

№ 51.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

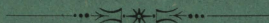
ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.



РЕКОМЕНДОВАНЪ

Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія
для среднихъ учебныхъ заведеній
и Глазнымъ Управленіемъ Военно-Учебныхъ Заведеній
для военно-учебныхъ заведеній.



V СЕМЕСТРА № 3-й.

ЖС

<http://vofem.ru>

Высочайше утверж. Товарищество печатнаго дѣла и торговли И. Н. Кушнерева и К^о, въ Москвѣ.
Кіевское Отдѣленіе, Елисаветинская ул., домъ Михельсона.

1888.

СОДЕРЖАНИЕ № 51.

Проективныя фигуры. (Отвѣтъ на тему, предложенную въ „Вѣст. Оп. Физ. и Элем. Мат.“ I сем. № 2.) *А. Бобытинскаго*.—Взаимныя фигуры. (Тема для сотрудниковъ). Проф. *В. Ермакова*.—Замѣтки по практической физикѣ. Проф. *П. Зинлова*.—Письмо въ редакцію. Инж. *Р. Савельева*.—По поводу новаго двигателя *Keeley*. *III*.—Разныя извѣстія: Извѣщенія о смерти *В. А. Евтушевскаго III*, *В. И. Лапшина III*.—Задачи №№ 345—351.—Загадки и вопросы №№ 8 и 9.—Упражненія для учениковъ №№ 1 и 2.—Рѣшенія задачъ №№ 241, 273, 276, 279, 286 и 316.—Поправка къ статьѣ *Д. Ефремова*.

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ“

(съ 20-го августа 1886 года)

выходить книжками настоящаго формата, не менѣе 24 стр. каждая, съ рисунками и чертежами въ текстѣ, три раза въ мѣсяцъ, исключая канicularнаго времени, по 12 №№ въ полугодіе, считая таковыя съ 15-го января по 15-ое мая и съ 20-го августа по 20-ое декабря.

Подписная цѣна съ пересылкою:

на годъ—всего 24 №№ 6 рублей | на одно полугодіе—всего 12 №№—3 рубля

Книжнымъ магазинамъ 50% уступки.

Журналъ издается по полугодіямъ (семестрамъ), и на болѣе короткій срокъ подписка не принимается.

Текущіе №№ журнала отдѣльно не продаются. Нѣкоторые изъ разрозненныхъ №№ за истекшія полугодія, оставшіеся въ складѣ редакціи, продаются отдѣльно по 30 коп. съ пересылкою.

Комплекты №№ за истекшія полугодія, сброшюрованные въ отдѣльные тома, по 12-ти №№ въ каждомъ, продаются по 2 р. 50 к. за каждый томъ (съ пересылкою)

Книжнымъ магазинамъ 20% уступки.

За перемѣну адреса приплачивается всякій разъ 10 коп. марками.

Въ книжномъ складѣ редакціи, кромѣ собственныхъ изданій (всегда помѣченныхъ монограмой издателя) и изданій бывшей редакціи „Журнала Элементарной Математики“ (Проф. *В. П. Ермакова*), имѣются для продажи сочиненія многихъ русскихъ авторовъ, относящіеся къ области математическихъ и физическихъ наукъ. КATALOGИ печатаются на оберткѣ журнала.

На собственныхъ изданіяхъ книгъ и брошюръ редакція дѣлаетъ 20% уступки книжнымъ магазинамъ и лицамъ, покупающимъ не менѣе 10-ти экземпляровъ.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физическихъ, химическихъ и др. приборахъ, инструментахъ, учебныхъ пособіяхъ и пр.

на слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу	6 руб.	За $\frac{1}{3}$ страницы	2 руб.
„ $\frac{1}{2}$ страницы	3 руб.	„ $\frac{1}{4}$ страницы	1 р. 50 к.

При повтореніи объявленій взимается всякій разъ половина этой платы. Семестровыя объявленія—печатаются съ уступкою по особому соглашенію.

Объявленія о новыхъ сочиненіяхъ или изданіяхъ, присылаемыхъ въ редакцію для рецензій или библиографическихъ отчетовъ, печатаются одинъ разъ бесплатно.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 51.

V Сем.

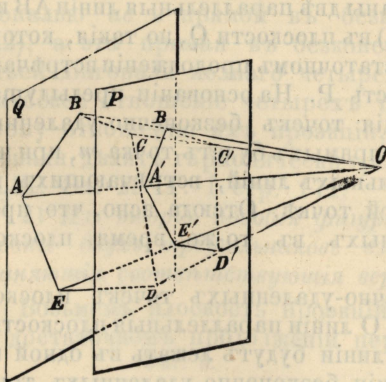
11 Сентября 1888 г.

№ 3.

ПРОЕКТИВНЫЯ ФИГУРЫ.

Отвѣтъ на тему, предложенную въ „Вѣстникъ Оп. Физики и Элем. Математики“ I сем. № 2.

Вообразимъ плоскость Q (фиг. 6) и на ней какую нибудь прямолинейную фигуру $ABCD \dots$; возьмемъ другую плоскость P и постоянную точку O внѣ ея. Соединимъ O съ точками A, B, C, \dots , тогда линіи OA, OB, OC, \dots , пересѣкутъ плоскость P въ точкахъ соотвѣстныхъ A', B', C', \dots , соединивъ которыя прямыми линіями въ томъ же порядкѣ, получимъ новую фигуру $A'B'C' \dots$. Фигуры $ABC \dots$ и $A'B'C' \dots$ называются *проективными*, а плоскость P — *плоскостью проэкцій*.



Докажемъ нѣсколько основныхъ свойствъ проективныхъ фигуръ.

Предложеніе I. Каждой точкѣ одной фигуры соответствуетъ только одна точка другой фигуры.

Это слѣдуетъ изъ самаго способа полученія проэкцій точекъ; напр. соединяя точку A фигуры $ABC \dots$ съ O , линія OA пересѣчетъ плоскость P только въ одной точкѣ A' .

Предложеніе II. Каждой прямой линіи одной фигуры соответствуетъ только одна прямая другой фигуры.

Чтобы получить проэкцію прямой линіи, напр. AB , слѣдуетъ взять проэкціи всѣхъ ея точекъ, иначе гдѣ-нибудь образуется плоскость OAB , которая въ пересѣченіи съ плоскостью проэкцій P дастъ только одну прямую линію $A'B'$; она и будетъ проэкціей прямой AB .

Слѣдствія: 1) Проэкція прямой линіи, есть прямая.

2) Если нѣсколько точекъ одной фигуры лежатъ на одной прямой, то и проэкціи этихъ точекъ лежатъ на одной прямой.

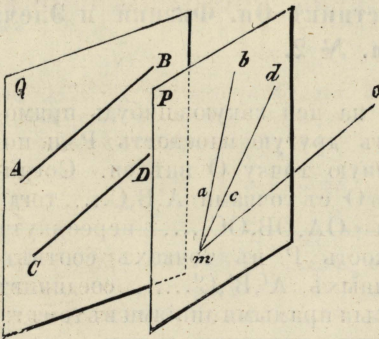
3) Если нѣсколько прямыхъ линій пересѣкаются въ одной точкѣ, то проэкціи этихъ прямыхъ проходятъ черезъ одну точку.

Предложение III. Аниармоническое отношение четырех точек одной фигуры равно аниармоническому отношению четырех соответственных точек другой фигуры.

Имѣемъ четыре точки А, В, С и D на прямой линіи, расположенной въ плоскости Q. Пусть проэкции этихъ точекъ будутъ А', В', С' и D'. На основаніи предложения II слѣд. 2, эти проэкции будутъ лежать на одной прямой, слѣд. получаемъ пучекъ четырехъ прямыхъ, разсѣченный двумя сѣкущими, тогда (см. Ж. Эл. М. Т. I, стр. 65)

$$\frac{CA \cdot DA}{CB \cdot DB} = \frac{C'A' \cdot D'A'}{C'B' \cdot D'B'}$$

Положимъ дана прямая АВ (фиг. 7) въ плоскости Q, и ея проэція ab въ плоскости P. Чтобы получить проэцію безконечно-удаленной точки прямой АВ, надо



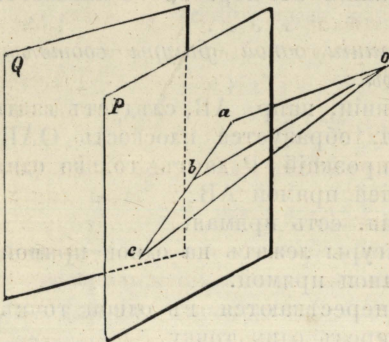
черезъ точку О провести линію параллельно АВ; положимъ она пересѣчетъ плоскость Р въ точкѣ m , которая и будетъ проэціей безконечно-удаленной точки прямой АВ.

Даны двѣ параллельныя линіи АВ и CD (фиг. 7) въ плоскости Q, но такія, которыя придостаточномъ продолженіи встрѣчаютъ плоскость Р. На основаніи предыдущаго, проэція точекъ безконечно-удаленныхъ этихъ прямыхъ будетъ точка m , при чемъ

От \parallel АВ и CD, слѣд. проэкции параллельныхъ линій, встрѣчающихся плоскость проэцій, пересѣкаются въ одной точкѣ. Отсюда ясно, что проэкции параллельныхъ линій, параллельныхъ въ то-же время плоскости проэцій—параллельны.

Чтобы получить проэції безконечно-удаленныхъ точекъ плоскости Q, (фиг. 8) надо проводить черезъ точку О линіи параллельныя плоскости Q, т. е. Оа, Ob, Oc..., а такъ какъ эти линіи будутъ лежать въ одной плоскости параллельной Q, то слѣд. проэкции безконечно-удаленныхъ точекъ плоскости Q будутъ на прямой ac , параллельной линіи пересѣченія плоскостей Р и Q.

Фиг. 8.



Изъ всего сказаннаго выходитъ, что

1) всегда возможно проектировать плоскую фигуру такъ, чтобы проэція какой нибудь ея точки А была въ безконечности, для этого надо выбрать плоскость проэцій параллельную линіи ОА. Всѣ прямыя, пересѣкающіяся въ точкѣ А, будутъ проектироваться параллельными линіями.

2) Всегда можно проектировать данную фигуру такъ, чтобы проэція какой нибудь ея линіи АВ была въ

безконечности, для этого надо выбрать плоскость прое́кцій параллельную плоскости ОАВ.

Положимъ данъ четырехугольникъ $ABCD$ и требуется прое́ктировать его такъ, чтобы въ прое́кции получились параллелограммъ, иначе говоря, чтобы прое́кции точекъ пересѣченія противоположныхъ сторонъ AD , BC и AB , DC были въ безконечности. Назовемъ черезъ E точку встрѣчи сторонъ AB , DC и черезъ F — сторонъ AD , BC ; тогда на основаніи предыдущаго плоскость прое́кцій должна быть параллельна плоскости $ОЕF$. Такъ какъ уголъ $ЕОF$ произвольный, потому что и положеніе точки O можетъ быть выбрано по желанію, то, выбирая точки O , можно получить прое́кции даннаго четырехугольника въ видѣ параллелограма съ данными углами.

Предложенія, что прое́кции параллельныхъ линій сходятся въ одной точкѣ и что прое́кции пересѣкающихся линій могутъ быть параллельными, весьма важны въ обобщеніи нѣкоторыхъ теоремъ о параллельныхъ линіяхъ.

Для примѣра обобщимъ слѣдующія теоремы:

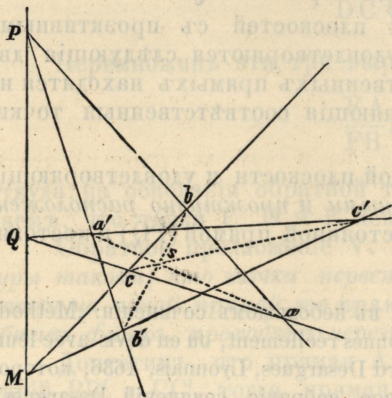
1) Въ параллелограммъ діагонали взаимно дѣлятся пополамъ.

Пусть прое́кция четырехугольника $ABCD$ будетъ параллелограммъ $abcd$, пересѣченіе діагоналей AC и BD точка G , а прое́кция ея — пересѣченіе діагоналей параллелограма — g . Извѣстно, что діагональ bd дѣлится діагональю ac пополамъ, т. е. діагональ bd дѣлится гармонически другою діагональю ac и прямой въ безконечности (Ж. Эл. М. Т. I стр. 69, сл. 2), а эта прямая въ безконечности есть прое́кция линіи EF т. е. третьей діагонали полнаго четырехугольника $ABCDEF$. Такъ какъ ангармоническое отношеніе четырехъ точекъ одной фигуры равно ангармоническому отношенію ихъ прое́кцій, то въ полномъ четырехугольникѣ двѣ діагонали дѣлятъ гармонически третью діагональ, что уже доказано раньше въ „Ж. Эл. М. Т. I стр. 171.

2) Изъ теоріи подобія фигуръ извѣстно, что если соотвѣтственные стороны двухъ треугольниковъ взаимно параллельны, то три прямыя, соединяющія соотвѣтствующія вершины, пересѣкаются въ одной точкѣ.

Возьмемъ плоскость прое́кцій такъ, чтобы стороны треугольниковъ при достаточномъ продолженіи пересѣкли ея. Пусть треугольники будутъ

Фиг. 9.



ABC и $A'B'C'$, а точка встрѣчи линій, соединяющихъ соотвѣтственные вершины — S . Чтобы найти прое́кции точекъ безконечно удаленныхъ сторонъ AB и $A'B'$, надо черезъ O провести линію параллельно AB (или $A'B'$), которая встрѣтитъ плоскость прое́кцій въ точкѣ P (фиг. 9). Равнымъ образомъ найдемъ прое́кции точекъ безконечно удаленныхъ сторонъ BC , $B'C'$ и AC , $A'C'$, которые назовемъ черезъ Q и M . Такимъ образомъ получимъ три пары линій, пересѣкающихся по двѣ въ точкахъ P , Q и M , а во взаимномъ пересѣченіи дающихъ два треугольника abc и $a'b'c'$ — прое́кции треугольниковъ ABC и $A'B'C'$.

На основаніи предложенія II слѣд. 3, линіи, соединяющія прое́кции соот-

вѣтственныхъ вершинъ пересѣкутся въ точкѣ s —проекции точки S . Линіи OP , OQ и OM , какъ параллельныя плоскости треугольниковъ ABC , $A'B'C'$, лежатъ въ одной плоскости, которая въ пересѣченіи съ плоскостью проекцій, дастъ прямую линію, на которой будутъ лежать точки P , Q и M ; такимъ образомъ имѣемъ слѣдующую теорему: *если вершины двухъ треугольниковъ расположены на трехъ прямыхъ, сходящихся въ одной точкѣ, то соотвѣтственные стороны пересѣкаются въ трехъ точкахъ, лежащихъ на одной прямой.*

Эта теорема принадлежитъ ученому Desargues (1593—1662), который положилъ ее въ основаніе теоріи проецированныхъ фигуръ, развитую въ послѣдствіи Poncelet въ видѣ самостоятельнаго метода въ соч. „*Traité de propriétés projectives des figures*“ Paris 1822 *).

Вообразимъ двѣ плоскости M и N съ двумя проецированными фигурами ABC и $A'B'C'$ и точку O внѣ плоскостей. Станемъ вращать до совмѣщенія плоскость M , на которой находится фигура ABC ..., около линіи пересѣченія PQ данныхъ плоскостей M и N , тогда обѣ проецированныя фигуры будутъ расположены на одной плоскости. Посмотримъ какая будетъ зависимость между двумя проецированными фигурами при совмѣщеніи плоскостей. Если черезъ точку O проведемъ линію, составляющую равные углы съ данными плоскостями и пересѣкающую плоскости M и N въ точкахъ O' и O'' , то, очевидно, при совмѣщеніи плоскостей точка O' совпадетъ съ O'' . Соотвѣтственные точки A и A' лежатъ въ одной плоскости съ точками O , O' и O'' , которая пересѣчетъ плоскость M по линіи AO' и плоскость N по $A'O''$; эти двѣ линіи пересѣкутся на PQ въ точкѣ K . Такъ какъ при совмѣщеніи точка O' совпадаетъ съ O'' , то на прямой KO'' будутъ лежать точки A и A' . Такія же разсужденія можно примѣнить и къ другимъ соотвѣтственнымъ точкамъ, слѣд. при совмѣщеніи прямыхъ, соединяющія соотвѣтственные точки, проходятъ черезъ постоянную точку O'' .

Соотвѣтственные линіи напр. AB и $A'B'$ лежатъ въ одной плоскости $OA'B'$, которая, пересѣкаясь съ плоскостями M и N даетъ двѣ линіи, очевидно встрѣчающіяся на прямой PQ , слѣд. соотвѣтственные линіи при совмѣщеніи пересѣкутся на постоянной прямой PQ .

Такимъ образомъ при совмѣщеніи плоскостей съ проецированными фигурами, около линіи ихъ пересѣченія, удовлетворяются слѣдующія два свойства: 1) точки пересѣченія соотвѣтственныхъ прямыхъ находятся на постоянной прямой и 2) прямые, соединяющія соотвѣтственные точки, проходятъ черезъ постоянную точку.

Двѣ фигуры, расположенныя въ одной плоскости и удовлетворяющія этимъ свойствамъ, называются *проецированными* и *проецивно расположенными*. Въ виду важнаго значенія этой постоянной прямой (PQ) и постоян-

* Эта замѣчательная теорема была дана въ небольшомъ сочиненіи: „*Méthode universelle de mettre en perspective les objets donnés réellement, ou en devis avec leurs proportions, mesures, éloignements etc.*“ par Girard Desargues, Lyonnais, 1636, которое Bosse возстановилъ и издалъ въ 1647 г. Полное собраніе сочиненій Desargues'a (Oeuvres de Desargues) издалъ Poudra въ Парижѣ въ 1864 г. въ 2-хъ томахъ.

ной точки (O''), онъ называется *осью проэктивности* и *центромъ проэктивности*.

Допустимъ, что ось проэктивности удаляется въ безконечность; тогда соответственные линіи станутъ параллельными, и данная фигура и ея проэкція будутъ подобны, слѣд. подобіе есть частный случай проэктивности, именно когда проецируемъ на плоскость параллельную, и тогда центръ проэктивности обращается въ центръ подобія.

Основные свойства проэктивности таковы, что одно свойство находится въ зависимости отъ другого, т. е. если удовлетворено одно, то другое само собою удовлетворится. Докажемъ это.

Предложеніе IV. Если данныя въ одной плоскости двѣ фигуры таковы, что прямая, соединяющія соответственные точки фигуръ проходятъ черезъ постоянную точку, то точки пересѣченія соответствующихъ прямыхъ находятся на одной прямой.

Для простоты докажемъ эту теорему для двухъ треугольниковъ ABC и $A'B'C'$ (фиг. 10), вершины кото-

рыхъ лежатъ на трехъ прямыхъ, сходящихся въ точкѣ O .

Въ треугольникѣ OAB —сѣкущая $A'B'$ даетъ:

$$\frac{FA \cdot BV' \cdot A'O}{FB \cdot B'O \cdot A'A} = 1.$$

Въ треугольникѣ OAC —сѣкущая $A'C'$ даетъ:

$$\frac{EC \cdot A'A \cdot C'O}{EA \cdot A'O \cdot C'C} = 1.$$

Въ треугольникѣ OBC —сѣкущая $B'C'$ даетъ:

$$\frac{DB \cdot CC' \cdot B'O}{DC \cdot C'O \cdot B'B} = 1.$$

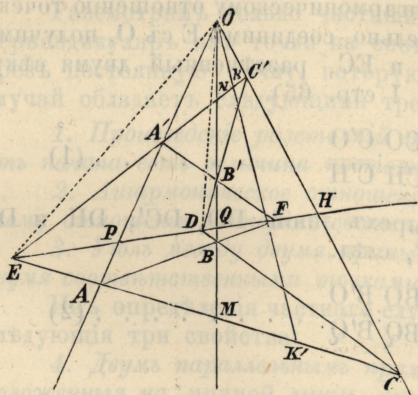
Перемноживъ эти три выраженія, получимъ

$$\frac{FA \cdot EC \cdot DB}{FB \cdot EA \cdot DC} = 1.$$

откуда, на основаніи обратной теоремы Menelaus'a (98 по Р. Хр.), заключаемъ, что точки E , D и F лежатъ на одной прямой.

Обратное предложеніе V. Если данныя въ одной плоскости двѣ фигуры таковы, что точки пересѣченія соответственныхъ прямыхъ находятся на одной прямой, то прямая, соединяющія соответственные точки обихъ фигуръ, проходятъ черезъ постоянную точку.

Допустимъ, что прямая AA' не проходитъ черезъ точку встрѣчи O линій BB' и CC' , тогда прямая AO пересѣчетъ сторону $A'B'$ въ точкѣ A'' . Соединимъ A'' съ C' ; стороны AC и $A''C'$ пересѣкутся на линіи DF въ какой нибудь точкѣ E' , такимъ образомъ выходитъ, что прямая DF



и АС пересекаются въ двухъ точкахъ Е и Е', что невозможно, слѣд. АА' проходить черезъ О.

Когда существуютъ эти два условія проэктивности, то непосредственно вытекаетъ и третье свойство проэктивныхъ фигуръ—неизмѣняемость ангармоническаго отношенія четырехъ точекъ, напр.

$$\frac{NA' \cdot C'N}{KA' \cdot C'K} = \frac{AM \cdot CM}{AK \cdot CK}.$$

Положимъ имѣемъ, двѣ проэктивныя фигуры, расположенныя въ одной плоскости; докажемъ слѣдующія двѣ теоремы:

Предложеніе VI. Если О центръ проэктивности, А и А'—двѣ соотвѣтственныя точки; и Р—пересѣченіе прямой АА' съ осью проэктивности, то ангармоническое отношеніе четырехъ точекъ О, А, А' и Р сохраняетъ постоянную величину (фиг. 5).

Для этого достаточно доказать, что ангармоническое отношеніе четырехъ точекъ Р, А, А' и О равно ангармоническому отношенію точекъ Q, В, В', О и Н, С, С', О. Дѣйствительно, соединимъ Е съ О, получимъ пучекъ четырехъ линій ЕО, ЕС', ЕН и ЕС, разсѣченный двумя сѣкущими ОА и ОС, слѣд. (Ж. Эл. М. Т. I стр. 65).

$$\frac{AO \cdot A'O}{AP \cdot A'P} = \frac{CO \cdot C'O}{CH \cdot C'H} \dots \dots \dots (1)$$

Соединимъ D съ О; пучекъ четырехъ линій DO, DC', DH и DC пересѣченъ двумя сѣкущими ОВ и ОС, слѣд.

$$\frac{CO \cdot C'O}{CH \cdot C'H} = \frac{BO \cdot B'O}{BQ \cdot B'Q} \dots \dots \dots (2)$$

сравнивая съ (1), получимъ

$$\frac{AO \cdot A'O}{AP \cdot A'P} = \frac{BO \cdot B'O}{BQ \cdot B'Q} = \frac{CO \cdot C'O}{CH \cdot C'H} \text{ ч. т. д.}$$

Предложеніе VII. Если ЕА и ЕА' суть двѣ соотвѣтственныя прямая, пересѣкающіяся въ точкѣ Е на оси проэктивности ЕН и О центръ проэктивности, то ангармоническое отношеніе четырехъ прямыхъ ЕА, ЕА', ЕН и ЕО сохраняетъ постоянную величину.

Такъ какъ ангармоническимъ отношеніемъ пучка четырехъ прямыхъ линій называется ангармоническое отношеніе четырехъ точекъ пересѣченія этого пучка произвольной прямой линіей, то на основаніи выше доказанной теоремы, условившись обозначать пучки черезъ Е(ОРАА'), можно написать:

$$E(ОРАА') = F(ОQBB') = D(ОНСС').$$

А. Бобятинскій (Егор. зол. пр.)*)

*) На ту-же тему былъ полученъ еще отвѣтъ отъ А. Вышнеградскаго (Спб.)
Прим. ред.

ВЗАИМНЫЯ ФИГУРЫ.

Тема для сотрудниковъ.

Въ геометріи есть три метода, при помощи которыхъ одна какая нибудь теорема или задача превращается въ другую; эти методы суть: методъ обращенія, методъ проекцій и методъ взаимности. О первыхъ двухъ методахъ уже достаточно сказано въ нашемъ журналѣ. Приглашаемъ нашихъ сотрудниковъ выяснитъ подробно сущность третьяго метода, что и можетъ быть сдѣлано на примѣненіи его къ удачно подобраннѣйшимъ теоремамъ и задачамъ. Мы здѣсь дадимъ лишь сжатый очеркъ предмета и предоставляемъ желающимъ расширить и видоизмѣнить предлагаемую программу по собственному усмотрѣнію.

Если каждой точкѣ одной фигуры соответствуетъ прямая линія другой фигуры и обратно, то такія фигуры называются взаимными.

Разсмотримъ только частный случай взаимности: предположимъ, что перпендикуляръ изъ точки на соотвѣтственную прямую линію проходитъ чрезъ постоянную точку, которую назовемъ *началомъ*. Этотъ частный случай обладаетъ слѣдующими тремя свойствами:

1. Произведение разстояній точки и соотвѣтственной прямой линіи отъ начала есть величина постоянная.
2. Ангармоническое отношеніе четырехъ точекъ равно ангармоническому отношенію четырехъ соотвѣтственныхъ прямыхъ.
3. Уголъ между двумя прямыми линіями равенъ углу, стягиваемому двумя соотвѣтственными точками въ началѣ.

Изъ опредѣленія частнаго случая и изъ перваго свойства вытекаютъ слѣдующія три свойства:

4. Двумъ параллельнымъ прямымъ соотвѣтствуютъ двѣ точки, расположенныя на прямой линіи, проходящей черезъ начало.
5. Прямой линіи, проходящей чрезъ начало, соотвѣтствуетъ точка на безконечности.
6. Началу соотвѣтствуетъ прямая на безконечности.

Ангармоническое отношеніе четырехъ точекъ превращается въ отношеніе двухъ отрѣзковъ, если одна изъ точекъ удаляется въ безконечность; поэтому на основаніи пятаго свойства имѣемъ частный случай втораго свойства:

7. Отношеніе двухъ отрѣзковъ между тремя точками, расположенными на одной прямой линіи, равно ангармоническому отношенію трехъ соотвѣтственныхъ прямыхъ линій и прямой линіи, соединяющей точку ихъ пересѣченія съ началомъ.

Въ болѣе частномъ случаѣ имѣемъ:

8. Точкѣ, дѣлящей разстояніе между двумя данными точками пополамъ, соотвѣтствуетъ лучъ, сопряженно-гармоническій къ лучу, соединяющему начало съ точкою пересѣченія соотвѣтственныхъ прямыхъ линій.

Уже этихъ свойствъ достаточно, чтобы множество теоремъ и задачъ превратить во взаимныя теоремы и задачи.

Теоремы и задачи, не содержащія угловъ, послѣ двукратнаго преобразованія превращаются сами въ себя или въ болѣе общія теоремы и

задачи, если въ начальномъ видѣ онѣ заключаютъ или параллельныя прямыя, или отношенія двухъ отрѣзковъ, расположенныхъ на одной прямой линіи.

Теоремы и задачи, содержащія углы, послѣ каждаго преобразованія усложняются.

Удачнымъ выборомъ начала можно часто упростить данную теорему или задачу.

Прежде всего слѣдуетъ пояснить методъ на простѣйшихъ задачахъ и примѣрахъ, не заключающихъ угловъ. Рекомендуемъ слѣдующія теоремы.

а) Если стороны двухъ треугольниковъ взаимно параллельны, то прямыя, соединяющія соотвѣтствующія вершины, пересѣкутся въ одной точкѣ.

б) Прямыя, соединяющія вершины треугольника съ серединами противоположныхъ сторонъ, пересѣкаются въ одной точкѣ.

в) Средины діагоналей полного четырехугольника находятся на одной прямой линіи.

Нужно найти взаимныя теоремы и къ нимъ опять взаимныя теоремы.

Если точку пересѣченія діагоналей произвольнаго четырехугольника или точку пересѣченія противоположныхъ сторонъ примемъ за начало, то четырехугольникъ превращается въ параллелограмъ. Но въ параллелограмѣ діагонали дѣлятся пополамъ. Взаимная теорема даетъ извѣстное свойство полного четырехугольника.

Далѣе слѣдуетъ пояснить методъ на теоремахъ, заключающихъ углы; но подборъ такихъ теоремъ затруднителенъ по причинамъ, которыя укажемъ далѣе. Рекомендуемъ теорему:

д) Геометрическое мѣсто вершинъ равнобедренныхъ треугольниковъ, построенныхъ на данномъ основаніи, есть прямая линія, перпендикулярная къ основанію и дѣлящая его пополамъ.

Возьмемъ еще задачу:

е) Провести прямую линію такъ, чтобы отрѣзокъ ея, заключенный между двумя данными прямыми, стягивалъ данный уголъ въ данной точкѣ.

Если данную точку примемъ за начало, то эта задача приводится къ весьма простой задачѣ:

ф) На данной прямой линіи найти точку, чтобы прямыя, соединяющія ее съ двумя данными точками, образовали данный уголъ.

Если извѣстно доказательство данной теоремы или рѣшеніе данной задачи, то мы можемъ найти легко и доказательство взаимной теоремы или рѣшеніе взаимной задачи. Но здѣсь встрѣчается одно серьезное препятствіе, когда въ доказательство или въ рѣшеніе входятъ круги, такъ мы не знаемъ фигуры взаимной кругу*). Вообще теоремы и задачи, заключающія круги, не могутъ быть превращены во взаимныя. Но это

*) Фигура взаимная кругу есть коническое сѣченіе, фокусъ котораго находится въ началѣ. Но нѣтъ надобности вводить коническія сѣченія тамъ, гдѣ безъ нихъ можно обойтись. Кромѣ того мы рѣшили избѣгать коническихъ сѣченій до тѣхъ поръ, пока не будутъ выяснены всѣ методы, не основанные на этихъ кривыхъ линіяхъ.

препятствіе легко устраняется, если мы методъ взаимности соединимъ съ методомъ обратныхъ фигуръ.

Пусть A какая нибудь точка и BC ей взаимная прямая линия; пусть перпендикуляръ изъ начала на BC пересѣкаетъ ее въ A' . По первому свойству произведеніе разстояній точекъ A и A' отъ начала есть величина постоянная; поэтому точки A и A' суть *обратныя точки*, о которыхъ было говорено при изложеніи метода обратныхъ фигуръ (см. „Вѣстникъ“ № 13, стр. 6, сем. II). Тамъ же (§ 2) было показано, что фигура обратная окружности есть также окружность. Поэтому мы приходимъ къ слѣдующему свойству:

9. Если точка движется по окружности, то взаимная ей прямая линия движется такимъ образомъ, что основаніе перпендикуляра, опущеннаго на нее изъ начала, находится на окружности.

Это свойство позволяетъ включить въ кругъ нашихъ изслѣдованій и такія теоремы и задачи, которыя заключаютъ окружности. Для примѣра возьмемъ теорему:

г) Геометрическое мѣсто вершины постоянного угла, стороны котораго проходятъ черезъ двѣ данныя точки, есть окружность проходящая черезъ двѣ данныя точки.

Взаимная теорема:

h) Если отрѣзокъ движущейся прямой линіи, заключенный между двумя данными прямыми линіями, стягиваетъ постоянный уголъ въ данной точкѣ (началѣ), то основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ данной точки на движущуюся прямую линію, находится на окружности, проходящей чрезъ основанія перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ данной точки на данныя прямыя линіи.

На основаніи этой теоремы рѣшается задача (e).

Если рѣшеніе какой нибудь задачи приводится къ пересѣченію прямой линіи съ окружностью, то вмѣсто этой окружности и этой прямой линіи слѣдуетъ взять обратныя фигуры; такимъ образомъ рѣшеніе взаимной задачи можетъ быть приведено къ пересѣченію двухъ окружностей. Если въ рѣшеніе задачи входитъ пересѣченіе двухъ окружностей, то въ рѣшеніе взаимной задачи войдетъ пересѣченіе двухъ обратныхъ окружностей.

Проф. В. Ермаковъ.

ЗАМѢТКИ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ ФИЗИКѢ *).

II. Проектированіе спектровъ.

Одинъ изъ наиболѣ трудныхъ лекціонныхъ опытовъ—есть несомнѣнно опытъ со спектромъ; для этого нуженъ сильный источникъ свѣта и сильно разсѣивающая призма.

Послѣ долгихъ попытокъ оказалось, что лучше всего дѣйствуетъ система призмъ à vision directe, (которую я вынулъ изъ спектро-фотометра

*) См. „Вѣстникъ“ № 46, IV сем., стр. 217.

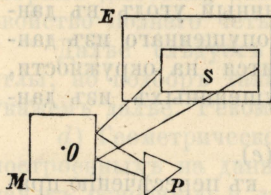
Глана); съ солнечными лучами такая призма даетъ блестящій спектръ длиною около одного метра, покрытый рѣзкими линиями Фраунгофера.

Опытъ съ линейчатыми спектрами газовъ труднѣе, особенно если имѣть электрическаго свѣта и приходится довольствоваться Друмондовымъ; въ такомъ случаѣ совѣтуютъ на мѣсто известки помѣстить въ фонарь кусокъ еловаго дерева, только что вынутый изъ водянаго раствора соли того или другого металла, спектръ котораго хотятъ показать; оказалось, что такой опытъ удастся хорошо лишь съ хлористымъ натріемъ: на экранѣ получается желтая полоска, которая держится, пока все дерево не сгоритъ; съ солями другихъ металловъ, болѣе летучими, опытъ удастся плохо: спектры появляются лишь на мгновеніе, вспышками.

Гораздо проще и удобнѣе оказался слѣдующій приемъ: въ фонарь на мѣсто известки ставятъ желѣзную ложку, въ которую насыпанъ порошокъ комнатнаго бенгальскаго огня; на этотъ порошокъ направляютъ пламя свѣтильнаго газа Друмондовой горѣлки безъ струи кислорода; тогда на экранѣ получается очень отчетливый лентчатый спектръ, существующій пока весь порошокъ не сгоритъ.

III. Смѣшеніе спектральныхъ цвѣтовъ.

Фиг. 11.



На экранѣ Е (фиг. 11) образуютъ горизонтальный спектръ S, заставляя предварительно лучи, вышедшіе изъ призмы Р упасть на зеркальный кубъ М (употребляемый въ акустическихъ опытахъ Кёнига). Если зеркало вертитъ около вертикальной оси О, то на экранѣ видна яркая бѣлая полоса вмѣсто спектра. Если между призмой и зеркаломъ поставить узкую, непрозрачную перегородку, и устранить такимъ образомъ изъ спектра лучи какого нибудь цвѣта, то при вращеніи зеркала на экранѣ получается полоса дополнительнаго цвѣта къ устраненнымъ лучамъ.

Проф. П. Зильго (Варшава).

Письмо въ редакцію.

Г. Редакторъ.

31-го янв. я сдѣлалъ докладъ Кіевскому Обществу Естествоиспытателей о современномъ состояніи метеорологическихъ наблюденій въ Россіи; по желанію Вашему я составилъ краткій рефератъ, который Вами и напечатанъ въ № 39 „Вѣстника“. Рефератъ этотъ столь не понравился директору Главной Физ. Обсерв. г. Вильду, что онъ, не дождавшись даже выхода полнаго моего доклада, поспѣшилъ написать весьма пространный отвѣтъ (въ № 44 „Вѣстника“).

Изъ сравненія отвѣта г. Вильда съ моимъ рефератомъ и полною статью всякій непредубѣжденный читатель легко увидитъ, что многія возраженія г. Вильда происходятъ или отъ незнакомства его съ моею работою во всемъ ея объемѣ, или же отъ неправильнаго пониманія сказаннаго мною и въ рефератѣ; тѣмъ не менѣе по-

прошу Васъ, г. Редакторъ, дать мѣсто настоящему моему краткому разъясненію, въ которомъ я укажу на нѣкоторыя неточности въ отвѣтѣ г. Вильда.

Я готовъ дорого заплатить тому, кто въ состояніи будетъ мнѣ указать въ моемъ докладѣ или рефератѣ мѣсто, гдѣ я „провожу главнымъ образомъ мысль объ образованіи въ Одессѣ отдѣльнаго центрального метеорологическаго учрежденія“, какъ говорить это г. Вильдъ: я говорилъ и говорю только объ образованіи „гораздо большаго“ числа центральныхъ метеорологическихъ учреждений; приведенный въ рефератѣ (въ скобкахъ) примѣръ заимствованъ цѣликомъ изъ статьи профессора Воейкова¹⁾.

Сомнѣнія г. Вильда относительно числа станцій, доставляющихъ свои наблюденія въ Обсерв. Новор. Унив., происходятъ только отъ незнакомства его съ трудомъ проф. А. В. Клоссовскаго „Осадки Юго-Запада Россіи“²⁾, такъ какъ на стр. 2-й этого труда ясно указано, что наблюденія получены со 158 станцій; тамъ же можно убѣдиться въ невѣрности заявленія г. Вильда, что станціи „устроенныя проф. Клоссовскимъ служатъ *только* для наблюденій надъ осадками и грозами“, такъ какъ порядочный процентъ этихъ станцій имѣетъ приборы для наблюденій и другихъ метеорологическихъ элементовъ, а нѣкоторыя станціи наблюдаютъ всѣ основныя метеорологическіе элементы, кромѣ одной влажности.

Такимъ же незнакомствомъ г. Вильда съ отчетами проф. Клоссовскаго я могу объяснить и его недоумѣніе по поводу сдѣланнаго мною сравненія изданій Гл. Физ. Obs. и Обсер. Нов. Унив., при чемъ г. Вильдъ называетъ это сравненіе нападками и объясняетъ „подобныя нападки ужъ слишкомъ большимъ усердіемъ“ моимъ; по этому поводу замѣчу разъ на всегда, что я занимаюсь метеорологіею *исключительно* изъ любви къ наукѣ, при чемъ ни съ этимъ дѣломъ, ни съ людьми, также занимающимися метеорологіею, я не связанъ рѣшительно никакими особыми узами, (денежными расчетами или чѣмъ либо тому подобнымъ), такъ что относительно меня, менѣе чѣмъ относительно кого либо другого, можно сказать что я „поусердствовалъ“ для чего либо или для кого либо, какъ это можно понять изъ общаго характера отвѣта г. Вильда.

Въ рефератѣ моемъ было указано, что и сама Гл. Физ. Obs. сознаетъ необходимость метеорологической децентрализаціи, но что до сихъ поръ эта децентрализація—далека еще до сколько-нибудь полнаго ея осуществленія; такъ что мнѣ даже непонятно, противъ чего же такъ пространно „возражаетъ“ г. Вильдъ; разница между нашими воззрѣніями та, что г. Вильдъ желаетъ предоставить въ распоряженіе мѣстныхъ центровъ только станціи 3-го разряда, а же думаю, (а въ своемъ докладѣ привелъ и доводы), что эти центры должны непосредственно руководить и станціями 2-го разряда, при чемъ общее направленіе дѣла все таки же останется за Гл. Физ. Obs.; никакой розни при этомъ не произойдетъ, если, какъ указывалось въ моемъ докладѣ, разумно позаботиться о поддержаніи этого единства, составить общую инструкцію для повѣрки инструментовъ и т. п.

Увѣреніе г. Вильда, что „найденно было болѣе удобнымъ и дешевымъ приобрѣсти черезъ посредство Гл. Физ. Obs. *для всѣхъ* станцій Херсонской губерніи малые дождемеры“—далеко не справедливо, такъ какъ по наведеннымъ мною на мѣстѣ справкамъ оказывается, что довольно значительное количество ихъ было изготовлено въ Одессѣ у Университетскаго Механика Тимченко, при чемъ такое изготовленіе

¹⁾ Meteor. Zeitschr. 1887 № 12 s. 102.

²⁾ О выходѣ котораго заявлено въ № 43 „Вѣстника“; краткій же отчетъ за первую половину 1887 года вышелъ еще осенью прошлаго года и изъ него видно, что уже къ Сентябрю 1887 года наблюденія получались изъ 118 пунктовъ юга Россіи.

дождемѣровъ оказалось и удобнѣе, и выгоднѣе; тотъ же Тимченко изготовилъ для многихъ станцій психрометрическія клѣтки, флюгера и даже барометры, наконецъ онъ же недавно окончилъ (для Обсерв. Новор. Univ.) столь прекрасный анемографъ, что, по моему убѣжденію, инструментъ этотъ рѣшительно ни въ чемъ не уступитъ подобнымъ же инструментамъ лучшихъ заграничныхъ мастеровъ, такъ что эти факты и доказываютъ вполне мою мысль, что по учрежденіи мѣстныхъ метеорологическихъ центровъ непременно разовьется изготовленіе на мѣстахъ и многихъ метеорологическихъ приборовъ: что эти инструменты будутъ обходиться, вслѣдствіи конкуренціи, дешевле чѣмъ теперь—мнѣ кажется несомнѣннымъ, такъ какъ всякая монополія ведетъ къ вздорожанію продуктовъ. Дѣйствительно г. Вильдъ правъ, говоря что и теперь никто не заставляетъ покупать инструменты непременно въ Глав. Физ. Obs.; но гдѣ же можно покупать *поверенные* инструменты, помимо Гл. Физ. Obs. или кое какихъ мѣстныхъ центровъ, которые начинаютъ являться на свѣтъ сами по себѣ, (значитъ сама жизнь вызываетъ ихъ возникновеніе), безъ всякаго содѣйствія со стороны Гл. Физ. Obs.

Ни въ моемъ докладѣ, ни въ рефератѣ о немъ—нигдѣ не говорится ни слова о томъ, что „мѣстные центры будутъ доставлять лучшіе и болѣе точные приборы“—это говоритъ только г. Вильдъ, вѣроятно предчувствуя, что это непременно такъ будетъ.

Я продолжаю настаивать, что относительно предсказаній погоды для разныхъ потребностей Гл. Физ. Obs. „дѣлала только попытки“, но не достигла еще „надежныхъ результатовъ“, потому, что въ гектографированномъ циркулярѣ Гл. Физ. Obs. отъ 7 Марта 1887 г. № 359 (подписано: Директоръ Вильдъ, помощникъ его Рыкачевъ), говорится: „отнынѣ такіа предупрежденія не будутъ посылаться, пока намъ не удастся организовать и эту часть отдѣленія штормовыхъ предостереженій“; невозможно и говорить о достиженіи надежныхъ и прочныхъ результатовъ учрежденіемъ, которое еще „не удалось организовать“. Мнѣніе мое о томъ, что предсказанія должны идти изъ мѣстныхъ центровъ—всецѣло раздѣляется Метеорологическою Комисіею Имп. Рус. Геогр. Общ. 1), да и г. Вильдъ даже не пытается его совершенно оспаривать, а только старается и тутъ отвести поменьше мѣста для дѣятельности мѣстныхъ центровъ.

Въ моемъ докладѣ неоднократно указывается на весьма полезную, во многихъ отношеніяхъ, дѣятельность Гл. Физ. Obs. по выработкѣ типовъ метеорологическихъ инструментовъ и способовъ наблюдений; если она сдѣлала многое, то изъ этого еще не слѣдуетъ, чтобы никто другой не могъ сдѣлать ничего путнаго, почему и нѣтъ никакого основанія утверждать, что я, говоря о своихъ работахъ, тѣмъ „роняю достоинство“ трудовъ г. Вильда и обсерваторіи.

Я бы попросилъ г. Вильда подробнѣе указать—гдѣ именно можно въ его работахъ найти описаніе способа опредѣлять измѣненіе поправки гипсо-термометра самимъ наблюдателемъ безъ помощи барометра (а я объ этомъ именно и говорилъ)²⁾ такъ какъ въ указанномъ имъ II т. Метеор. Сбор. и подобнаго ничего нѣтъ.

Только изъ отвѣта г. Вильда я узналъ, что Гл. Ф. Obs. „сообщила мнѣ, что опредѣленные для моихъ барометровъ поправки надо исправить на 0,1 мм.“, т. е.

1) Изв. Имп. Рус. Геогр. Общ. т. XIX в. 2 стр. 47.

2) Работа эта оканчивается печатаніемъ въ Зап. Геогр. Имп. Рус. Геогр. Общ.; тамъ подробно указано на прежнія работы г. Вильда относительно гипсотермометровъ и на причины, почему его предложенія—общаго распространенія не получили.

до сихъ поръ я такого сообщенія не получалъ; наоборотъ, въ имѣющемся у меня отношеніи Гл. Ф. Obs. отъ 18 Янв. 1885 г. № 97 говорится, что „Гл. Ф. Obs. прислать Васъ вывести вновь поправки этихъ двухъ барометровъ“, ¹⁾ изъ чего видно, что Обсерваторія сама не знала точной величины своей ошибки, почему ошибка эта и признается мною около 0,3 мм. согласно моимъ опредѣленіямъ; но я готовъ даже и не спорить о числовой величинѣ этой ошибки: разъ вышеупомянутымъ отношеніемъ признано, что она произошла оттого, что одинъ изъ состоящихъ на службѣ въ Гл. Физ. Obs. наблюдателей отвинтилъ кольцо того барометра, по которому повѣряются присылаемые въ Obs. барометры, не поставилъ его какъ слѣдуетъ обратно на мѣсто и это своевременно чинами Обсерваторіи усмотрѣно не было (а для обнаруженія этого неправильнаго дѣйствія служащаго въ Обсерв. понадобился мой пріѣздъ въ Петербургъ изъ Курской губ.)—то не трудно видѣть, что спорить о величинѣ ошибки рѣшительно не стоитъ, такъ какъ все здѣсь зависитъ отъ случая.

Предложеніе г. Вильда объ отнесеніи поправокъ всѣхъ барометровъ и термометровъ къ нормальному барометру и термометру Гл. Физ. Obs.—не ново и дѣлалось имъ еще въ 1878 году; однако постоянный комитетъ международного метеорологическаго конгресса нашелъ болѣе цѣлесообразнымъ ²⁾ отнести всѣ поправки къ нормальнымъ инструментамъ международного бюро мѣръ и вѣсовъ; если г. Вильдъ нынѣ не считаетъ нормальные барометры межд. б. м. и в. за настоящіе нормальные, то это происходитъ отъ того, что онъ, вѣроятно, позабылъ свои слова, такъ какъ 1-го февр. 1883 года онъ докладывалъ Академіи ³⁾ слѣдующее: „въ самомъ непродолжительномъ времени можно ожидать окончанія произведеній въ настоящее время изслѣдованій надъ обоими нормальными барометрами межд. инст. мѣръ и вѣсовъ и, судя по этимъ изслѣдованіямъ, можно надѣяться, что оба эти инструмента представляютъ значительныя усовершенствованія сравнительно съ норм. бар. Гл. Физ. Obs. относительно устройства и точности наблюденій“; циркуляромъ отъ 10 апр. 1884 г. Междунар. Ком. мѣръ и вѣсовъ объявилъ во всеобщее свѣдѣніе, что принимаетъ отъ учреждений и лицъ ихъ инструменты для повѣрки, при чемъ оговорена неполная законченность работъ только относительно газоваго термометра и универсальнаго компаратора, про нормальный же барометръ никакихъ оговорокъ не сдѣлано; а такъ какъ г. Вильдъ состоитъ представителемъ Россіи въ Межд. Комитетѣ мѣръ и вѣсовъ и Междун. бюро исполняло правильныя указанія г. Вильда не только относительно изученія, но даже и относительно конструкціи нормальныхъ барометровъ ⁴⁾—то ему, менѣе чѣмъ кому либо другому, слѣдовало бы говорить о неточностяхъ этихъ барометровъ. Но допустимъ, что г. Вильдъ вполнѣ правильно говорить, что норм. бар. Гл. Физ. Obs.—безусловно вѣренъ, что норм. бар. Межд. бюро мѣръ и вѣсовъ—содержать неопредѣленное количество воздуха въ пустотѣ и что поправки Фуссовскихъ барометровъ у проф. Вальдо не измѣнились; тогда какъ же объяснить, что, по опредѣленію проф. Вальдо, вѣрный норм. бар. Гл. Физ. Obs. показываетъ на 0,22 ниже норм. бар. Междунар. Бюро мѣръ и вѣсовъ?! Этотъ абсурдъ разрѣшается очень просто предположеніемъ, что поправки Фуссовскихъ барометровъ проф. Вальдо—значительно увеличились; предположеніе это переходитъ въ увѣренность, если принять во вниманіе, что именно такъ и измѣнились по-

¹⁾ Подписано; Директоръ Г. Вильдъ, Ученый секретарь Э. Штеллингъ.

²⁾ Wild—Rapport succints sur quelques articles du programme du deuxième Congrès intern. Met. à Rome en 1879.

³⁾ Приложение № 5 къ XLV т. Зап. Имп. Ак. Наукъ стр. 6.

⁴⁾ Тамъ же стр. 5.

правки этих барометровъ до поѣздки пр. Вальдо¹⁾, такъ—для барометра Фусса № 150 поправка измѣнилась отъ $-0,25$ въ августъ до $-0,17$ въ декабрь 1882 года. Наконецъ это заключеніе подтверждается также разницѣми въ поправкахъ, опредѣленныхъ Вальдо и Броуновымъ и для другихъ барометровъ, напр. въ Вѣнѣ на $0,19$ мм. и т. д. То обстоятельство, что проф. Вальдо опредѣлялъ разность показаній двухъ нормальныхъ барометровъ Междун. бюро въ $0,04$ мм., доказываетъ только хорошее согласованіе этихъ барометровъ между собою и большую точность въ опредѣленіи поправокъ барометровъ Вальдо въ межд. бюро, потому что эта величина значительно ниже ошибки, получаемой при сравненіяхъ Фуссовскихъ барометровъ, съ нормальнымъ въ Гл. Физ. Обс., такъ напр.²⁾ въ февралѣ и мартѣ 1884 г. опредѣлены слѣдующія поправки даже для одного и того же барометра Фусса № 165:

$-0,11$ мм. изъ 5 сравненій сдѣланныхъ Шенрокомъ ³⁾	
$-0,04$ " " 5 " " "	"
$+0,02$ " " 8 " " Штеллингомъ ⁴⁾	"
$-0,10$ " " 5 " " "	"
$-0,02$ " " 11 " " "	"

такъ что амплитуда достигаетъ до $0,13$ мм., т. е. слишкомъ вдвое превосходить получившуюся у проф. Вальдо величину.

Относительно термометровъ г. Вильдъ говоритъ довольно неопредѣленно, что слѣдуетъ довольствоваться „постоянною вѣрностію до $0^0,1$ “ и что гораздо важнѣе обусловить „вѣрность отсчетовъ до $0^0,1$ “, я же говорилъ и продолжаю утверждать, что величина *полной* поправки термометра должна быть извѣстна съ точностію значительно превышающую точность отсчетовъ, потому что ошибка инструмента—„повторяется во всѣхъ наблюденіяхъ съ тѣмъ же знакомъ и слѣдовательно, не исключается и въ среднихъ выводахъ, какъ исключаются напр. случайныя погрѣшности наблюденій“⁵⁾. А такъ какъ поправка каждаго термометра состоитъ изъ алгебраической суммы поправокъ на невѣрности при его изготовленіи (поправка относительно нормального), на неправильность расширенія матеріаловъ, изъ которыхъ сдѣланъ термометръ (относительно газового термометра) и на перемѣщеніе точки 0^0 , то и выходитъ, что каждая изъ этихъ поправокъ въ отдѣльности должна опредѣляться въ сотыхъ доляхъ градуса (что, впрочемъ и дѣлалось до послѣдняго времени въ Гл. Физ. Обс.) для того чтобы ошибка въ общей поправкѣ была ниже $0^0,1$; наоборотъ, я готовъ допускать случайныя ошибки отсчетовъ даже до $0^0,3$. Предоставляю читателямъ обсудить кто изъ насъ, я или г. Вильдъ, правъ по этому вопросу.

Я весьма радъ, что наконецъ Гл. Физ. Обсер. имѣетъ уже возможность опредѣлять поправки своихъ термометровъ относительно нормальныхъ термометровъ Междун. бюро (я дѣлаю и проповѣдую⁶⁾ это уже съ 1885 года) и черезъ посредство ихъ относить всѣ поправки къ абсолютной скалѣ расширенія газовъ, не могу однако не замѣтить, что все таки до сихъ поръ это не дѣлается, потому будто бы, какъ говорить Г. Вильдъ, что поправки термометровъ относительно газового съ точностію опредѣлены пока только до -24^0 ; думаю, что это не болѣе какъ отго-

1) Wied. Jahresbericht für 1881 und 1882. s. 37.

2) Отчетъ по Гл. Физ. Обсерв. за 1883 и 1884 года стр. 46.

3) Нынѣ инспекторъ метеор. станцій.

4) Нынѣ директоръ Иркутской Обсерваторіи.

5) Заимствовано изъ статьи помощн. Дир. Гл. Физ. Обс., М. А. Рыкачева подъ заглавіемъ „Главная Физическая Обсерваторія“ (изъ Прав. Вѣстн. за 1885 г.) стр. 11.

6) Жур. Р. Физ.-Хим. Общ. т. XVIII Отд. физ. стр. 76.

ворка, потому что и относительно ртутнаго термометра поправки могут быть опредѣляемы только до температуры замерзанія ртути (т. е. примѣрно до—40°) далѣе же выводятся по экстраполяціи; въ дѣйствительности же, насколько мнѣ извѣстно, Гл. Физ. Obs. вовсе не опредѣляетъ поправки термометровъ ниже—21°.

Изъ уваженія къ читателямъ и редакціи „Вѣстника“ я не буду входить въ разсмотрѣніе сужденій г. Вильда лично о мнѣ (о предѣлахъ моего знакомства съ дѣломъ, о моемъ самолюбіи и т. д.), и общаго заключенія о моей работѣ („что вѣрныя вещи не новы, а что кажется новымъ—то не вѣрно“), такъ какъ считаю подобныя пререканія совершенно неприличными въ научномъ журналѣ.

Инженеръ Р. Савельевъ (Кіевъ).

ПО ПОВОДУ НОВАГО ДВИГАТЕЛЯ KEELEY.

Изъ числа пересматриваемыхъ мною за послѣднее время газетъ я не нашелъ ни одной, которая не сочла бы своей обязанностью сообщить читателямъ о „поразительномъ научномъ открытіи, сдѣланномъ американцемъ Keeley“. Въ одной изъ наиболѣе популярныхъ нашихъ газетъ редакція нашла даже умѣстнымъ посвятить этой грандіозной нелѣпости двѣ передовыя статьи! Да, приходится согласиться, что „двигатель Keeley“ проявилъ „поразительную“ силу, вызвавъ наружу неисчерпаемые запасы невѣжества нашихъ газетныхъ репортеровъ и перепечатниковъ. Шарлатанская реклама, пущенная въ ходъ—если не ошибаюсь—впервые французскимъ *Figaro*, не постѣснявшаяся въ интересахъ полковника *Le Mat*'а приплестъ сюда-же имя ни въ чемъ неповиннаго, почтеннаго 103-хъ лѣтняго академика *Chevreul*'а, нашла—сверхъ ожиданія, быть можетъ—идеально благоприятную для себя почву на столбцахъ русскихъ газетъ. Это обидно! Обидно главнымъ образомъ то, что въ погонѣ за курьезами и новинками окончательно теряется здравый смыслъ какъ пишущихъ, такъ и читателей; и тѣ и другіе охотно забываютъ самыя элементарныя научныя свѣдѣнія, почерпнутыя когда-то въ школѣ, и, радуясь случаю вѣрить въ разные чудеса хотя бы въ теченіе нѣсколькихъ дней, пока не будетъ прочитано опроверженіе, привыкаютъ окончательно обходиться безъ критики и считать самую здоровую для себя духовной пищею—газетныя утки.

О новой американско-французской уткѣ *Keeley-Le Mat* я не могу въ настоящее время дать читателямъ „Вѣстника“ надлежащаго понятія. „Нѣтъ дыму безъ огня“—говоритъ пословица, и вѣроятно и здѣсь какой нибудь маловажный фактъ послужилъ темою для всей этой болтовни, лишенной смысла. Очень можетъ статься, что какой нибудь Keeley придумалъ какой нибудь новый опытъ, которымъ наглядно демонстрируется превращеніе малыхъ вибрационныхъ колебаній звучащихъ тѣлъ въ видимое движеніе; это—невозможно, и давно извѣстны факты суммированія кинетической энергіи различнаго рода періодическихъ движеній. Быть можетъ Keeley устроилъ даже на этомъ принципѣ какую нибудь миленькую игрушку, которая, подобно физической игрушкѣ Эдисона—фонографу, облетитъ весь міръ, благодаря ловкимъ рекламамъ. Но—повторяю—правды пока доискаться невозможно въ этихъ газетныхъ статейкахъ, представляющихъ цѣлую массу перепутанныхъ между собою нелѣпостей. Тутъ и органныя трубы, и хладіевы пластинки, и точка опоры для поднятія аэростатовъ (?), и какія-то межэфирныя силы и пр. пр. Недостаетъ только спиритическихъ рукъ покойниковъ...

А впрочемъ—можно сдѣлать еще одно довольно вѣроятное предположеніе: быть можетъ господинъ С. С. (авторъ статьи въ *Figaro*) попросту шутникъ, державшій пари съ какимъ нибудь защитникомъ русской печати?....

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

◆ **В. А. Евтушевскій** послѣ продолжительной болѣзни скончался 11-го сентября въ своемъ помѣстьи (близъ Луги). Отмѣчая эту новую тяжелую утрату въ средѣ заслуженныхъ русскихъ педагоговъ-математиковъ, и не имѣя въ настоящее время подъ рукою собранныхъ матеріаловъ для болѣе полного ознакомленія читателей „Вѣстника“ съ заслугами покойнаго В. А., обращаемся съ просьбою къ тѣмъ, кому была хорошо извѣстна плодотворная дѣятельность и жизнь этого реформатора ариѣметики въ Россіи, почтить его память особымъ въ нашемъ журналѣ некрологомъ и познакомить читателей съ личностью одного изъ лучшихъ нашихъ учителей.

Въ ожиданіи этого, сообщаемъ нѣсколько лишь фактовъ. По окончаніи С.-Петербургскаго университета В. А. Евтушевскій былъ командированъ по Высочайшему повелѣнію за границу для ознакомленія съ тими специальными заведеніями, въ которыхъ готовятся учителя. По возвращеніи съ командировки онъ былъ назначенъ (около 1866 г.) однимъ изъ руководителей высшихъ педагогическихъ курсовъ, открытыхъ при 2-ой военной гимназій; въ этой должности В. А. состоялъ около десяти лѣтъ. Впослѣдствіи, пріобрѣвъ столь громкую извѣстность своими руководствами, В. А. удостоился чести преподавать математику Е. И. В. Государю Наслѣднику Цесаревичу и Другимъ Августѣйшимъ дѣтямъ Царской Семьи. Тогда-же В. А. завѣдывалъ С.-Петербургскими пріютами, находившимися подъ покровительствомъ Великой Княгини Александры Іосифовны.—Послѣ смерти г. Мѣднікова, редактора журнала „Народная Школа“, завѣдываніе редакціей и изданіемъ взялъ на себя покойный В. А. (вмѣстѣ съ А. П. Пятковскимъ). Онъ принималъ также весьма дѣятельное участіе въ устройствѣ педагогическаго музея при Солянѣмъ Городѣ, былъ однимъ изъ основателей издательской и книгопродавческой фирмы Фену и К^о, состоялъ одно время преподавателемъ на Аларчинскихъ женскихъ курсахъ и пр.

III.

◆ **В. И. Лапшинъ.** Въ двадцатыхъ числахъ сентября скончался на 80 г. жизни бывшій проф. физики Харьковскаго, потомъ Одесскаго университетовъ В. И. Лапшинъ. Если имя это и не пользуется теперь извѣстностью въ ученомъ мірѣ, если составленные В. И. учебники, опередивъ своего автора, давно преданы забвенію, то все же я, какъ одинъ изъ многочисленныхъ слушателей университетскихъ лекцій покойнаго считаю своею обязанностью напомнить, что въ тридцатыхъ годахъ нашего столѣтія, когда покойный В. И. былъ уже назначенъ профессоромъ въ Харьковскій университетъ, уровень физическихъ познаній стоялъ еще весьма низко по сравненію съ современными требованіями, и что, слѣдовательно, нельзя быть строгимъ въ оцѣнкѣ научной дѣятельности человѣка, дожившаго до глубокой старости и не перестававшаго вмѣстѣ съ тѣмъ до послѣднихъ дней жизни интересоваться, поскольку это было для него возможнымъ, вопросами научными.—Покойный В. И. состоялъ также и профессоромъ физической географіи. Я никогда не забуду, съ какимъ увлеченіемъ рассказывалъ онъ студентамъ о своей, немного запоздалой, поѣздкѣ на островъ Санторинъ, привлекшій въ 1866 г. вниманіе всей ученой Европы вновь возникшими по его сосѣдству островками вулканическаго происхожденія, съ какою гордостью показывалъ онъ намъ собранныя имъ тамъ коллекціи вулканическихъ продуктовъ и собственноручныхъ рисунковъ. Изобрѣтенный и устроенный В. И. анемографъ (приборъ для автоматическаго записыванія направленія вѣтра) въ свое время составлялъ весьма важную и удобную метеорологическую новинку. Новостью

казались и его опыты надъ дѣйствіями сильнаго гальваническаго тока, когда, располагая (еще въ Харьковѣ) батареей чуть-ли не въ 800 элементовъ Бунзена, онъ устраивалъ тамъ публичное электрическое освѣщеніе и другіе опыты, чуть не заплативъ жизнью однажды за увлеченіе этими опытами. Какъ профессоръ экспериментальной физики В. И., отличался одною особенностью, которую съ удовольствіемъ отмѣчаю: онъ никогда не ограничивался демонстраціею какого нибудь опыта и положительно требовалъ, чтобы всѣ до одного его слушатели подходили къ аппаратамъ по очереди совсѣмъ близко и поняли суть дѣла до мельчайшихъ подробностей. На эти практическія, такъ сказать, занятія приходилось не разъ брать по два и по три часа лишнихъ, кромѣ положенныхъ по росписанію, но я не помню, чтобы по этому поводу высказывались какія бы то ни было неудовольствія со стороны слушателей, и могу съ увѣренностью сказать, что если въ мое время физическій кабинетъ Новороссійскаго университета, тогда только что основанный покойнымъ В. И., былъ еще не особенно богатъ приборами, за то въ числѣ ихъ не было ни одного, котораго мы всѣ, студенты математики и естественники, не знали бы въ подробностяхъ, благодаря системѣ В. И. вести свои опыты. Кромѣ того, въ качествѣ профессора физической географіи, В. И. требовалъ (даже на экзаменахъ) отъ каждого изъ насъ умѣнья дѣлать правильные и быстрые отсчеты на барометрѣ и другихъ метеор. приборахъ, что вовсе не такъ маловажно, какъ многіе думаютъ. Не останавливаясь на другихъ подробностяхъ изъ жизни и преподавательской дѣятельности этого заслуженнаго маститаго профессора, могу вполне искренне сказать въ заключеніе: „онъ относился къ своему предмету съ величайшей любовью и эту любовь къ физикѣ сумѣлъ передать многимъ.“

III.

ЗАДАЧИ.

№ 345. На катетахъ АВ и ВС прямоугольнаго треугольника строимъ соотвѣтственно квадраты ABDE и BCFG, соединяемъ вершину С съ Е, вершину А съ Г и опускаемъ изъ вершины прямого угла В перпендикуляръ ВН на гипотенузу, Доказать, что три прямыя АГ, ВН и СЕ пересѣкаются въ одной точкѣ.
С. Кривескій (Ромны).

№ 346. Найти число, котораго четвертая степень, равно какъ и оно само, есть сумма квадратовъ двухъ послѣдовательныхъ чиселъ.
(Займств. III.)

№ 347. Данъ равносторонній треугольникъ ABC. Найти геометрическое мѣсто точекъ М, удовлетворяющихъ условію
 $AM = BM + MC.$
М. Фридманъ (Кам.-Под.)

№ 348. Найти n цѣлыхъ чиселъ z, y, x, \dots, t такъ, чтобы ихъ произведеніе дѣлилось на ихъ сумму безъ остатка.
С. Шостакъ (с. Дятьково).

№ 349. Даны на плоскости двѣ окружности радіусовъ R и r. Даннымъ радіусомъ ρ начертить третью окружность, касательную къ одной

изъ данныхъ и пересекающую вторую такъ, чтобы общая хорда имѣла данную длину a .

Исслѣдовать условія возможности и числа рѣшеній.

М. Чубинскій (Короча).

№ 350. Въ треугольникъ вписана окружность; кромѣ того построены еще три окружности, каждая изъ которыхъ касается вписанной окружности и двухъ сторонъ даннаго треугольника; если r, r_1, r_2, r_3 радіусы этихъ четырехъ окружностей, то требуется доказать, что

$$r = \sqrt{r_1 r_2} + \sqrt{r_2 r_3} + \sqrt{r_3 r_1}.$$

А. Голденбергъ (Спб.).

№ 351. Доказать, что уравненіе

$$\frac{A_1}{x+a_1} + \frac{A_2}{x+a_2} + \dots + \frac{A_n}{x+a_n} = Ax + B$$

не имѣетъ мнимыхъ корней, если A, A_1, A_2, \dots, A_n положительны. (Теорема Ліувилля).

В. Ермаковъ (Кіевъ).

Загадки и вопросы.

№ 8. Почему средняя энергія артели рабочихъ всегда больше энергіи средняго рабочаго, и почему—если смотрѣть на общество какъ на артель работниковъ—замѣна дѣйствительныхъ членовъ общества средними людьми дала бы убытокъ?

(Заимств. III.)

№ 9. Почему если смотрѣть черезъ окно неподвижнаго вагона на медленно движущійся по сосѣднимъ рельсамъ поѣздъ, намъ часто кажется, что движется не этотъ поѣздъ, а нашъ собственный вагонъ.

С. Шостаковъ (с. Дятково).

Упражненія для учениковъ.

(КВАДРАТНЫЯ УРАВНЕНІЯ).

1. Уравненія №№ 1—20 имѣютъ рациональные, цѣлые корни; найти корни, не вычисляя ихъ по известной формулѣ (рѣшить „въ воздухъ“).

1. $x^2 - 9x + 4.5 = 0$

2. $x^2 + 9x + 4.5 = 0$

3. $x^2 - x - 4.5 = 0$

4. $x^2 + x - 4.5 = 0$

5. $x^2 - 3x - 10 = 0$

6. $x^2 - x - 42 = 0$

7. $x^2 + 12x - 108 = 0$

8. $x^2 + 20x - 96 = 0$

9. $x^2 - 8x - 20 = 0$

10. $x^2 - 29x + 210 = 0$

11. $x^2 + 6x = 16$

12. $x^2 - 9x = 10$

13. $x^2 - 13x = 140$

14. $x^2 + 4x = 45$

15. $x^2 - 16x = -63$

16. $x^2 + 31x - 360 = 0$

17. $x^2 - 55x + 450 = 0$

18. $x^2 - 2x - 360 = 0$

19. $x^2 + 34x + 225 = 0$

20. $x^2 - x - 132 = 0$

2. Рѣшить уравненія:

1. $(x^2 - 9)^2 - 11(x^2 - 9) - 80 = 0$

$x^2 - 9 = 16; x_{1,2} = \pm 5$

$x^2 - 9 = -5; x_{3,4} = \pm 2$

2. $(x^2 - 3x + 3)^2 - 4(x^2 - 3x + 3) + 3 = 0$

$x^2 - 3x + 3 = \quad ; x_{1,2} = \quad$

$x^2 - 3x + 3 = \quad ; x_{3,4} = \quad$

3. $x + 2\sqrt{x} - 15 = 0; \sqrt{x} = \quad$

4. $(3x + 1) - 13\sqrt{3x + 1} + 40 = 0$

$\sqrt{3x + 1} = \quad$

5. $(x + 5) - \sqrt{x + 5} - 6 = 0; \sqrt{x + 5} = \quad$

6. $(51 - x) + 7\sqrt{51 - x} - 18 = 0; \sqrt{51 - x} = \quad$

7. $4\sqrt{75 - x} = x - 54; \sqrt{75 - x} = \quad$

8. $19\sqrt{47 + x} = 135 + x; \sqrt{47 + x} = \quad$

9. $47 - 5\sqrt{61 - x} = x; \sqrt{61 - x} = \quad$

10. $(x^2 + 96) - 21\sqrt{x^2 + 96} + 110 = 0; \sqrt{x^2 + 96} = \quad$

А. Гольденберг (Спб.)

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 241. На основаніи АС равнобедреннаго треугольника дана точка М. а) Доказать что

$$MB^2 = AB^2 - AM \cdot MC,$$

а если точка М взята на продолженіи основанія, то

$$MB^2 = AB^2 + AM \cdot MC.$$

б) Примѣнить это соотношеніе къ выводу извѣстной зависимости между

сторонами правильныхъ: пятиугольника, шестиугольника и десятиугольника, вписанныхъ въ одну и ту-же окружность.

Изъ вершины В опустимъ на основаніе перпендикуляръ ВК, тогда

$$MB^2 = AB^2 + AM^2 - 2AM \cdot AK = AB^2 - AM(2AK - AM),$$

но

$$2AK = AC, \quad AC - AM = MC,$$

слѣдовательно

$$MB^2 = AB^2 - AM \cdot MC.$$

Если точка М лежитъ на продолженіи основанія, то

$$BM^2 = BC^2 + CM^2 + 2MC \cdot KC = AB^2 + CM(CM + 2KC),$$

а такъ какъ

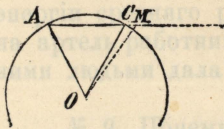
$$2KC = AC, \quad AC + CM = AM,$$

то

$$MB^2 = AB^2 + AM \cdot MC.$$

Изъ этого соотношенія не трудно вывести зависимость между сторонами вписанныхъ шестиугольника, пятиугольника и десятиугольника.

Фиг. 12.



Въ самомъ дѣлѣ, пусть АС (фиг. 12) будетъ сторона 10-ти угольника. Продолжимъ АС такъ, чтобы АМ = АО. Тогда ОМ — сторона 5-угольника,

$$(\text{ибо } \angle OAM = 72^\circ = \frac{360^\circ}{5}, \quad \angle AOM = \angle AMO);$$

Отсюда

$$OM^2 = OC^2 + AM \cdot CM.$$

Но сторона правильного 10-ти угольника обладаетъ свойствомъ

$$AM : AC = AC : CM.$$

Слѣдовательно

$$OM^2 = OC^2 + AC^2,$$

т. е.

$$a_5^2 = a_6^2 + a_{10}^2.$$

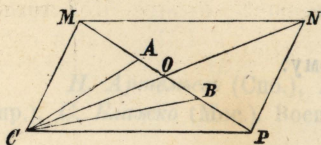
И. Абъ (Орель), Н. Артемьевъ (Спб.), А. Бобятинскій (Ег. зол. пр.) В. Солертинскій (Гатчино), М. Кузьменко (Сл. Вѣля). Ученики: Екатерсл. г. (8) А. В. Вятск. р. уч. (6) И. П., Вор. к. в. (6) А. П. Неполное рѣшеніе: Мог. р. уч. (6) Я. И., Кам.-Под. г. (7) А. Р.

№ 273. По даннымъ медианамъ опредѣлить площадь треугольника.

Чтобы построить треугольникъ по даннымъ медианамъ m_a , m_b и m_c , извѣстно, что надо построить параллелограмъ CMNP (фиг. 13), въ

которомъ $CM=2m_a$, $CP=2m_b$ и диагональ $CN=2m_c$; затѣмъ надо диагональ MP раздѣлить на три части и соединить точки дѣленія A и B съ C . Треугольникъ ABC будетъ искомымъ.

Фиг. 13.



Очевидно, что

$$\text{пл. } \triangle ABC = \frac{1}{3} \text{ пл. } \triangle CMP = \frac{1}{3} \text{ пл. } \triangle CNP,$$

но

$$\text{пл. } \triangle CNP = \sqrt{(m_a + m_b + m_c)(m_a + m_b - m_c)(m_a + m_c - m_b)(m_b + m_c - m_a)}.$$

Слѣдовательно искомая площадь равна одной трети этого радикала.

П. Летуновскій (Полт.), *В. Соллертинскій* (Гатчино), *Н. Артёмьевъ* (Спб.), *П. Свѣшниковъ* (Троицкѣ), *А. Боятинскій* (Егор. зол. пр.), *С. Блажко* (Москва). Ученики: Вор. в. к. (?) *А. П.*, Курск. г. (5) *В. Х.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) *С. Х.*, Вят. р. уч. (6) *И. П.*

№ 276. Рѣшить уравненіе:

$$\frac{x^2 + 1}{3x^2 - 23} = \frac{x}{10}.$$

Приведа къ одному знаменателю, имѣемъ

$$3x^3 - 10x^2 - 23x - 10 = 0.$$

Разложивъ это выраженіе слѣдующимъ образомъ:

$$3x^3 - 15x^2 + 5x^2 - 25x + 2x - 10 = 0,$$

легко представить его въ такомъ видѣ:

$$(x-5)(x+1)(3x+2) = 0.$$

Отсюда:

$$x_1 = 5, \quad x_2 = -1, \quad x_3 = -\frac{2}{3}.$$

Н. Ивановскій (Ворон.), *П. Летуновскій* (Полт.), *Н. Артёмьевъ* (Спб.), *А. Боятинскій* (Егор. зол. пр.), *С. Блажко* (Мос.). Ученики: Измаил. г. (6) *Т. Х.* Вор. в. к. (6) *А. П.*, (?) *И. К.*, Курск. г. (5) *В. Х.*, (6) *А. П.*, Т.-Х.-Ш. (7) *И. Н.* и *А. В.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (7) *С. Х.*, Камыш. р. уч. (7) *П. С.*, Черн. г. (6) *Д. З.*, Вятск. р. уч. (6) *И. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Кишинев. р. уч. (7) *Д. Л.*, Киев. I г. (8) *В. Б.*

№ 279. На одной изъ сторонъ прямого угла MON взята точка A ; на другой сторонѣ намѣчены точки B , C и D такъ, что $OA=OB=BC=CD$. Доказать, что треугольникъ ABC подобенъ треугольнику ABD .

Изъ прямоугольнаго треугольника ОАВ имѣемъ:

$$AB^2 = 2AO^2 = 2AO \cdot AO,$$

но по построению $AO = BC$ и $2AO = BD$, а потому:

$$AB^2 = BC \cdot BD.$$

Отсюда

$$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{BC}.$$

Слѣдовательно треугольники ABD и ABC; имѣющіе кромѣ того общій уголъ ABD, подобны.

Ивановскій (Ворон.), *В. Соллертинскій* (Гатчино), *И. Свѣшниковъ* (Троицкѣ), *М. Л.* (Архангельскѣ), *С. Блажко* (Москва). Ученица 6 кл. Петрозав. Марин. ж. г. *Ю. Омурская*. Ученики: Курск. г. (5) *В. Х.*, (6) *Т. Ш.*, (8) *П. А.* и *І. Ч.*, Полт. к. к. (7) *Г-ій*, Екатер. Пет. уч. (5) *В. М.*, Короч. г. (7) *Н. Б.*, Черн. г. (6) *С. П.*, Вятск. р. уч. (6) *И. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Киевской II-й г. (7) *В. М.*, Кам-Под. г. (7) *А. Р.*

№ 286. Найти предѣлъ суммы

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{15} + \frac{1}{24} + \dots + \frac{1}{n^2 - 1},$$

при возрастаніи n до безконечности.

Общій n -й членъ даннаго ряда

$$N = \frac{1}{(n+1)^2 - 1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right).$$

Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} \right) + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \right].$$

Замѣтивъ, что второй членъ каждой разности сокращается съ первымъ членомъ второй послѣ нея разности, заключаемъ, что

$$S = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right).$$

Полагая теперь $n=\infty$, находимъ

$$S=\frac{3}{4}.$$

Н. Артемьевъ (Спб.), *П. Сетинниковъ* (Троицкѣ), *А. Бобятинскій* (Ег. зол. пр.), *С. Блажко* (Мос.). Воспитанникъ 4 кл. Влад. Духовн. Сем. А. Е.

№ 316. Рѣшить систему уравненій:

$$x^3 - xyz = a\sqrt{xyz},$$

$$y^3 - xyz = b\sqrt{xyz},$$

$$z^3 - xyz = \sqrt{xyz}.$$

Перенеся въ каждомъ изъ уравненій членъ xyz во вторую часть и перемноживъ все полученныя уравненія, находимъ

$$(a+b+c)\left(\sqrt{xyz}\right)^2 + (ab+bc+ac)\sqrt{xyz} + abc = 0.$$

Рѣшивъ это уравненіе относительно \sqrt{xyz} , найдемъ изъ данныхъ уравненій величины для x , y и z .

Н. Соболевскій (Москва), *П. Сетинниковъ* (Троицкѣ), *С. Шатуновскій* (Кам.-Под.)

Поправка къ статьѣ Д. Ефремова

„Замѣтка по поводу задачи о вычисленіи π .“*)

(Письмо въ редакцію).

Предложенное мною (на стр. 253 Сем. IV) доказательство неравенства

$$P' - p' < \frac{1}{4}(P - p) \quad (1)$$

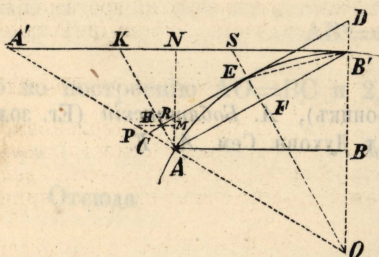
было невѣрно, такъ какъ оно основывалось на невѣрномъ положеніи:

$$r - a' < \frac{1}{4}(r - a). \quad (2)$$

Извиняясь передъ читателями въ своей оплошности, привожу теперь геометрическое доказательство основного неравенства (1).

*) См. „Вѣстникъ“ № 47, стр. 252 сем. IV.

Фиг. 14.



Если AB и $A'B'$ (фиг. 14) суть половины сторонъ правильныхъ многоугольниковъ, периметры которыхъ были обозначены черезъ p и P , а AB' и CD —цѣлыя стороны прав. многоугольниковъ двойного числа сторонъ, периметры которыхъ суть p' и P' , то, соединивъ средину E стороны CD съ центромъ O и проведя $AK \parallel OE$, $AN \parallel OB'$ и $PM \parallel A'B'$ (черезъ точку N пересѣченія AK съ CD), получимъ

$$\frac{P' - p'}{P - p} = \frac{CR}{A'N} < \frac{PM}{A'N},$$

ибо прямая CR , какъ перпендикулярная къ биссектору AK угла $A'AN$, короче всякой другой прямой, напр. PM , проведенной между сторонами этого угла черезъ точку N .

Но
$$\frac{PM}{A'N} = \frac{AN}{AK} = \frac{EF}{2SF},$$

последнее же отношеніе меньше $\frac{1}{4}$, такъ какъ изъ треугольника $SB'F$, въ которомъ $B'E$ есть биссекторъ, очевидно, что $SE > EF$. Слѣдовательно

$$P' - p' < \frac{1}{4}(P - p)$$

что и требовалось доказать.

Дм. Ефремовъ (Ив.-Вознесенскъ).

Отъ редакціи. По поводу того-же ошибочнаго неравенства (2) было нами получено еще письмо г. *Томашевича* (изъ Тулы), въ которомъ авторъ показываетъ, что

$$\frac{r - a'}{r - a} = \frac{1}{4 \cos^2 \frac{\alpha}{4}}$$

(гдѣ r радиусъ, a и a' —апогеи впис. многоугольниковъ о n и $2n$ сторонахъ и α —центральный уголъ, соответствующій сторонѣ $2n$ -угольника);

а такъ какъ дробь $\frac{1}{4 \cos^2 \frac{\alpha}{4}}$ обращается въ $\frac{1}{4}$ только въ предѣлѣ (когда

$\alpha = 0$ при $n = \infty$), вообще же она остается больше $\frac{1}{4}$, то — наоборотъ — всегда имѣемъ

$$r - a' > \frac{1}{4}(r - a).$$

Редакторъ-Издатель **Э. Б. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ 6 Октября 1888 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кущнеревъ и К^о.

Объявленія о присланныхъ въ редакцію книгахъ.

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКІЙ СБОРНИКЪ
ИЗДАВАЕМЫЙ ИМПЕРАТОРСКОЮ АКАДЕМІЕЮ НАУКЪ

подъ редакцію

Д-ра Г. И. Вильда.

Съ 6 таблицами, 9 картами и однимъ рисункомъ въ текстѣ.

С.-Петербургъ. 1888.

ТЕМПЕРАТУРА ПОЧВЫ
НА ЮГО-ЗАПАДѢ РОССІИ

Профессора **А. КЛОССОВСКАГО.**

Одесса. 1888.

КРАТКІЙ ОТЧЕТЪ О ДѢЯТЕЛЬНОСТИ

МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРІИ

ИМПЕРАТОРСКАГО НОВОРОССІЙСКАГО УНИВЕРСИТЕТА

съ 1-го янв. 1886 г. по 1-ое сент. 1888 г.

Проф. **А. КЛОССОВСКАГО.**

Одесса. 1888.

О С Н О В А Н І Я
ПСЕВДОСФЕРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ.

В. Богаевского.

Доктора матем. наукъ Королевскаго Пизанскаго унив.

КІЕВЪ. 1888.

С О О Б Щ Е Н І Я
ХАРЬКОВСКАГО МАТЕМАТИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА

издаются подъ редакцію распорядительнаго комитета Общества.

Книжки Сообщеній выпускаются въ неопредѣленные сроки по мѣрѣ отпечатанія въ размѣрѣ 3-хъ печатныхъ листовъ. Шесть выпусковъ составляютъ томъ. Желаящіе подписаться на первый томъ второй серіи благоволятъ адресовать свои заявленія на имя секретаря Общества въ Харьковскій Университетъ. Подписная цѣна 3 рубля.

Выпуски первой серіи (18 номеровъ, 1879—1887 г.) продаются отдѣльно, по 50 коп. Съ требованіями можно обращаться въ книжный магазинъ Д. Н. Полуехтова, Харьковъ, Московская ул., № 18. Тамъ-же можно получать указатель статей, помѣщенныхъ въ книжкахъ первой серіи; цѣна 20 коп.

По всѣмъ дѣламъ, касающимся Общества, слѣдуетъ обращаться къ секретарю Общества въ Харьковскій Университетъ.

ТЕОРІЯ ТЕПЛОТЫ

въ элементарной обработкѣ

КЛЕРКЪ МАКСУЭЛЛЯ.

Переводъ съ 7-го англійскаго изданія

А. Л. Королькова,

съ рисунками и чертежами въ текстѣ, 292 стр. in 8°.

Цѣна 2 р. 25 коп., съ перес. 2 р. 40 коп.

СОДЕРЖАНІЕ:

Предисловіе. Глава I. Введеніе.—Гл. II. Термометрія или ученіе о температурѣ.—Гл. III. Калориметрія.—Гл. IV. Основныя динамическія начала.—Гл. V. Измѣреніе давленія и другихъ внутреннихъ силъ и дѣйствія, которыя онѣ производятъ.—Гл. VI. О линіяхъ равной температуры или изотермическихъ линіяхъ на индикаторной діаграммѣ.—Гл. VII. Свойства тѣлъ, предохраненныхъ отъ притока и потери теплоты.—Гл. VIII. Тепловыя машины.—Гл. IX. Отношенія между физическими свойствами вещества.—Гл. X. Скрытая теплота.—Гл. XI. Приложеніе началъ термодинамики къ газамъ.—Гл. XII. Внутренняя энергія системы тѣлъ.—Гл. XIII. Свободное расширеніе тѣлъ.—Гл. XIV. Опредѣленіе высотъ барометромъ.—Гл. XV. Распространеніе продольныхъ волнъ.—Гл. XVI. Лучеспусканіе.—Гл. XVII. Конвекціонныя токи.—Гл. XVIII. Распространеніе теплоты проводимостью.—Гл. XIX. Диффузія жидкостей.—Гл. XX. Капиллярность.—Гл. XXI. Упругость и вязкость.—Гл. XXII. Молекулярная теорія строенія тѣлъ.—Прибавленіе.

Складъ изданія въ редакціи „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“ (Кіевъ, Нижне-Владимірская № 19) и въ книжныхъ магазинахъ Н. Я. Оглоблина въ Кіевѣ и С.-Петербургѣ.

Лица, покупающія не менѣе 10 экземпляровъ непосредственно изъ книжнаго склада редакціи, пользуются 20% уступки и за пересылку не платятъ.