

№ 35.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНИЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЫ

для приобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія бібліотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ бібліотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

III СЕМЕСТРА № 11-й.

ЖС

КІЕВЪ.

Типографія И. Н. Кушнерева и Ко, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

1887.

<http://vofem.ru>

СОДЕРЖАНИЕ № 35.

Объ опытахъ, сопровождающихъ преподаваніе физики. *В. Лермантова.*—Задача остатковъ. *А. Голденберга.*—Научная хроника: Простой опытъ для демонстраціи закона Дюлонга и Пети (Шаль) *Бжм.*, Максимумъ свѣтового напряженія солнечнаго спектра (Менгарини) *Бжм.*, Нагрѣваніе металлическихъ остроконечій при электрическомъ разряженіи (Семмола) *Бжм.*—Письмо Пр. *О. Хвольсона* по поводу рецензіи *В. Л. Розенберга* о книгѣ *С. Ковалевскаго* „Учебникъ физики“.—Отчетъ о присланныхъ въ редакцію книгахъ.—Писма: О логарифмированіи *Р. Киричинскаго*, О сосудахъ для гальваническихъ элементовъ *Л. Алтунджи.*—Развлеченія: новыя игры 1) Военная игра, 2) Тремино.—Задачи №№ 236—242.—Упражненія для учениковъ №№ 1—9.—Рѣшенія задачъ: №№ 96, 117.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРН. МАТЕМАТИКИ

выходить брошюрами настоящаго формата въ $1\frac{1}{2}$ печатныхъ листа
по 12 №№ въ каждое учебное полугодіе.

Подписная цѣна съ пересылкою:

6 рублей—въ годъ. 3 руб.—въ полугодіе.

АДРЕСЪ КОНТОРЫ РЕДАКЦИИ:

КІЕВЪ, НИЖНЕ-ВЛАДИМІРСКАЯ, № 19-й.

№ 1

При перемѣнѣ адреса подписчики прилагаютъ 10 коп. марками.

На оберткѣ журнала печатаются

ЧАСТНЫЯ ОБЪЯВЛЕНІЯ

о книгахъ, физико-математическихъ приборахъ, инструментахъ и
проч.

На слѣдующихъ условіяхъ:

За всю страницу 6 руб.

„ $\frac{1}{2}$ страницы 3 „

За $\frac{1}{3}$ страницы 2 руб.

„ $\frac{1}{4}$ страницы 1 р. 50 к.

При повтореніи объявленія взимается всякій разъ половина этой
платы.

№ 2

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 35.

III Сем.

1 Декабря 1887 г.

№ 11.

Объ опытахъ, сопровождающихъ преподаваніе физики.

Всѣмъ намъ хорошо извѣстно, что опыты, сопровождающіе преподаваніе физики, имѣютъ неособенно пріятное свойство очень часто не удаваться. То кантъ пропускаетъ, то зацѣпляется и не движется какая либо стрѣлка, то, напротивъ, получаемъ движеніе когда надо было бы получить покой. Иногда опытъ идетъ какъ по маслу, но для слушателей его какъ бы не бывало: увидятъ явленіе—самъ экспериментаторъ, да два или три ученика изъ перваго ряда. Бываетъ и того хуже: отъ всего опыта, сдѣланнаго для разъясненія явленія, у ученика остается только впечатлѣніе какого-то фокуса и сознаніе въ родѣ того, что „я Атвудову машину не понимаю“.

Факты эти слишкомъ хорошо извѣстны, какъ учащимъ такъ и учащимся, но вопросъ о томъ, какія свѣдѣнія надо имѣть и на что надо обращать вниманіе, чтобы научиться предупреждать эти неудачи, можно считать еще вполнѣ открытымъ. Опыты эти такъ просты, что собственноручное повтореніе ихъ съ цѣлью самообученія экспериментальному искусству, кажется пустымъ препровожденіемъ времени, и неволью представляется, что секретъ успѣха кроется въ чемъ-то другомъ.

Въ теченіе моего 17-ти лѣтняго лаборантства, мнѣ пришлось дѣлать столько неудачныхъ опытовъ, что я по праву могу подѣлиться съ читателями своею опытностью по этому предмету.—Очевидно, что неуспѣхъ опыта можетъ зависѣть какъ отъ выбора самаго опыта и прибора, такъ и отъ умѣнья обращаться съ нимъ. Обыкновенно приборы, которыми долженъ пользоваться преподаватель, уже существуютъ, и только

въ рѣдкихъ случаяхъ онъ можетъ выбирать ихъ по своему усмотрѣнію. Поэтому мы рассмотримъ сначала общія причины неправильнаго дѣйствія существующихъ приборовъ, а потомъ уже перейдемъ къ выбору опытовъ и общей оцѣнкѣ ихъ сравнительной цѣлесообразности.

Нормальное состояніе всякаго физическаго прибора, когда онъ поκειται въ шкапу физическаго кабинета, это состояніе неисправности. Удивительнаго въ этомъ ничего нѣтъ; приборы эти состоятъ обыкновенно изъ очень разнообразныхъ матеріаловъ какъ: стекло, металлъ, дерево, шелкъ, каучукъ; одни изъ этихъ матеріаловъ легко портятся, а другіе имѣютъ различные коэффициенты расширенія, такъ что вслѣдствіе частыхъ перемѣнъ температуры они отстаютъ одни отъ другихъ, т. е. приборъ расклеивается. Сверхъ того, абсолютная чистота поверхности составляетъ необходимое условіе успѣшнаго дѣйствія многихъ приборовъ. Современные строители машинъ достигаютъ необыкновенной прочности, когда это нужно. Напримѣръ паровая машина какого нибудь трансъ-атлантическаго пакетбота работаетъ безъ остановки двѣ-три недѣли, и порча ея, хотя-бы на нѣсколько минутъ, угрожала-бы большою опасностью всему судну. Но такая прочность достигнута болѣе чѣмъ столѣтней практикою, выработавшею всѣ подробности конструкции паровыхъ машинъ. Физическіе-же приборы обыкновенно дѣлаются „на продажу“; строитель заботится только объ ихъ элегантномъ видѣ и о томъ, чтобы они дѣйствовали при покупкѣ. Только для немногихъ приборовъ, употребляемыхъ изо-дня-въ-день, преимущественно въ технику, конструкція выработана хорошо: это напримѣръ вѣсы, ареометры, микроскопы, машины, дающія гальванической токъ и приборы для измѣренія этого тока.

Зная такое общее свойство приборовъ, можно предложить и общее правило обращенія съ ними: „Передъ показываніемъ опыта ученикамъ повтори его самъ на единѣ, или, по крайней мѣрѣ, испытай исправность прибора“.

Но многіе преподаватели идутъ дальше: будучи напередъ увѣрены въ неисправности своихъ приборовъ, они довольствуются однимъ „показываніемъ приборовъ“, никогда не дѣлая опытовъ. Нельзя и осуждать такой образъ дѣйствія, если онъ является результатомъ многоразныхъ неудачныхъ попытокъ дѣйствовать иначе; но молодому, энергическому преподавателю не слѣдуетъ такъ легко отступать передъ препятствіями, которые часто легко устраняются.

Когда при предварительномъ испытаніи приборъ окажется неисправнымъ, то можно или отправить его къ „оптику“ или-же исправить его самому. Тутъ опытность моя подсказываетъ слѣдующее правило:

„Исслѣдуй самъ въ чемъ заключается порча прибора, исправь ее самъ, если можешь, и отправляй приборъ къ „оптику“ только когда

„самъ исправить не можешь, и то не иначе какъ съ указаніемъ въ „чемъ состоитъ неисправность“.

Только умѣющій собственноручно исправлять свои приборы можетъ быть хорошимъ экспериментаторомъ. Для успѣха-же самостоятельныхъ занятій по физикѣ почти необходимо сверхъ того умѣть собственноручно изготовлять разныя приспособленія для опытовъ; хорошо даже обстоятельно знать какъ исполняются физическія приборы, чтобы удачно составлять проекты новыхъ приборовъ.

Совѣтъ самому исправлять приборы можетъ возбудить много возраженій *). Иной преподаватель скажетъ, что онъ ученый, а не мастеровой, и что исправлять приборы не его дѣло. На это можно отвѣтить, что совѣтъ мой основанъ не на какой либо предвзятой доктринѣ, а на фактахъ: этого требуетъ сущность дѣла. Извѣстно, что всѣ хорошіе экспериментаторы такъ поступали и поступаютъ. Съ другой стороны здравый смыслъ вполне подтверждаетъ это. Существуетъ, напримѣръ, пословица: „кто умѣетъ свинью въ коноплю загонять, тотъ и сапожникъ“, т. е. только умѣющій самъ всучивать щетину въ дратву можетъ безъ чужой помощи шить сапоги. Такъ и самостоятельнымъ музыкантомъ и экспериментаторомъ можетъ считаться только тотъ, кто въ состояніи самъ „настроить“ свои инструменты и приспособить къ своей цѣли. Еще Франклинъ высказалъ правило, что экспериментаторъ долженъ умѣть „пилить сверломъ и сверлить пилою“ т. е. обходиться съ наличными средствами. Не склонный дѣйствовать въ этомъ направленіи не долженъ выбирать экспериментальную физику своею спеціальностью; ему больше надежды на успѣхъ въ болѣе отвлеченныхъ частяхъ науки.

Другое возраженіе кажется серьезнѣе: многіе скажутъ, что они рады-бы прилагать свои руки, да не умѣютъ, что ихъ этому не обучали. На это я могу только сказать: попробуйте, выучиться далеко не такъ трудно, хотя изрѣдка мнѣ и встрѣчались молодые люди, которые до того заучились отвлеченной наукой, что потеряли всякую способность видѣть и сознать результаты дѣйствія своего инструмента, и стали, не смотря на свое желаніе, вполне неспособными выучиться работать.

Дѣйствительно, неисправность прибора чаще всего происходитъ только отъ того, что онъ требуетъ чистки. Иногда же что либо расклеется, развинтится или распаяется. Во всѣхъ этихъ случаяхъ исправленіе вполне доступно для необученнаго человѣка, желающаго успѣха. Больше искус-

*) Совѣтъ этотъ, конечно, неумѣстный въ примѣненіи къ инымъ преподавателямъ, у которыхъ есть для этого особые опытные помощники. Но и въ такихъ условіяхъ, блистательныхъ опытовъ къ своимъ лекціямъ никогда не получить преподаватель, не дѣлавшій ихъ собственноручно въ болѣе раннюю пору: онъ будетъ часто требовать неудобоисполнимаго.

ства потребуется только въ случаѣ поломки частей прибора. Изготовлять-же собственноручно цѣлыя, настоящіе приборы—я не посовѣтовалъ-бы даже и тѣмъ преподавателямъ, которые обладаютъ необходимыми средствами и искусствомъ: для этого надо потратить слишкомъ много времени. Напримѣръ, приборъ, продающійся рублей за 100, потребуетъ отъ 100 до 300 рабочихъ часовъ, смотря по роду работы, если его изготовлять въ первый разъ, въ одномъ экземплярѣ, а не въ массѣ. Такой приборъ преподаватель едва-ли кончитъ въ цѣлый годъ, если у него довольно уроковъ. При такой скорости работы приращеніе физическаго кабинета отъ собственноручной работы преподавателя оказывается слишкомъ незначительнымъ, чтобы стоило направлять свою дѣятельность въ эту сторону. Собственноручно стоитъ изготовлять только легко и скоро исполняемыя приспособленія для опытовъ.

Итакъ, для экспериментатора на первомъ планѣ стоитъ умѣнье разобрать, вычистить и вновь собрать недѣйствующій приборъ, какъ напримѣръ: воздушный насосъ, электрическую машину, часовой механизмъ и т. п. На второмъ планѣ надо ставить умѣнья: вновь вклатъ стеклянную трубку, отклеившуюся отъ своей оправы, запаять дыру въ проржавѣвшемъ жестяномъ сосудѣ, и вообще умѣнье дѣлать разныя поправки такого рода, вплоть до замѣны сломаннаго винтика новымъ. Для сооруженія-же новыхъ самодѣльныхъ приборовъ, всего плодотворнѣе умѣнье обращаться со стеклянными трубками, пробками и стеклянками; столярное, слѣсарное и токарное искусства уже потребуютъ затраты несравненно большаго времени, если мы захотимъ примѣнять ихъ къ физическимъ приборамъ.

Свѣдѣнія для работъ такого рода можно почерпнуть изъ книгъ. Умѣющій уже работать можетъ много узнать новаго, смотря на работу хорошаго мастерового, но сами мастеровые обыкновенно не умѣютъ передать своихъ знаній словами, и нѣсколько словъ изъ дѣльной книги могутъ гораздо большому научить интеллигентнаго человѣка, чѣмъ „уроки“ зауряднаго мастера. Классическимъ руководствомъ все еще можетъ считаться „Die Physikalische Technik“, von Frieck. На русскомъ языкѣ издано Вольфомъ сокращенное руководство того-же автора, содержащее тоже довольно много указаній. Еще больше указаній какъ производить самую работу можно найти въ „Vorschule der Physik“, von Weinhold, а также въ „Спутникъ Ремесленника“, Рейнбота, (но въ этой послѣдней книгѣ, безъ примѣненія къ физическимъ приборамъ). Наконецъ взлеземъ премудрости для большинства авторовъ книгъ о механическихъ ремеслахъ служить англійская книга: „Turning and mechanical manipulation“ by Ch. Holtzapffel. 1845—1879. Этотъ человѣкъ и дѣло до тонкости зналъ, и

излагать умѣлъ; заимствователи большею частью только портятъ отрывки изъ его книги, часто не упоминая откуда они взяты.

Новую книгу: „Physikalische Technik“, von Lehmann, рекомендовать нельзя, не смотря на кажущуюся полноту. Леманъ до того обстоятеленъ, что указываетъ даже на какую полку шкапа какой матеріалъ класть, и замѣчаетъ, что въ иную коробку можно положить и два разные матеріала, а для такого матеріала какъ гвоздики надо нѣсколько коробочекъ, но обо всѣмъ онъ говоритъ такъ поверхностно, что изъ его словъ почти ничего новаго не извлечешь.

Самое вѣское возраженіе противъ собственноручнаго исправленія приборовъ учителемъ, это недостатокъ времени. Это возраженіе имѣетъ личный характеръ, и не подлежитъ обобщенію. По недостатку времени часто бываетъ необходимо отказаться и отъ показыванія въ классѣ такихъ опытовъ, для которыхъ имѣются вполне исправные приборы, и даже пропускать цѣлые отдѣлы физики. Замѣчу только, по собственному опыту, что непродолжительное занятіе ручнымъ трудомъ служить лучшимъ отдохновеніемъ отъ трудовъ умственныхъ, и потому время, потраченное преподавателемъ на исправленіе приборовъ, для него лично не потерянное.

Итакъ, чтобы преподаватель могъ успѣшно дѣлать опыты, надо ему умѣть чистить и исправлять свои физическіе приборы; этому же искусству надо обучить и будущихъ преподавателей физики.

Посмотримъ теперь, что можно сказать общаго о выборѣ опытовъ и приборовъ для демонстрацій на урокахъ и лекціяхъ. Для этого я скажу степенцію въ духѣ Кузмы Пруткова: „надо чтобы слушатели прежде всего видѣли опытъ, а затѣмъ, чтобы они могли понять его цѣль“. Физическіе приборы, служащіе для настоящихъ научныхъ работъ, почти всѣ не годятся для демонстрированія: они предназначаются для одного наблюдателя, и пока онъ наблюдаетъ, остальные присутствующіе ничего ни воспринимаютъ, и должны или вѣрить на слово или ждать своей очереди. Поэтому для демонстрацій придуманы особые приборы, показанія которыхъ видимы для всей аудиторіи. Но тутъ часто пересаливаютъ: приборъ становится на столько сложенъ, что объясненія его устройства и дѣйствія затемняютъ простоту демонстрируемаго явленія. Это часто случается напримѣръ при опытахъ, гдѣ пользуются проложеніемъ изображенія на экранъ, помощью волшебнаго фонаря. Въ темной комнатѣ слушатели не видятъ, что дѣлаетъ экспериментаторъ, и явленіе на экранѣ часто принимаетъ видъ непонятнаго фокуса. Тотъ же результатъ получается иногда, когда вмѣсто самаго факта показываютъ одно изъ его необходимыхъ, но не прямыхъ послѣдствій, какъ напримѣръ при употребленіи Атвудовой машины для изслѣдованія законовъ паденія тѣлъ.

Ученикъ, (покрайней мѣрѣ русскій ученикъ), болѣе затрудняется усвое-
ніемъ ряда простыхъ умозаключеній, одно изъ другого вытекающихъ и
требующихъ продолжительнаго вниманія, чѣмъ болѣе хитрымъ, но ко-
роткимъ разсужденіемъ.

На счетъ видимости показаній измѣрительныхъ приборовъ, можно
дать нѣсколько опредѣленныхъ численныхъ указаній. Глазъ обыкновен-
ной силы можетъ различать съ дальней скамейки аудиторіи обыкновен-
ныхъ размѣровъ черную чету не тоньше 2 или 3 мм. на бѣломъ фонѣ,
когда она хорошо освѣщена. Та-же черта будетъ сливаться съ фономъ,
если освѣщеніе слабо. Поэтому дѣленія на приборахъ и столбики жид-
кости въ термометрахъ и манометрахъ не должны быть тоньше 2—3 мм.,
если желаютъ, чтобы ихъ было видно всей аудиторіи. Кромѣ того ихъ
надо освѣщать искусственно, даже днемъ, помощью лампы съ рефлекто-
ромъ, закрывающимъ пламя отъ наблюдателей, или дѣлать на полупро-
зрачномъ стеклѣ и освѣщать сзади. Болѣе мелкія дѣленія будутъ видны
только ближайшимъ къ прибору ученикамъ.

Важнѣе всего, конечно, показать ученикамъ на опытѣ неописуемыя
явленія, какъ напримѣръ электрическая искра, солнечный спектръ и т. п.
Но не менѣе важны были-бы и опыты измѣрительные, если-бы они „уда-
вались“ всегда. Удача необходима, потому что начинающему ученику
почти невозможно внушить значенія неизбежныхъ ошибокъ наблюдений.
Если, напримѣръ, для уменьшенія объема воздуха вдвое надо было на
его глазахъ увеличить давленіе не ровно вдвое, а на нѣсколько дѣленій
больше или меньше, то у этого ученика все таки останется впечатлѣніе,
что законъ Маріота невѣренъ, или-же что учитель физики не знаетъ. Во
всѣхъ такихъ случаяхъ, гдѣ ищутъ соотношенія между двумя измѣряе-
мыми величинами, удача зависитъ отъ вѣрной постановки вопроса. Обык-
новенно объ измѣряемыя величины измѣряются не съ одинаковою точ-
ностью. Напримѣръ, въ обыкновенномъ приборѣ для закона Маріота
весь объемъ воздуха занимаетъ въ трубкѣ длину около 200 см., а чтобы
сжать его до половиннаго объема надо поднять уровень ртути въ от-
крытой трубкѣ примѣрно на 76 см. Если мы станемъ поднимать уровень
ртути въ открытомъ колѣнѣ пока ртуть не остановится въ закрытомъ
колѣнѣ на дѣленіи, указывающемъ половину прежняго объема, то почти
навѣрное получимъ неудачу. Ошибка въ 1 мм. въ установкѣ нижняго уров-
ня произведетъ почти въ 8 разъ большую ошибку въ верхнемъ уровнѣ,
и эту ошибку ученики замѣтятъ. Стоитъ только сдѣлать опытъ, разсуж-
дая въ обратномъ порядкѣ: установить верхній уровень на заранѣе вы-
численной чертѣ, тогда нижній уровень установится самъ съ ошибкою
въ 8 разъ меньше, которой уже никто не замѣтитъ, и законъ будетъ

потвержденъ въ глазахъ учениковъ. Подобными соображеніями надо руководствоваться и при постановкѣ другихъ измѣрительныхъ опытовъ.

Въ заключеніе разсмотримъ еще одинъ пунктъ: въ настоящее время многіе преподаватели увлекаются самодѣльными, болѣе или менѣе остроумно придуманными приборами для опытовъ на урокахъ физики. При начальномъ курсѣ безъ всякаго сомнѣнія важно обходиться вовсе безъ специальныхъ приборовъ, а дѣлать опыты помощью разныхъ вещей, взятыхъ изъ обыденной жизненной обстановки. Иначе у мало развитыхъ учениковъ является представленіе, что показываемыя явленія существуютъ только „въ физикѣ“, а какъ дѣло идетъ на самомъ дѣлѣ, въ природѣ, это для нихъ по прежнему остается тайною. Да и понятіе о показанномъ явленіи приурочивается къ соответственному прибору, въ родѣ: „паденіе тѣлѣ, да, это Аत्वудова машина“ или: „волосность: это трубочки въ рамкѣ изъ краснаго дерева“. Но самодѣльные приборы — все таки приборы, нѣчто новое для ученика и искусственное; явленія съ помощью такихъ приборовъ получаются обыкновенно не такъ чисто, да и самое знакомство съ точными и чувствительными инструментами физиковъ составляетъ необходимую часть преподаванія этой науки. Поэтому я считаю самодѣльные приборы только сурогатомъ болѣе тщательно исполненныхъ, и не вижу въ первыхъ преимуществъ передъ послѣдними.

Другое дѣло заохотить учениковъ къ собственноручному изготовленію приборовъ: это можетъ имѣть важное и полезное педагогическое значеніе, но мало относится собственно къ преподаванію физики.

В. Лермантовъ (Спб.).

Задача остатковъ.

1. Подъ этимъ названіемъ (Le problème des restes) въ математической литературѣ извѣстна слѣдующая задача:

„Найти число, зная остатки, которые оно даетъ при дѣленіи на данныя числа.“

Обозначимъ чрезъ $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ остатки, которые даетъ неизвѣстное число N при дѣленіи, по порядку, на данныя числа $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$; легко видѣть, что задача приводится къ рѣшенію системы:

$$N = a_1x_1 + r_1 = a_2x_2 + r_2 = a_3x_3 + r_3 = \dots = a_nx_n + r_n$$

которая содержитъ $n+1$ неизвѣстныхъ (N, x_1, x_2, \dots, x_n) и только n уравненій, т. е. содержитъ неизвѣстныхъ однимъ больше, чѣмъ уравненій; разсматриваемая задача относится, слѣдовательно, къ неопредѣленнымъ.

Простѣйшія задачи неопредѣленнаго анализа пользуются издавна нѣкоторой популярностью, если можно такъ выразиться. Творцомъ этой отрасли алгебры считаютъ обыкновенно александрійскаго ученаго, Діофанта, жившаго во второй половинѣ IV вѣка по Р. Х., по свидѣтельству арабскаго писателя Абуль-Фараджа, и написавшаго объ опредѣленныхъ и неопредѣленныхъ уравненіяхъ первой и второй степени тринадцать книгъ, изъ которыхъ, впрочемъ, только шесть дошли до насъ. Но новѣйшія изслѣдованія по исторіи математики привели къ открытію и другихъ старинныхъ трактатовъ, имѣющихъ своимъ содержаніемъ рѣшеніе неопредѣленныхъ уравненій, и въ настоящее время почти съ достовѣрностью можно утверждать, что возникновеніе и усовершенствованіе методовъ рѣшенія неопредѣленныхъ задачъ надлежитъ искать на дальнемъ востокѣ, откуда эти методы перешли къ грекамъ. Это обстоятельство нисколько, впрочемъ, не умаляетъ ученыхъ заслугъ грековъ, представители которыхъ въ области точныхъ наукъ были исключительно геометрами, въ тѣсномъ значеніи этого слова.

Древнѣйшее изъ извѣстныхъ намъ сочиненій о неопредѣленныхъ уравненіяхъ принадлежитъ китайскому математику Сун-Тзе, который жилъ въ III в. (250 по Р. Х.), т. е. почти за сто лѣтъ до Діофанта. Онъ написалъ подъ заглавіемъ „Шванъ-Кингъ“ (въ переводѣ: арифметическій классикъ) сочиненіе, одна изъ главъ котораго посвящена неопредѣленному анализу; здѣсь, между прочимъ, авторъ излагаетъ способъ рѣшенія неопредѣленныхъ уравненій первой степени, способъ, который онъ называетъ правиломъ „Таанъ“, что значитъ „великое обобщеніе“.

Это сочиненіе древняго китайскаго писателя не разъ комментировалось его позднѣйшими соотечественниками, между прочимъ, и знаменитымъ Дзин-Киу-Цау (1220—1290); знакомствомъ съ сочиненіемъ послѣдняго исторія науки обязана англичанину Wylie въ Шанхаѣ (1874).

Кромѣ Китая, неопредѣленнымъ анализомъ съ весьма давнихъ поръ занимались и въ Индіи. Древнѣйшій изъ извѣстныхъ намъ индусскихъ математиковъ Аріабатта (350 по Р. Х.) написалъ въ стихахъ трактатъ объ Астрономіи, въ которомъ отведено мѣсто главамъ чисто математическаго содержанія. Сочиненія Аріабатты послужили источникомъ, изъ котораго черпали позднѣйшіе индусскіе математики, между прочимъ знаменитые Брахмагупта (650) и Паскара (1141—1225). Индусскій методъ рѣшенія неопредѣленныхъ уравненій носитъ названіе „Cuttuca“, что въ переводѣ значитъ „распыленіе“ (обращеніе въ пыль). Этотъ приѣмъ совершенно совпадаетъ со способомъ, излагаемымъ въ нашихъ современныхъ учебникахъ; онъ былъ вновь открытъ Баше де Мезириаконъ (1612) и состоитъ въ послѣдовательномъ дѣленіи коэффиціентовъ даннаго неопредѣленнаго уравненія съ двумя неизвѣстными.

Послѣ Баше де Мезириака были предложены еще слѣдующіе способы рѣшенія неопредѣленныхъ уравненій первой степени:

- 1) Способъ непрерывныхъ дробей Лагранжа (1767);
- 2) Способъ сравненій Гаусса (1801);
- 3) Способъ Бине (1841), основанный на примѣненіи теоремы Фермата-Эйлера;
- 4) Способъ первообразныхъ корней Гаусса;
- 5) Способъ Гаусса рѣшенія n уравненій первой степени съ $n+1$ неизвѣстными. (Disquisitiones Arithm. § 36).

Этотъ послѣдній способъ Гаусса вполне совпадаетъ съ правиломъ „Тийэнь“ китайскихъ математиковъ, которое совершенно отлично отъ индусскаго способа „Куттука“. Гайкель въ своемъ превосходномъ сочиненіи (Zur Geschichte der Mathematik) отождествляетъ, къ сожалѣнію, эти два способа, не имѣющіе ничего общаго.

2. Въ настоящей замѣткѣ мы ограничимся изложеніемъ способа Гаусса для того случая, когда данные модули представляютъ числа попарно взаимно-простыя.

Итакъ, пусть дана система

$$N = a_1x_1 + r_1 = a_2x_2 + r_2 = a_3x_3 + r_3$$

гдѣ N искомое число, дающее отъ дѣленія на модули a_1, a_2, a_3 , по порядку, остатки r_1, r_2, r_3 , или, какъ говорятъ, гдѣ N равноостаточно съ данными числами r_1, r_2, r_3 по модулямъ a_1, a_2, a_3 ; по нашему предположенію, числа a_1, a_2, a_3 попарно взаимно-простыя.

Данная система даетъ

$$\begin{aligned} a_1x_1 - a_2x_2 &= r_2 - r_1 \\ a_2x_2 - a_3x_3 &= r_3 - r_2. \end{aligned}$$

Присоединимъ къ этимъ двумъ уравненіямъ третье такого вида

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = k,$$

въ которомъ a_1, a_2, a_3 неопредѣленные коэффициенты, значеніе которыхъ опредѣляется изъ того условія, что рѣшенія предложенной системы должны быть цѣлыя и положительныя числа, а k произвольное число, также цѣлое и положительное; такимъ образомъ мы будемъ имѣть слѣдующую систему

$$\begin{cases} a_1x_1 - a_2x_2 = r_2 - r_1 \\ a_2x_2 - a_3x_3 = r_3 - r_2 \\ a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 = k. \end{cases}$$

Рѣшая эту систему, найдемъ, на примѣръ, для неизвѣстнаго x_1 :

$$\begin{vmatrix} a_1 & -a_2 & 0 \\ 0 & a_2 & -a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} x_1 = \begin{vmatrix} r_2 - r_1 & -a_2 & 0 \\ r_3 - r_2 & a_2 & -a_3 \\ k & a_2 & a_3 \end{vmatrix}$$

Такъ какъ искомыя неизвѣстныя должны быть цѣлыми числами, то необходимо и достаточно, чтобы детерминантъ, служащій общимъ коэффициентомъ при неизвѣстныхъ, равнялся единицѣ, т. е. необходимо и достаточно, чтобы

$$\begin{vmatrix} a_1 & -a_2 & 0 \\ 0 & a_2 & -a_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{vmatrix} = 1$$

Это условіе и послужитъ намъ для опредѣленія коэффициентовъ a_1 , a_2 , a_3 ; развернувъ детерминантъ, найдемъ

$$(1) \quad a_2 a_3 a_1 + a_3 a_1 a_2 + a_1 a_2 a_3 = 1$$

т. е. найдемъ уравненіе первой степени съ тремя неизвѣстными; это уравненіе имѣетъ притомъ цѣлыя рѣшенія (положительныя и отрицательныя), такъ какъ коэффициенты его $a_2 a_3$, $a_3 a_1$, $a_1 a_2$ имѣютъ наибольшимъ общимъ дѣлителемъ единицу.

Развернемъ теперь второй детерминантъ, входящій въ выраженіе для x_1 , и обозначимъ его, для краткости, чрезъ Δ_1 ; будемъ имѣть

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (r_2 - r_1) a_2 a_3 + (r_3 - r_2) a_2 a_3 + (r_2 - r_1) a_2 a_3 + k a_2 a_3 \\ &= (r_2 - r_1) a_3 a_2 + (r_3 - r_1) a_2 a_3 + k a_2 a_3 \end{aligned}$$

и потому

$$x_1 = (r_2 - r_1) a_3 a_2 + (r_3 - r_1) a_2 a_3 + k a_2 a_3$$

Такъ какъ

$$N = a_1 x_1 + r_1$$

то

$$\begin{aligned} N &= (r_2 - r_1) a_1 a_3 a_2 + (r_3 - r_1) a_1 a_2 a_3 + r_1 + k a_1 a_2 a_3 \\ &= a_1 a_3 r_2 a_2 + a_1 a_2 r_3 a_3 + r_1 (1 - a_3 a_1 a_2 - a_1 a_2 a_3) + k a_1 a_2 a_3 \end{aligned}$$

Изъ уравненія (1) имѣемъ

$$1 - a_3 a_1 a_2 - a_1 a_2 a_3 = a_2 a_3 a_1$$

и потому, окончательно, получимъ

$$N = a_2 a_3 a_1 r_1 + a_3 a_1 a_2 r_2 + a_1 a_2 a_3 r_3 + k a_1 a_2 a_3.$$

Такимъ образомъ искомое число N найдено; оно выражено въ зависимости отъ данныхъ модулей a_1 , a_2 , a_3 , отъ данныхъ остатковъ r_1 , r_2 , r_3 , отъ

трехъ коэффициентовъ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, удовлетворяющихъ неопредѣленному уравненію (1) и отъ произвольнаго цѣлаго числа k .

Найденному для N выраженію можно дать еще болѣе удобный и простой; означимъ наименьшее краткое модулей a_1, a_2, a_3 чрезъ M ; въ нашемъ случаѣ M равно произведенію модулей, такъ что

$$a_1 a_2 a_3 = M;$$

означимъ, далѣе, чрезъ m_1, m_2, m_3 дополнительныхъ до M множителей модулей a_1, a_2, a_3 , такъ что

$$m_1 = \frac{M}{a_1}, \quad m_2 = \frac{M}{a_2}, \quad m_3 = \frac{M}{a_3},$$

тогда выраженіе для N представится въ такомъ видѣ

$$N = m_1 a_1 r_1 + m_2 a_2 r_2 + m_3 a_3 r_3 + kM.$$

3. Не трудно убѣдиться, что изложенный нами способъ примѣнимъ къ общему случаю, т. е. къ рѣшенію задачи, заключающейся въ опредѣленіи числа N , которое было бы равноостаточно, по порядку, съ числами $r_1, r_2, r_3, \dots, r_{n-1}, r_n$ по модулямъ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n$, попарно взаимно-простымъ.

Въ этомъ случаѣ

$$N = m_1 a_1 r_1 + m_2 a_2 r_2 + \dots + m_n a_n r_n + kM$$

или, употребляя извѣстное обозначеніе,

$$N = kM + \sum_{i=1}^{i=n} m_i a_i r_i$$

гдѣ всѣ a_i связаны условіемъ

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_n a_n = 1$$

или, короче, условіемъ

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i a_i = 1.$$

4. Выше мы замѣтили, что простѣйшія задачи неопредѣленнаго анализа пользуются нѣкоторой популярностью; такъ, напримѣръ, нерѣдко приходится быть свидѣтелемъ *отгадыванія* числа по остаткамъ, которое оно даетъ при дѣленіи на два, даже на три числа, при чемъ, впрочемъ, имѣютъ въ виду только наименьшее число изъ всѣхъ тѣхъ, которыя удовлетворяютъ условіямъ. Такъ, предлагаютъ задумать число первой

сотни, раздѣлить его на 9, затѣмъ на 11 и назвать остатки; по этимъ остаткамъ отгадываютъ задуманное число. Такое отгадываніе чиселъ называютъ иногда математическими фокусами, при чемъ не замѣчаютъ, (конечно) насколько неумѣстно сопоставленіе понятій, выражаемыхъ этими словами.

Нѣсколько времени тому назадъ намъ пришлось узнать отъ лица безъ математическаго образованія слѣдующее правило (вѣрнѣе, рецептъ) для отгадыванія числа по остаткамъ отъ дѣленія на 3, на 5 и на 7: „Помножьте первый остатокъ (т. е. остатокъ отъ дѣленія на 3) на 70, второй—на 21, третій—на 15; сложите полученные числа, вычтите изъ суммы столько сотенъ, сколько можно, и столько пятковъ, сколько вычли сотенъ: найдете задуманное число.“⁴ Правило оказывается вѣрнымъ и къ тому же легко запоминается*); примѣнимъ его къ примѣру, который приводитъ въ своемъ сочиненіи выше названный китайскій математикъ Дзин Кіу-Цау: найти число, которое дастъ отъ дѣленія на 3, на 5 и на 7, по порядку, остатки 2, 3, 2.

Въ данномъ случаѣ имѣемъ, сохраняя наши обозначенія:

$$M=3.5.7; m_1=35, m_2=21, m_3=15$$

$$r_1=2, r_2=3, r_3=2$$

$$(1) \quad 35a_1 + 21a_2 + 15a_3 = 1.$$

Уравненію (1) удовлетворяютъ, какъ то видно съ перваго взгляда

$$a_1=-1, a_2=1, a_3=1$$

и потому

$$N=-35r_1+21r_2+15r_3+105k.$$

такъ какъ число k совершенно произвольно, то положивъ

$$k=r_1+k_1,$$

получимъ

$$N=70r_1+21r_2+15r_3+105k_1$$

Это выраженіе, найденное аналитическимъ путемъ, вполне совпадаетъ съ практическимъ правиломъ, которое приведено нами; для данныхъ

*) Въ одной изъ нашихъ старинныхъ рукописей, которую относятъ къ XVII столѣтію, это правило изложено такъ:

„О деньгахъ въ кучѣ выдати — Аще хоцеша въ кучѣ деньги выдати, и ты вели перевести по 3 деньги. А что останется отъ 3—2 или 1—и ты за 1 по 70. Да опять вели перевести по 5, и что останется, 4 или 3, или 2, или 1, и ты за 1 клади по 21. Да опять вели перевести по 7, и что останется, 6 или 5, или 4, или 3, или 2, или 1, и ты тако за всякій 1 клади по 15. Да что въ остаткахъ перечни родились, и тѣ перечни сочти вмѣсто; а сколько станеть и ты изъ того перечню вычитай по 105, и что останется отъ 105 или сама 105, то столько въ кучѣ и есть“.

остатковъ 2, 3, 2 найдемъ

$$\begin{aligned} N &= 140 + 63 + 30 + 105k \\ &= 233 + 105k \\ &= 23 + 105n \end{aligned}$$

итакъ, наименьшее изъ искомымъ чиселъ равно 23.

5. Покажемъ, наконецъ, на примѣрѣ примѣненіе общаго способа къ случаю четырехъ модулей попарно взаимно-простыхъ; положимъ, что требуется найти наименьшее число, которое отъ дѣленія на 2, 5, 7, 9 давало бы, по порядку, остатки 1, 2, 3, 4.

Такъ какъ въ данномъ случаѣ

$$M=630; m_1=315, m_2=126, m_3=90, m_4=70,$$

то уравненіе для коэффициентовъ a_1, a_2, a_3, a_4 слѣдующее

$$315a_1 + 126a_2 + 90a_3 + 70a_4 = 1.$$

Чтобы найти систему рѣшеній для этого уравненія, расчленимъ первую часть его на два слагаемыхъ съ взаимно-простыми коэффициентами, что всегда возможно вслѣдствіе сдѣланнаго относительно модулей условія; будемъ имѣть, на примѣръ,

$$63(5a_1 + 2a_2) + 10(9a_3 + 7a_4) = 1;$$

положивъ, на время,

$$5a_1 + 2a_2 = x,$$

$$9a_3 + 7a_4 = y,$$

найдемъ, что уравненіе

$$63x + 10y = 1$$

удовлетворено при

$$x = -3; y = 19;$$

рѣшивъ, затѣмъ каждое изъ уравненій

$$5a_1 + 2a_2 = -3,$$

$$9a_3 + 7a_4 = 19,$$

найдемъ

$$a_1 = +1, a_2 = -4, a_3 = -1, a_4 = +4.$$

Вставимъ данныя и найденныя числа въ общую формулу

$$N = m_1a_1r_1 + m_2a_2r_2 + m_3a_3r_3 + m_4a_4r_4 + kM,$$

получимъ

$$\begin{aligned} N &= 315.1.1 - 126.4.2 - 90.1.3 + 70.4.4 + 630k \\ &= 157 + 630k. \end{aligned}$$

Итакъ, наименьшее изъ искомымъ чиселъ есть 157; не трудно удостовѣриться, что оно удовлетворяетъ поставленнымъ требованіямъ.

А. Гольденбергъ (Спб.)

Научная хроника.

Ф и з и к а.

Простой опытъ для демонстраціи закона Дюлонга и Пети.

Др. *Шам* при Цюрихскомъ университетѣ предлагаетъ слѣдующій простой способъ для демонстраціи, что удѣльная теплота твердыхъ элементовъ находится въ обратномъ отношеніи къ ихъ атомному вѣсу. Два бруска изъ олова и цинка, вѣса которыхъ точно равны, нагрѣваются до одной и той-же температуры ($150—170^{\circ}$) и быстро помѣщаются въ два парафиновые ящика, которые можно очень легко приготовить изъ продажнаго парафина. Цинкъ и олово расплавятъ количества парафина, пропорціональныя своимъ удѣльнымъ теплотамъ, каковая масса и вытечетъ черезъ отверстіе, сдѣланное въ днѣ каждого ящика, въ поставленный снизу стаканъ. Чтобы вытеканіе происходило легче, металлъ не лежитъ непосредственно на днѣ ящика, а на деревянныхъ палочкахъ. Такъ какъ атомный вѣсъ олова почти вдвое больше, чѣмъ у цинка, то олово и расплавить почти только половину по количеству парафина. *Бхм.*

♦ Максимумъ свѣтового напряженія солнечнаго спектра. Менгарини. (*Mengarini. Rend. R. Acc. dei Lincei. 3. p. 482. 1887.*)

Авторъ даетъ сначала историческое обозрѣніе изслѣдованій, относящихся до положенія maximum'a свѣтового напряженія, равно какъ и до измѣненія напряженія лучеиспусканія въ различныхъ частяхъ спектра при различныхъ обстоятельствахъ, и приходитъ какъ на основаніи этихъ, такъ и своихъ собственныхъ изслѣдованій къ заключенію: относительное свѣтовое напряженіе различныхъ цвѣтовъ спектра, а также и составъ бѣлаго свѣта всегда измѣнчивъ и maximum свѣтового напряженія не находится всегда въ одномъ и томъ же опредѣленномъ мѣстѣ, а перемѣщается въ довольно значительныхъ предѣлахъ. *Бхм.*

♦ Нагрѣваніе металлическихъ остроконечій при электрическомъ разряженіи. Семмола. (*E. Semmola. Rend. d. Accad. di Napoli 1. p. 63. 1887.*)

Какъ извѣстно, электричество вытекаетъ чрезъ металлическое остріе очень быстро, и это разряженіе сопряжено со слабымъ отдѣленіемъ свѣта, который можно видѣть только въ темнотѣ; тамъ, гдѣ истекаетъ отрицательное электричество, появляется маленькая звѣздочка, а на положительномъ остріи—свѣтлая кисть. Если разряженіе происходитъ въ воздухѣ, то наблюдается такъ называемый электрическій вѣтеръ, происходящій вслѣдствіе постояннаго отталкиванія частичекъ воздуха, бывшихъ въ соприкосновеніи съ наэлектризованнымъ остріемъ. Но нагрѣвается ли одновременно съ разряженіемъ и остріе, до сихъ поръ не было извѣстно.

Авторъ сдѣлалъ для рѣшенія этого вопроса коническое металлическое остріе, одна половина котораго состояла изъ сурьмы, а другая изъ

висмута; на самомъ концѣ этого конуса оба металла были спаяны другъ съ другомъ и затѣмъ на всемъ протяженіи изолированы другъ отъ друга эбонитовой пластинкой; половина, сдѣланная изъ сурьмы, покоилась на кускѣ металла, по которому шло электричество, подвергаемое разряженію остріемъ; что касается висмутовой пластинки, то она была у основанія изолирована. Приблизительно въ срединѣ находилось на конусѣ изолированное кольцо, окружавшее конусъ и снабженное двумя винтами; одинъ изъ винтовъ посредствомъ проволоки соединялъ сурьмяную пластинку, а другой висмутовую съ гальванометромъ.

Если укрѣпить такое остріе на кондукторѣ электрической машины, то при вращеніи ея колеса, стрѣлка гальванометра показываетъ отклоненіе въ нѣсколько градусовъ; при перемѣнѣ соединенія коническихъ половинокъ съ гальванометромъ отклоненіе стрѣлки происходитъ въ другую сторону. Такимъ образомъ этимъ опытомъ ясно доказывается, что остріе изъ висмута и сурьмы во время разряженія нагрѣвается и возбуждаетъ термоэлектрическій токъ. Кромѣ этого были сдѣланы контрольные опыты съ остріемъ, состоявшемъ только изъ одного металла; при этомъ стрѣлка гальванометра не отклонялась.

Этотъ результатъ, конечно, можно было предвидѣть, такъ какъ извѣстное свѣтовое отдѣленіе на остріяхъ возможно только при накалываніи частичекъ воздуха. Дальнѣйшіе опыты Семмолы показали, что нѣкоторые обстоятельства оказываютъ вліяніе на это развитіе теплоты. Такъ онъ нашелъ, что при увеличеніи разстоянія между остріемъ и вторымъ кондукторомъ машины нагрѣваніе дѣлалось все слабѣе и слабѣе, а вѣдствіе этого и отклоненіе стрѣлки гальванометра все меньше и меньше; если же кондукторы приближать другъ къ другу, то отклоненіе стрѣлки увеличивается, такъ что при разстояніи въ 1 см. отклоненіе это было отъ 30 до 40 град. въ случаѣ, если остріе было отрицательно. Если приблизить кондукторы другъ къ другу такъ, чтобы разряженіе представлялось днемъ въ видѣ ряда непрерывныхъ маленькихъ искръ, то отклоненіе стрѣлки уменьшалось и не превышало нѣсколькихъ градусовъ, если разстояніе это было не больше нѣсколькихъ миллиметровъ. Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что нагрѣваніе острія было различно, смотря потому, было ли оно наэлектризовано положительно или отрицательно; въ первомъ случаѣ оно нагрѣвалось не такъ сильно, какъ во второмъ.

Авторъ предлагаетъ употребить термоэлектрическое остріе, какъ средство для изученія воздушнаго электричества. Насаженное на остріе громоотвода оно показывало бы своимъ нагрѣваніемъ (а слѣдовательно и отклоненіемъ стрѣлки гальванометра) силу истеченія земного электричества, проходящаго черезъ громоотводъ и въ какомъ именно направленіи: отъ земли ли въ воздухъ или обратно.

Взм.

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

Письмо Пр. Хвольсона. „Считаю необходимымъ обратить вниманіе на то, что въ рецензіи В. Л. Розенберга (книги „Учебникъ физики“ С. Ковалевскаго), помѣщенной на стр. 207—208 III Сем. „Вѣстника Оп.

Физ. и Эл. Мат.^а, встрѣчаются два промаха, о характерѣ которыхъ легко разсудить читатели журнала.

Замѣчу, что книги г. Ковалевскаго я не читалъ, о достоинствахъ или недостаткахъ ея, пока еще, понятія не имѣю и отнюдь не думаю стать защитникомъ автора новаго учебника.

В. Л. Розенбергъ пишетъ:

(стр. 13) вещество ртути отличается между прочимъ тѣмъ, что „въ небольшомъ количествѣ воспринимаетъ шарообразную форму“,—а развѣ другія жидкости не обладаютъ этимъ свойствомъ?

Открываю стр. 13 книги г. Ковалевскаго и читаю, что разныя вещества отличаются другъ отъ друга по свойствамъ, что напр. *сахаръ* имѣетъ такія-то свойства, а *мраморъ*, сходный съ сахаромъ по цвѣту,—такія-то другія. Далѣе:

„вещество *ртути* отличается отъ первыхъ двухъ особымъ металлическимъ блескомъ, легкоподвижностью, въ небольшомъ количествѣ воспринимаетъ шарообразную форму и т. д.“

Г. Розенбергъ, цитируя, пропускаетъ слова „отъ первыхъ двухъ“ (т. е. отъ сахара и отъ мрамора) и тѣмъ заставляетъ читателей думать, что г. Ковалевскій считаетъ шаровидную форму малыхъ капель за специфическое свойство ртути.

Это нехорошо.

Далѣе г. Розенбергъ пишетъ:

на стр. 45: „возьмемъ математическій рычагъ. Такъ называется воображаемая негибкая линія“—этимъ заканчиваетъ авторъ опредѣленіе рычага.

На стр. 45 книги г. Ковалевскаго находимъ во первыхъ слѣдующее:

Постараемся найти упомянутое отношеніе, и для большей простоты разсужденій возьмемъ *математическій рычагъ*.

Г. Розенбергъ пропустилъ двѣ трети этого предложенія и началъ со слова „возьмемъ“, которое помѣстилъ курсивомъ. Конечно „взять“ т. е. „взять въ руки“ математическій рычагъ нельзя, но „для простоты разсужденій взять рычагъ“ т. е. „обратиться къ рычагу“ можно.

Нехорошо.

Далѣе читаемъ въ книгѣ г. Ковалевскаго:

Такъ называется воображаемая негибкая линія АВ (фиг. 39), соединяющая три точки; одна изъ нихъ называется точкой опоры (С), а другія двѣ А и В—точками приложенія силъ. Разстоянія и т. д.... называются плечами рычага.

Неужели г. Розенбергъ не дочиталъ и не замѣтилъ, что г. Ковалевскій „этимъ“ не „заканчиваетъ опредѣленія рычага“?

Нехорошо“.

О. Хвольсонъ (Спб. 26 Дек.)

Присланы въ редакцію:

1) *Приведеніе уравненій относительнаго движенія къ каноническому виду.* *Ив. Рахманинова.* Отд. оттискъ изъ Университетскихъ Извѣстій. Кіевъ. 1887 г.

2) *Введеніе въ механику.* *П. П. Фанъ-деръ-Флита.* Часть I. Основные законы движенія (Кинематика точки). Часть II. Основные законы силъ (Динамика точки). Спб. 1886.

3) *Опытъ физической теоріи электрическаго тока.* *П. Фанъ-деръ-Флита.* Спб. 1881.

Корреспонденція.

Р. Киричинскій (г. Бѣла). „Большинство учениковъ съ трудомъ усваиваетъ начала логарифмированія и даже, изучивъ механизмъ лагарифмированія, рѣдко который можетъ дать сознательный отвѣтъ на вопросъ, что такое логарифмированіе. Если же и случится получить вѣрный отвѣтъ, то это, большею частью, наборъ фразъ, заученныхъ изъ учебника, и въ концѣ ученикъ сознается, что есть въ этомъ отдѣлѣ что-то ему непонятное, темное, но что именно, онъ не можетъ сказать. Причина, мнѣ кажется, кроется въ томъ, что этотъ отдѣлъ почти во всѣхъ учебникахъ излагается непосредственно съ опредѣленія лагарифмовъ. Ученикъ такимъ образомъ не знаетъ, въ какой связи „логарифмъ“ находится съ предыдущимъ и къ чему онъ понадобился. Мнѣ кажется, что предварительно слѣдовало-бы разъяснить связь между ариѳметическими дѣйствіями.

Начнемъ съ простѣйшаго—сложенія. Пусть $a + b = s$. Желая опредѣлить a по s и b , или же b по s и a , мы должны поступать одинаково: a и b равносильно вошли въ составъ s , такъ какъ сумма не зависитъ отъ порядка слагаемыхъ; слѣдовательно сложеніе можетъ имѣть только одно противоположное дѣйствіе. Точно также, если $ab = c$, то, опредѣляемъ ли мы a по c и b , или b по c и a , мы должны поступать одинаково, ибо произведеніе не зависитъ отъ порядка множителей.

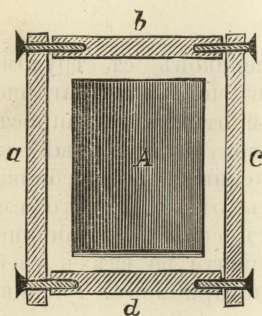
Не то происходитъ съ возвышеніемъ въ степень; возвысить b въ степень a не равносильно возвышенію a въ степень b , а потому это дѣйствіе должно имѣть два противоположныя дѣйствія. Если $b^a = d$, то, желая опредѣлить b по a и d , надо извлечь корень; если $a^b = d_1$, то опредѣлить b по a и d_1 , мы не сумѣемъ ни однимъ изъ извѣстныхъ намъ дѣйствій, и потому придумали новое дѣйствіе, названное логарифмированіемъ. Значитъ логарифмированіе есть *дѣйствіе*, обратное возвы-

шенію въ степень. А если ученикъ прійдетъ къ сознанію, что логарифмированіе—есть дѣйствіе, то онъ и пойметъ ясно значеніе символа этого дѣйствія“.

♦ П. К. Алтунджи (Ростовъ на Дону). „Въ виду невозможности имѣть всегда подъ рукою стеклянные сосуды для гальваническихъ элементовъ, предлагаю композицію, изъ которой очень легко сдѣлать самому сосудъ любой формы. Композиція эта состоитъ изъ 50% по вѣсу сѣры (въ палочкахъ), 48% мелкопросѣянного песка и 2% угля (кокса или каменного угля).

Сѣру предварительно должно расплавить въ жестяномъ или глиняномъ сосудѣ, затѣмъ, постепенно прибавляя песку съ углемъ, помѣшивая палочкой. Когда смѣсь приметъ форму однообразной массы, нужно ее вылить въ заранее приготовленную форму для требуемаго сосуда. Особенное удобство эти сосуды представляютъ для устройства подъемной батареи Труве. Форму для выливки лучше всего приготовить изъ дощечекъ твердаго дерева и формовочной земли, которую, впрочемъ, можно замѣнить въ случаѣ необходимости глиной.

Фиг. 58.



Четыре дощечки (*a*, *b*, *c*, *d*), (фиг. 58), скрѣпленные винтами, образуютъ призматическую коробку безъ дна и крышки. Длина и ширина этихъ дощечекъ должна соответствовать величинѣ потребнаго сосуда. Эта коробка, смазанная внутри деревяннымъ масломъ, представляетъ наружную часть формы. Что же касается внутренней части ея, или такъ называемаго болвана, то его (болвана) очень удобно дѣлать изъ формовочной земли. Для устройства болвана необходимо также имѣть призматическую коробку съ разъемными стѣнками. Формовочную землю должно хорошенько утробовать, чтобы болванъ получился прочный

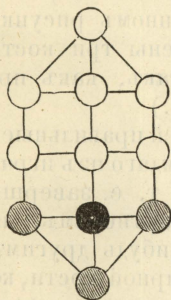
и не рассыпался. Болванъ долженъ быть по объему нѣсколько меньше внутренняго объема призмы, чтобы были промежутки между нимъ и стѣнками коробки; кромѣ того онъ долженъ быть ниже верхнихъ краевъ коробки, чтобы при выливкѣ масса покрыла верхнюю площадь болвана и образовала бы дно сосуда. Черезъ четверть часа послѣ выливки, масса застываетъ и стоитъ только выбрать формовочную землю, чтобы получить совершенно готовый сосудъ. Если послѣ выливки окажутся на днѣ сосуда отверстія или какія-либо неправильности, то ихъ легко замазать той-же массой, которая хорошо пристаетъ даже къ остывшему сосуду.

Сосуды, сдѣланные изъ вышеописанной композиціи прочны, нѣсколько не подвержены дѣйствию сѣрной кислоты и главное—очень дешевы. Считаю не лишнимъ добавить, что въ эти сосуды не слѣдуетъ наливать горячихъ жидкостей, иначе они трескаются“.

Развлеченія.

Новыя игры. 1) *Военная игра*, придуманная во Франціи и описанная съ обстоятельнымъ разборомъ ея теоріи Э. Люкасомъ въ одномъ изъ послѣднихъ номеровъ журнала „La Nature“, есть нѣчто среднее между игрою „въ крѣпость“ и общеизвѣстной „собаки и волкъ“, въ которой требуется запереть на шахматной доскѣ одну шашку черную четырьмя бѣлыми. Хотя въ

Фиг. 59.

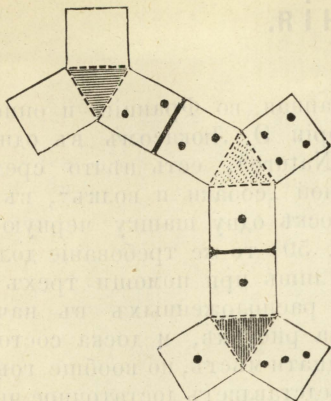


быть исполнено лишь при помощи трехъ бѣлыхъ шашекъ, расположенныхъ въ началѣ какъ показано на рисунокѣ, и доска состоитъ всего изъ одиннадцати мѣстъ, но вообще говоря она труднѣе и представляетъ достаточное число комбинаціи (всѣхъ случаевъ 1320). Черная, т. е. запираемая шашка можетъ ходить по всѣмъ направленіямъ, бѣлыя—только впередъ и въ сторону. Нѣкоторые усложняютъ игру тѣмъ условіемъ, что каждой изъ трехъ бѣлыхъ шашекъ предоставляется право одинъ разъ въ игру пойти назадъ, но Люкасъ находитъ это совершенно лишнимъ, ибо и безъ того бѣлые всегда должны выигрывать партію.

2) *Тремину*. Эта игра, придуманная въ Кіевѣ, представляетъ видоизмѣненіе игры въ домино; она труднѣе домино, богаче комбинаціями и гораздо веселѣе, благодаря тому, что въ нее введены масти и козыри. Состоитъ она изъ 35 костей (число всѣхъ сочетаній съ повтореніями изъ пяти элементовъ по три); каждая кость имѣетъ форму трехъ квадратовъ съ равностороннимъ треугольникомъ посрединѣ; на этомъ послѣднемъ обозначена краскою мастъ, а на квадратахъ размѣщены, какъ въ домино, цифры: 0, 1, 2, 3, 4, при чемъ соблюдено условіе, что на каждой кости гдѣ цифры различны, онѣ возрастаютъ по направленію движенія часовой стрѣлки. Всѣхъ мастей—пять: желтая, красная, зеленая, голубая и фіолетовая; распределены онѣ на костяхъ слѣдующимъ образомъ:

Желтая	Красная	Зеленая	Голубая	Фіолетовая
000	111	222	333	444
012	013	024	023	014
034	124	123	134	234
113	003	001	004	002
122	224	114	112	011
334	233	033	022	223
244	044	344	144	133

Фиг. 60.



Всѣ участники въ игрѣ (ихъ можетъ быть произвольное число) вносятъ при началѣ одинаковыя ставки (по условію), кости раздаются между ними поровну, при чемъ нѣсколько костей (остатокъ) оставляются на столѣ закрытыми. Одна изъ костей остатка вскрывается, и ея масть означаетъ козырь. Ею начинается игра. Игроки поочередно ставятъ на столѣ каждый разъ по одной кости, приставляя ее къ свободнымъ концамъ лежащихъ уже на столѣ костей, какъ показано на приложенномъ рисункѣ (фиг. 60), гдѣ изображены три кости: 113, 124, 002 (т. е. такъ, какъ при игрѣ

въ домино: нуль къ нулю, единица къ единицѣ и пр.)

Такимъ образомъ на столѣ формируется изъ костей правильные шестиугольники (какъ бы пчелиныя соты), и вся задача каждого изъ играющихъ заключается въ томъ, чтобы *взять* шестиугольникъ, т. е. завершить его своею костью, мѣшать это сдѣлать остальнымъ партнерамъ, и—если можно—*отнять* шестиугольникъ, взятый уже къ кому нибудь другимъ раньше. Этого можно достигнуть лишь при помощи козырной кости, которою позволяется замѣстить въ завершенномъ уже шестиугольникѣ некозырную кость (третій конецъ которой еще свободенъ), если номера и ихъ порядокъ на двухъ квадратахъ тождественны. Вытѣсненная при такомъ отнятіи шестиугольника некозырная кость уже въ игру не поступаетъ и до конца партіи откладывается въ сторону. Всѣхъ шестиугольниковъ изъ всѣхъ 35 костей можетъ быть образовано не болѣе одиннадцати; обыкновенно же ихъ бываетъ меньше. Каждый игрокъ отмѣчаетъ завоеванные имъ шестиугольники какими нибудь своими личными мѣтками. Игра кончается, когда у играющихъ не останется уже болѣе костей. Тогда общая ставка дѣлится между выигравшими пропорціонально взятымъ ими шестиугольникамъ. Во избѣжаніе дробей, остатокъ, часто случающійся при такомъ дѣленіи общей ставки, остается и причисляется къ общей ставкѣ слѣдующей партіи. Можно еще оживить игру введеніемъ *прикупа* и вообще разнообразить ее новыми условіями.

Костей для этой игры нѣтъ еще въ продажѣ: мы видѣли только экземпляръ, приготовленный собственноручно авторомъ. Но само собою понятно, что подобныя кости не трудно приготовить самому, напр. выпилить изъ деревянныхъ дощечекъ, или даже вырѣзать изъ плотнаго картона, и потомъ раскрасить ихъ и разставить точки сообразно вышеприведенной табличкѣ.

Задачи и упражненія.

Задачи.

№ 236. Данъ сплошной конусъ изъ вещества плотности d , высота котораго и радіусъ основанія суть h и r , и дана жидкость плотности d' .

Если $d < d'$, то до какой глубины погружается конусъ въ жидкость, опущенный вершиною внизъ? Какая изъ заданныхъ здѣсь величинъ лишняя для рѣшенія вопроса?

№ 237. Разложить на два множителя выраженіе $x^n + 1$.

Н. Шимковичъ (Харьк.).

№ 238. Изъ трехъ данныхъ точекъ описать три взаимно касающіяся окружности.

Исслѣдовать задачу въ отношеніи числа возможныхъ рѣшеній и расположенія точекъ.

З. Колтовскій (Харьк.)

№ 239. Рѣшить уравненія

$$x^2 = ay + b$$

$$y^2 = px + q$$

при условіяхъ: $b = \left(\frac{2q}{p}\right)^2$; $q = \left(\frac{2b}{a}\right)^2$.

П. Никульцевъ (Смол.)

№ 240. Изъ двухъ перпендикулярныхъ прямыхъ одна лежитъ своими концами на противоположныхъ сторонахъ квадрата, другая—на остальныхъ сторонахъ его. Доказать, что эти прямыя равны.

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 241. На основаніи АС равнобедреннаго треугольника дана точка М. а) Доказать, что

$$MB^2 = AB^2 - AM \cdot MC,$$

а если точка М взята на продолженіи основанія, то

$$MB^2 = AB^2 + AM \cdot MC.$$

б) Примѣнить это соотношеніе къ выводу извѣстной зависимости между сторонами правильныхъ: пятиугольника, шестиугольника и десятиугольника, вписанныхъ въ одну и ту-же окружность.

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 242. Рѣшить уравненіе

$$\frac{2x}{1-k^2x^4} \sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)} = a.$$

Гр. Херсонскій (Москва).

Упражненія для учениковъ.

1) Дробь $\frac{5}{24}$ представить во 1-хъ въ видѣ суммы, во 2-хъ въ видѣ разности двухъ дробей, имѣющихъ единицу числителемъ.

2) Каждое из чисел: 106, 113, 125, 130, 137, 145, 146, 150, 169, 170, 173, 178, 185, 193, 194 представить в виде суммы двух квадратов.

3) Каждое из чисел: 221, 247, 259, 287, 289, 299, 301, 319, 323, 329, 341, 361, 377, 391, 403 разложить на два множителя.

4) Что больше: $80^{14} \cdot 5^2$ или 3^{59} ?

5) Показать, что:

$$\sqrt[5]{5} < \sqrt{2}; \sqrt[4]{4} > \sqrt[7]{7}; \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{2} > 2.$$

6) Показать, что: $31 < \text{Num.log} = 1,5 < 32$;

$$\log 2 > 0,3; \quad \log 3 > 0,4;$$

$$\log 5 < 0,7 < \log 6.$$

7) Показать, что мантиссы логарифмов чисел: 3 и $333\frac{1}{3}$ дают в сумме единицу.

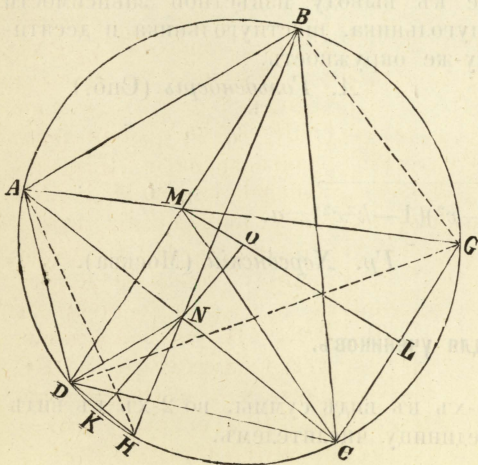
8) Сколько можно провести прямолнейных дорог между семью деревнями, три из которых расположены на одной прямой линии?

9) Из колоды в 52 карты какая вероятность вынуть с первого раза одну из красных фигур?

Рѣшенія задачъ.

№ 96. 1) Доказать что во всякомъ гармоническомъ четырехугольникѣ суммы прямыхъ, соединяющихъ середины каждой діагонали съ концами другой діагонали равны между собою.

Гармоническимъ называется вписанный четырехугольникъ, въ
Фиг. 61.



которомъ произведенія противоположащихъ сторонъ равны между собою. Пусть ABCD (Фиг. 61) есть четырехугольникъ гармоническій, тогда

$$\overline{AB} \cdot \overline{DC} = \overline{AD} \cdot \overline{BC} \quad (1)$$

Проведемъ прямую AM до пересѣченія съ діагональю BD такъ чтобы $\angle BAM = \angle CAD$; тогда легко видѣть что

$$\triangle BAM \sim \triangle CAD \text{ и}$$

$$\triangle BAC \sim \triangle MAD.$$

Изъ этого подобія слѣдуетъ

$$\overline{BM} \cdot \overline{AC} = \overline{AB} \cdot \overline{DC} \text{ и } \overline{MD} \cdot \overline{AC} = \overline{AD} \cdot \overline{BC} \quad (2)$$

изъ этихъ равенствъ, принимая во вниманіе равенство (1), слѣдуетъ, что $\overline{BM} = \overline{MD}$, т. е. что точка M есть середина діагонали BD . Мѣняя теперь въ равенствахъ (2) BM на мѣсто MD , получимъ пропорціи

$$DM:DC=AB:AC \text{ и } BM:BC=AD:AC,$$

а обращая вниманіе на то, что $\angle MDC = \angle BAC$ и $\angle CBM = \angle CAD$, заключаемъ, что $\triangle MDC \sim \triangle ABC$ и $\triangle CMB \sim \triangle CAD$. Изъ подобія $\triangle AMD$, $\triangle ABC$ и $\triangle DMC$ слѣдуетъ, что

$$\angle AMD = \angle ABC = \angle DMC = \alpha$$

т. е. *діагональ гармоническаго четырехугольника дѣлитъ пополамъ уголъ между прямыми, соединяющими ея середину съ концами второй діагонали.*

Продолжимъ AM до пересѣченія съ окружностію въ точкѣ G ; проведемъ прямыя GB , GC , GD . Такъ какъ $\angle AGC = \angle ABC = \alpha = \angle AMD$, то прямая GC будетъ параллельна діагонали BD . А отсюда слѣдуетъ, что $\angle \alpha = \angle DMC = \angle MCG$, какъ внутренніе накрестъ лежащіе углы; слѣд. $\triangle GMC$ — равнобедренный и $MG = MC$. Поэтому $AM + MC = AG$. Замѣтимъ, что $BG = DC$ и $GD = BC$ какъ хорды равныхъ дугъ. Легко видѣть теперь, что прямая AG есть сторона вписаннаго $\triangle ABG$, остальные стороны котораго суть AB и $BG = DC$; та же прямая AG есть сторона вписаннаго $\triangle ADG$, остальные стороны котораго суть AD и $GD = BC$. Итакъ сумма прямыхъ, соединяющихъ середину какой либо діагонали, равняется сторонѣ вписаннаго треугольника, остальные стороны котораго суть какія либо двѣ противуположныя стороны даннаго четырехугольника, слѣдовательно эта сумма есть величина постоянная.

2) Доказать обратную теорему: если суммы прямыхъ, соединяющихъ середину каждой діагонали съ оконечностями другой, равны между собою и сверхъ того каждая діагональ дѣлитъ пополамъ уголъ между прямыми, соединяющими ея середину съ концами второй діагонали, то четырехугольникъ будетъ гармоническій.

Пусть діагональ BD четырехугольника $ABCD$ дѣлитъ пополамъ $\angle AMC$, образованный прямыми MA и MC , соединяющими ея середину M съ концами діагонали AC , и діагональ AC дѣлитъ пополамъ $\angle BND$ между прямыми NB и ND , соединяющими ея середину N съ концами діагонали BD . Проведемъ $CG \parallel BD$ до пересѣченія съ продолженной AM , и $DH \parallel AC$ до пересѣченія съ продолженной BN . Изъ условій легко видѣть, что треугольники MGC и DNH будутъ равнобедренные. Изъ вершинъ M и N этихъ треугольниковъ опустимъ перпендикуляры ME и NK на основанія GC и DH и означимъ чрезъ O точку пересѣченія этихъ перпендикуляровъ. Точка O равно отстоитъ отъ точекъ B , D , N , та же точка O равно отстоитъ отъ точекъ G , C , A ; поэтому точка O лежитъ на пересѣченіи перпендикуляровъ, возставленныхъ изъ срединъ прямыхъ AG и BH . Такъ какъ $AG = AM + MC$ и $BH = BN + ND$, то по условію задачи $AG = BH$. Проведемъ теперь BG и AH . Легко видѣть, что $ADHC$ есть равнобочная трапеція и $AH = DC$. Легко видѣть что и $DCGB$ есть также равнобочная трапеція и $DC = BG$. Итакъ $AH = BG$. Теперь $\triangle ABG = \triangle AHN$, потому что $AB = AN$, $BG = AH$ и $AG = HN$. Слѣд. $\angle BGA =$

$=\angle BHA$ и четыре точки A, B, G и H лежат на одной окружности. Центр этой окружности, находясь на пересечении перпендикуляровъ, составленныхъ изъ срединъ хордъ AG и BH , совпадаетъ съ точкой O . Итакъ точки A, B, G, H находятся въ равныхъ разстояніяхъ отъ O , и по предыдущему въ томъ же разстояніи находятся точки C и D . Отсюда слѣдуетъ, что четырехугольникъ $ABCD$ есть *вписанный*. Теперь очевидно, что $\angle ABC = \angle AGC = \angle AMD$ и $\angle AMD \sim \triangle ABC$ откуда

$$\frac{MD}{AD} = \frac{BC}{AC}.$$

Кромѣ того $\triangle BAM \sim \triangle ACD$ и $\frac{BM}{AB} = \frac{DC}{AC}$.

Изъ этихъ пропорцій имѣемъ

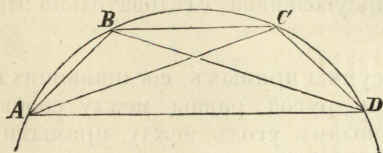
$$AD \cdot BC = MD \cdot AC \text{ и } AB \cdot DC = BM \cdot AC$$

но $MD = BM$ слѣд. $AD \cdot BC = AB \cdot DC$ и четырехугольникъ $ABCD$ есть гармоническій.

А. Боятинскій (Ег. з. пр.) Мясковъ (Спб.)

№ 117. Доказать, что сторона правильного девятиугольника несоизмѣрима съ радиусомъ описанной окружности.

Фиг. 62.



Пусть $AB = BC = CD$ суть стороны правильного девятиугольника. Тогда AD есть сторона вписаннаго правильного треугольника. Означимъ $AB = x$, $AC = y$ и примемъ радиусъ круга за единицу. Тогда $AD = \sqrt{3}$.

На основаніи извѣстной зависимости между хордой y и хордой x , стягивающей вдвое меньшую дугу, имѣемъ

$$x^2 = 2 - \sqrt{4 - y^2}.$$

А по теоремѣ Птолемея изъ четырехугольника $ABCD$:

$$x^2 + x\sqrt{3} = y^2.$$

Исключивъ y изъ этихъ уравненій, придемъ къ равенству

$$3x - x^3 = \sqrt{3},$$

которое показываетъ, что x не можетъ быть рациональнымъ, такъ какъ разность рациональныхъ чиселъ не можетъ равняться иррациональному числу $\sqrt{3}$.

А. Боятинскій (Ег. зол. пр.)

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 5 Января 1888 года.

Типографія И. Н. Кушнерева и К^о, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

6) Популярное обсужденіе теоретическихъ вопросовъ техники.

Отнынѣ предоставляю въ журналѣ постоянное мѣсто, въ которомъ господа подписчики могутъ бесплатно помѣщать адреса своихъ магазиновъ, конторъ, фабрикъ и пр. въ размѣръ, который будетъ указанъ опытомъ.

Контора редакціи „Техникъ“ состоитъ Главнымъ Агентомъ Всемирной выставки въ Брюсселѣ 1888 года.

Контора Редакціи „Техникъ“ исполняетъ всякія техническія порученія и технические переводы.

Редакторъ-Издатель, Инженеръ-Механикъ П. К. ЭНГЕЛЬМЕЙЕРЪ.

НВ. Каждый № „Техника“ даетъ множество рецептовъ, необходимыхъ въ домашнемъ обиходѣ.

О Б Ъ И З Д А Н І И

УНИВЕРСИТЕТСКИХЪ ИЗВѢСТІЙ

въ 1888 году.

Цѣль настоящаго изданія остается прежнею: доставлять членамъ университетскаго сообщества свѣдѣнія, необходимыя имъ по отношеніямъ ихъ къ Университету, и знакомить публику съ состояніемъ и дѣятельностію Университета и различныхъ его частей.

Согласно съ этою цѣлю, въ Университетскихъ Извѣстіяхъ печатаются:

1. Протоколы засѣданій университетскаго Совета.
2. Новыя постановленія и распоряженія по Университету.
3. Свѣдѣнія о преподавателяхъ и учащихся, списки студентовъ и постороннихъ слушателей.
4. Обзорныя преподаванія по полугодіямъ.
5. Программы, конспекты и библиографическіе указатели для учащихся.
6. Библиографическіе указатели книгъ, поступающихъ въ университетскую бібліотеку и въ студентскій ея отдѣлъ.
7. Свѣдѣнія и изслѣдованія, относящіеся къ устройству и состоянію ученой, учебной, административной и хозяйственной части Университета.
8. Свѣдѣнія о состояніи коллекцій, кабинетовъ, музеевъ и другихъ учебно-вспомогательныхъ заведеній Университета.
9. Годичные отчеты по Университету.
10. Отчеты о путешествіяхъ преподавателей съ учеными цѣлями.
11. Разборы диссертаций, представляемыхъ для полученія ученыхъ степеней, соисканія наградъ, pro venia legendi и т. п., а также и самыя диссертации.
12. Рѣчи, произносимыя на годичномъ актѣ и въ другихъ торжественныхъ собраніяхъ.
13. Вступительныя, пробныя, публичныя лекціи и полные курсы преподавателей.
14. Ученые труды преподавателей и учащихся.
15. Матеріалы и переводы научныхъ сочиненій.

Указанныя статьи распределяются въ слѣдующемъ порядкѣ: Часть I—официальная (протоколы, отчеты и т. п.); Часть II—неофициальная: отдѣлъ I—историко-филологическій; отдѣлъ II—юридическій; отдѣлъ III—физико-математическій; отдѣлъ IV—медицинскій; отдѣлъ V—критико-библиографическій—посвящается критическому обзору выдающихся явленій ученой литературы (русской и иностранной); отдѣлъ VI—научная хроника заключаетъ въ себѣ извѣстія о дѣятельности ученыхъ обществъ, состоящихъ при Университетѣ и т. п. свѣдѣнія. Въ „привавленіяхъ“ печатаются матеріалы и переводы сочиненій; а также указатели бібліотеки, списки, таблицы метеорологическихъ наблюденій и т. п.

Университетскія Извѣстія въ 1888 году будутъ выходить, въ концѣ каждаго мѣсяца, книжками, содержащими въ себѣ отъ 15—до 20 печатныхъ листовъ. Цѣна за 12 книжекъ Извѣстій безъ пересылки шесть рублей пятьдесятъ коп., а съ пересылкою—семь рублей. Въ случаѣ выхода приложений (большихъ сочиненій), о нихъ будетъ объявлено особо. Подписчики Извѣстій, при выпискѣ приложений, пользуются уступкою 20%.

Подписка и заявленія объ обмѣнѣ изданіями принимаются въ канцеляріи Правленія Университета.

Студенты Университета Св. Владиміра платятъ за годовое изданіе Университетскихъ Извѣстій 3 р. сер., а студенты прочихъ университетовъ 4 руб.; продажа отдѣльныхъ книжекъ не допускается.

Гг. иногородные могутъ обращаться съ требованіями своими къ комиссіонеру Университета Н. Я. Оглоблину въ С.-Петербургъ, на Малую Садовую, № 4, и въ Кіевъ, на Брестскій, въ книжный магазинъ его же, или непосредственно въ Правленіе Университета Св. Владиміра.

Главный Редакторъ В. Иконниковъ.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА

ВАРШАВСКІЙ ДНЕВНИКЪ

на 1888 годъ.

ПОДПИСНАЯ ЦѢНА: Въ Варшавѣ: На годъ 9 руб. 60 коп., на полгода 4 руб. 80 к., на три мѣсяца 2 руб. 40 коп., на мѣсяцъ 80 коп. **Съ пересылкою:** На годъ 12 руб., на полгода 6 руб., на три мѣсяца 3 руб., на мѣсяцъ 1 руб.

За границу (подъ бандеролью), на годъ—15 руб. (20 гульд. или 40 франковъ), полгода—7 руб. 50 коп. (10 гульд., 20 франк.), три мѣсяца—3 руб. 75 коп. (5 гульд., 10 франк.), мѣсяцъ 1 р. 25 к.

Для уѣздныхъ и гминныхъ управленій, магистратовъ и гминныхъ судей по 10 руб., а для православнаго духовенства и начальныхъ учителей по 8 руб.

Подписка принимается въ конторѣ редакціи (Варшава, Медовая, № 20), а также въ книжныхъ магазинахъ **Н. П. Карбасникова**, въ С.-Петербургѣ, Литейный пр., № 48-й; въ Москвѣ, Моховая, д. Коха и въ Варшавѣ, Новый-Свѣтъ, № 65.

„Варшавскій Дневникъ“ выходитъ ежедневно, кромѣ воскресныхъ и праздничныхъ дней. Въ случаѣ важныхъ событій въ политической жизни редакція старается выпускать номера и по праздничнымъ днямъ.

Задача „Варшавскаго Дневника“ быть выразителемъ интересовъ населенія этой окраины Русскаго Государства и слѣдить за вопросами, имѣющими общерусское значеніе. Газета ставитъ себѣ цѣлью наблюдать за развитіемъ политической, общественной и литературной жизни всего славянства и имѣть корреспондентовъ въ различныхъ славянскихъ земляхъ.

Варшава.

Редакторъ-издатель **П. А. Кулаковский**.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА

1888 годъ.

ЛУЧЪ

IX г. ИЗДАНІЯ.

ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ ЕЖЕНЕДѢЛЬНЫЙ ЖУРНАЛЪ

общественной жизни, политики, литературы, искусства, модъ и домашнихъ ремеслъ,

выходящій безъ предварительной цензуры.

За шесть рублей въ годъ съ пересылкою:

52 богато иллюстрированныхъ №№, 2,500 столбцовъ текста, 500 иллюстрацій, преимущественно русскихъ художниковъ. Оригинальные романы и повѣсти.

12 книгъ романовъ оригинальныхъ и переводныхъ, историческихъ, уголовныхъ и бытовыхъ.

14 бесплатныхъ премій. Главная премія, великолѣпно исполненная картина художника Кондратенко „Побережье Крыма при лунномъ свѣтѣ“ выдается немедленно при самой подпискѣ. Большой изящный томъ „Народы Россіи“ въ 20 печатн. лист. со множествомъ иллюстрацій.

Ежемесячно, въ особомъ приложеніи, журналъ модъ и руководій, полезныхъ занятій, игръ и забавъ, съ массою узоровъ и рисунковъ.

Ноты музыкальныхъ пѣснь для фортепiano, скрипки и пѣнія.

Подписная цѣна съ пересылкою: 52 №№, 12 книгъ и 14 премій, за годъ—6 руб., за полгода—3 руб., за мѣсяцъ—1 руб. 50 к. Безъ премій и книгъ 3 рубля за годъ.

Разсрочка для гг. казначеевъ; подписавшимся на 10 экземпляровъ полный 11-й даровой.

За укупорку и страховую посылку картины 70 коп. марками.

„Лучъ“ не сборникъ картинокъ и повѣстусшекъ, а истинно русскій журналъ со строго опредѣленными задачами.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА на 1888 г.

НА НОВЫЙ ДВУХНЕДѢЛЬНЫЙ ЖУРНАЛЪ

„СЧЕТОВОДСТВО“

Со слѣдующими отдѣлами: I. Значеніе счетоводства. II. Исторія и теорія счетоводства. Коммерческія званія. III. Практическій отдѣлъ. IV. Разборъ и разъясненіе отчетовъ. V. Библіографія. VI. Судебный отдѣлъ. VII. Темы и задачи. VII. Смѣсь и справочный отдѣлъ. IX. Объявленія.

Желающимъ выдается и высылается болѣе подробная программа.

Подписка и объявленія принимаются въ С.-Петербургѣ, въ конторѣ журнала: Караванная, д. № 16. Подписная цѣна на журналъ безъ дост. 5 р., съ дост и перес. 6 руб.

Для служащихъ допускается разсрочка подписной платы въ два срока: при подпискѣ 3 руб. и 1-го апрѣля остальные.

Редакторъ издатель **А. М. Вольфъ**.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 7 Января 1888 года.

Типографія И. Н. Кушнерева и К^о, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.