№ 28.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

III Семестра № 4-й.

КІЕВЪ.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.
1887.

СОДЕРЖАНІЕ № 28.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 28.

III Сем. 21 Сентября 1887 г. № 4.

Профессоръ Др. Густавъ-Робертъ Кирхгофъ. (Kirchhoff).

(НЕКРОЛОГЪ).

5-го октября скончался въ Берлинѣ первоклассный ученый, знаменитый физикъ Кирхгофъ. Г. Кирхгофъ, сынъ земскаго судьи, родился 12-го марта 1824 года въ Кёнигсбергѣ, гдѣ онъ получилъ и первоначальное, и университетское образованіе.

Въ сороковыхъ годахъ образовалась въ Кёнигсбергскомъ университетѣ, благодаря главнымъ образомъ и теперь еще находящемуся въ живыхъ—профессору Нейману, строго научная школа для молодыхъ физиковъ и математиковъ. Многимъ изъ извѣстныхъ ученыхъ именно эта школа дала тѣ капитальныя знанія, безъ которыхъ немыслимы-бы и блистательные результаты, добытые нѣкоторыми изъ нихъ (Гельмгольцъ, Дю-Буа Р.) въ позднѣйшихъ изслѣдованіяхъ.

И Кирхгофъ прошелъ эту школу и, будучи еще ученикомъ Неймана, напечаталъ первое свое изслѣдованіе.

Въ 1848 г. Кирхгофъ поступилъ приватъ-доцентомъ въ Берлинскій университетъ по каѳедрѣ математической физики. Въ 1850 году онъ былъ приглашенъ экстра-ординарнымъ профессоромъ опытной физики въ Бреславль, гдѣ сблизился съ бывшимъ въ то время профессоромъ Бреславльскаго университета Бунзеномъ; это сближеніе несомнѣнно повліяло на дальнѣйшій ходъ работъ Кирхгофа.

Въ 1854 г. Кирхгофъ перешелъ ординарнымъ профессоромъ опытной-же физики въ Гейдельбергъ (куда двумя годами раньше переведенъ былъ и Бунзенъ) и оставался здѣсь до 1875 г.

Дѣятельность Кирхгофа въ Гейдельбергѣ замѣчательна не только по тѣмъ знаменитымъ ученымъ изслѣдованіямъ, которыя ему удалось здѣсь произвесть, между прочимъ, вмѣстѣ съ Бунзеномъ, поставить и разрѣшить вопросъ о спектральномъ анализѣ, но и въ педагогическомъ отношеніи. Подобно своему учителю Нейману, и онъ образовалъ школу для молодыхъ физиковъ, и многіе изъ его учениковъ, разсѣянныхъ въ настоящее время по всей Европѣ, между прочимъ и пишущій эти строки, съ благодарностью сознаются, что эта школа послужила имъ основаніемъ для пріобрѣтенія дальнѣйшихъ физическихъ знаній.

Въ 1875 г. Кирхгофъ перешелъ въ Берлинскій университетъ профессоромъ математической физики.

Научная дѣятельность Кирхгофа обнимаетъ всѣ области физики и касается многихъ вопросовъ математики и механики (по причинѣ очень значительнаго числа этихъ работъ приводить ихъ перечень здѣсь неудобно). Вездѣ онъ вносилъ что нибудь новое, капитальное, почему имя его, какъ научнаго дѣятеля первой величины, несомнѣнно, на вѣки сохранится потомству.

Проф. *М. Авенаріусъ.* (Кіевъ).

Касательный кругъ.

(Отвѣтъ на тему, предложенную въ № 23 „Вѣстника").

§ 1. Знаменитый геометръ *Аполлоній Пергамскій*, жившій около 40 лѣтъ спустя послѣ Архимеда *), предложилъ первый и рѣшилъ задачу о построеніи круга, касающагося трехъ данныхъ круговъ. Но сочиненіе

*) Аполлоній Пергамскій проживалъ въ Александріи отъ 222 до 205 г. до Р. Х. Онъ извѣстенъ въ исторіи математики, какъ авторъ 8 книгъ *О коническихъ сѣченіяхъ*, изъ которыхъ 4 послѣднія утеряны въ оригиналѣ и были возстановлены Галлеемъ.

Прим. ред.

его о касательныхъ (De Tactionibus) не дошло до насъ и было лишь возстановлено Вьетомъ въ его изданіи „*Apollonius Gallus*“ *). Впослѣдствіи Ферматъ рѣшилъ подобную задачу для шаровъ **).

Аполлоній Пергамскій, имѣя въ своемъ распоряженіи геометрію древнихъ, примѣнилъ къ рѣшенію задачи о построеніи круга, касательнаго къ тремъ даннымъ, синтетическій методъ, состоящій въ послѣдовательномъ рѣшеніи цѣлаго ряда задачъ, заканчивающагося данною задачею. Этотъ чрезвычайно строгій и послѣдовательный методъ не всегда, однакожъ, бываетъ удобоисполнимымъ на практикѣ.

Выразимъ задачу Аполлонія въ общемъ видѣ: пусть будутъ три точки: P_1, P_2, P_3, три прямыя: L_1, L_2, L_3 и три окружности: O_1, O_2, O_3; по даннымъ *тремъ* изъ этихъ элементовъ требуется построить окружность, которая проходила бы черезъ данныя точки и касалась бы данныхъ прямыхъ или окружностей. Изъ этихъ девяти элементовъ можно составить только 10 различныхъ сочетаній по три; такимъ образомъ требованій относительно искомой окружности можетъ быть десять, а именно:

1) P_1 P_2 P_3 прох. чр. 3 д. точки
2) L_1 L_2 L_3 кас. къ 3-мъ д. прямымъ
3) P_1 P_2 L_1 прох. чр. 2 д. точки и кас. къ д. прямой
4) P_1 L_1 L_2 „ „ 1 д. точку „ „ „ 2-мъ д. прямымъ
5) L_1 L_2 O_1 кас. къ 2 мъ д. прамымъ и къ д. окр.
6) P_1 P_2 O_1 прох. чр. 2 д. точки и кас. къ д. окр.
7) P_1 L_1 O_1 „ „ 1 д. точку „ „ „ „ „ и д. прямой.

---

*) Изданіе Вьета *Apollonius Gallus* появилось въ 1600 г.; затѣмъ въ 1607 г. то-же сочиненіе было возстановлено М. Гетальди въ его *Apollonius redivivus* и—болѣе удачное—Г. Камереромъ въ 1795 (*Apollonius de Tactionibus etc*).

Задача, о которой идетъ рѣчь, была предложена Вьетомъ голландскому математику *Ванъ-Роману* (извѣстному болѣе подъ названіемъ Андріана Романа) въ отвѣтъ на его задачу (сводящуюся на рѣшеніе уравненія 45-ой степени и раздѣленіе окружности на 45 равныхъ частей), присланную Генриху IV съ насмѣшливымъ замѣчаніемъ, что Францiя не въ состояніи ее рѣшить. Романъ рѣшилъ задачу Аполлонія, опредѣливъ центръ искомаго касательнаго круга пересѣченіемъ двухъ гиперболъ. Вьетъ тогда показалъ, что задача можетъ быть рѣшена пріемами элементарной геометріи.

Та-же задача была рѣшена Ньютономъ (въ *Arithmetica universalis* и въ *Principia);* ею интересовался тоже Декартъ и предложилъ два рѣшенія. Оба слишкомъ сложны, а объ одномъ изъ нихъ самъ Декартъ говоритъ, что нужныя для этого построенія онъ не берется выполнить въ одинъ мѣсяцъ. *Прим. ред.*

**) Ферматъ (1601—1665 г.) рѣшилъ слѣдующую задачу, предложенную ему Декартомъ; „найти четвертый шаръ касательный къ тремъ даннымъ по величинѣ и положенію“. О рѣшеніи этой задачи самимъ Декартомъ нѣтъ никакихъ указаній въ его сочиненіяхъ.

Прим. ред.

8) $L_1\ O_1\ O_2$ кас. къ д. прямой и къ 2-мъ д. окр.

9) $P_1\ O_1\ O_2$ прох. чр. д. точку и кас. къ 2-мъ д. окр.

10) $O_1\ O_2\ O_3$ кас. къ 3-мъ д. окр.

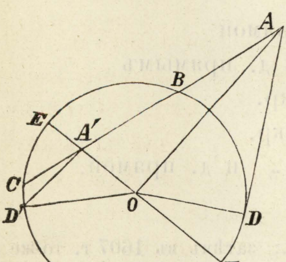
Задачи расположены здѣсь въ томъ порядкѣ, въ какомъ слѣдуетъ ихъ рѣшать, чтобы дойти послѣдовательно до рѣшенія послѣдней. Къ рѣшенію ихъ весьма удобно примѣняется методъ геометрическихъ мѣстъ, что обыкновенно и предлагается въ учебникахъ и задачникахъ геометріи *).

Кромѣ того этому же вопросу была посвящена статья А. Левшина въ № 17 (стр. 339) Журнала Элем. Мат. за $188^4/_5$ уч. годъ.

Цѣль настоящей замѣтки—показать примѣненіе методовъ Новой Геометріи къ рѣшенію этой интересной задачи и тѣмъ самымъ доказать всѣ преимущества этого метода, какъ болѣе общаго. Непосредственное рѣшеніе этой задачи было дано только въ началѣ настоящаго столѣтія, а именно *Gaultier* въ 1813 г. и *Gergonne* въ 1814 г.

§ 2. Прежде чѣмъ приступить къ изложенію рѣшенія разсматриваемой задачи, необходимо установить нѣкоторыя опредѣленія и доказать нѣсколько теоремъ.

Фиг. 15.



Пусть дана окружность O (фиг. 15) и точка внѣ или внутри ея. Въ первомъ случаѣ, если черезъ внѣшнюю точку A проведемъ сѣкущую ABC, то, какъ извѣстно,

$$AB.AC=AD^2=AO^2-OD^2,$$

если AD есть касательная изъ той-же точки къ окружности. Во второмъ случаѣ, если черезъ внутреннюю точку A′ проведемъ хорду BC и діаметръ EF, будемъ имѣть:

$$A'B.A'C=A'E.A'F=A'D'^2=D'O^2-A'O^2=-(A'O^2-D'O^2)$$

если A′D′ есть перпендикуляръ изъ A′ къ діаметру до встрѣчи съ окружностью.

Если будемъ считать отрѣзки сѣкущей отъ данной точки до B и C одинаковаго знака въ томъ случаѣ, когда они направлены въ одну сторону, и—разныхъ знаковъ, когда они направлены въ противоположныя стороны, то въ случаѣ внѣшней точки произведеніе AB.AC будетъ по-

*) Считаю нужнымъ отмѣтить вкравшуюся ошибку въ сочиненіе Е. Пржевальскаго: „Собраніе геометрическихъ теоремъ и задачъ". На стр. 253 послѣ рѣшенія задачи № 249 о проведеніи окружности, касательной къ тремъ даннымъ, сказано, что вопросъ допускаетъ *четыре* рѣшенія, между тѣмъ какъ въ общемъ случаѣ получается *восемь* рѣшеній.

Прим. автора.

ложительнымъ, а при внутренней точкѣ произведенiе $A'B.A'C$ будетъ отрицательнымъ. Это даетъ намъ право сказать, что вообще, гдѣ бы ни была точка А, имѣемъ зависимость

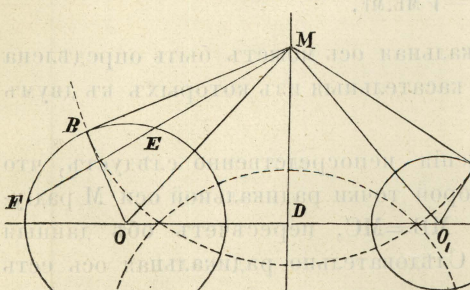
$$AB.AC = OA^2 - OD^2, \qquad (1)$$

въ которой разстоянiе точки отъ центра OA будетъ больше или меньше радiуса OD, смотря по тому лежитъ ли данная точка внѣ или внутри окружности.

Это равенство показываетъ, что произведенiе отрѣзковъ AB.AC постоянно не только тогда, когда измѣняется положенiе сѣкущей, но и въ томъ случаѣ, когда сама точка А перемѣщается по концентрической окружности радiуса OA. Швейцарскiй математикъ Штейнеръ (умершiй въ 1863 г.) предложилъ назвать произведенiе AB.AC *степенью точки А* относительно окружности О. Слѣдовательно степень точки бываетъ положительна или отрицательна, смотря по тому гдѣ дана точка, внѣ или внутри окружности.

Теорема 1. *Геометрическое мѣсто точекъ, имѣющихъ равныя степени относительно двухъ данныхъ круговъ, есть прямая, перпендикулярная къ линiи центровъ.*

Фиг. 16.



Пусть точка М (фиг. 16) принадлежитъ искомому геометрическому мѣсту. Степени ея относительно данныхъ круговъ О и O_1, радiусы которыхъ обозначимъ черезъ R и R_1, будутъ соотвѣтственно: $MO^2 - R^2$ и $MO_1{}^2 - R_1{}^2$, а такъ какъ эти степени по условiю равны, то

$$MO^2 - MO_1{}^2 = R^2 - R_1{}^2 \qquad (2)$$

Изъ этого равенства легко заключить, что геометрическимъ мѣстомъ точки М служитъ прямая перпендикулярная къ линiи центровъ OO_1.

Эта прямая называется *радикальною осью* данныхъ круговъ.

Опредѣлимъ ея разстоянiе OD отъ одного изъ центровъ.

Называя разстоянiе между центрами $OO_1 = d$ и замѣняя въ (2) квадраты гипотенузъ MO и MO_1 суммами квадратовъ катетовъ, легко находимъ:

$$OD = \frac{d}{2} + \frac{R^2 - R_1{}^2}{2d} \qquad (3)$$

Отсюда видимъ, что:

1) Радикальная ось ближе къ центру O_1 окружности меньшаго радіуса.

2) Радикальная ось двухъ равныхъ круговъ ($R=R_1$) проходитъ чрезъ средину линіи ихъ центровъ.

3) Радикальная ось двухъ концентрическихъ окружностей ($d=o$) лежитъ на безконечности.

4) Радикальная ось двухъ касающихся окружностей извнѣ ($d=R+R_1$) или изнутри ($d=R-R_1$) совпадаетъ съ ихъ общею касательною.

5) Радикальная ось двухъ пересѣкающихся окружностей совпадаетъ съ ихъ общею хордою, (потому что степени точекъ пересѣченія для обѣихъ окружностей равны нулю).

6) Когда данныя окружности не имѣютъ общихъ точекъ, то радикальная ось лежитъ внѣ ихъ.

Названіе *радикальной оси* было предложено Gaultier (въ 1813 г.), на томъ основаніи, что степень какой нибудь ея внѣшней точки M (фиг. 16) равняется квадрату касательной изъ этой точки, а длина этой касательной выражается радикаломъ второй степени изъ произведенія отрѣзковъ сѣкущей, т. е.

$$MB=MC=\sqrt{ME.MF}.$$

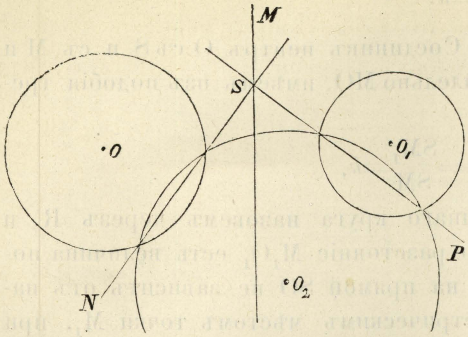
Отсюда заключаемъ, что радикальная ось можетъ быть опредѣлена какъ геометрическое мѣсто точекъ, касательныя изъ которыхъ къ двумъ даннымъ кругамъ равны.

Изъ этого послѣдняго опредѣленія непосредственно слѣдуетъ, что окружность, проведенная изъ нѣкоторой точки радикальной оси M радіусомъ, равнымъ длинѣ касательной $MB=MC$, пересѣчетъ обѣ данныя окружности подъ прямымъ угломъ. Слѣдовательно радикальная ось есть геометрическое мѣсто центровъ такихъ окружностей, которыя пересѣкаютъ два данные круга подъ прямыми углами.—Отсюда также видимъ, что если проведемъ изъ нѣкоторой другой точки радикальной оси M_1 (фиг. 16) такую-же окружность, пересѣкающую данныя подъ прямымъ угломъ, то для окружностей M и M_1 радикальною осью будетъ прямая OO_1.

Теорема II. *Радикальныя оси трехъ окружностей пересѣкаются въ одной точкѣ.*

Положимъ, даны три круга O, O_1, O_2, центры которыхъ не лежатъ на одной прямой. Пусть радикальная ось круговъ O и O_1 будетъ MS (фиг. 17), а круговъO и O_2—прямая NS.

Фиг. 17.



Эти оси, какъ соотвѣтственно перпендикулярныя линіямъ центровъ OO_1 и OO_2, пересѣкутся въ нѣкоторой точкѣ S, которая съ одной стороны должна имѣть равныя степени относительно круговъ O и O_1, а съ другой—относительно круговъ O и O_2. Отсюда слѣдуетъ, что точка S имѣетъ равныя степени относительно круговъ O_1 и O_2, т. е. что она лежитъ на радикальной оси этихъ круговъ SP.

Такая точка S пересѣченія трехъ радикальныхъ осей трехъ данныхъ круговъ называется ихъ *радикальнымъ центромъ*.

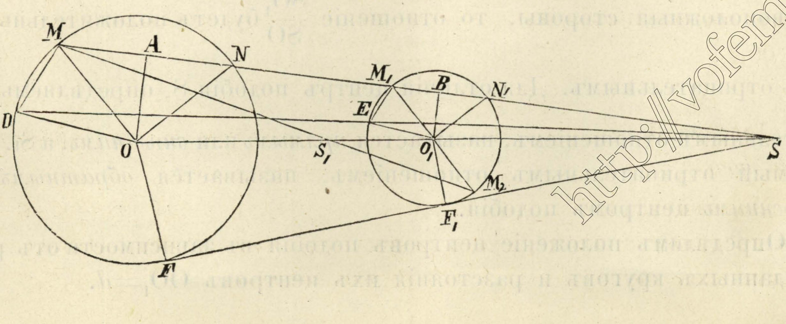
Слѣдствія. 1) Радикальный центръ трехъ круговъ, центры которыхъ лежатъ на одной прямой, находится на безконечности.

2) Радикальный центръ, когда онъ лежитъ внѣ данныхъ круговъ, есть единственная точка, изъ которой можно провести къ тремъ даннымъ кругамъ равныя касательныя, и въ то-же время онъ будетъ центромъ единственной окружности, пересѣкающей три данныя подъ прямымъ угломъ.

3) Помощью радикальнаго центра весьма удобно строить радикальную ось двухъ данныхъ круговъ O и O_1. Для этого стоитъ только пересѣчь данные круги нѣкоторымъ произвольнымъ третьимъ кругомъ O_2 (фиг. 17) и изъ точки пересѣченія общихъ хордъ S опустить перпендикуляръ на линію центровъ OO_1.

§ 3. Возьмемъ теперь внѣ круга O (фиг. 18) нѣкоторую точку S, соединимъ ее съ произвольной точкою окружности M и на прямой SM найдемъ такую точку M_1, чтобы

Фиг. 18.



$$\frac{SM_1}{SM}=k,$$

гдѣ k нѣкоторое постоянное число. Соединивъ центръ O съ S и съ M и проведя изъ M_1 прямую M_1O_1 параллельно MO, имѣемъ изъ подобія треугольниковъ

$$\frac{M_1O_1}{MO}=\frac{SO_1}{SO}=\frac{SM_1}{SM}=k,$$

т. е. $M_1O_1=R.k$, если радіусъ даннаго круга назовемъ черезъ R, и $SO_1=SO.k$. Отсюда заключаемъ, что разстояніе M_1O_1 есть величина постоянная, и что положеніе точки O_1 на прямой SO не зависитъ отъ направленія MO. Слѣдовательно геометрическимъ мѣстомъ точки M_1, при перемѣщеніи точки M по данной окружности, будетъ тоже окружность, описанная изъ точки O_1 радіусомъ $M_1O_1=R.k$, который обозначимъ черезъ R_1.

Итакъ
$$\frac{SO_1}{SO}=\frac{R_1}{R}=k.$$

Построимъ эту окружность, продолжимъ радіусъ M_1O_1 до пересѣченія съ нею въ M_2 и соединимъ M_2 съ M. Называя пересѣченіе MM_2 съ OO_1 черезъ S_1, имѣемъ

$$\frac{S_1O_1}{S_1O}=\frac{O_1M_2}{OM}=\frac{R_1}{R}=k$$

Или въ соединеніи съ прежнимъ равенствомъ

$$\frac{SO_1}{SO}=\frac{S_1O_1}{S_1O}=\frac{R_1}{R}=k. \tag{4}$$

Изъ этого заключаемъ, что два круга имѣютъ на линіи центровъ двѣ такія точки S и S_1, которыя дѣлятъ разстояніе между ихъ центрами внѣшне и внутренне въ отношеніи радіусовъ.

Такія двѣ точки называются *центрами подобія* двухъ круговъ.

Сѣкущая, проходящая черезъ центръ подобія, называется *лучемъ подобія*.

Если принять во вниманіе направленіе отрѣзковъ и по прежнему считать ихъ одинаковаго знака, когда они направлены отъ центра подобія въ одну сторону, и—различныхъ знаковъ, когда они направлены въ противоположныя стороны, то отношеніе $\frac{SO_1}{SO}$ будетъ положительнымъ, а $\frac{S_1O_1}{S_1O}$—отрицательнымъ. Для отличія центръ подобія S, опредѣляемый положительнымъ отношеніемъ, называется *прямымъ* или *внѣшнимъ*, а S_1, опредѣляемый отрицательнымъ отношеніемъ, называется *обратнымъ* или *внутреннимъ* центромъ подобія.

Опредѣлимъ положеніе центровъ подобія въ зависимости отъ радіусовъ данныхъ круговъ и разстоянія ихъ центровъ $OO_1=d$.

Изъ равенства (4) находимъ

$$\frac{SO_1+S_1O_1}{S_1O}=\frac{d}{S_1O}=\frac{R_1+R}{R}$$

откуда $$S_1O=d\frac{R}{R+R_1}. \qquad (5)$$

Точно также найдемъ: $$SO=d\frac{R}{R-R_1}. \qquad (5')$$

Отсюда заключаемъ:

1) Для двухъ непересѣкающихся круговъ ($d>R+R_1$) внѣшній центръ подобія лежитъ внѣ ихъ со стороны меньшаго круга, а внутренній находится на линіи центровъ тоже внѣ круговъ и ближе къ центру меньшаго круга.

2) Въ случаѣ равныхъ круговъ ($R=R_1$; $d>2R$) внѣшній центръ подобія удаляется въ безконечность, а внутренній дѣлитъ пополамъ разстояніе между центрами.

3) Для пересѣкающихся круговъ ($d<R+R_1$) внѣшній центръ подобія лежитъ внѣ ихъ со стороны меньшаго круга (или находится на безконечности въ случаѣ $R=R_1$), а внутренній—находится внутри ихъ, въ общемъ сегментѣ.

4) Для круговъ касающихся извнѣ ($d=R+R_1$) внутренній центръ подобія, а для круговъ касающихся изнутры ($d=R-R_1$) внѣшній центръ подобія совпадаютъ съ точкою касанія.

5) Центры подобія не существуютъ только для двухъ концентрическихъ круговъ ($d=o$), ибо тогда они сливаются съ общимъ центромъ.— Въ этомъ случаѣ всякій діаметръ будетъ лучемъ подобія.

Теорема III. *Разстоянія луча подобія отъ центровъ круговъ пропорціональны радіусамъ.*

Дѣйствительно, проведя перпендикуляры OA и O_1B, имѣемъ изъ подобія треугольниковъ:

$$\frac{OA}{O_1B}=\frac{SO}{SO_1}=\frac{R}{R_1}$$

Такъ-же легко доказывается и обратная теорема:

Если разстоянія нѣкоторой прямой линіи отъ центровъ двухъ круговъ пропорціональны ихъ радіусамъ, то прямая проходитъ черезъ центръ подобія круговъ

Такія двѣ точки пересѣченія луча подобія съ окружностями, которыя лежатъ на параллельныхъ радіусахъ, какъ напр. точки M и M_1 или D и E (фиг. 18), называются *соотвѣтственными*. Напротивъ, точки пересѣченія луча съ окружностями, лежащія на непараллельныхъ радіусахъ, какъ напр. N и M_1, называются *несоотвѣтственными* точками. Хорды двухъ данныхъ окружностей бываютъ *соотвѣтственными* или *несоотвѣтственными*, смотря по тому соединяютъ ли онѣ соотвѣтственныя или несоотвѣтственныя точки; напр. хорды MD и M_1E—соотвѣтственныя. Равнымъ образомъ касательныя называются *соотвѣтственными* или *несоотвѣтственными*, смотря по тому въ какихъ точкахъ луча онѣ проведены.

Теорема IV. *Соотвѣтственные отрѣзки* (одного и того-же луча подобія) *пропорціональны радіусамъ.*

Это прямо слѣдуетъ изъ условія:

$$\frac{M_1S}{MS}=k=\frac{R_1}{R}.$$

Точно также:

$$\frac{N_1S}{NS}=\frac{R_1}{R}.$$

Теорема V. *Произведеніе несоотвѣтственныхъ отрѣзковъ сохраняетъ постоянную величину.*

Сравнивая предыдущія равенства, находимъ

$$\frac{M_1S}{MS}=\frac{N_1S}{NS},$$

откуда

$$M_1S.NS=MS.N_1S. \tag{6}$$

Что это произведеніе сохраняетъ постоянную величину для всякого луча подобія, это слѣдуетъ изъ того, что общая касательная двухъ круговъ проходитъ черезъ ихъ центръ подобія (внѣшняя черезъ внѣшній, внутренняя черезъ внутренній), ибо она соединяетъ концы параллельныхъ радіусовъ. Проведя напр. общую касательную SF_1F имѣемъ:

$$M_1S.N_1S=SF_1{}^2,$$

и

$$MS.NS=SF^2$$

Откуда, перемноживъ, находимъ

$$M_1S.N_1S.MS.NS=(SF_1SF)^2$$

или, на основаніи равенства (6):

$$(M_1S.NS)^2=(MS.N_1S)^2=(SF_1.SF)^2$$

т. е.

$$M_1S.NS=MS.N_1S=SF_1.SF.$$

А такъ какъ произведеніе $SF_1.SF$ отрѣзковъ общей касательной для данныхъ окружностей есть величина постоянная, то стало быть и произведеніе несоотвѣтственныхъ отрѣзковъ сохраняетъ одну и ту-же величину для всякаго луча подобія.

Теорема VI. *Соотвѣтственныя хорды и соотвѣтственныя касательныя параллельны.*

Если MD и M_1E двѣ соотвѣтственныя хорды, то треугольники OMD и O_1M_1E подобны, что при параллельности радіусовъ соотвѣтственныхъ точекъ влечетъ за собою параллельность хордъ. Что касательныя, проведенныя въ соотвѣтственныхъ точкахъ должны быть параллельны, это слѣдуетъ изъ того, что каждая изъ нихъ перпендикулярна радіусу, соединяющему точку касанія съ центромъ.

Теорема VII. *Двѣ точки одного круга и двѣ несоотвѣтственныя точки другого круга находятся на одной окружности.*

Проведемъ два луча подобія AS и CS (фиг. 19). Для круга O, по свойству сѣкущихъ, имѣемъ:

$$AS:CS=DS:BS.$$

Для соотвѣтственныхъ-же точекъ B и B′, D и D′, по свойству лучей подобія, имѣемъ

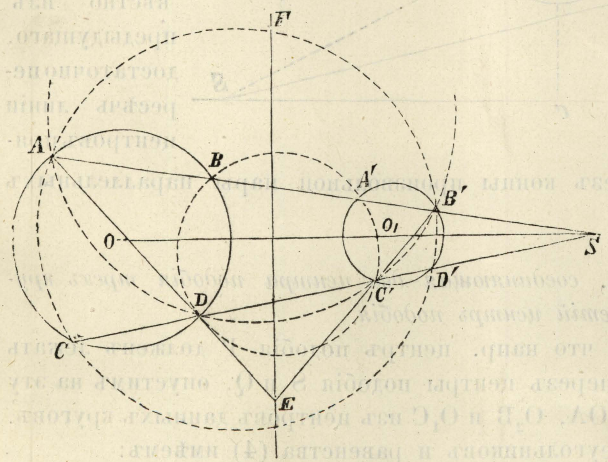
$$B'S:D'S=BS:DS;$$

перемноживъ эти двѣ пропорціи почленно, находимъ

$$AS.B'S=CS.D'S$$

и отсюда непосредственно заключаемъ, что четыре точки A, C, B′ и D′ должны лежать на одной окружности. Точно также легко показать, что точки B, D, A′ и C′ лежатъ на другой окружности, точки A, D, C′ и D′—на третьей и пр.

Фиг. 19.



Теорема VIII. *Точка пересѣченія несоотвѣтственныхъ хордъ находится на радикальной оси.*

Пусть будутъ несоотвѣтственныя хорды AD и B′C′ (фиг. 19) пересѣкающіяся въ E. Точки A, D, C′ и D′—какъ было только что доказано—находятся на одной окружности, а потому, по свойству сѣкущихъ:

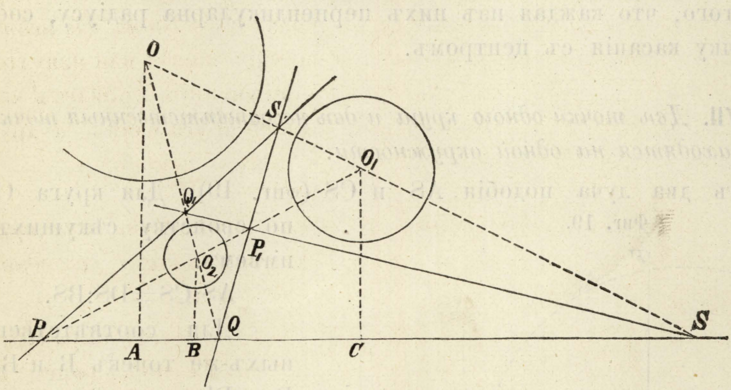
$$AE.DE=B'E.C'E,$$

а такъ какъ это равенство показываетъ равенство степеней точки E относительно круговъ O и O_1, то значитъ точка E должна принадлежать радикальной оси EF.

Слѣдствіе. Точка пересѣченія двухъ несоотвѣтственныхъ касательныхъ, которыя будутъ предѣльными положеніями двухъ несоотвѣтственныхъ хордъ, тоже лежитъ на радикальной оси двухъ данныхъ круговъ.

§ 4. Переходимъ теперь къ разсмотрѣнію системы трехъ круговъ. Пусть даны три круга O, O_1, O_2 (фиг. 20) радіусовъ R, R_1, R_2.

Фиг. 20.



Построимъ попарно ихъ центры подобія: S и S_1, P и P_1, Q и Q_1. Для этого, какъ уже извѣстно изъ предыдущаго, достаточно пересѣчь линіи центровъ прямыми, проходящими черезъ концы произвольной пары параллельныхъ радіусовъ.

Теорема IX. *Прямая, соединяющая два центра подобія трехъ круговъ, проходитъ черезъ третій центръ подобія.*

Для доказательства, что напр. центръ подобія P долженъ лежать на прямой, проведенной черезъ центры подобія S и Q, опустимъ на эту прямую перпендикуляры OA, O_2B и O_1C изъ центровъ данныхъ круговъ. На основаніи подобія треугольниковъ и равенства (4) имѣемъ:

$$\frac{OA}{O_2B}=\frac{OQ}{O_2Q}=\frac{R}{R_2}$$

и

$$\frac{OA}{O_1C}=\frac{OS}{O_1S}=\frac{R}{R_1}.$$

Раздѣливъ, находимъ

$$\frac{O_1C}{O_2B}=\frac{R_1}{R_2},$$

т. е. видимъ, что разстоянія нашей прямой SQ отъ центровъ круговъ O_1 и O_2 пропорціональны ихъ радіусамъ, а это—какъ раньше было доказано (см. Теорема III и ея Слѣдствіе)—убѣждаетъ насъ въ томъ, что прямая SQ должна пройти черезъ центръ подобія круговъ O_1 и O_2.

Такимъ образомъ шесть центровъ подобія трехъ круговъ распредѣляются на четырехъ прямыхъ.

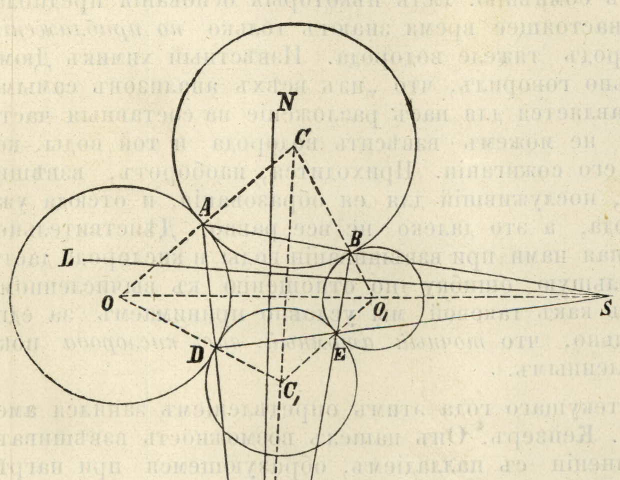
Прямыя эти называются *осями подобія* трехъ круговъ.

Мы видѣли при изслѣдованіи разстояній центровъ подобія отъ центровъ данныхъ круговъ, что въ случаѣ касающихся круговъ извнѣ или изнутри, одинъ изъ центровъ ихъ подобія совпадаетъ съ точкою касанія, а потому, принимая во вниманіе только что доказанное распредѣленіе центровъ подобія трехъ круговъ, имѣемъ:

Слѣдствіе. *Если нѣкоторый кругъ C касается двухъ круговъ O и O_1, то прямая, соединяющая точки касанія, проходитъ черезъ одинъ изъ центровъ подобія этихъ круговъ.* Очевидно, что при касаніи извнѣ, или изнутри обоихъ круговъ O и O_1, прямая, соединяющая точки касанія, пройдетъ черезъ *внѣшній* центръ подобія, а при касаніи одного круга извнѣ, а другого изнутри—она пройдетъ черезъ внутренній центръ подобія.

Теорема X. *Если одна пара круговъ касается одинаковымъ или противоположнымъ образомъ другой пары круговъ, то радикальная ось одной пары проходитъ черезъ центръ подобія другой пары круговъ.*

Фиг. 21.



Пусть пара круговъ C и C_1, (фиг. 21) касается извнѣ другой пары круговъ O и O_1. На основаніи предыдущей теоремы заключаемъ, что прямыя AB и DE должны пройти черезъ центръ подобія S круговъ O и O_1 и, слѣдовательно, будутъ лучами подобія этихъ круговъ, и ихъ отрѣзки AS и BS, DS и ES, какъ несоотвѣтственные, должны удовлетворять условію (Теорема V):

$$AS.BS=DS.ES.$$

Это равенство показываетъ, что степени точки S относительно круговъ C и C_1 равны, а потому эта точка принадлежитъ радикальной оси LS круговъ C и C_1.

Точно также мы доказали бы, что и обратно: центръ подбія P круговъ C и C_1 лежитъ на радикальной оси NP круговъ O и O_1.

Если-бы круги C и C_1 касались круговъ O и O_1 противоположнымъ образомъ, то въ этомъ случаѣ радикальныя оси каждый пары проходили бы не черезъ внѣшній, а черезъ внутренній центръ подобія другой пары.

Разсмотрѣнныхъ теоремъ достаточно, чтобы можно было теперь приступить къ рѣшенію задачи Аполлонія Пергамскаго.

А. Бобятинскій. (Егорь. зол. пр.)

(Окончаніе слѣдуетъ).

Научная хроника*).

Физика и химія.

Атомный вѣсъ кислорода въ точныхъ химическихъ изслѣдованіяхъ принимается равнымъ не 16, а 15,96. Тѣмъ не менѣе число это нельзя считать неподлежащимъ сомнѣнію. Есть нѣкоторыя основанія предполагать, что химики въ настоящее время знаютъ только *по приближенію* во сколько разъ кислородъ тяжеле водорода. Извѣстный химикъ Дюма совершенно основательно говорилъ, что „изъ всѣхъ анализовъ самымъ сомнительнымъ представляется для насъ разложеніе на составныя части воды", потому что мы не можемъ взвѣсить водорода и той воды, которая образуется при его сожиганіи. Приходится, наоборотъ, взвѣшивать воду и кислородъ, послужившій для ея образованія, и отсюда уже вычислять вѣсъ водорода, а это далеко не все равно. Дѣйствительно, всякая ошибка, сдѣланная нами при взвѣшиваніи воды и кислорода дастъ въ 9 и въ 8 разъ большую ошибку по отношенію къ вычисленному вѣсу водорода. А такъ какъ таковой мы условно принимаемъ за единицу, то и неудивительно, что *точный атомный вѣсъ кислорода* пока нельзя считать опредѣленнымъ.

Въ іюлѣ мѣсяцѣ текущаго года этимъ опредѣленіемъ занялся американскій химикъ Э. Г. Кейзеръ. Онъ нашелъ возможность взвѣшивать водородъ въ его соединеніи съ палладіемъ, образующемся при нагрѣваніи этого металла до 150° въ атмосферѣ водорода. (На 100 частей по вѣсу палладія удерживается въ соединеніи 0,6 частей водорода). Изъ этихъ изслѣдованій, авторъ которыхъ ручается, что имъ были приняты во вниманіе всѣ условія возможныхъ погрѣшностей **), средняя величина для атомнаго вѣса кислорода получилась равною 15,872. Результатъ этотъ, какъ слишкомъ несогласный съ прежними выводами европейскихъ химиковъ (напр. Дюма, Реньо и др.) нуждается очевидно въ повѣркѣ.

*) Отчетъ о наблюденіи солнечнаго затменія бельгійскимъ астрономомъ Л. Нистеномъ (въ Юрьевцѣ) и данный имъ рисунокъ солнечной короны, за недостаткомъ мѣста, откладываемъ до слѣдующаго № „Вѣстника".

**) Berichte d. d. ch. G. XX, 2323.

♦ **Плотность земли** была еще разъ опредѣлена Вислингомъ по новому способу, нѣсколько аналогичному съ пріемомъ Кавендиша. Не имѣя возможности дать теперь подробнаго описанія спеціально устроеннаго для этой цѣли прибора (особый родъ маятника), замѣтимъ только, что результатъ этого опредѣленія, сообщенный Берлинской Академіи наукъ, далъ для плотности земли число 5,626. Для сравненія приводимъ числа, полученныя раньше другими учеными:

Кавендишъ	5,69	Бальи	5,66
Рейхъ	5,49	Корню и Байль	5,56
„	5,58	Жоли	5,69.

♦ **Вліяніе магнитнаго поля на истеченіе ртути. Дюфуръ.** (*Dufour*. Lum. électr. 23 p. 337. 1887).

Если ртуть вытекаетъ подъ постояннымъ давленіемъ черезъ капиллярную трубочку, помѣщенную горизонтально между полюсами сильнаго электромагнита, то при возбужденіи этого послѣдняго струя дѣлается длиннѣе, т. е. скорость истеченія ртути увеличивается. Это указываетъ на уменьшеніе коэффиціента тренія. Это же явленіе можетъ произойти по мнѣнію *Мейлана* и отъ діамагнитизма ртути, которая стремится занять тѣ мѣста, гдѣ находятся наименьшія магнитныя силы.

Бхм. (Цюрихъ).

♦ **Гибкость чистаго цинка, мѣди, олова и ихъ сплавовъ. И. Кивитъ.** (*Johannes Kiewiet* Wied. Ann. 24. p. 617. 1886).

Къ сдѣланнымъ въ новѣйшее время изслѣдованіямъ относительно физическихъ свойствъ сплавовъ сравнительно съ ихъ составными частями принадлежитъ и изслѣдованіе автора. Онъ употреблялъ для опредѣленія степени гибкости трехъ вышеназванныхъ металловъ и ихъ сплавовъ методу и аппаратъ г-на Фуагта и получилъ слѣдующіе результаты.

Коэффиціентъ гибкости веществъ не постояненъ; у сплавовъ онъ зависитъ отъ ихъ состоянія, которое можетъ быть весьма различно и обусловливается способомъ сплавленія. Теорема, что коэффиціентъ упругости какого нибудь сплава можетъ быть вычисленъ изъ коэффиціентовъ упругости его составныхъ частей, опытами не подтвердилась.

Вообще можно представить измѣненіе коэффиціента элластичности съ температурой (между 0^0 и 100^0) у металловъ и сплавовъ посредствомъ линейной функціи; нельзя однако на основаніи измѣненій у простыхъ металловъ навѣрное заключать о величинѣ подобныхъ же измѣненій у сплавовъ; точно также нельзя напередъ опредѣлить и жесткость сплава, такъ какъ довольно часто она превосходитъ твердость составныхъ частей. *Бхм.*

♦ **Гигрометрическія вещества. Дюфуръ.** (*H. Dufour*. Arch. de Gen. 16. p. 197. 1886).

Авторъ изслѣдовалъ различныя гигрометрическія вещества. Означая способность поглощенія черезъ α, т. е. отношеніе между поглощеннымъ водянымъ паромъ и вѣсомъ сухого вещества, а коэффиціентъ гигрометрическаго расширенія, т. е. совокупное расширеніе единицы длины отъ поглощенія maximum'а количества водяныхъ паровъ, черезъ β, получимъ числа:

рогъ (0,1 мм. толщины)	$\alpha=0{,}10$;	$\beta=0{,}061$
желатинъ.	$\alpha=0{,}34$;	$\beta=0{,}108$
Goldschlägerhäutchen*)	$\alpha=0{,}43$;	$\beta=0{,}060$.

Авторъ рекомендуетъ особенно послѣднее тѣло. *Бхм.*

Физическая географія, метеорологія и проч.

Связь между земнымъ магнитизмомъ и солнцемъ выясняется со стороны фактической все больше и больше, хотя причины этой связи остаются въ наше время совершенно еще загадочными.

Читатели наши уже знаютъ **), что періодъ появленія на поверхности солнца наибольшаго числа пятенъ, составляющій $11^1/_3$ лѣтъ, совпадаетъ отчасти съ періодомъ наиболѣе яркихъ и частыхъ сѣверныхъ сіяній, а въ особенности съ періодомъ измѣненій склоненій магнитной стрѣлки.

Недавно г. Лизнаръ, пользуясь матеріалами наблюденій околополярныхъ обсерваторій, нашелъ неподлежащій сомнѣнію 26-и дневный періодъ въ измѣненіяхъ элементовъ земного магнитизма. Среднее изъ разсмотрѣнныхъ имъ наблюденій даетъ для этого періода 25,82 сутокъ, что по всей вѣроятности находится въ прямой зависимости отъ времени обращенія солнца вокругъ оси.

Напомнимъ здѣсь, что солнце не вращается какъ твердое тѣло, и каждая зона его совершаетъ полный оборотъ въ иное время. По теоріи Файя точки соленчнаго экватора совершаютъ оборотъ въ 25 дней, точки подъ 45^0 широты - въ 27 дней, а околополярныя точки—въ 31 день.

♦ Въ № 26 „Вѣстника" мы сообщили о наблюденіи 7 авг. смерча на Женевскомъ озерѣ и упомянули, что очевидцы утверждали будто *вода въ смерчѣ подымалась*. По поводу этихъ наблюденій, сообщенныхъ Парижской Академіи Наукъ г. Дюфуромъ, извѣстный французскій ученый Фай замѣтилъ, что поднятіе воды въ смерчахъ есть только кажущееся, и отзывы очевидцевъ объясняются тѣмъ оптическимъ обманомъ, какой всякій изъ насъ испытываетъ, смотря на вращающійся по оси пробочникъ. Притомъ смерчъ всегда бываетъ окруженъ какъ бы футляромъ изъ тумана, и потому наврядъ ли можно видѣть образующую его воду.

Г. Колладонъ (въ Женевѣ) придумалъ приборъ для искусственнаго воспроизведенія явленія смерча. Въ непродолжительномъ времени таковой приборъ будетъ доставленъ въ Парижскую Академію.

---

*) Упругая пластинка, на которой выбиваются тончайшіе золотые листочки. *Реф.*

**) См. статью „Солнце" въ № 5 „Вѣстника" стр. 100, сем. I.

Изобрѣтенія.

Примѣненіе электричества къ закаливанію стальныхъ пружинъ дало хорошіе результаты въ Чикаго, на одной изъ фабрикъ, заготовляющей прижины для часовъ. Пружины помѣщаются въ масляную ванну, и черезъ нихъ пропускаютъ токъ отъ небольшой динамо-машины; при этомъ нагрѣваніе идетъ равномѣрно, и весь процессъ совершается очень быстро.

♦ **Угольныя нити для электр. лампъ накаливанія** приготовляетъ теперь въ Англіи по новому способу В. Юзъ (Hughes). Его нити, которыя онъ получаетъ разложеніемъ углеводородистыхъ соединеній при высокой температурѣ, считаются болѣе плотными и вполнѣ однородными.

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

Н. Ягнъ. *Повсемѣстное распространеніе газовъ и паровъ въ пространствѣ*, какъ неизбѣжное слѣдствіе ихъ физической природы, и логически вытекающая изъ этого распространенія *Гипотеза процесса послѣдовательнаго образованія и продолжающейся космической жизни планетныхъ системъ*. Спб. 1887 г. 102 стр. Цѣна 1 р.

Это одна изъ тѣхъ книжекъ, въ періодическомъ появленіи которыхъ обнаруживаются болѣзненные симптомы верхоглядства. Авторы ихъ, иногда люди очень способные, но къ сожалѣнію недоучившіеся, всегда твердятъ одно и то-же: „наука пошла въ своемъ развитіи ложною дорогою, а потому позвольте мнѣ, хоть и не спеціалисту, направить гг. ученыхъ на истинный путь; пусть они захотятъ только принять мою гипотезу и выбросить вонъ изъ головы всѣ прежнія нелѣпости, и вы увидите, какъ прекрасно и легко все въ наукѣ разъяснится, и въ ней не останется ничего загадочнаго, ничего темнаго, ибо я нашелъ рѣшеніе всѣхъ міровыхъ вопросовъ. Съ появленіемъ моей книжки—нѣтъ болѣе тайнъ природы!“ Такъ говорятъ вѣрующіе въ непогрѣшимость своихъ измышленій авторы и негодуютъ на ученыхъ, не обращающихъ по обыкновенію никакого вниманія на эти торжественные возгласы самовосхваленія. Старая исторія, которая впрочемъ будетъ повторяться и впредь, оставляя всякій разъ въ результатѣ нѣкоторый недочетъ въ ничтожномъ и безъ того процентѣ здравомыслія въ области натуральной философіи, т. е. сбивая съ толку многихъ читателей пропагандою верхоглядства и поверхностной критики плохо усвоенныхъ завоеваній науки.

Хуже бываетъ, если такою пропагандою занимается не только самъ авторъ, который, конечно, всегда считаетъ себя благодѣтельнымъ геніемъ своего вѣка, но и рецензентъ подобной книги. Еще хуже, если, не довольствуясь расхваливаніемъ остроумія автора, такой рецензентъ пускаетъ въ ходъ свое собственное остроуміе и, глумясь надъ наукой за то, что въ ней всегда были и будутъ нерѣшенные вопросы, въ вѣчной борьбѣ ея съ грубымъ невѣжествомъ полуграмотной публики переходитъ сознательно на сторону этого послѣдняго—ради краснаго словца.

Примѣръ такой остроумной рецензіи, именно о книгѣ г. Ягна, читатели могли найти въ № 4134 „Новаго Времени“ отъ 2-го сентября.

Авторъ ея, нѣкто *В. П.*, самъ называетъ себя „смѣлымъ профаномъ" и дѣйствительно оправдываетъ это названіе. Соглашаясь съ г. Ягномъ, „что гипотетическій эѳиръ—невѣсомый и упругій—есть съ одной сто-„роны пустое мѣсто, перефраза пространства самого себя наполняю-„щаго, а съ другой—представленіе, хотя и очень научное, но совер-„шенно родственное деревенскому представленію о домовомъ, который „вершитъ много чудеснаго, но котораго никто никогда не видѣлъ", г. *В. П.* считаетъ нужнымъ прибавить отъ себя, что онъ „не всегда по-„нимаетъ гг. математиковъ. Соглашаясь отнести такое непониманіе—продолжаетъ онъ—за счетъ моихъ слабыхъ математическихъ познаній, я „все-таки, на правахъ профана-же (здѣсь почему-то пропущено „смѣлаго"), „могу находить страннымъ повадку этихъ ученыхъ: не природу изучать „съ помощью математики, а наоборотъ, стричь, брить и искажать эту „природу въ угоду своей точной, но нѣсколько неповоротливой наукѣ. „Дѣйствіе это называется у нихъ упрощеніемъ вопроса и встрѣчается „на первыхъ-же страницахъ геометріи". Математическія познанія г. *В. П.* должно быть ужъ дѣйствительно очень слабы, если онъ воображаетъ, что на первыхъ страницахъ геометріи преподается парикмахерская отдѣлка природы. Появленіе книжки г. Ягна, по мнѣнію того-же остроумнаго рецензента, окончательно смутило математиковъ: „они на-„чинаютъ дуть губки и комически сердиться за разрушеніе ихъ науки" (!!). Дѣйствительно, здѣсь не мало комизма, и нельзя не пожалѣть, что ему удѣлила на своихъ столбцахъ мѣсто одна изъ нашихъ столичныхъ, довольно распространенныхъ газетъ, какъ бы не желая отстать въ этой пропагандѣ невѣжества отъ провинціальной мелкоты, конкурирующей между собою въ сообщеніяхъ о различныхъ небывалыхъ изобрѣтеніяхъ, открытіяхъ, предсказанныхъ буряхъ, о рѣшеніяхъ квадратуры круга посредствомъ дѣленія угла на три части *), объ устроенномъ на Кавказѣ (г. Олиферовымъ) perpetuum mobile и тому подобныхъ безсмыслицахъ.

Что-же сказать о самой книжкѣ г. Ягна, вызвавшей эту курьезную рекламу, о книжкѣ состоящей изъ непрерывнаго почти ряда грубыхъ ошибокъ и неправильныхъ разсужденій и—въ добавокъ—написанной тяжелымъ и заносчивымъ слогомъ? Разбирать ее подробно—не стоитъ, знакомить читателей съ ея содержаніемъ—безполезно; ограничимся поэтому указаніемъ основной ошибки г. Ягна, какъ творца новыхъ гипотезъ и какъ критика—общепринятыхъ.

Взявшись смѣло за реформу всѣхъ нашихъ космографическихъ свѣдѣній, авторъ забылъ принять во вниманіе фактъ всемірнаго тяготѣнія. Ни больше, ни меньше! Такимъ образомъ онъ надѣляетъ напримѣръ, атмосферные газы какимъ-то свойствомъ „самоподъема", упуская изъ виду, что газы, какъ и всѣ вѣсомыя тѣла, могутъ подыматься вверхъ (отъ земной поверхности) лишь въ случаѣ *вытѣсненія* ихъ другими газами или тѣлами, болѣе плотными въ данный моментъ и потому падающими. Слѣдовательно поднятіе нѣкотораго объема газа отъ земной поверхности вверхъ на безконечную высоту, было-бы возможно лишь въ томъ случаѣ, когда это вытѣсненіе могло-бы продолжаться до безконеч-

*) См. замѣтку въ прошломъ № 27 „Вѣстника", стр. 66.

ности, т. е. когда на безконечныхъ разстояніяхъ отъ насъ находились-бы газы или вообще тѣла, способныя падать на землю и принять участіе въ этой циркуляціи. Но въ этомъ именно повсемѣстномъ распространеніи газовъ и паровъ заключается гипотеза г. Ягна, и—очевидно—то свойство „самоподъема" газовъ до безконечности, которое онъ принялъ за *основной фактъ* и на которомъ построилъ свою гипотезу, есть лишь ея *прямое слѣдствіе*. При такомъ пріемѣ *доказательства* можно вообразить себя доказавшимъ какую угодно нелѣпость.

Какъ критикъ, г. Ягнъ еще менѣе можетъ самъ выдержать критику. Достаточно сказать, что авторъ смѣшиваетъ понятія *невѣсомости* и *нематеріальности*, и потому совершенно понапрасну хлопочетъ и бранится, доказывая невозможность существованія *эѳира, не имѣющаго массы*. Такого эѳира никто вѣдь въ физикѣ и не принимаетъ, и—по нашему—было-бы гораздо благоразумнѣе предварительно познакомиться съ гипотезою объ эѳирѣ, нежели позволять себѣ совершенно неприличныя выходки и набрасываться на одного изъ нашихъ уважаемыхъ физиковъ (проф. О. Хвольсона) за то, что въ своей статьѣ „Основныя гипотезы физики" *) онъ называетъ ученіе объ эѳирѣ однимъ изъ трехъ незыблимыхъ столбовъ современной науки.

Но конецъ книжки—лучше всего ее вѣнчаетъ. Исчерпавъ на 100 страницахъ всѣ свои доводы невозможности существованія эѳира и изливъ все свое негодованіе, вызванное введеніемъ въ науку подобныхъ „обтрепанныхъ придатковъ фантазіи", авторъ развиваетъ на 101 и 102 стр. *свою* гипотезу для объясненія передачи лучей тепла и свѣта и—создаетъ опять таки эѳиръ, только „въ другомъ мундирѣ", какъ выразился рецензентъ „Новаго Времени". Мы не станемъ, конечно, описывать отличительныхъ свойствъ *Ягновскаго эѳира*; довольно сказать, что онъ вѣсомый, ибо состоитъ изъ газовыхъ атомовъ 2-го порядка, и что его изобрѣтатель затѣмъ написалъ цѣлую ненужную книжку, чтобы сдѣлать громадный шагъ назадъ и вернуться къ отжившей свое время гипотезѣ истеченія. *Ш.*

♦ **Р. А. Стренгольцъ.** *Рѣшеніе нѣкоторыхъ важнѣйшихъ вопросовъ изъ элементарной геометріи* 1886 г. Цѣна 1 р.

Изъ числа этихъ *важнѣйшихъ* вопросовъ, авторъ сумѣлъ рѣшить удовлетворительно слѣдующіе: „*если* въ равностороннемъ треугольникѣ всѣ углы равны между собою (!), то основаніе больше высоты"; „если въ равнобедренномъ треугольникѣ основаніе равно высотѣ, или менѣе ея, то уголъ при вершинѣ менѣе угла при основаніи". Затѣмъ рѣшаются вопросы: объ отысканіи „точной величины окружности", которая оказывается равной $2R\sqrt{7+2\sqrt{2}}$, о дѣленіи остраго угла на три равныя части, о томъ, что величина дуги равна удвоенному синусу версусу ея, и т. д. Для того чтобы дать понятіе о доказательствахъ, употребляемыхъ авторомъ, достаточно привесть слѣдующія: „если наложить смежныя углы одинъ на другой общей стороной, то другія двѣ стороны

*) См. „Вѣстникъ Европы" за февраль и за мартъ тек. года. Отчетъ объ этой статьѣ былъ помѣщенъ въ № 18 „Вѣстника", стр. 136, сем. II. Теперь она издана особой брошюрой.

„должны совпасть, потому что онѣ составляютъ одну прямую“ (стр. 13); окружность больше периметра вписаннаго многоугольника, потому что „содержимое всегда менѣе содержащаго“ (стр. 21); „если возьмемъ такую линію, которая будетъ стороною описаннаго правильнаго семи-„угольника и будетъ равна радіусу, то...“ (стр. 22); „если въ четыре-„угольникѣ противоположныя стороны равны и параллельны, всѣ углы „прямые и діагонали равны, то такой четыреугольникъ есть квадратъ“ (стр. 26); несоизмѣримость отношенія окружности къ діаметру „зависитъ „отъ свойства цыфръ нашей десятичной системы“ и пр. пр. Сказаннаго вполнѣ достаточно, чтобы составить ясное представленіе объ этой лубочной брошюрѣ, авторъ которой рекомендуетъ бросить „ту рутину, „которая не оставила многихъ о невозможности рѣшенія предлагаемыхъ „вопросовъ“. *А. Войновъ* (Харьковъ).

Присланы въ редакцію:

Курсъ Анализа. М. Хандрикова, проф. университета св. Владиміра. I. Дифференціальное исчисленіе. II. Интегральное исчисленіе. III. Интегрированіе дифференціальныхъ уравненій. 1887 г. Кіевъ. 871 стр. in 8^0 б. ф. Цѣна 6 р. (съ перес. 6 р. 60 коп.). Какъ руководство для изученія высшей математики книга пр. Хандрикова является весьма цѣннымъ вкладомъ въ нашу учебную литературу.

Нѣкоторыя приложенія теоріи вѣроятностей къ метеорологіи. I. А. Клейбера. (Отдѣльный оттискъ изъ Записокъ Императорскаго Русскаго Географическаго Общества). 1887. Спб. 37 стр. Цѣна не обозначена. Авторъ разсматриваетъ сроки вскрытія и замерзанія Невы за послѣдніе 180 лѣтъ.

Смѣсь.

Ариѳметическій фокусъ. Предложите кому-нибудь написать произвольное число четнаго числа цыфръ въ прямомъ и обратномъ порядкѣ, и сложить или вычесть эти два числа; пусть затѣмъ въ такъ полученной суммѣ или разности онъ утаитъ передъ вами одну цифру: вы ее отгадаете сами. Для этого стоитъ только знать, что всякое число четнаго числа цыфръ, сложенное съ числомъ изъ тѣхъ-же цыфръ въ обратномъ порядкѣ, даетъ въ суммѣ число кратное одинадцати; разность-же такихъ двухъ чиселъ всегда дѣлится на 9. Въ самомъ дѣлѣ, возьмемъ напр. четырехзначное число:

$$1000a+100b+10c+d$$
$$1000d+100c+10b+a$$

Складывая, имѣемъ:

$$1001(a+d)+110(b+c)$$

что, очевидно, всегда дѣлится на 11. Разность чиселъ даетъ

$$999(a-d)+90(b-c)$$

(если $a>d$), что всегда дѣлится на 9. А такъ какъ признаки дѣлимости на 11 и на 9 всякому хорошо извѣстны, то не трудно, зная всѣ цыфры суммы или разности кромѣ одной, найти эту одну въ умѣ.

Если-бы вамъ предложили повторить тотъ-же фокусъ непремѣнно съ числомъ, состоящимъ изъ нечетнаго числа цыфръ, тогда вы съ своей стороны поставьте въ условіе, чтобы число обратное взятому было предварительно умножено на 10, и затѣмъ уже составлена сумма. Эта сумма тоже будетъ всегда дѣлиться на 11. Напр. 745+5470=6215.

♦ Наибольшія высоты, достигнутыя аэронавтами.

Въ 1803 г.	Робертсонъ и Лёстъ	. . . .	7170 м.	
„ 1804 г.	Гей-Люссакъ	. . . .	7016 м.	
„ 1850 г.	Барраль и Биксіо	. . . .	7039 м.	
„ 1862 г.	Глесгеръ и Коксуэлль	. . . .	11000 м.	(?)
„ 1874 г.	Кросе-Спинелли и Сивель	. . . .	7300 м.	
„ 1875 г.	Тѣ-же и г. Тиссандье	. . . .	8600 м.	
„ 1887 г.	(1-го авг.) Жовисъ и Малле	. . . .	7100 м.	

Примѣчанія. Въ 1804 г. Гей-Люссакъ совершалъ тоже воздушное путешествіе вмѣстѣ съ Біо, но на этотъ разъ онъ не такъ высоко поднялся. Оба его полета замѣчательны въ исторіи воздухоплаванія многими цѣнными наблюденіями.

Глесгеръ (въ 1862 г.) подымался тоже неоднократно; здѣсь указана наибольшая его высота поднятія и отмѣчена сомнѣніемъ, потому что уже на высотѣ 8000 м. Глесгеръ впалъ въ обморочное состояніе.

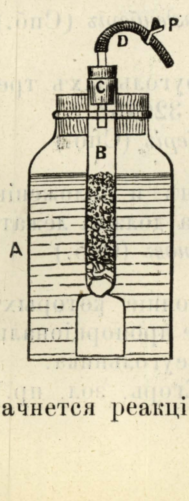
Полетъ 1875 г. стоилъ жизни двумъ смѣлымъ аэронавтамъ: Спинелли и Сивель погибли, остался въ живыхъ только Тиссандье (нынѣ редакторъ фр. журнала „La Nature“).

При послѣднемъ полетѣ г. Малле тоже 2 раза падалъ въ обморокъ выше 6000 м.

Изъ всего этого можно заключить съ какими опасностями сопряжены эти смѣлыя попытки подняться болѣе чѣмъ на 6 верстъ отъ поверхности земли.

♦ Удобный приборъ домашней лабораторіи для полученія различныхъ газовъ легко приготовить самому изъ большой широкогорлой банки A

Фиг. 22.



(фиг. 22), въ пробку которой вставлено обыкновенное ламповое стекло B съ перехватомъ. Кусокъ кирпича, или вообще вещества, относящагося индифферентно къ той жидкости, которая наливается въ банку, закрываетъ не плотно перехватъ стекла; поверхъ него насыпаются болѣе мелкіе кусочки того-же вещества и затѣмъ туда же кладется то тѣло, на которое жидкость должна реагировать, напр. цинкъ въ кускахъ, если хотятъ добыть дѣйствіемъ кислоты водородъ. Сверху ламповое стекло плотно закрѣвается пробкой, сквозь которую проходитъ узкая газоотводная трубочка *c*, вставленная въ резинную D; на этой послѣдней наложенъ зажимъ P. Если его снять, то жидкость, напр. сѣрная кислота, просачиваясь промежъ куски кирпича, подымется внутри стекла до цинка, и начнется реакція выдѣленія водорода. Напротивъ, если наложить зажимъ

Р, то выдѣляющійся газъ понизитъ внутри стекла уровень жидкости до того, что дальнѣйшая реакція прекратится.

♦ **Термины микрофонъ и телефонъ** не новы. Въ 1827 г. Уитстономъ былъ придуманъ механическій приборъ, предназначенный для усиленія слабыхъ звуковъ, и былъ названъ *микрофономъ*. Въ 1845 г. капитанъ Тайлоръ устроилъ сигнальный аппаратъ для передачи звуковъ во время бури; онъ состоялъ изъ трубъ, въ которыя впускали сжатый воздухъ, и былъ названъ *телефономъ*.

Задачи.

№ 183. Неупругое тѣло въ 12 фунтовъ вѣсу движется со скоростью 9 м. Съ какою скоростью должно двигаться другое тѣло, вѣсомъ въ 27 фунтовъ, на встрѣчу первому, чтобъ остановить его?

№ 184. При какомъ значеніи x выраженіе

$$(a+b-x)^2+(b+c-x)^2+(c+a-x)^2$$

обращается въ полный квадратъ? *Н. Соболевскій* (М).

№ 185. Дана часть дуги окружности, пересѣкающая данную прямую въ одной точкѣ; найти другую точку встрѣчи, не дочерчивая дуги до пересѣченія съ прямой, т. е. не находя центра дуги.

Илучинъ (К.)

№ 186. Доказать теорему: сумма перпендикуляровъ на стороны треугольника изъ центра описаннаго около него круга равна суммѣ радіусовъ круговъ вписаннаго и описаннаго. *Н. Соколовъ* (К.)

№ 187. Сдѣлавъ незначительное преобразованіе во второй части равенства

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)^2=n^2+n+\frac{1}{4}$$

можно открыть удобный пріемъ для возвышенія въ квадратъ чиселъ вида: $n+\frac{1}{2}$. Въ чемъ заключается этотъ пріемъ? *А. Гольденбергъ* (Спб.).

№ 188. Сколько существуетъ раціональныхъ прямоугольныхъ треугольниковъ, гипотенуза которыхъ измѣряется числомъ 32045?

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 189. Даны: основаніе треугольника по величинѣ и положенію и разность угловъ при основаніи; вершина треугольника должна лежать на данной прямой. Построить треугольникъ. *И. Ивановъ* (Спб.)

№ 190. Найти геометрическое мѣсто точекъ, разстояніе которыхъ отъ основанія равнобедреннаго треугольника есть среднее пропорціональное между разстояніями отъ двухъ другихъ сторонъ треугольника.

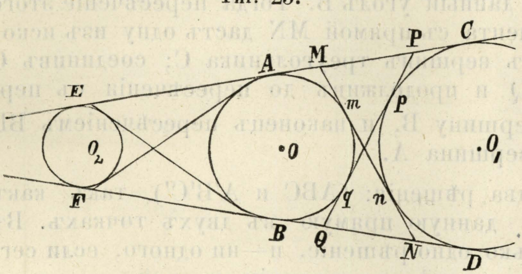
А. Бобятинскій (Егорь. зол. пр.).

Рѣшенія задачъ.

№ 50. Данъ кругъ и двѣ касательныя къ нему. Провести третью касательную къ кругу такъ, чтобы отрѣзокъ ея, заключенный между двумя данными касательными, имѣлъ данную длину. Указать число возможныхъ рѣшеній.

Пусть O данный кругъ, EC и FD данныя касательныя, и a данная длина отрѣзка третьей касательной. Отложимъ отъ точекъ касанія A и B по обѣ стороны по касательнымъ отрѣзки $AE=AC=BF=BD=a$ и построимъ окружности O_1 и O_2 касательныя къ прямымъ EC и FD соотвѣтственно въ точкахъ C,D и E,F. Проведя наконецъ общія касательныя (внутреннія) попарно къ кругамъ O, O_1 и O, O_2, получимъ въ общемъ случаѣ всѣ четыре возможныя рѣшенія предложенной задачи.

Фиг. 23.



Не трудно видѣть, что отрѣзокъ каждой такой общей касательной между прямыми EC и FD равенъ данной длинѣ a. Возьмемъ напр. касательную MN; имѣемъ:

$$MN=Mm+mN$$

и

$$MN=Mn+nN.$$

Но $Mm=AM$; $mN=BN$; $Mn=MC$; $nN=ND$.

Подставляя и сладывая, находимъ:

$$2MN=AC+BD.$$

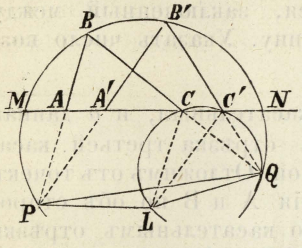
Но по отложенію $AC=BD=a$, слѣдовательно и $MN=a$.

Въ частномъ случаѣ, если одна пара круговъ касается, ихъ двѣ внутреннія общія касательныя сливаются въ одну, и задача имѣетъ тогда три рѣшенія. Если круги, напр. O и O_1 пересѣкаются, то внутреннихъ касательныхъ провести нельзя и два рѣшенія въ этомъ случаѣ пропадаютъ. Въ томъ случаѣ, когда центръ меньшей изъ вспомогательныхъ окружностей (O_2) не находится въ углѣ, образуемомъ данными касательными, (т. е. когда данная длина a больше разстоянія точекъ касанія A и B отъ вершины угла) внутренними касательными круговъ O и O_2 будутъ данныя прямыя EA и FB, и для рѣшенія задачи нужно провести обѣ внѣшнія касательныя къ тѣмъ-же кругамъ O и O_2.

С. Зеликинъ (Смоленскъ), *А. Бобятинскій* (Ег. з. пр.), *Мясковъ* (Спб.), *Н. Шимковичъ* (Х.), *В. Каганъ* (Екатсл.), *И. Д.* (Курскъ). Ученики: Кишин. р. уч. *Д. Л.* и *М. Н.*, Бакинскаго р. уч. *Ф. Р.* и Астрах. г. *И. К.*

№ 79. Построить треугольникъ по данной сторонѣ и противолежащему углу при такомъ условіи, чтобы данная сторона совпадала съ данной по направленію прямой, а другія двѣ стороны (или ихъ продолженія) проходили черезъ двѣ данныя точки. Пусть MN данная прямая, P и Q данныя точки (фиг. 25). На прямой PQ строимъ сегментъ, вмѣщающій данный уголъ B. Изъ точки P проведемъ линію PL равную данной сторонѣ (AC) и параллельную данной прямой MN, и на прямой LQ построимъ еще разъ сегментъ, вмѣщающій данный уголъ B. Тогда пересѣченіе этого сегмента съ прямой MN дастъ одну изъ искомыхъ вершинъ треугольника C; соединивъ C съ Q и продолживъ до пересѣченія съ первымъ сегментомъ, получимъ вершину B, и наконецъ пересѣченіемъ BP съ MN опредѣлится третья вершина A.

Фиг 25.



Задача имѣетъ вообще два рѣшенія: (ABC и A′B′C′), такъ какъ сегментъ LQ можетъ пересѣчь данную прямую въ двухъ точкахъ. Въ случаѣ касанія—получится только одно рѣшеніе, и—ни одного, если сегментъ LQ не пересѣчетъ вовсе данной по положенію прямой.

В. Рубцовъ (Уфа), *Н. Шимковичъ* (Х.), *И Кукуджановъ* (Астрах.).

От Редакціи.

Насъ просятъ повторить здѣсь напечатанное въ № 6-мъ „Вѣстника Россійскаго Общества Краснаго Креста“ за 1886 г. и перепечатанное по распоряженію Правленія Россійскаго Общества покровительства животнымъ въ № 4-мъ „Вѣстника“ сего Общества за 1886 г.— извѣстіе о крайне бѣдственномъ положеніи одного изъ старинныхъ и извѣстныхъ въ приволжскихъ губерніяхъ писателей, бывшаго члена-сотрудника Императорскаго Русскаго Географическаго Общества, Д. члена Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ университетѣ, члена-корреспондента Россійскаго Общ. покр. животнымъ, и одного изъ дѣятельнѣйшихъ членовъ-учредителей Р. Общ. Краснаго Креста, бывшаго почетнаго смотрителя Симбирскихъ училищъ, **В. П. Юрлова.** Давно уже неизлѣчимо больной старикъ, онъ находится нынѣ съ семьею своею въ самомъ ужасномъ положеніи безвыходной нищеты. Для желающихъ оказать помощь, сообщаемъ адресъ: Въ г. Симбирскъ, Большая улица, домъ Лаптева, Владиміру Петровичу Юрлову *).

*) См. также № 175 газеты „Волжскій Вѣстникъ“ за 1887 г.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 15 Октября 1887 года.

Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.