ величинъ. Нѣсколько дальше еще упомянемъ объ этомъ случаѣ, теперь же замѣтимъ, что при преподаваніи едва-ли когда нибудь указывается, что ариѳметическимъ опредѣленіемъ дѣйствія умноженія невозможно пользоваться для вывода и доказательства алгебраическихъ правилъ умноженія.

Въ поясненіе приведемъ нѣсколько примѣровъ.

а) Требуется найти $a^2 \cdot a^3$.

Множитель a^3 составленъ изъ единицы, взявъ ее a разъ и повторивъ полученное число три раза множителемъ. Взявъ на основаніи этого множимое a разъ и повторяя полученный результатъ три раза множителемъ, получили бы

$$a^2 \cdot a^3 = a^2 a \cdot a^2 a \cdot a^2 a.$$

б) Требуется найти $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

Взявъ, по аналогіи съ составленіемъ множителя, множимое b разъ и извлекая отсюда корень n -ой степени, получили бы

$$\sqrt[n]{b \sqrt[n]{a}}$$

или, перемѣнивъ порядокъ множителей,

$$\sqrt[n]{a \sqrt[n]{b}}.$$

Приведенныхъ примѣровъ достаточно. Первый изъ нихъ только сбивчивый, потому что перемноженіе цѣлыхъ степеней можетъ быть сдѣлано и помощью ариѳметическаго опредѣленія [множитель a^3 —единица, взятой a разъ и умноженной затѣмъ еще на a и на a]. Но замѣтимъ, что нѣтъ возможности подобрать словесное разсужденіе для вывода формулы перемноженія радикаловъ изъ ариѳметическаго опредѣленія дѣйствія умноженія.

7. По нашему крайнему убѣжденію слѣдуетъ при повтореніи алгебры ясно и твердо указывать ученикамъ на это обстоятельство, поясняя однако при этомъ, что формула

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} \cdot \dots = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c \cdot \dots}$$

все таки представляеть собою дѣйствительное умноженіе, а не что нибудь иное, т. е. что она тождество.

Это доказывается во первых равенствомъ числовыхъ величинъ обѣихъ частей выраженія; во вторыхъ согласіемъ результатовъ, получаемыхъ при возвышеніи обѣихъ частей равенства въ степень n ; и въ третьихъ тѣмъ, что окончательный результатъ всякой выкладки надъ произведеніемъ нѣсколькихъ радикаловъ не зависитъ отъ того, взято ли произведеніе въ видѣ разрозненныхъ множителей, или подведши всѣ подкоренныя величины подъ одинъ общій корень.

Заставляя учениковъ вникнуть въ изложенную особенность умноженія радикаловъ, мы ихъ осваиваемъ съ пониманіемъ основного смысла алгебраическихъ дѣйствій, какъ вывода тождествъ изъ нѣкотораго сочетанія количественныхъ символовъ помощью трехъ основныхъ законовъ алгебры: перемѣстительнаго, распредѣлительнаго и повторительнаго. Ученикъ въ концѣ концовъ долженъ быть доводимъ до пониманія, что въ алгебрѣ дѣйствія производятся чисто формально, что умножить и дѣлить значитъ только обозначить дѣйствіе и затѣмъ, если возможно, преобразовать полученное выраженіе въ другое, тождественно ему равное, отличающееся отъ него только виѣшнимъ видомъ.

8. Упомянемъ теперь объ умноженіи отрицательныхъ. Понятно, что разъ ариѣметическое опредѣленіе дѣйствія умноженія не пригодно для вывода правилъ дѣйствія надъ алгебраическими символами, совершенно не рачіонально основывать на немъ выводъ правила умноженія отрицательныхъ величинъ. Это логическая ошибка, потому что отрицательныя величины представляютъ сравнительно съ ариѣметическими числами понятіе, новое по существу; и нѣтъ основанія а priori считать ариѣметическое опредѣленіе дѣйствія умноженія обязательнымъ внѣ тѣхъ рамокъ, въ предѣлахъ которыхъ оно было выведено.

Считаемъ однако неудобнымъ остановиться въ настоящей замѣткѣ подробно на вопросѣ объ отрицательныхъ.

9. По поводу алгебраическаго умноженія сдѣлаемъ еще одно замѣчаніе. Выраженія въ родѣ слѣдующихъ

$$a.(-b)=-ab$$

$$(-a).(-b)=ab$$

$$\sqrt[p]{a}.\sqrt[q]{b}=\sqrt[pq]{a^q b^p}$$

$$\sqrt[3]{2}.\sqrt[3]{4}=2$$

$$\sqrt{-a^2}.\sqrt{-b^2}=\pm ab$$

показываютъ, что произведеніе можетъ отличаться отъ множимаго не только количественно, но и качественно, и даже весьма существенно.

Этотъ фактъ представляетъ аналогію съ тѣмъ, что при перемноженіи двухъ или нѣсколькихъ наименованныхъ величинъ получается величина новаго наименованія; хотя, конечно, не слѣдуетъ преувеличивать его практическаго значенія, какъ средства для уясненія пониманія дѣйствій надъ именованными величинами.

10. Обратимся къ умноженію и дѣленію именованныхъ величинъ. Прежде всего ясно, что ариѣметическое опредѣленіе дѣйствія умно-

женія не можетъ быть принимаемо за исходную точку зрѣнія. Справедливость алгебраическихъ правилъ настолько несомнѣнна, что всякій, кто сталъ бы опровергать ее, неминуемо былъ бы заподозрѣнъ въ ненормальномъ мышленіи, — а тѣмъ не менѣе нѣкоторыя изъ нихъ не вытекаютъ словеснымъ разсужденіемъ изъ упомянутого опредѣленія. Какимъ же образомъ, спрашивается, возможно утверждать, что умноженіе одной именованной величины на другую никогда невозможно, и что дѣйствіе производится только надъ числовыми значеніями, если единственнымъ подтвержденіемъ подобнаго мнѣнія является трудность или невозможность составить произведеніе изъ множимаго такъ, какъ множитель составленъ изъ единицы. Въ этомъ кроется ошибка по существу, состоящая въ томъ, что ариѳметическое опредѣленіе дѣйствія умноженія произвольно считается обязательнымъ внѣ тѣхъ границъ, въ которыхъ оно было выведено. Дѣлать эту ошибку, значитъ вносить въ дѣйствіе умноженія какой то метафизическій смыслъ о какой то метафизической его сущности. Наконецъ это значитъ сознательно искажать истину, отрицая справедливость того, въ разумности чего затѣмъ волею неволею приходится убѣждаться и знакомить учениковъ.

Тѣмъ не менѣе общее разсужденіе о невозможности именованнаго множителя всегда дается ученикамъ. Слѣдуетъ тщательнѣйшимъ образомъ остерегаться этой ошибки.

11. Мы убѣдились на опытъ, что гораздо лучше поступать какъ разъ наоборотъ, т. е. возможно раньше объяснить, что бывають случаи, когда множитель можетъ быть именованнымъ числомъ. Удобнѣйшее средство даетъ задача объ опредѣленіи площади прямоугольника по его сторонамъ.

12. Сначала, однако, рассмотримъ эту задачу по существу. Данныя вопроса—двѣ прямыя линіи, искомое—площадь, т. е. величина неоднородная съ данными. Ея числовое значеніе можетъ быть вычислено по числовымъ величинамъ обѣихъ сторонъ. Но, спрашивается, можетъ ли искомая путемъ математическихъ дѣйствій получиться изъ данныхъ вопроса такимъ образомъ, чтобы въ этомъ дѣйствіи было выражено все, и чтобы изъ него непосредственно можно было-бы вычитать, съ какого рода величинами имѣемъ дѣло и какого рода получается отвѣтъ, т. е. какая задача рѣшается?

Первому условію не трудно удовлетворить, сохранивъ обозначенія данныхъ, т. е. написавъ напримѣръ

$$3 \text{ метра} \times 5 \text{ метровъ.}$$

А такъ какъ числовое значеніе искомой величины и ея наименованіе уже извѣстны изъ геометрическаго разсмотрѣнія чертежа, то поэтому напомнимъ

$$3 \text{ метра} \times 5 \text{ метровъ} = 15 \text{ квадр. метр.}$$

Эта формула имѣетъ внѣшній видъ умноженія, поэтому и будемъ говорить, что 3 метр. и 5 метр. перемножаются и даютъ въ результатъ 15 квадр. метровъ,—совершенно въ родѣ того, какъ считаемъ

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

умноженіемъ потому, что внѣшній видъ умноженія на лицо.

Введенныя обозначенія, очевидно, могутъ быть улучшаемы, обозначая наименованія одною буквою и условливаясь обозначать квадратъ метры чрезъ m^2 , вслѣдствіе того, что чисто формально

$$m \cdot m = m^2.$$

Получается

$$3m \cdot 5m = 15m^2$$

и обнаруживается, что благодаря такимъ обозначеніямъ получаемъ возможность изобразить помощію писанныхъ знаковъ всю задачу объ опредѣленіи площади прямоугольника по его сторонамъ.

Этимъ введенный символъ вполне оправдывается, и такъ какъ въ немъ изображено дѣйствіе перемноженія двухъ линій, какъ средство рѣшенія упомянутой задачи, то поэтому имѣемъ полное право утверждать, что двѣ линіи дѣйствительно перемножаются и даютъ въ результатѣ величину новаго наименованія—площадь.

Такой взглядъ, положимъ, чисто формальный, но онъ находится въ строжайшемъ соотвѣтствіи съ духомъ алгебры, задача которой заключается въ установленіи удобнѣйшихъ символовъ, помощію которыхъ можно бы рѣшать задачи въ строгомъ согласіи съ дѣйствительностію.

13. Ученикамъ, понятное дѣло, нельзя развивать подобныхъ соображеній, когда приходится впервые затрогивать вопросъ объ именованномъ множителѣ. Но нѣтъ и надобности въ этомъ. Задача по своей крайней легкости и наглядности, благодаря чертежу, не затрудняетъ учениковъ; и разобравъ ее геометрически на чертежѣ, можно, не вдаваясь въ особыя поясненія, прямо утверждать, что площадь прямоугольника, очевидно, равняется произведенію его сторонъ, такъ что надо писать

$$a \text{ фут. } b \text{ фут.} = ab \text{ квадрат. фут.}$$

Ясная осмысленность результата приводитъ къ тому, что ученики легко понимаютъ, что здѣсь представляется новый случай умноженія, и что дѣйствіе перемноженія двухъ линій служитъ рѣшеніемъ задачи объ опредѣленіи площади прямоугольника по его сторонамъ и отсюда получаетъ свой смыслъ.

14. Въ этомъ случаѣ, если угодно, можно сохранить нѣкоторую связь, или по крайней мѣрѣ аналогію, съ умноженіемъ отвлеченныхъ чиселъ, показывая, что площадь прямоугольника можетъ получиться изъ одной стороны ея движеніемъ совершенно такъ же, какъ другая сторона составлена движеніемъ точки.

Но это не особенно существенно. Гораздо важнѣе выяснитъ геометрическими соображеніями, что площадь по отношенію къ сторонамъ имѣетъ то же свойство, какъ произведеніе двухъ чиселъ по отношенію къ множителямъ, т. е. что ея величина прямо пропорціональна сторонамъ, а слѣдовательно должна изображаться ихъ произведеніемъ. Это соображеніе служитъ такимъ важнымъ подспорьемъ разсматриваемой истины, что его можно, если угодно считать доказательствомъ.

15. Когда смыслъ задачи достаточно выясненъ, слѣдуетъ напрактиковать учениковъ въ письменномъ ея рѣшеніи, удерживая при производ-

ствѣ дѣйствія буквенные символы именований и ввода для квадратных мѣръ символъ показателя второй степени. Напримѣръ въ футахъ

$$a \text{ ф. } b \text{ ф.} = ab \cdot \text{ф.ф.} = ab \cdot \text{ф.}^2.$$

Это важно, потому что ученики приучаются обращаться съ чисто качественными символами, какъ съ количественными. А такая истина въ отвлеченной формѣ затрудняетъ по существу не только ученическое пониманіе, когда приходится встрѣтиться съ нею сразу во всей общности; между тѣмъ легко и почти незамѣтно можно приучить къ ней, удерживая уже въ простѣйшихъ задачахъ символъ наименованій.

16. Затѣмъ обѣ стороны прямоугольника надо выражать въ различныхъ мѣрахъ, напримѣръ въ футахъ и въ метрахъ, и показать, что выраженіе

$$a \text{ ф. } b \text{ м.} = ab \cdot \text{ф.м.}$$

тоже вполне разумно, потому что показываетъ, что данный прямоугольникъ содержитъ ab такихъ прямоугольниковъ, въ которыхъ одна сторона одинъ футъ, а другая одинъ метръ.

17. Прямоугольники, въ родѣ предыдущаго, надо приводить въ квадратныя мѣры; это достигается подстановкою

$$\text{ф.} = a \cdot \text{м.}$$

или

$$\text{м.} = \frac{1}{a} \cdot \text{ф.}$$

Получается

$$\begin{aligned} ab \cdot \text{ф.м.} &= ab a \cdot \text{м.}^2 \\ &= ab \cdot \text{ф.} \cdot \frac{1}{a} \cdot \text{ф.} = \frac{ab}{a} \cdot \text{ф.}^2. \end{aligned}$$

18. Наконецъ слѣдуетъ обѣ стороны давать въ различныхъ мѣрахъ, напримѣръ въ футахъ и аршинахъ, и требовать площадь въ какихъ нибудь другихъ единицахъ, напримѣръ въ квадр. метрахъ. Это даетъ

$$a \text{ ф. } b \text{ ар.} = ab \cdot \text{ф.ар.} = ab \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{1,4} \cdot \frac{1}{1,4} \text{ м.}^2 = \frac{3}{7} \left(\frac{1}{1,4} \right)^2 ab \cdot \text{м.}^2.$$

19. При такихъ видоизмѣненіяхъ задачи, когда берутся мѣры различныхъ наименованій, обнаруживается, что изъ символа наименованія могутъ выдѣляться числовые множители, т. е. что символъ наименованія въ этомъ отношеніи совершенно схожъ съ простыми числовыми множителями. Его сходство съ ними обнаруживается и тѣмъ, что онъ слѣдуетъ перемѣстительному закону.

20. Покончивъ съ площадью прямоугольника, надо рассмотреть объемъ параллелепипеда. И эта задача, по своей простотѣ, вполне доступна при прохожденіи курса ариеметики, или по крайней мѣрѣ начальной алгебры. Она даетъ возможность выяснить, что съ полною

разумностію, оправдываемому точною осмысленностію результата, можно производить слѣдующія умноженія:

- 1) трехъ линейныхъ мѣръ
- 2) квадр. мѣръ на линейныя, и наоборотъ.

Эти два случая являются рѣшеніемъ задачи объ опредѣленіи объема параллелепипеда, и отсюда дѣйствія черпаютъ свое значеніе и свой смыслъ.

21. Въ задачахъ этого рода тоже необходимо во время дѣйствій удерживать символы наименованій; кромѣ того сначала надо брать мѣры одной системы и даже однихъ названій, затѣмъ различныя или смѣшанныя единицы одной системы, и далѣе различныхъ системъ; требовать отвѣтъ въ опредѣленныхъ мѣрахъ; и преобразовать объемы, выраженные одною мѣрою къ другимъ мѣрамъ, вводя кубъ единичнаго отношенія линейныхъ мѣръ. Въ такихъ преобразованіяхъ единичныя отношенія выдѣляются изъ символовъ наименованій, какъ числовые множители, которые затѣмъ, помощію перемѣстительнаго закона, соединяются въ одинъ общій коэффициентъ, дающій числовую величину результата.

Задачи на объемъ параллелепипеда даютъ возможность уже довольно порядочно приучить учениковъ обращаться съ наименованіями чисто формально, какъ съ числовыми множителями.

22. Послѣ рѣшенія задачи о перемноженіи трехъ линій непосредственно намѣчается вопросъ о перемноженіи четырехъ и болѣе линій, и его необходимо затронуть, чтобы показать, что такое умноженіе не имѣетъ смысла, потому что произведеніе ничему не соответствуетъ и его нельзя осмыслить.

Въ связи съ этимъ можно показать невозможность взаимнаго перемноженія площадей, или площадей и объемовъ, или объемовъ между собою, — какъ лишенные конкретнаго смысла; они сводятся къ перемноженію болѣе трехъ линій.

А затѣмъ уже, послѣ всѣхъ разсмотрѣнныхъ частныхъ случаевъ, можно коснуться общаго вопроса, что вообще перемноженіе именованныхъ множителей невозможно тогда, когда произведеніе лишено смысла, т. е. когда ему нельзя дать ясное, толковое наименованіе, принимая при этомъ во вниманіе всѣхъ именованныхъ множителей.

Такъ напримѣръ въ задачѣ объ опредѣленіи полнаго числа грушъ, распределенныхъ поровну въ нѣсколькихъ корзинахъ, произведеніе грушъ на корзины очевидная нелѣпость; но также ясно, что не это произведеніе составляетъ искомую величину; ищутся груши, а потому единственное возможное повторять груши нѣсколько разъ, т. е. умножить ихъ на отвлеченное число, именно на число корзинъ.

Ученики вообще довольно легко разбираются въ этихъ вопросахъ, и намъ кажется, что лучше допускать иногда нѣсколько рискованные случаи умноженія (напримѣръ рубли \times работники = заработокъ артели) чѣмъ упомянутымъ разсужденіемъ о невозможности именованнаго множителя подкашивать пониманіе даже такой простѣйшей задачи, какъ опредѣленіе площади прямоугольника. Нелѣпость тѣхъ или другихъ умноженій, затѣваемыхъ иными учениками, всегда достаточно уясняется наведеніемъ на правильное разсужденіе.

Для этой послѣдней цѣли преподавателю при рѣшеніи задачи руководящею нитью можетъ служить слѣдующее соображеніе. Изъ условій задачи всегда бываетъ видно какого наименованія искомая величина. Ясно, что если въ числѣ данныхъ задачи есть величина этого наименованія, то она можетъ только подвергаться умноженію и дѣленію на отвлеченныя числа, или, что все равно, на отношенія однородныхъ величинъ; и соотвѣтственно этому слѣдуетъ направлять разсужденія. Всякій-же именованный множитель необходимо измѣнилъ бы ея размѣръ, т. е. наименование; справедливость этого послѣдняго можетъ быть подтверждаема ссылками на случай перемноженія линейныхъ и квадратныхъ мѣръ.

Если же въ числѣ данныхъ задачи нѣтъ величины, однородной съ искомою, какъ напримѣръ въ упомянутыхъ задачахъ объ опредѣленіи площади прямоугольника и объема параллелепипеда, то напередъ ясно, что результатъ можетъ получиться только перемноженіемъ (или дѣленіемъ) по крайней мѣрѣ двухъ именованныхъ величинъ, наименованія которыхъ взаимнымъ умноженіемъ (или дѣленіемъ) дадутъ требуемое наименованіе.

Такія соображенія, въ связи съ истолкованіемъ смысла результата, позволяютъ совершенно не нуждаться въ примѣненіяхъ ариметическаго опредѣленія дѣйствія умноженія, все значеніе и весь смыслъ котораго исчерпывается тѣмъ, что оно даетъ возможность объединить первые два случая умноженія, встрѣчающіеся въ курсѣ, т. е. умноженіе на цѣлое и на дробное отвлеченное число.

23. При изученіи дѣленія именованныхъ величинъ тоже дѣлается укореившаяся ошибка, являющаяся прямымъ слѣдствіемъ ученія объ умноженіи.

Принято весьма строго разяснять ученикамъ возможность только двухъ случаевъ дѣленія: 1) именованнаго числа на отвлеченное и 2) двухъ именованныхъ однородныхъ величинъ.

Однако уже простыя задачи о прямоугольникѣ и о параллелепипедѣ даютъ возможность болѣе сознательной постановки вопроса

Квадратныя мѣры показываютъ, что возможенъ случай ихъ дѣленія на линейныя—какъ рѣшеніе задачи объ опредѣленіи неизвѣстной стороны прямоугольника по данной площади и по одной сторонѣ.

Объемныя мѣры даютъ возможность трехъ случаевъ дѣленія разнородныхъ именованныхъ величинъ; а именно въпервыхъ:

$$\frac{\text{объемъ}}{\text{площадь}} = \text{линія}$$

какъ рѣшеніе задачи объ опредѣленіи высоты параллелепипеда по данному объему и по данной площади основанія.

$$\text{Во вторыхъ} \quad \frac{\text{объемъ}}{\text{линія}} = \text{площадь}$$

какъ рѣшеніе задачи объ опредѣленіи площади одной грани по данному объему и по ребру, перпендикулярному къ этой грани.

Въ третьихъ

$$\frac{\text{объемъ}}{\text{линія.линія}} = \text{линія}$$

какъ рѣшеніе задачи объ опредѣленіи ребра по объему и по даннымъ двумъ ребрамъ.

Эти простыя задачи выясняютъ во первыхъ, что иногда возможно дѣленіе разнородныхъ именованныхъ величинъ, и во вторыхъ, что частное въ этихъ случаяхъ необходимо другого наименованія, чѣмъ дѣлимое.

24. Сущность соображеній о возможности приведенныхъ случаевъ дѣленія, повторяемъ, заключается въ осмысленности результата, и чтобы это яснѣе выступало, слѣдуетъ обращать вниманіе, что обратные случаи, а именно

площадь	линія	линія
объемъ	площадь	объемъ

не имѣютъ значенія, потому что результатъ не поддается разумному толкованію. Эти случаи представляютъ аналогію съ дѣленіемъ отвлеченнаго числа на именованное, къ которому они и приводятъ по сокращеніи одинаковыхъ наименованій.

При выполненіи упомянутыхъ задачъ на дѣленіе опять необходимо удерживать во время дѣйствій символы наименованій, брать данныя въ различныхъ мѣрахъ и заранѣе установить мѣры, въ которыхъ долженъ быть выраженъ отвѣтъ. При этомъ обнаруживается, что одинаковыя наименованія сокращаются совершенно подобно равнымъ множителямъ дѣлимаго и дѣлителя; сокращеніе же различныхъ однородныхъ наименованій даетъ въ частномъ единичныя отношенія, тоже въ полной аналогіи съ сокращеніемъ общихъ множителей числителя и знаменателя.

26. Такимъ образомъ прямоугольникъ и параллелепипедъ позволяютъ раскрыть всѣ основныя соображенія теоріи именованныхъ величинъ. Элементарное преподаваніе представляетъ однако еще достаточный матеріалъ для дальнѣйшаго болѣе сознательнаго освоенія съ этими истинами.

Во первыхъ очевидно можно разнообразить задачи, взявъ другія геометрическія зависимости; хотя начинать, замѣтимъ, надо съ прямоугольника, частный случай котораго, квадратъ, общепринятая единица мѣры площадей, вслѣдствіе чего нѣтъ надобности вводить въ выраженіе прямоугольника коэффициентъ.

Во вторыхъ же преподаваніе физики, а въ реальныхъ училищахъ и механики, даетъ возможность рассмотреть нѣкоторыя механическія величины.

Сюда относится прежде всего понятіе о скорости. Оно устанавливается изъ физическихъ соображеній, какъ разстояніе, проходимое въ единицу времени; откуда понятно, что при равномерномъ движеніи скорость получится, раздѣливъ весь путь на время

$$v = \frac{s}{t}.$$

Ученикъ, убѣдившійся на выше разобранныхъ задачахъ въ возможности дѣленія разнородныхъ величинъ, если только результатъ имѣетъ разумный смыслъ, не поражается странностію дѣленія футовъ на секунды—осмысленность результата является убѣдительнымъ доводомъ.

27. Заговоривъ о скорости, позволимъ себѣ вскользь нѣсколько замѣ-

чаній. Совѣтуемъ рѣшительно не позволять ученикамъ произносить скорости, ограничиваясь линейной мѣрой, но непременно заставлять ихъ произносить всегда и наименование времени, напримѣръ 5 фут. въ секунду, 40 верстъ въ часъ, 75 метровъ въ минуту. Цѣль этого—заставить учениковъ привыкнуть, говоря о скорости, сочетать мысленно оба составныя ея понятія, длину и время. Затѣмъ совѣтуемъ непременно обозначать скорости слѣдующимъ образомъ: $5\frac{\text{ф.}}{\text{с.}}$, $40\frac{\text{в.}}{\text{ч.}}$, $75\frac{\text{м.}}{\text{мин.}}$, т. е. приписывая на-

именованіе въ видѣ частнаго, и рѣшительно не допускать обозначеній 5 ф. с., 40 в. ч., 85 м. мин. Наконецъ совѣтуемъ еще обратить особое вниманіе на задачу объ опредѣленіи времени въ равномѣрномъ движеніи вслѣдствіе того, что во второй части равенства время стоитъ въ знаменателѣ дѣлителя. Пояснимъ примѣромъ: сколько часовъ нужно тѣлу, движущемуся со скоростью 2,5 метровъ въ секунду, для прохожденія 75 верстъ?

Данныя: $s=75\text{ в.}$, $v=2,5\frac{\text{м.}}{\text{с.}}$.

Рѣшеніе:

$$t = \frac{75\text{ в.}}{2,5\frac{\text{м.}}{\text{с.}}} = \frac{75 \cdot \frac{1500}{1,4} \cdot \frac{\text{м.}}{\text{с.}}}{2,5 \cdot \frac{\text{м.}}{\text{с.}}} = \frac{75 \cdot 1500}{2,5 \cdot 1,4 \cdot 3600} \cdot \text{ч.} = 8,92 \dots \text{ч.}$$

28. Оставляя въ сторонѣ систематическій разборъ остальныхъ зависимостей, которыя разсматриваются въ элементарномъ преподаваніи, упомянемъ только о нѣсколькихъ случаяхъ, которые съ особою наглядностію поясняютъ, что проверкою законности и возможности дѣйствій надъ именованными величинами является осмысленность результата. Возьмемъ во первыхъ угловую скорость. Это одно изъ очень простыхъ понятій. Ея размѣръ

$$\frac{\text{уголъ}}{\text{время}}$$

и такъ какъ уголъ при этомъ всегда выражается въ такъ называемыхъ линейныхъ единицахъ, то размѣръ имѣетъ видъ

$$\frac{\text{отвлеченное число}}{\text{именованное число}}.$$

Это показываетъ, что и подобнаго рода дѣленія могутъ быть осмыслены и производиться, если ихъ необходимость указывается ясными, хотя чисто прикладными соображеніями.

Скажемъ далѣе о работѣ. Кто еще не знакомъ съ механическимъ понятіемъ о работѣ, тому неминуемо произведеніе вѣса на прямую линію кажется просто на просто нелѣпнымъ; а затѣмъ, когда понятіе о работѣ установлено путемъ механическихъ соображеній, дѣйствіе умноженія

этихъ двухъ величинъ является не только вполне возможнымъ и разумнымъ, но и необходимымъ.

29. Затронутые два случая особо ясно очерчиваютъ основную сущность ученія о дѣйствіяхъ надъ именованными величинами, — геометрическія, физическія и механическія истины и соображенія раскрываютъ смыслъ этихъ дѣйствій и служатъ провѣркою ихъ правильности и разумности. Это первый главный пунктъ.

Второй состоитъ въ томъ, что символы наименованій подчиняются формальнымъ законамъ алгебры.

Третій пунктъ гласитъ, что умноженіе или дѣленіе двухъ именованныхъ величинъ даетъ въ результатъ величину новаго наименованія.

Этими тремя положеніями исчерпывается ученіе объ именованныхъ величинахъ.

30. Ясно, что ученики только мало по малу могутъ быть доводимы до сознательнаго пониманія этихъ истинъ, въ особенности первой, затрагивающей значеніе математики какъ науки прикладной. При крайней ограниченности приложений въ курсъ элементарной математики, конечно, нельзя обрисовывать во всей общности соотвѣтствія между міромъ дѣйствительныхъ явленій съ одной стороны и математическими выкладками съ другой, которыя всегда оправдываются, если только въ основныхъ исходныхъ положеніяхъ нѣтъ ошибокъ или внутренняго противорѣчія.

Но во всякомъ случаѣ задачи о площадяхъ, объемахъ, скоростяхъ и объ ускореніи падающихъ тѣлъ позволяютъ выяснитъ, что всякій разъ, когда геометрическими или физическими изслѣдованіями, т. е. путемъ наблюденія и опыта, обнаружена между нѣсколькими величинами зависимость прямой или обратной пропорціональности, эта зависимость приводитъ къ дѣйствію умноженія или дѣленія этихъ величинъ и можетъ быть выражена помощію математическихъ знаковъ; самое же дѣйствіе является вполне законнымъ и разумнымъ; а всѣ дальнѣйшія слѣдствія, выводимыя вычисленіями, оправдываются *).

Но если вопросъ въ элементарномъ преподаваніи представляетъ свои трудности, если его можно раскрывать только медленно и постепенно, и если подъ рукою только сравнительно немногіе, хотя и достаточные примѣры для уясненія смысла дѣйствій надъ именованными величинами, то этимъ во всякомъ случаѣ не оправдываются глубоко укоренившіяся въ школѣ лжеученія о невозможности именованнаго множителя и о невозможности дѣленія разнородныхъ именованныхъ величинъ.

31. Нельзя не замѣтить, что при излагаемомъ взглядѣ на дѣло становится затруднительнымъ, если даже не невозможнымъ, дать ученикамъ простое общее опредѣленіе того, что такое дѣйствіе умноженія.

Различные встрѣчающіеся случаи являются рѣшеніями отдѣльныхъ весьма разнообразныхъ задачъ. Спрашивается, можно ли ихъ объединить?

Оставаясь строго въ элементарныхъ рамкахъ нашей замѣтки, ограничимся слѣдующимъ достаточнымъ замѣчаніемъ.

*) Во избѣжаніе слишкомъ большой распространенности мы не затрагиваемъ вопроса о коэффициентѣ, который долженъ стоять въ изображеніи этихъ зависимостей, и его размѣрѣ. Советуемъ обратиться къ книгѣ проф. Хвольсона: „Объ абсолютныхъ единицахъ“, стр. 15 и слѣд.

Мы прежде всего совѣтовали бы вовсе не объединять обоихъ пер-
выхъ случаевъ ариметическаго умноженія, умалчивая о томъ, что умно-
жить *иногда* (такъ вѣдь надо выразиться), значитъ составить произведе-
ніе изъ множимаго такъ, какъ множитель составленъ изъ единицы. Не
настаивая однако на необходимости такого умолчанія, замѣтимъ, что
по крайней мѣрѣ не подлежитъ сомнѣнію, что возможно умалчивать и что
можно ограничиваться тѣмъ, чтобы ученики понимали сначала умноженіе
или какъ сокращенное сложеніе, или какъ нахожденіе части; и кромѣ
того думаемъ, что достаточно обильный опытъ доказываетъ, что прежде-
временное введеніе упомянутаго разъясненія въ курсъ только затрудняетъ
дальнѣйшее его изложеніе. Затѣмъ къ первымъ двумъ случаямъ мало по
малу присоединяется цѣлый рядъ новыхъ случаевъ, новыхъ задачъ, т. е.
алгебраическіе случаи умноженія и случаи, почерпнутые изъ рассмотрѣ-
нія именованныхъ величинъ; и смыслъ каждой задачи и сопряженнаго
съ ея рѣшеніемъ дѣйствія раскрывается отдѣльно. Наконецъ, уже при
повторительномъ курсѣ, можно показать, что всѣ разобранные случаи
могутъ быть изображены однимъ общимъ символомъ.

А.В.С. . . ,

въ которомъ выражено *два* требованія: во первыхъ опредѣлить числовой
коэффициентъ по правиламъ умноженія отвлеченныхъ чиселъ, и во вто-
рыхъ опредѣлить наименование произведенія, принимая во вниманіе
наименованія отдѣльныхъ множителей, которые тоже подлежатъ сочетанію
по законамъ дѣйствій надъ количественными символами. Словесное же
опредѣленіе, если угодно, можно дать такое: перемножить двѣ или нѣ-
сколько величинъ, значитъ перемножить по правиламъ умноженія ари-
метическихъ отвлеченныхъ чиселъ ихъ числовыя значенія; затѣмъ припи-
сать къ этому результатъ перемноженія именований, упрощая его по воз-
можности приведеніемъ однородныхъ величинъ въ одинаковыя единицы;
выдѣляющіеся при этомъ числовые множители ввести въ числовой коэф-
фициентъ; и наконецъ, если возможно, указать геометрическое, физиче-
ское, или вообще конкретное значеніе получившагося наименованія.

Такое опредѣленіе вполнѣ точно, слѣдовательно и ясно, и дѣйстви-
тельно обнимаетъ всѣ случаи умноженія, встрѣчающіеся въ элементарной
математикѣ.

32. Что касается дѣйствія дѣленія, то къ нему примѣнимы совер-
шенно аналогичныя рассмотрѣнія.

Первоначально это дѣйствіе является рѣшеніемъ задачи о сравненіи
двухъ чиселъ съ цѣлію узнать во сколько разъ одно больше другого,
или сколько разъ одно содержится въ другомъ. Затѣмъ рѣшается задача
о раздѣленіи числа на нѣсколько равныхъ частей.

Затѣмъ являются случаи алгебраическіе и случаи дѣленія именован-
ныхъ величинъ.

А всѣ случаи обнимаются однимъ общимъ символомъ

$$\frac{A}{B}.$$

въ которомъ выражены подобныя же *два* требованія, какъ и въ общемъ
символѣ умноженія.

Словесное опредѣленіе можно дать буквально такое же, какъ и для умноженія.

33. Но по отношенію къ дѣленію можно поступать проще. Это дѣйствіе можно опредѣлить какъ обратное умноженію, т. е. какъ рѣшеніе задачи объ опредѣленіи одного множителя по данному произведенію и по другому множителю. Это избавляетъ отъ многихъ разсужденій.

34. Дополнимъ изложенное еще однимъ замѣчаніемъ, не смотря на его общеизвѣстность. Что слѣдуетъ понимать подъ именованной величиной?

Извѣстно, что многія отвлеченныя числа имѣютъ названія, напримѣръ число π , уголъ измѣренный въ такъ называемыхъ линейныхъ единицахъ, или въ частяхъ радіуса, т. е. отношеніемъ дуги къ радіусу; тригонометрическія функціи угловъ и т. д.

Подобныя отвлеченныя числа представляютъ отношенія однородныхъ величинъ, въ которыхъ, слѣдовательно, наименованія сократились, и поэтому они имѣютъ важное свойство, которымъ рѣзко отличаются отъ именованныхъ величинъ въ точномъ смыслѣ слова; а именно ихъ числовая величина не зависитъ отъ системы единицъ, положенной въ основу измѣреній. Такъ напримѣръ всегда $\pi=3,14\dots$, $\angle 90^\circ=1,57$; $\sin 15^\circ=0,5$; $\operatorname{tg} 45^\circ=1$ —совершенно независимо отъ того, измѣряется ли радіусъ футами или метрами.

35. Замѣтимъ, что вопросъ о наименованныхъ величинахъ въ какомъ-нибудь преподаваніи представляетъ интересъ не только у насъ, но и на западѣ, не зирая на то, что онъ, какъ упомянули въ началѣ нашей замѣтки, давно уже долженъ считаться научно рѣшеннымъ. Такъ напр. англійскій ученый Lodge 14 января 1888 г. читалъ о немъ статью въ общемъ собраніи англійскаго „Общества улучшенія геометрическаго преподаванія“ (Nature № 977), въ которой развиваетъ, что символы наименованій подчиняются формальнымъ законамъ алгебры. Желаящіе найдутъ въ ней интересныя замѣчанія о размѣрѣ нѣкоторыхъ величинъ и объ однородности всѣхъ членовъ тригонометрическихъ уравненій.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Начальникъ Кіевскаго техническаго ж. д. училища *Θ. Ю. Мацонъ*.

ЭРИКЪ ЭДЛУНДЪ.

(Некрологъ).*

Нижеслѣдующія біографическія подробности заимствованы со словъ самого Э. Эдлунда и его автобіографическихъ замѣтокъ. Подробности эти поучительны въ томъ отношеніи, что еще разъ показываютъ побѣду личныхъ дарованій и непреклонной воли надъ самыми неблагоприятными внѣшними условіями.

*) Настоящая статья есть значительно сокращенный переводъ некролога, помѣщенного въ одномъ изъ шведскихъ періодическихъ изданій („Nemvannen“ № 17) и любезно доставленного въ нашу редакцію проф. Г. Эннстрёмомъ изъ Стокгольма. Въ письмѣ своемъ (отъ 7 окт. н. ст.) онъ указываетъ между прочимъ, что болѣе подробная біографія Эдлунда, написанная Лемнстрёмомъ, должна будетъ появиться въ журналѣ „Finsk Tidskrift“, издаваемомъ въ Гельсингфорсѣ, а обстоятельная оцѣнка научныхъ заслугъ покойнаго—въ журналѣ „Lumière électrique“.

Эрикъ Эдлундъ родился 2-го марта 1819 года въ деревнѣ Фрѣсви (въ округѣ Эдсбергъ, въ Нѣрикѣ); родители его были крестьяне, вовсе незажиточные. Грамотѣ выучился онъ у нѣкотораго амбулаторнаго учителя, который не шелъ далѣе псалтыря: о письмѣ и счетѣ не было и рѣчи. Къ счастью, въ руки молодого Эрика попала какая то „Географія“ въ вопросахъ и отвѣтахъ и „Философія для неученыхъ“ Бастгольма; чтеніе этихъ книжекъ пробудило въ немъ такое желаніе учиться, что отецъ, послѣ долгихъ колебаній, отдалъ его въ 1831 г. въ такъ называемую „апологистическую школу“ въ Эребро. Въ 1832 г. молодой Эрикъ перенесъ тяжелую болѣзнь, послѣдствіемъ которой былъ параличъ лѣваго бока и—оставшееся на всю жизнь—искривленіе позвоночнаго хребта. Послѣ смерти отца Эрикъ принужденъ былъ зарабатывать жалкія деньги перепискою бумагъ у мѣстнаго судьи и обученіемъ дѣтей грамотѣ. Наконецъ въ 1834 г., слѣдовательно уже на 15-мъ году жизни, ему удалось поступить въ „тривіаль-школу“ въ Эребро, благодаря тому обстоятельству, что обученіе стало въ Швеціи безплатнымъ. „Дабы это столь счастливое для нашего „отечества распоряженіе—восклицаетъ Эдлундъ въ своихъ автобіографическихъ запискахъ—никогда не было отмѣнено по близорукости, или изъ желанія подражать „порядкамъ другихъ государствъ!“ Въ 1837 г. его перевели въ гимназію, а въ 1840 г. онъ поступилъ уже въ Упсальскій университетъ. Въ 1845 г. онъ покончилъ со всѣми экзаменами, а въ 1846 г. былъ уже назначенъ доцентомъ по кафедрѣ механики. Въ слѣдующемъ году онъ получилъ стипендію для заграничнаго путешествія. Въ Берлинѣ слушалъ лекціи Магнуса и Дове, въ Лейпцигѣ—Вебера, съ которымъ онъ ближе сошелся; тамъ то Эдлундъ началъ свои интересныя изслѣдованія надъ индуктивными токами. Побывавъ затѣмъ въ Швейцаріи, онъ переѣхалъ въ Брюссель, гдѣ опять серьезно заболѣлъ, что и помѣшало ему посѣтить Парижъ. Вернувшись въ 1849 г. на родину, онъ въ 1850 г. получилъ уже мѣсто физика въ Королевской Академіи Наукъ. Сначала незначительное жалованье и поглощающія обязательныя занятія не позволяли Эдлунду предаться всецѣло экспериментальнымъ изслѣдованіямъ, но впослѣдствіи обстоятельства измѣнились къ лучшему и позволили ему цѣлымъ рядомъ научныхъ работъ пріобрѣсть громкую извѣстность. Съ того времени знаки отличія, почетныя титулы, различныя преміи и денежныя награды сыпались со всѣхъ сторонъ, и—этотъ болѣзненный человѣкъ, родители котораго не имѣли средствъ отдать его въ школу, достигаетъ, благодаря способностямъ и труду, званія почетнаго члена различныхъ Академій Наукъ и ученыхъ Обществъ и оставляетъ, благодаря скромнымъ потребностямъ своей дѣятельной жизни,—значительное состояніе послѣ смерти.

Умеръ Эдлундъ 7-го авг. текущаго года мгновенно, отъ паралича сердца.

ГИПОТЕЗА И. О. ЯРКОВСКАГО.

Инженеръ-технологъ Иванъ Осиповичъ Ярковскій выпустилъ недавно въ Москвѣ на французскомъ языкѣ книгу: „Hypothèse cinétique de la gravitation universelle en connexion avec la formation des éléments chimiques“ (Кинетическая гипотеза всемірнаго тяготѣнія въ связи съ образованіемъ химическихъ элементовъ), по поводу которой я беру на себя смѣлость побесѣдовать съ читателями, не ожидая отзывомъ иностранной критики *).

Не протѣя еще книги, я поневолѣ задался вопросомъ: „почему это наши беллетристы не пишутъ своихъ романовъ и стиховъ по французски или по нѣмецки?

*) Сколько намъ извѣстно, этой книги нѣтъ въ продажѣ. *Прим. ред.*

Развѣ имъ не мила всевропейская извѣстность такъ-же, какъ и нашимъ специалистамъ? Или они скромнѣе и терпѣливѣе послѣднихъ? А можетъ быть они только болѣе горды?...* Потомъ я вспомнилъ, что подобные вопросы не совсемъ умѣстно подымать на страницахъ „Вѣстника“ и—принялся за московско-французскую книгу.

Не имѣя возможности изложить здѣсь все ея содержаніе, такъ какъ это заняло бы ужъ очень много мѣста, я бы хотѣлъ однакожъ дать о новой гипотезѣ достаточно подробный и—главное—вполнѣ безпристрастный отчетъ. Но въ этомъ вся трудность: фантазія г. Яркового читается такъ легко, изложеніе ея такъ заманчиво-остроумно, что поневолѣ самъ увлекаешься многими страницами и, теряя смѣлость сказать категорическое „да“ или „нѣтъ“ въ этой массѣ собранныхъ фактовъ и блестящихъ, смѣлыхъ, вѣрныхъ и ложныхъ допущеній, приходишь къ заключенію, что къ какимъ бы ересямъ на первыхъ порахъ ни приводили физическія представленія автора, ихъ нельзя теперь-же отбрасывать цѣлкомъ въ сторону, наравнѣ съ другими измышлениями досудей фантазій, ибо въ нихъ чувствуется сила далеко не дюжиннаго ума и—скажу болѣе—тлѣть уже искра новаго свѣта, которая въ недалекомъ будущемъ озарится довольно туманный нынѣ горизонтъ нашихъ физическихъ знаній.—Поэтому я не берусь за *рецензію* книги г. Яркового, предоставляя это специалистамъ, и хочу лишь поговорить о самой гипотезѣ, которую—если брать не по частямъ, а во всей ея общности—я не осмѣливаюсь причислить къ категоріи quasi-научныхъ измышленій, сдаваемыхъ въ архивъ забвенія безъ всякаго ущерба для науки. На мой взглядъ, мысли, высказанныя г. Ярковскимъ (и высказанныя—кстати замѣтить—безъ тѣни браннаго задора, столь свойственнаго гипотезникамъ вообще) заслуживаютъ того чтобы ихъ просѣять и отдѣлать зерна со здоровымъ зародышемъ логики отъ плевелъ фантазій.

Однимъ изъ такихъ зеренъ я считаю слѣдующее основное положеніе, составляющее краеугольный камень всей системы г. Яркового: если вообразимъ газоподобное тѣло, состоящее изъ отдѣльных (независимыхъ), абсолютно неупругихъ (несжимаемыхъ, цѣльныхъ), движущихся (поступательно и вращательно) и могущихъ сближаться до взаимнаго прикосновенія (т. е. не обладающихъ никакими отталкивательными силами) матеріальныхъ (физически недѣлимыхъ) атомовъ, и если допустимъ, что законъ сохраненія энергіи примѣнимъ во всей строгости къ явленіямъ межатомнымъ, то неизбѣжно приходимъ къ заключенію, что въ томъ частномъ случаѣ, когда массы, скорости и направленія движеній двухъ такихъ атомовъ таковы, что при ихъ соудареніи дальнѣйшее движеніе (поступ. и вращ.) дѣлается логически немислимымъ, *кинетическая энергія, присущая этимъ атомамъ, должна превратиться въ потенциальную* *). Этимъ допущеніемъ возможности перехода энергіи изъ кинетической формы въ потенциальную при неизбѣжно возможной остановкѣ соударяющихся атомовъ, авторъ устраняетъ необходимость иного допущенія, до сихъ поръ почти общепринятаго и—по правдѣ сказать—весьма стѣснительнаго, а

*) У автора это положеніе высказано въ менѣе условной формѣ: онъ считаетъ его строго логическимъ выводомъ изъ принятія трехъ основныхъ свойствъ матеріи (протяженности, непроницаемости, инерціи) и двухъ основныхъ законовъ явленій (закона неуничтожаемости матеріи и закона сохраненія энергіи), упуская повидимому изъ виду, что для возможности такого вывода необходимо было предварительно принять еще три недоказанные (и не подлежащія доказательству) положенія: 1) существованіе такого газоподобнаго тѣла какъ тотъ эфиръ, о которомъ идетъ рѣчь у г. Яркового (или—иными словами—справедливость особаго рода атомистической гипотезы въ примѣненіи къ эфиру), 2) возможность столкновенія атомовъ до взаимнаго прикосновенія, 3) справедливость закона сохраненія энергіи при явленіяхъ межатомныхъ.

именно допущенія существованія или *упругих* атомовъ, или—что еще хуже—надѣленныхъ метафизическою способностію *взаимно отталкиваться* (что напоминаетъ Эмпедокловскую еще *любовь и ненависть* атомовъ)*). „Какъ совершается этотъ переходъ энергіи въ потенциальное состояніе,—говоритъ авторъ—что дѣлается съ двумя остановившимися атомами и сохраняющими въ этомъ положеніи свою прежнюю энергію до тѣхъ поръ, пока какая нибудь внѣшняя причина (напр. ударъ третьяго атома) не дастъ имъ возможности проявить эту энергію опять въ активной формѣ—этого я не знаю, точно также какъ не знаю и того, почему тѣло можетъ двигаться по инерціи вѣчно, сохраняя свою кинетическую энергію, при отсутствіи сопротивленій по пути. Но и никто этого не знаетъ, хотя всѣ признають законъ инерціи справедливымъ.“

Конечно, воображеніе наше какъ то съ трудомъ усваиваетъ представленіе о двухъ такихъ, такъ сказать, слипшихся атомахъ, неподвижныхъ и сохраняющихъ присущую имъ энергію. Но тутъ возникаетъ очень серьезный вопросъ—нужно ли вообще для уясненія себѣ физическихъ явленій насиловать воображеніе? Очень многие, и г. Янковскій въ томъ числѣ, думаютъ что это необходимо, и доводятъ себя и другихъ до грубо-реальныхъ представленій, которые не облегчаютъ, а затрудняютъ пониманіе явленій. Нельзя забывать, что усиліями одной фантазіи мы не можемъ приблизиться къ разъясненію механизма процессовъ, совершающихся въ мірѣ атомовъ, ни на волосъ. Абсолютная конкретность сюда относящихся представленій—немыслима, и самъ себя обманываетъ тотъ, кто утѣшаетъ себя возможностью вообразить всѣ подробности движеній, вращеній, столкновеній атомовъ и пр. Всякій физикъ привыкаетъ малу по малу вѣрить, что умъ человѣческій не въ состояніи постичь тайнъ природы въ ихъ мельчайшихъ подробностяхъ, и что всякій шагъ, совершаемый наукой въ примѣненіи способности воображенія къ разъясненію первичныхъ причинъ явленій, дѣлается съ величайшею осторожностію. Этимъ объясняется какъ та нескрываемая антипатія, которую физики-специалисты чувствуютъ ко всякимъ смѣлымъ гипотезамъ, рѣшающимъ сплеча всѣ нерѣшенные вопросы, такъ и то, для многихъ непонятное, терпѣніе, съ которымъ переносятся различные гипотетическія, заведомо ошибочныя представленія, отжившія свой вѣкъ, никѣмъ уже нынѣ не защищаемыя, но не замѣненные еще ничѣмъ новымъ. Кто-же сомнѣвается теперь напр. въ томъ, что притяженіе, отталкиваніе и пр. не представляютъ собою чего либо присущаго самой матеріи, а лишь результатъ воздѣйствія на эту матерію нѣкоторой среды? Кто не видитъ нынѣ абсурда въ допущеніи, что причина уплотненія невѣсимаго ээира въ порахъ вѣсомыхъ тѣлъ заключается въ притяженіи этого ээира поверхностію молекулъ? И такихъ неудовлетворительностей набралась бы цѣлая масса, но отсюда еще не слѣдуетъ, чтобы всякій физикъ, ясно помимающій всю несостоятельность прежде принятыхъ гипотезъ, торопился выдумывать новыя, создавалъ свой ээиръ, надѣляя его тѣми либо другими произвольными свойствами и пр. Напротивъ, современное стремленіе физиковъ гораздо рациональнѣе и плодотворнѣе, ибо оно направлено главнымъ образомъ въ собранію фактовъ (т. е. къ детальному изученію физическихъ законовъ) и къ ограниченію области фантазій въ основныхъ положеніяхъ науки. Сознательное пониманіе границъ наблюденія и опыта по необходимости должно было повліять на установку определенныхъ границъ и для реальнаго знанія: все что переступаетъ эту границу—пере-

*) Отраженіе атомовъ при соудареніи въ общемъ случаѣ авторъ объясняетъ вращеніемъ атомовъ.

ходить изъ области науки въ область фантази, не подлежитъ ни повѣркѣ, ни доказательству, а только спорамъ, основаннымъ на чисто субъективныхъ началахъ.

Да простятъ мнѣ читатели это отступление отъ изложенія гипотезы г. Ярко-скаго, но я счелъ необходимымъ выяснитъ вкратцѣ эту точку зрѣнія, чтобы имѣть право упрекнуть автора въ излишней, такъ сказать, *материализаціи* своихъ идей. Вышеизложенное основное положеніе, которымъ устанавливается возможность перехода кинетической энергіи движенія въ потенциальную энергію положенія въ мірѣ самыхъ элементарныхъ, первичныхъ явленій природы, могло бы быть изложено какъ *научное начало*, весьма богатое въ своихъ послѣдствіяхъ при логическомъ его развитіи; между тѣмъ г. Янковскій придалъ ему вовсе не научную конкретную оболочку, которая портитъ, въ сущности, все дѣло и доводитъ до абсурдовъ: онъ настаиваетъ на непремѣнномъ допущеніи, что такой переходъ энергіи совершается при столкновеніи и остановкѣ двухъ атомовъ ээира, и притомъ такого газоподобнаго ээира, надѣленнаго всѣми вышеизложенными свойствами, въ существованіе котораго *въпритѣ* г. Янковскій. А если читатель вѣритъ въ иной, болѣе научно понимаемый ээиръ, если онъ не согласенъ считать ээиръ газоподобнымъ тѣломъ, составленнымъ изъ отдѣльныхъ, самостоятельно движущихся, абсолютно неупругихъ и пр. атомовъ? Ему, значить, и книжки г. Янковскаго незачѣмъ читать, ибо—къ сожалѣнію—вся она построена на этомъ грубо-реальномъ ээирѣ. А жаль, потому что отдѣливъ отъ книжки весь этотъ фонъ возлюбленнаго авторомъ ээира, въ ней именно остались бы наиболѣе оригинальные наброски и контуры.

Вотъ напр. одинъ изъ такихъ набросковъ, сдѣланный почти мимоходомъ, незаконченный и—испорченный вслѣдъ затѣмъ неудачнымъ реализмомъ представленій о томъ же ээирѣ. Вообразимъ—говоритъ авторъ—наше прежнее газоподобное вещество и допустимъ, что въ опредѣленной части его объема общая сумма кинетической энергіи атомовъ, по какой бы то ни было причинѣ, больше чѣмъ по сосѣдству; назовемъ для краткости эту часть нашего вещества съ избыткомъ энергіи—*туманностью*. Вслѣдствіе перевѣса числа атомовъ удаляющихся надъ числомъ атомовъ входящихъ, объемъ такой туманности долженъ непрерывно возрастать, а вслѣдствіе воздѣйствія какъ входящихъ такъ и выходящихъ атомовъ—плотность туманности должна въ ея центрѣ непрерывно возрастать, а вмѣстѣ съ нею будетъ происходить и концентрація энергіи въ срединѣ туманности.—Противъ этого—нечего возразить, но въ дальнѣйшемъ развитіи этого положенія авторомъ наталкиваемся уже на прежнюю ошибку, т. е. на непремѣнное введеніе такой гипотезы, построеніе которой вовсе не необходимо. Онъ допускаетъ, что благодаря такому самоуплотненію всякой туманности, состоящей конечно изъ чистѣйшаго ээира, атомы этого послѣдняго сближаются до взаимнаго прикосновенія, перестаютъ двигаться (и даже вращаться) и вся ихъ кинетическая энергія переходитъ въ потенциальную; такимъ путемъ въ центрѣ ээирной туманности образуется новая матерія, которую авторъ называетъ *первоначальной* (*originale*). Разъ образовавшись, такая матерія уже не можетъ сама собою разлетѣться на свои составные атомы, хотя бы и прекратилось всякое на нее внѣшнее давленіе, потому что въ этомъ потенциальномъ скопленіи ээирныхъ атомовъ нѣтъ (согласно допущенію) никакихъ внутреннихъ силъ упругости. Только при дѣйствіи соотвѣтственно значительной внѣшней силы, такая первоначальная матерія можетъ дать взрывъ (по причинѣ скопленія въ ней въ потенциальной формѣ энергіи), при чемъ распадется по плоскостямъ соприкосновенія атомовъ на различные по формѣ и величинѣ кристаллы. Эти-то кристаллы (все таки состоящіе изъ потенциально связанныхъ до взаимнаго прикосновенія ээирныхъ атомовъ) суть не что иное, какъ молекулы нашихъ различныхъ химическихъ элементовъ.

Нельзя отрицать, что во всемъ этомъ много остроумія, что идея подобнаго потенциальнаго скопленія атомовъ одной и той-же первобытной матеріи (которую многіе защитники гипотезы химическаго единства матеріи называютъ *протиломъ*) для образованія химическихъ элементовъ, не заключаетъ въ себѣ ничего нелогическаго, но я опасаясь, что химики не обратятъ никакого вниманія на этотъ крайне поверхностный очеркъ г. Ярковского, который—къ слову сказать—лучше бы не общался на заголовкѣ своей книги объяснить образованіе химическихъ элементовъ, если предполагалъ ограничиться въ ней общимъ лишь толкованіемъ происхожденія вѣсомой матеріи, не дающимъ даже никакого отвѣта на самый существенный вопросъ: „что такое химическое сродство“?

Перехожу къ сущности книги, къ объясненію всемірнаго тяготѣнія. Тутъ я опять долженъ сказать, что принципъ, положенный авторомъ въ основу этого объясненія, отличается новизною и остроуміемъ. Чтобы разъяснить его, я попрошу читателя вообразить внутри газоподобнаго вещества (состоящаго, какъ выше, изъ отдѣльно движущихся, неупругихъ атомовъ) нѣкоторый замкнутый сосудъ, сообщающійся съ наружнымъ пространствомъ одною лишь атомистически-капиллярной трубкою, т. е. такою, сквозь которую можетъ проникнуть сразу одинъ только атомъ. Плотности газоподобнаго вещества внутри и внѣ сосуда должны быть повидимому одинаковы, но въ дѣйствительности, при такихъ условіяхъ сообщенія, произойдетъ нѣчто иное: прямое дѣйствіе удара всякаго случайно проникающаго сквозь трубку атома внутрь сосуда и реактивное дѣйствіе всякаго выходящаго наружу атома будутъ направлены въ одну сторону, внутрь сосуда; вслѣдствіе этого, по мнѣнію г. Ярковского, произойдетъ нѣкоторое отгѣсненіе внутреннихъ атомовъ отъ отверстія трубки, что въ свою очередь вызоветъ нѣкоторый избытокъ числа входящихъ въ сосудъ атомовъ надъ числомъ выходящихъ, и въ результатѣ, при установленіи стаціонарнаго состоянія, плотность газоподобнаго вещества внутри сосуда должна быть больше плотности того-же вещества внѣ, хотя эта разность можетъ быть и весьма незначительной. Однакожъ, если вообразимъ цѣлый рядъ такихъ сосудовъ, сообщающихся послѣдовательно такими же трубками, и если первый изъ нихъ будетъ такъ-же сообщаться съ наружнымъ пространствомъ, содержащимъ газоподобное вещество, то въ послѣднемъ изъ нихъ увеличеніе плотности вещества могло бы уже оказываться вполне ощутительнымъ.—Каждое твердое и жидкое тѣло имѣетъ поры, которыя по отношенію напр. къ молекуламъ газовъ могутъ играть роль такихъ капиллярныхъ трубочекъ и сообщающихся сосудовъ. Слѣдовательно поглощеніе и скопленіе различныхъ газовъ различными твердыми и жидкими тѣлами вовсе не нуждается въ предположеніи какихъ либо притягательныхъ силъ и объясняется г. Ярковскимъ чисто механически, на основаніи вышеизложеннаго принципа, при чемъ избирательная поглощательная способность обуславливается только различіемъ размѣровъ молекулъ газовъ и поръ.

Если бы даже такое толкованіе оказалось вполне ошибочнымъ, все же оно очень оригинально, и заслуживаетъ тѣмъ болѣе вниманія, что въ сущности не выходитъ изъ границъ возможности повѣрки, по крайней мѣрѣ до нѣкоторой степени. Но авторъ, повидимому, не этимъ интересуется: онъ торопится приложить поскорѣе свое положеніе къ возлюбленному эйру и сдѣлать весьма смѣлое (чтобы не сказать болѣе) заключеніе: тяготѣніе есть давленіе, оказываемое на всякую матеріальную преграду эйромъ, непрерывно поглощаемымъ какимъ либо твердымъ или жидкимъ тѣломъ большихъ размѣровъ. Чтобы объяснить непрерывность такого всасыванія эйра напр. нашей землей, (а обойти этой непрерывности—нельзя) недержимая фантазія автора описываетъ уже страшно-крутую гиперболу и приводитъ

его къ нескончаемому ряду невѣроятнѣйшихъ допущеній, напр. что въ центрѣ земли скопляющійся непрерывно эфиръ переходитъ въ состояніе потенціальной первобытной матеріи, что взрывами этой матеріи объясняются катастрофы землетрясеній и вулканическихъ изверженій, что земля наша, какъ и всякое другое небесное тѣло, разбухаетъ отъ этой вновь образующейся въ ея нѣдрахъ вѣсомой матеріи и пр. пр.—Слѣдить за этимъ полетомъ фантази, задѣвающимъ по пути чуть ли не всѣ существенно важныя вопросы космической физики, я рѣшительно отказываюсь, и избавляю читателей отъ подробнаго изложенія всей гипотезы по частямъ. Въ ней есть и положительныя научныя ереси (таковыя напр. составляютъ теорія свѣта, теорія электричества и пр.,) съ содержаніемъ которыхъ нѣтъ даже охоты знакомить читателей, и болѣе или менѣе удачныя допущенія (какъ напр. объясненіе взрыва-ми эфирной матеріи на солнцѣ той связи, какая замѣчается между періодичностью солнечныхъ пятенъ и явленіями земного магнитизма и сѣверными сіяніями) и такія наконецъ замѣчанія, которыя заслуживаютъ болѣе серьезнаго вниманія (какъ напр., кромѣ вышеприведенныхъ, замѣчаніе о передачѣ энергіи эфирныхъ атомовъ молекуламъ газа при ихъ взаимныхъ столкновеніяхъ, и много другихъ, разбросанныхъ по всей книгѣ).

Мнѣ бы хотѣлось поговорить еще о второй главѣ книги г. Яковскаго, въ которой собрано значительное число фактовъ, заставляющихъ автора заподозрить точность формулировки закона Ньютона, и склониться къ допущенію, что сила тяготѣнія двухъ массъ M и m , быть можетъ, не строго пропорціональна произведенію этихъ массъ Mm ; но я боюсь злоупотреблять терпѣніемъ читателя и откладывая бесѣду объ этомъ предметѣ до другого раза. Тутъ замѣчу только, что считать въ формулѣ

$$F = k \cdot \frac{Mm}{r^2}$$

коэффициентъ k (дѣйствіе единицы массы на другую единицу массы на разстояніи равномъ единицѣ) величиною строго постоянною, мы не имѣемъ достаточно оснований. По всей вѣроятности k есть *функция состоянія* массъ, но г. Яковскій еще этого не доказалъ. Его собственные опыты, предпринятые съ цѣлью констатирования измѣнчивости вѣса одного и того же тѣла въ одномъ и томъ же мѣстѣ (см. стр. 48—49), слишкомъ недостаточны, какъ впрочемъ онъ и самъ это замѣчаетъ *).

Въ заключеніе повторяю еще разъ, что чтеніе книги г. Яковскаго можетъ навести читателя на весьма серьезные размышленія и во многомъ помочь ему лучше уяснить себѣ слабыя стороны нѣкоторыхъ нашихъ физическихъ представленій; сама же гипотеза г. Яковскаго наврядъ ли найдетъ сторонниковъ, на какомъ бы языкѣ она ни была изложена. Погоня за простотой оказалась неудачной, и введеніе въ кругъ разсужденій грубо-реального представленія о строеніи эира испортило ихъ логическую стройность. Самъ-же авторъ говоритъ: „Всякій понимаетъ, что введеніе ложнаго положенія приводитъ къ неточнымъ слѣдствіямъ. Большинство гипотезъ грѣшитъ именно этимъ недостаткомъ, который обнаруживается еще нагляднѣе въ приложеніи математики къ законамъ природы. Законы эти далеко не такъ „просты, какъ кажется, и вѣрить въ эту простоту—это значитъ грубо ошибаться.“ Эти слова такъ убійственно справедливы и по отношенію къ гипотезѣ самого ихъ автора, что наиболѣе строгій ея критикъ наврядъ-ли найдетъ нужнымъ что либо къ нимъ прибавить.

III.

*) О томъ, что коэффициентъ k есть, быть можетъ, функція температуры, а также и томъ, какимъ образомъ вопросъ этотъ могъ бы быть безспорно рѣшенъ опытнымъ путемъ—я расчитываю побесѣдовать въ одномъ изъ слѣдующихъ номеровъ „Вѣстника“.

ЗАДАЧИ.

№ 373. Показать, что отношение меньшаго отръзка къ большему отръзку прямой, раздѣленной въ крайнемъ и среднемъ отношеніи, выжается суммою дробей

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8+1} \\ \frac{2+1}{8+1} \\ \frac{2+1}{2+\dots}$$

III.

№ 374. Найти цѣлое число, которое равняется суммѣ цифръ своего квадрата. III.

№ 375. Рѣшить уравненіе

$$x^3 + px + \sqrt{p-1} = 0.$$

М. Попруженко (Ворон.)

№ 376. Арабскій математикъ Абуль-Джудъ (XI в.) для доказательства, что нахожденіе стороны правильнаго вписаннаго въ кругъ девятиугольника зависитъ отъ рѣшенія уравненія 3-ей степени, предложилъ слѣдующее построеніе: пусть хорда АВ есть сторона такого девятиугольника; возставляя изъ ея середины перпендикуляръ, проходящій черезъ центръ и пересѣкающій окружность въ точкѣ С, составимъ треугольникъ САВ. Изъ точки А радіусомъ=АВ пересѣчемъ дугую сторону СВ въ точкѣ D; изъ D, тѣмъ же радіусомъ, отмѣтимъ на сторонѣ СА точку Е, и изъ точки Е еще разъ тѣмъ же радіусомъ пересѣчемъ дугую сторону СВ въ точкѣ F. Соединивъ отмѣченныя точки прямыми, будемъ имѣть:

$$AB=AD=DE=EF.$$

Показать, что такое построеніе дѣйствительно можетъ привести къ заключенію, что нахожденіе стороны правильнаго девятиугольника сводится къ рѣшенію уравненія третьей степени.

(Заимств.) С. Кричевскій (Ромны).

№ 377. Доказать тождество:

$$P_n + \frac{1}{P_1} P_{n+1} + \frac{1}{P_2} P_{n+2} + \dots + \frac{1}{P_{k-1}} P_{n+k-1} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{1}{P_{n-1}} P_{n+k}$$

гдѣ $P_1, P_2, \dots, P_n, P_{n+1}, \dots, P_{n+k}$ суть символы, обозначающіе число возможныхъ перестановокъ изъ 1, 2, ..., n, n+1, ..., n+k элементовъ.

В. Гиммельфарбъ (Кіевъ).

№ 378. Если въ прямоугольномъ треугольникѣ сумма катетовъ остается постоянной, то при какомъ условіи конусъ, образованный вращеніемъ этого треугольника около одного изъ катетовъ, имѣетъ наибольшій объемъ?

Н. Хруцкий (Кіевъ).

№ 379. Рѣшить уравненія:

$$\frac{1}{x-a} + \frac{1}{y-a} = \frac{1}{c-a} + \frac{1}{d-a}, \quad \frac{1}{x-b} + \frac{1}{y-b} = \frac{1}{c-b} + \frac{1}{d-b}.$$

Проф. В. Ермаковъ.

Загадки и вопросы.

14. Одинъ крестьянинъ сказалъ: „я не учился въ школѣ и знаю только до пяти (рѣчь шла о таблицѣ умноженія), а если мнѣ надо, на-примѣръ, взять 6 разъ по 8-и, то я загибаю на обѣихъ рукахъ по столько пальцевъ, сколько есть сверхъ пяти въ обѣихъ числахъ; столько и будетъ десятковъ, т. е. одинъ да три—4 десятка; затѣмъ на одной рукѣ останется незагнутыхъ 4 пальца, а на другой 2; дважды $4=8$, и получится всего 48^4 “.

По какой формулѣ дѣлается здѣсь умноженіе и на какомъ тождествѣ оно основано?

Н. Конопацкій (Кам.-Под.)

15. Если предположимъ, что можно устроить астрономическую трубу съ произвольно большимъ объективомъ и съ абсолютно прозрачными стеклами, будетъ ли и тогда для видимости звѣздъ нѣкоторый предѣлъ?

Н. Хруцкий (Кіевъ).

Упражненія для учениковъ.

(Примѣненіе свойствъ производныхъ пропорцій).

Если

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

то, между прочимъ,

$$\frac{A \pm B}{A} = \frac{C \pm D}{C}$$

$$\frac{A \pm B}{B} = \frac{C \pm D}{D}$$

$$\frac{A \pm B}{A \mp B} = \frac{C \pm D}{C \mp D}$$

и т. д.

1. Найти отношеніе $a:b$, зная что:

$$1. \frac{7a+5b}{7a-5b} = \frac{31}{11}$$

$$2. \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} = \frac{61}{11}$$

$$3. \frac{a^2-ab}{ab-b^2} = \frac{4}{1}$$

$$4. \frac{a^2+b^2}{2ab} = \frac{65}{56}$$

$$5. \frac{a^3+b^3}{a^3-b^3} = \frac{234}{109}$$

$$6. \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2} = \frac{61}{21}$$

$$7. \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+b^2} = \frac{289}{169}$$

$$8. \frac{a^2+b^2}{(a-b)^2} = \frac{37}{2}$$

$$9. \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{10}{3}$$

$$10. \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a+b} = \frac{p}{q\sqrt{2}}$$

2. Зная, что

$$\frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+2b}}{\frac{1}{a+b} - \frac{1}{a+2b}} = \mu,$$

найти $\frac{a}{b}$.

3. Зная, что

$$\frac{a-b+c}{a+b+c} = \lambda,$$

найти $(a+b+c):b$.

4. Зная, что

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2 + 2bc}{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab} = \lambda,$$

найти $(a + b + c) \cdot b$.

5. Зная, что

$$\frac{ab(x^2 + y^2) + xy(a^2 + b^2)}{ab(x^2 - y^2) + xy(a^2 - b^2)} = \mu,$$

найти $(x : y)$ въ зависимости отъ a, b, μ .

6. Рѣшить слѣдующія уравненія:

1. $\frac{5x+14}{5x-14} = \frac{16}{9}.$

2. $\frac{3x+2}{3x-2} = \frac{15,5}{11,5}.$

3. $\frac{4\left(x + \frac{1}{3}\right) + 5\left(x - \frac{1}{2}\right)}{4\left(x + \frac{1}{3}\right) - 5\left(x - \frac{1}{2}\right)} = 31.$

4. $\frac{2\left(x + 1\frac{1}{2}\right) - 3\left(x - 2\frac{1}{2}\right)}{2\left(x + 1\frac{1}{2}\right) + 3\left(x - 2\frac{1}{2}\right)} = 2\frac{1}{3}.$

5. $\frac{2b + (x+a)}{2b - (x+a)} = 3.$

6. $\frac{x-a+2b}{x+a-2b} = \frac{b-2a}{b+2a}.$

7. $\frac{a+bx}{a-bx} = \frac{(a+b)^3}{(a-b)^3}.$

8. $\frac{a(x+1)-b(x-1)}{b(x+1)-a(x-1)} = \frac{a^3}{b^3}.$

7. 1. $\frac{\sqrt{13+x} + \sqrt{13-x}}{\sqrt{13+x} - \sqrt{13-x}} = \frac{3}{2}.$

2. $\frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{x-6}}{\sqrt{x+10} + \sqrt{x-6}} = \frac{1}{4}.$

3. $\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = \sqrt{b}.$

4. $\frac{\sqrt{25+x^2} - x}{x} = \frac{1}{12}.$

5. $\frac{\sqrt{169-x^2} + x}{x} = 1\frac{5}{12}.$

А. Гольденбергъ (Спб.)

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 90. При какой зависимости между переменными x и y два выражения

$$\frac{x}{x^2 + ax + b} + \frac{y}{y^2 + ay + b}$$

$$\frac{1}{x^2 + ax + b} + \frac{1}{y^2 + ay + b}$$

обращаются въ постоянныя величины?

Введемъ новыя переменныя:

$$x_1 = 2x + a,$$

$$y_1 = 2y + a;$$

и положимъ

$$a^2 - 4b = \delta,$$

тогда данныя выражения, которыя назовемъ чрезъ А и В, примутъ такой видъ:

$$A=2 \cdot \frac{(x_1^2-\delta)(y_1-a)+(y_1^2-\delta)(x_1-a)}{(x_1^2-\delta)(y_1^2-\delta)}$$

$$B=4 \frac{(x_1^2-\delta)+(y_1^2-\delta)}{(x_1^2-\delta)(y_1^2-\delta)}.$$

Но

$$(x_1^2-\delta)(y_1-a)+(y_1^2-\delta)(x_1-a)=(x_1y_1-\delta)(x_1+y_1-2a)-a(x_1-y_1)^2,$$

$$(x_1^2-\delta)+(y_1^2-\delta)=2(x_1y_1-\delta)+(x_1-y_1)^2,$$

$$(x_1^2-\delta)(y_1^2-\delta)=(x_1y_1-\delta)^2-(x_1-y_1)^2\delta.$$

А потому

$$A=2 \frac{(x_1+y_1-2a)(x_1y_1-\delta)-(x_1-y_1)^2a}{(x_1y_1-\delta)^2-(x_1-y_1)^2\delta}$$

$$B=4 \frac{2(x_1y_1-\delta)+(x_1-y_1)^2}{(x_1y_1-\delta)^2-(x_1-y_1)^2\delta}.$$

Оба эти выражения обращаются въ постоянныя величины, если

$$x_1y_1-\delta=0 \dots\dots (i)$$

Тогда

$$A=\frac{2a}{\delta} \text{ и } B=-\frac{4}{\delta}.$$

Условіе (i) можетъ быть написано еще такимъ образомъ

$$2xy+a(x+y)+2b=0.$$

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 184. При какомъ значеніи x выраженіе

$$(a+b-x)^2+(b+c-x)^2+(c+a-x)^2$$

обращается въ полный квадратъ?

Извѣстно, что выраженіе

$$A+B+C$$

обращается въ полный квадратъ, когда

$$A \cdot C = \left(\frac{B}{2}\right)^2.$$

Слѣд. для даннаго случая имѣемъ

$$4(a+b-x)^2(c+a-x)^2=(b+c-x)^4,$$

или

$$2(a+b-x)(c+a-x)=(b+c-x)^2;$$

отсюда

$$x=2a \pm \sqrt{(a-b)^2+(a-c)^2}.$$

С. Блажко (Москва), В. Гиммельфарбъ и И. Кукуджановъ (Кіевъ). Ученики:
Курск. г. (8) А. В., Вор. к. в. (?) В. Е.

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпагинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 7 Декабря 1888 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К^о.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА
„КНИЖНЫЙ ВѢСТНИКЪ“

1889, ГОДЪ ШЕСТОЙ

ЖУРНАЛЪ, ИЗДАВАЕМЫЙ РУССКИМЪ ОБЩЕСТВОМЪ КНИГОПРОДАВЦЕВЪ И
ИЗДАТЕЛЕЙ.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

1) Правительственныя распоряженія, относящіяся до специальности журнала (Высочайшія повелѣнія, распоряженія Министра Внутреннихъ Дѣлъ и Министерства, вновь разрѣшаемыя повременныя изданія, перемѣны въ изданіяхъ существующихъ, о книгахъ, одобренныхъ для учебныхъ заведеній и ихъ библиотекъ и пр.); 2) Свѣдѣнія и сообщенія о дѣятельности Русскаго общества книгопродавцевъ и издателей, а также его Правленія; 3) Книжно-торговое дѣло (сообщенія книгопродавцевъ и издателей, имѣющія общественный интересъ, сношенія ихъ, какъ между собою, такъ и съ обществомъ, корреспонденціи, запросы, разныя свѣдѣнія, почтовый ящикъ и пр.); 4) Указатель новыхъ изданій (списокъ выходящихъ въ продажу книгъ); указатель помѣщаемыхъ въ разныхъ журналахъ отзывовъ о книгахъ; четыре раза въ году рефераты и рецензіи; 5) Предложеніе и спросъ; 6) Объявленія.

Срокъ выхода одинъ разъ въ мѣсяцъ. Форматъ in 8°.

Подписная цѣна 3 р. въ годъ съ доставкой и пересылкой.

ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ:

Страница in 8° 5 р. — к.
 $\frac{1}{2}$ страницы 3 " — "
 $\frac{1}{4}$ " 2 " — "

Строка петита въ ширину страницы — р. 20 к.
Строка петита въ ширину столбца — " 10 "

Подписка принимается во всѣхъ книжныхъ магазинахъ С.-Петербурга и Москвы.

Объявленія и подписка отъ иногородныхъ и книгопродавцевъ принимается въ Конторѣ Редакціи, при Книжномъ магазинѣ Н. Д. Тяпкина, Спб., Васильевскій Островъ, 7 линія, д. 6.

◆ Въ Конторѣ Редак. „К. В.“ можно получать полные комплекты „КНИЖНАГО ВѢСТНИКА“ за 1884, 1885, 1886 и 1887 годы. Цѣна по 3 руб. за годъ, съ доставкой и пересылкой. ◆
1—2.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА
**ХУДОЖЕСТВЕННО-ЛИТЕРАТУРНЫЙ
ЖУРНАЛЪ „РОССІЯ“**

на 1889 г.

Еженедѣльный журналъ „Россія“ будетъ выходить со многими улучшеніями какъ въ отдѣлѣ художественномъ, такъ и въ литературномъ:

1) Объемъ номера увеличенъ вдвое: вмѣсто одного—2 листа большого формата;
2) въ текстъ будутъ помѣщаться иллюстраціи; портреты выдающихся дѣятелей, копія картинъ русскихъ и иностранныхъ художниковъ, оригинальные рисунки и фотографическіе виды и этюды;

3) ежемѣсячное приложение: художественно выполненныя хромофотографированныя копія картинъ извѣстныхъ русскихъ и иностранныхъ художниковъ и продолженіе альбома „Народы Россіи“.

4) Годовымъ подписчикамъ въ январѣ мѣсяцъ будетъ выдана олеографическая картина: „УТРО ЧИНОВНИКА, ПОЛУЧИВШАГО ПЕРВЫЙ КРЕСТЬ“ П. А. Федотова, въ натуральную величину знаменитаго оригинала, хранящагося въ картинной галлерей Московскаго Румянцевскаго музея.

Въ журналъ будутъ помѣщаться романы, повѣсти, стихотворенія, статьи по литературѣ, искусству и исторіи; путевые очерки; критика литературная и художественная; политическое обозрѣніе, распоряженія правительства, новости и слухи и пр.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:

съ пересылкой на годъ 7 руб.

съ пересылкой на полгода 4 р.

За пересылку преміи прилагается 60 коп.

Допускается разсрочка: 3 рубля при подпискѣ, 2 рубля 1-го апрѣля и 2 р. 1-го іюля. Подписавшіеся въ разсрочку получаютъ премію послѣ іюльской уплаты.

Главная контора редакціи: Москва, Солянка, д. Кохтевыхъ при типо-литографіи І. И. Пашкова.—Отдѣленіе конторы редакціи: Москва, у Ильинскихъ воротъ, д. Музея, художественный магазинъ І. И. Пашкова.

1—3.

Редакторъ-Издатель І. И. Пашковъ.

ЛИТЕРАТУРЫ, НАУКИ и ИСКУССТВА.

Журналъ библиографическій, критическій и историческій.
ВЫХОДИТЪ ЕЖЕМѢСЯЧНО.

Ученымъ Комит. М-ства Народн. Просв. рекомендованъ для основныхъ библиотекъ всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній мужскихъ и женскихъ.—Учебнымъ Ком. при Св. Синодѣ одобренъ для приобрѣтенія въ фундаментальныя библиотеки духовныхъ семинарій и училищъ.—По распоряженію Военно-Ученаго Комитета помѣщенъ въ основной каталогъ для офицерскихъ библиотекъ.

Отд. 1-й. Историческіе, историко-литературные и библиографическіе матеріалы, статьи и замѣтки; разборы новыхъ книгъ; издательское и книжно-торговое дѣло въ его прошедшемъ и настоящемъ; хроника.

Отд. 2-й (справочный). Полная библиографическая лѣтопись: 1) каталогъ новыхъ книгъ; 2) указатель статей въ період. изданіяхъ; 3) Rossica; 4) правительственные распоряженія; 5) объявленія.

ВЪ ЖУРНАЛѢ ПРИНИМАЮТЪ УЧАСТІЕ:

И. О. Анненскій, А. И. Барбашевъ, Я. О. Березинъ-Ширьевъ, проф. К. Н. Бестужевъ-Рюминъ, Е. А. Бѣловъ, П. В. Владиміровъ, Н. В. Губертъ, И. В. Дмитровскій, В. Г. Дружининъ, М. А. Дьяконовъ, проф. Е. Е. Замысловскій, проф. В. С. Иконниковъ, проф. Н. И. Карѣевъ, Д. О. Кобеко, И. А. Козеко, А. С. Лаппо-Данилевскій, Н. П. Лихачевъ, Л. Н. Майковъ, В. И. Межовъ, проф. О. О. Миллеръ, А. Е. Молчановъ, С. О. Платоновъ, С. И. Пономаревъ, С. Л. Пташницкій, А. И. Савельевъ, А. А. Савичъ, С. М. Середонинъ, С. Л. Степановъ, Н. Д. Чечулинъ, И. А. Шляпкинъ, Е. Ф. Шмурло, Д. Д. Языковъ и др.

◆ ПОДПИСНАЯ ЦѢНА ◆

за годъ: съ дост. и перес. въ Россіи 5 р., за границу 6 р., отдѣльно номеръ 50 к., съ перес. 60 к.

Плата за объявленія: страница—8 р.; $\frac{3}{4}$ стр.—6 р. 50 к.; $\frac{1}{2}$ стр.—4 р. 50 к.; $\frac{1}{4}$ стр.—2 р. 50 к.; $\frac{1}{8}$ стр.—1 р. 50 к.

◆ О новыхъ книгахъ, присылаемыхъ въ редакцію, печатаются бесплатныя объявленія или помѣщаются рецензіи. ◆

ПОДПИСКА и ОБЪЯВЛЕНІЯ ПРИНИМАЮТСЯ въ книжномъ магазинѣ „Новаго Времени“—А. Суворина (Свб., Невскій просп., д. № 38) и въ редакціи. Кромѣ того подписка принимается во всѣхъ болѣе извѣстныхъ книжныхъ магазинахъ.—Гг. иногородные подписчики и заказчики объявленій благоволятъ обращаться непосредственно въ редакцію.

АДРЕСЪ РЕДАКЦІИ. С.-Петербургъ, Обуховскій просп., д. 7, кв. 13.

Оставшіеся въ ограниченномъ числѣ полныя комплекты „Библиографа“ за 1885, 1886 и 1887 гг. продаются по 5 р. (съ дост. и перес.) за годовой экземпляръ. Также имѣются въ продажѣ изданныя редакціею брошюры: 1) Сборникъ рецензій и отзывовъ о книгахъ по русской исторіи, № 1 и 2. Ц. по 60 коп. 2) Библиографич. указатель книгъ и статей о св. Кириллѣ и Меодіи. Ц. 40 к. 3) Александръ Николаевичъ Свровъ: 1. Библиографич. указатель произведеній А. Н. Сврова. 2. Библиографич. указатель литературы о А. Н. Свровѣ и его произведеніяхъ. Вып. I и II. Сост. А. Е. Молчановъ. Ц. по 1 руб. за вып.—Книгопродавцамъ обычная уступка. Редакторъ Н. М. Лисовскій. —2.

Съ 1-го Января 1889 года будетъ издаваться

Журналъ

СЧЕТОВОДЪ О. В. Езерскаго.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:

Отдѣлъ I. Научный. Счетоводство. Финансы. Контроль. Коммерческія науки; **отдѣлъ II.** Обзоръ смѣтъ, отчетовъ земскихъ и городскихъ учреждений, товариществъ, компаній и обществъ на паяхъ, акціяхъ, взаимнаго кредита и т. п.; **отдѣлъ III.** Судебный, (безъ обсужденія судебныхъ рѣшеній). Судебно-счетоводная экспертиза; **отдѣлъ IV.** Библиографія. Новыя книги и рецензіи на изданія, соответствующія программѣ журнала; **отдѣлъ V.** Счетоводная жизнь. Сцены и рассказы изъ нея; **отдѣлъ VI.** Справочный. Рекламы. Объявленія.

Срокъ выхода въ свѣтъ по три книги въ мѣсяцъ, а въ Мѣъ, Іюнь и Іюль по двѣ, всего 33 книги въ годъ.

Подписная цѣна съ доставкою и пересылкою: на годъ 6 р., полгода 3 руб.

Книгопродавцамъ уступки 10%.

Адресоваться въ редакцію журнала „СЧЕТОВОДЪ“ О. В. Езерскаго. С.-Петербургъ, Невскій пр., № 66. Редакторъ издатель О. В. Езерскій. 1—3.