

№ 607.

Вѣстникъ Опытной Физики

И

Элементарной Математики,

ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-доцента В. Ф. КАГАНА.

Второй серіи

I-го семестра № 7.



ОДЕССА

Типографія „Техникъ“— Екатерининская, 58.

1914.

<http://vofem.ru>

СОВРЕМЕННЫЙ МІРЪ

24-ый годъ изданія.

Содержаніе: А. Вережниковъ „Въ вѣдрахъ“, К. и О. Ковальскіе „Къ новымъ берегамъ“, А. Малышкинъ „Полевой праздникъ“, Генр. Манъ „Вѣрнопопданный“, А. Чапыгинъ „Другой“, В. Вересаевъ „Аполлонъ и Діонисъ“, Л. Кафенгаузъ „Подъемъ или кризисъ?“, Вл. Краинхфельдъ „М. Е. Салтыковъ“ (Н. Щедринъ), Д. Тальниковъ „Символизмъ или реализмъ?“, Евг. Чириковъ „Провинціальныя картинки“, В. Майскій „Суфражистки“ и др.

Продолжается подписка на 1914 годъ.

Условія: (съ дост. и перес.) годъ—9 р.; полгода—4 р. 50 к., на 4 мѣс.—3 р. За границу—12 р. годъ, 6 р. полгода. Безъ доставки 8 р. годъ и 4 р. полгода.

Адресъ: С.-Петербургъ, Надеждинская, 33. Подробный проспектъ высылается бесплатно.

Редакторъ Ник. Йорданскій

Издательница М. К. Йорданская.

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1914 ГОДЪ

на двухнедѣльный иллюстрированный

ХУДОЖЕСТВЕННО-ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ ЖУРНАЛЬ.

(13-й годъ изданія).

Привлекая къ сотрудничеству лучшія литературныя и художественныя силы, журналъ ставитъ себѣ задачей приближеніе искусства къ обиходу человѣка, художественному воспитанію, эстетическому развитію дѣтей и юношества, современнымъ методамъ преподаванія рисованія, черченія и лѣпки въ семьѣ и школѣ.

Приложенія: рисунки для художественной и кустарной промышленности. Особое вниманіе обращается на ручной трудъ, игры и занятія, способствующіе развитію изобрѣтательности, образнаго мышленія и представленія.

ПОДПИСНАЯ цѣна: на 1 годъ (24 №№) 3 р. 50 к., на $\frac{1}{2}$ года 2 р. **Разсрочка:** при подпискѣ 1 р. 50 к., слѣд. мѣсяцъ 1 р., на 3-й мѣс. 1 р. Цѣна отдѣльнаго № — 20 коп. Пробныя №№ высылаются за двѣ 7 коп. марки.

Подписка принимается въ конторѣ журнала, Спб., Саперный, 6 и во всѣмъ почтовыми отдѣленіями Россіи.

СКЛАДЪ МОДЕЛЕЙ, ПОСОБІЙ И МАТЕРІАЛОВЪ для рисованія, черченія и лѣпки. Подписчики Художественно-Педагогическаго Журнала, выписывающіе черезъ контору журнала принадлежности и матеріалы для рисованія, черченія и лѣпки, пользуются уступкой въ 10%.

Принимая во вниманіе, что каждому учебному заведенію, въ которомъ преподается рисованіе или черченіе и лѣпка, требуются бумага, карандаши, тетради, резинки, готовальни и т. п. не менѣе, чѣмъ на 35 руб. въ годъ, не говоря уже о моделяхъ для рисованія, на покупку которыхъ отпускается ежегодно извѣстная сумма, 10% уступка окупаетъ каждому подписчику стоимость журнала при первомъ же заказѣ и даетъ значительную экономію при послѣдующихъ заказахъ въ теченіе срока подписки.

Редакторъ-издатель А. Н. Смирновъ.

Вѣстникъ Опытной Физики

И

Элементарной Математики.



№ 607.



Содержаніе: Эволюція физическихъ наукъ и ея идейное значеніе. Проф. Н. Умова. — Упрощенный методъ календарныхъ вычисленій пасхалій и недѣльнаго дня. Д-ра прикладной математики Х. I. Гохмана. — Международная Комиссія по преподаванію математики. Конференція въ Парижѣ 1—4 апрѣля (н. ст.) 1914 г. Проф. К. Поссе. — Полемика. „По поводу замѣтки А. Киселева въ № 605—606 «Вѣстника»“. Прив.-доц. С. О. Шатуновскаго. — † И. И. Боргманъ. — Задачи №№ 174—177 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. № 129 (6 сер.). — Объявленія.

Эволюція физическихъ наукъ и ея идейное значеніе*).

Проф. Н. Умова.

Физическія науки за послѣдніе годы установили новыя истины, лишающія старыя характера основности и первичности; онѣ до такой степени измѣнили свой обликъ по отношенію къ своему содержанію и методамъ, что назрѣваетъ вопросъ, не слѣдуетъ ли внести нѣкоторыя оговорки, измѣненія и дополненія въ ихъ преподаваніе. Обзоръ эволюціи этихъ наукъ на настоящемъ Сѣздѣ не только уместенъ, но и желателенъ. Новое пониманіе явленій необычно и укладывается въ нашѣмъ сознаніи только формально, оставаясь намъ какъ бы чуждымъ. Усвоеніе этихъ новыхъ взглядовъ и даже примиреніе съ ними возможно лишь, если мы сойдемъ съ профессиональной точки зрѣнія. Намъ представляется, что мы работаемъ въ совершенно обособленной области мысли, подчиненной только ей свойственнымъ законамъ и интересамъ. Однако, отрѣшаясь отъ строгой замкнутости и рассматривая эволюцію спеціальной науки, какъ текущую въ общемъ руслѣ человѣческой

*) Рѣчь, произнесенная на общемъ собраніи Сѣзда преподавателей физики, химіи и космографии 29 декабря 1913 г.; ея общедоступная часть была помѣщена въ февральской книжкѣ «Русской Мысли» за 1914 г.

мысли, мы открываемъ въ ней черты, сродняющія насъ съ этими новшествами, и изъ противниковъ становимся ихъ защитниками.

Классическая физика заимствовала свои основы изъ области непосредственныхъ свидѣтельствъ нашихъ чувствъ: это роднило съ ея учениями наше сознание, воспитанное и остающееся въ сферѣ непосредственныхъ ощущеній. Благодаря такимъ условіямъ, ученія классической физики не знали коллизіи между подчиненіемъ научной истинѣ и ея воспріятіемъ, коллизіи, знакомой другимъ областямъ естествознанія, когда, по смыслу открывшейся новой истины, родственные нашему сознанію взгляды перемѣщались въ разрядъ предразсудковъ.

Новая физика, раскрывающая намъ, что изъ области чувствъ нельзя почерпнуть ничего первичнаго, что послужило бы основой учений о явленіяхъ міра, можетъ быть усвоена, принята, если связывать ее не съ первоисточникомъ нашего сознанія — чувствами, а съ его болѣе высокой стадіей — идеей.

Для оцѣнки значенія эволюціи нашихъ наукъ слѣдуетъ также очертить мѣсто, занимаемое ими въ духовной сокровищницѣ человѣчества. Я начну съ такого очерка.

Физическія науки въ широкихъ массахъ и въ школахъ оцѣниваются, главнымъ образомъ, со стороны ихъ практическаго значенія: электрификація не только обстановки человѣческаго обихода, но и атомовъ вызываетъ изумленіе, фигурируетъ, какъ курьезъ, не имѣющій никакой идейной подкладки.

Полезность физическихъ наукъ, несмотря на свое признаніе, все-таки не получила еще должной оцѣнки: она несомнѣнно будетъ повышаться съ ростомъ борьбы человѣчества за обладаніе энергіями природы, такъ какъ для человѣка становится все болѣе и болѣе необходимымъ брать отъ природы то, чего послѣдняя ему добровольно не даетъ. Кризисъ, переживаемый современной физикой, связанъ съ расширеніемъ арены этой борьбы и потому имѣетъ большое значеніе для экономическаго прогресса человѣчества.

Но высокая роль физическихъ наукъ выступаетъ въ полной силѣ, когда къ аргументамъ изъ сферы полезности присоединяются аргументы изъ области духовныхъ переживаній. Этапы физической мысли отмѣчаютъ и предваряютъ поворотные пункты во всей области человѣческаго мышленія. Такимъ преимуществомъ наши науки обязаны своимъ цѣлямъ, строю и обычаямъ.

Когда мы обозрѣваемъ многочисленныя и разнообразныя мастерскія, въ которыхъ работаетъ мысль, пальма первенства въ отношеніи ихъ организаціи, качества и распространенности вырабатываемаго продукта принадлежитъ физическимъ наукамъ. Ихъ мастерскія, трудящіяся надъ удовлетвореніемъ общечеловѣческихъ нуждъ, покоятся на началахъ, которые создаютъ гармоничное и одухотворенное сотрудничество націй, имѣющее громадную важность въ области мысли и жизни, ибо оно обуславливаетъ несомнѣнные успѣхи.

Естественное назначеніе духовной работы — служить цементомъ, связующимъ человѣчество, — нигдѣ не осуществляется съ такой полно-

той, какъ въ естествознаніи. Въ дипломатіи, политикѣ, юриспруденціи, философіи, религіи мы не найдемъ единенія и универсальной пріемлемости устанавливаемыхъ ученій. Мы не найдемъ и объективной этики. Естествоиспытатель стоитъ передъ лицомъ строгаго и безпристрастнаго судьи — природы. Въ своихъ экспериментахъ и измѣреніяхъ, среди обильнаго круга явленій, онъ проходитъ великую школу правды въ сужденіи и дѣйствіи. Привести мысль и чувства юношества въ контактъ съ этой областью, исключительной по своей неизскаемой жизненности, чистотѣ и творчеству, и составляетъ высокую культурную миссію преподавателей физическихъ наукъ.

Къ построенію модели вселенной человекъ приступилъ, пользуясь указаніями своей природы, копируя ея духовную архитектуру и исходя изъ матеріала, который онъ находилъ въ своемъ жилищѣ — землѣ. На пріемы и воззрѣнія ложился антропоцентрическій отпечатокъ. Несмотря на паденіе антропоцентрическаго міросозерцанія, совершившагося при значительномъ участіи классической физики, послѣдняя удерживала его характерныя черты. Переломъ, переживаемый въ настоящее время физическимъ знаніемъ, имѣетъ смыслъ окончательнаго освобожденія отъ антропо- и геоцентризма. Оно выступаетъ съ особою ясностью именно въ сферѣ точнаго знанія, и изложеніе съ этой точки зрѣнія контраста между двумя типами познаванія, изъ коихъ одинъ являлся преобладающимъ и характернымъ въ классической физикѣ, а другой, современный, отвоевываетъ у перваго одну область за другою, сдѣлаетъ послѣдній типъ болѣе доступнымъ усвоенію.

Непрерывность, опредѣленность, отсутствіе скачка и случайности въ жизни и мышленіи имѣютъ высокую цѣнность для человека. Размышляя о явленіяхъ, человекъ невольно сливалъ свой разумъ съ ихъ разумомъ, и указанныя цѣнности опредѣляли и начальныя формы воззрѣній на природу. Синтезъ гениальныхъ умовъ выразилъ эти моменты представленіемъ о непрерывно измѣняющейся безконечно-малой величинѣ, этой основѣ анализа безконечно-малыхъ.

Методы этого анализа дали и орудіе для построенія теоріи явленій. Но въ отличіе отъ орудій техники и ремесла они принесли изслѣдователю не только инструментъ, но и принципъ.

Теорія явленія требуетъ его разложенія на элементы какъ въ пространствѣ, такъ и во времени. Чѣмъ они мельче, тѣмъ въ большихъ деталяхъ можетъ быть воспроизведено самое явленіе, подобно тому, какъ мозаика тѣмъ совершеннѣе воспроизводитъ оригиналъ, чѣмъ мельче ея плитки. Въ обычной мозаикѣ каждая плитка непременно имѣетъ свою индивидуальность, отличающую ее отъ соседней хотя и малымъ скачкомъ. Классическая физика предпочитала строить мозаику природы плитками, которыя въ своихъ свойствахъ мѣнялись непрерывно. Встрѣча съ индивидуальностями была ей крайне нежелательна, такъ какъ исключала примѣнимость анализа безконечно-малыхъ. Тамъ, гдѣ присутствіе такихъ индивидовъ являлось неизбѣжнымъ, классическая физика спѣшила соединять ихъ въ малыя группы, которыя давали бы статистическія среднія, измѣняющіяся безъ скачковъ. Явленія

природы по преимуществу характеризовались величинами, обладавшими способностью непрерывно измѣняться.

Тѣла, какъ скоро становились мѣстомъ какого-нибудь явленія, представлялись непрерывно наполненными матеріей, или континуумами.

Эти приемы повлекли за собою и другую негласную гипотезу: признаніе возможности установить для всякаго явленія конечное число условій, опредѣляющихъ его форму и теченіе. Для теоретика-классика не существовало побужденій къ допущенію чрезвычайно большого разнообразія въ условіяхъ возникновенія явленій и къ усмотрѣнію въ кажущейся конечности ихъ числа лишь результата несознаваемого статистическаго подсчета! Эта негласная гипотеза отразилась и на пониманіи смысла законовъ природы. Ея допущеніе означало и возможность представлять теченіе каждаго явленія и даже поведеніе природы уравненіями.

Въ этомъ отношеніи классическая физика сходилась съ теоріей и практикой въ другихъ областяхъ мысли, а также жизни личной и общественной. И здѣсь проблемы изображаются своего рода уравненіями, и, если дѣйствительность даетъ рѣшеніе, отличное отъ того, которое изъ нихъ вытекаетъ, оно представляется намъ зломъ.

Сопоставимъ методы классической и современной физики.

Въ классической физикѣ преобладали непрерывная матерія, непрерывное явленіе, опредѣленность условій его возникновенія. Эмблема такого типа познания, въ этомъ смыслѣ и классической физики, изобразится изогнутой линіей, непрерывно, плавно мѣняющей свою кривизну.

Въ современной физикѣ преобладаютъ индивидъ, скачокъ, случай. Ея эмблема — ломанная линія, состоящая изъ отдѣльныхъ прямолинейныхъ отрѣзковъ, безпорядочно смыкающихся другъ съ другомъ, говоря короче — зигзагъ. Непрерывно изгибающаяся линія есть только выраженіе статистическихъ среднихъ.

Для классической физики ходъ явленія опредѣляется по преимуществу конечнымъ числомъ условій, которыя связываются конечнымъ числомъ уравненій, дающихъ вполнѣ опредѣленные рѣшенія.

Для современной физики ходъ явленія опредѣляется числомъ благоприятствующихъ ему шансовъ вѣрядъ чрезвычайнаго множества случайностей. На мѣсто уравненій становятся законы случая и методы теоріи вѣроятностей.

Какія обстоятельства создали этотъ рѣзкій контрастъ въ методахъ старой и новой физики?

Обратимся къ содержанію классической физики. Въ ея методахъ нашла свое отраженіе природа чловѣка. Содержаніе же ея ученій основывалось на допущеніи, что субстрату нашего обиталища — землѣ, иными словами — матеріи, принадлежитъ первенствующее мѣсто въ явленіяхъ міра.

Развѣнчиваніе матеріи и ея представительницы — земли совершилось въ два приѣма.

Первый шагъ былъ сдѣланъ великимъ Коперникомъ, смѣстившимъ землю изъ центра вселенной. Но земля своими законами, законами составляющей ее матеріи, законами классической механики, продолжала властвовать надъ міромъ.

Второй шагъ, окончательно упразднившій геоцентризмъ, сдѣланъ современной физикой. Она отвергла идею Декарта, лозунгъ механическаго міровоззрѣнія—„дайте мнѣ матерію и движеніе, и я построю міръ“. Матерія не есть уже нѣчто первичное въ мірѣ, она построена изъ элементовъ, непосредственно непознаваемыхъ нашими чувствами.

Несмотря, однако, на крушеніе картезіанской физики, неизмѣнно остаются справедливыми слова Канта:

„Ich behaupte aber, dass in jeder besonderen Naturlehre so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen ist“.

Итакъ, матеріи и ея механика устранены изъ основъ физическихъ теорій, но математика осталась! Это значить, что на мѣсто доступныхъ нашимъ чувствамъ образовъ классической механики становятся символы, имѣющие смыслъ письменъ, необходимыхъ для выраженія новыхъ идей.

И въ этомъ отношеніи письменность физическихъ наукъ прошла тѣ же стадіи, какъ и письменность человѣка. Классическая физика изображала свои представленія о мірѣ идеографически, т.-е. фигурно, пользуясь наглядными образами классической механики. Но подобно тому, какъ человѣкъ оставилъ фигурное письмо, оставилъ іероглифы, способные изображать лишь ограниченное число вещей и понятій, и замѣнилъ его другимъ, болѣе гибкимъ, такъ и современная физика на мѣсто образовъ земли поставила символы электромагнитнаго міра; о нихъ можно сказать, повторяя слова Галилея: „это — тѣ знаки, которыми написана книга природы“.

Такимъ образомъ, устраненіе механическаго міровоззрѣнія связано съ устраненіемъ фигурнаго письма образами, доступными представленію человѣка: послѣдніе получаютъ смыслъ иллюстрацій. Только увлекающійся антропоцентризмъ могъ предполагать, что подобнымъ письмомъ могутъ быть изображаемы явленія вселенной. Письмо символическое, охватывающее несравненно большее богатство идей, является крупнымъ прогрессомъ науки.

Основа классической физики есть ньютоновская механика, находящая свое выраженіе въ трехъ законахъ движенія. Эти законы покоятся на аксіомѣ первичности и неизмѣнимости массы во всѣхъ для нея возможныхъ превращеніяхъ и измѣненіяхъ состоянія. Только благодаря этому основному допущенію три различныхъ опредѣленія массы сходятся между собою. Масса можетъ быть опредѣляема такъ: она представляетъ коэффициентъ пропорціональности силы ускоренію, есть емкость количества движенія, есть емкость живой силы, или кинетической энергіи. Если масса потеряетъ смыслъ первичнаго свойства матеріи, три приведенныхъ опредѣленія останутся согласными только

для случая малых скоростей; для больших скоростей для одной и той же материальной системы они дадут для массы три различных функции скорости.

Представление о первичности и неизмѣняемости массы могло возникнуть только при отрицаніи связи между матеріей и окружающимъ ее пространствомъ: послѣднее представлялось творцамъ механики пустотой, не нуждалось ни въ какой схемѣ, кромѣ геометрической, и было нулемъ въ жизни вселенной. Міръ въ представленіи ньютоніанской механики раскололся на двѣ другъ съ другомъ не связанныя части — матерію и пустоту. Аксиомы классической механики имѣютъ мѣсто только при допущеніи такого дуализма. Путемъ, хотя и далекой аналогіи, можно предсказать, въ какомъ направленіи измѣнится ньютоніанское представленіе о массѣ при уничтоженіи этого дуализма. Достаточно разсмотрѣть движеніе твердаго тѣла въ жидкости, существованіе которой ускользало бы отъ нашихъ чувствъ. Тѣло будетъ въ своемъ движеніи увлекать нѣкоторую жидкую массу, и мы, ее не ощущающіе, заключимъ о приростѣ массы тѣла. Этотъ приростъ будетъ зависѣть отъ скорости движенія. Инерція массы будетъ различна въ случаѣ, когда вѣтшняя сила подѣйствуетъ на нее вдоль или поперекъ по отношенію къ установившемуся движенію. Такимъ образомъ, при существованіи связи между матеріей и пустотой, мы должны, хотя и по другимъ причинамъ, ожидать зависимости массы отъ скорости движенія и различать продольную и поперечную массы. Три вышеуказанныя опредѣленія массы разойдутся, и она не будетъ болѣе служить мѣрою количества вещества.

Такая мѣра должна быть устанавливаема пріемомъ, подобнымъ тому, который устанавливается при подсчетѣ народонаселенія, — числомъ участвующихъ въ явленіи недѣлимыхъ индивидовъ, на которые современная физика распылила природу.

Рядомъ съ явленіями въ матеріи, передъ мыслью Ньютона развертывалось и явленіе въ пустотѣ — свѣтъ и вообще излученіе. Ньютонъ отнесся къ его объясненію строго-логически; въ связи съ признаніемъ, что матерія есть единственная реальность, онъ создалъ теорію истеченія. Если пустота есть только пространство, а не физическое тѣло, то свѣтъ долженъ состоять изъ частицъ, выбрасываемыхъ матеріей. Теорія свѣтового эѳира, позднѣе установившаяся въ классической физикѣ, внесла логическое противорѣчіе въ систему этой науки, являясь придаткомъ, не связаннымъ съ ея основами, что содѣйствовало ея паденію.

Мысли гениевъ несутъ въ себѣ содержаніе, сохраняющееся, несмотря на перемѣну формы ихъ выраженія. Такое остающееся содержаніе вложено и въ теорію истеченія. Попробуемъ его раскрыть.

Тѣло выбрасываетъ частицу — элементъ луча. Эта частица или этотъ элементъ подверженъ притяженію матеріи; имъ объясняется преломленіе свѣта. Онъ долженъ имѣть массу. Несясь въ пространствѣ, онъ обладаетъ кинетической энергіей, и его масса должна быть ей пропорціональна и обратно пропорціональна квадрату скорости свѣта. Матерія, излучая, должна терять массу; поглощая лучистую энергію, матерія увеличивается въ массѣ. Элементы лучей, обладая массами,

также должны тяготѣть другъ къ другу. Когда современная физика уничтожила дуализмъ міра, эти идеи, какъ увидимъ далѣе, оказались въ ея активѣ. Элементъ луча разсматривается современной физикой, какъ періодическое явленіе въ опредѣленномъ мѣстѣ пространства. Его энергія проявляется въ двухъ формахъ — кинетической и потенціальной, равныхъ другъ другу за время одного періода. Обѣ вмѣстѣ представляютъ удвоенную кинетическую энергію частицы въ теоріи истечения; поэтому теперь масса элемента луча признается равной его полной энергіи, дѣленной на квадратъ скорости свѣта.

Первымъ нематеріальнымъ придаткомъ къ ньютоновской физикѣ явился континуумъ — свѣтовой эфиръ, одаренный свойствами твердаго упругаго тѣла. Электрическія явленія тоже не вмѣщались въ ньютоновскую физику: явился новый придатокъ, чуждый и матеріи и эфиру, — электрическій континуумъ, электрическія жидкости, въ неограниченномъ количествѣ извлекаемыя изъ матеріальныхъ тѣлъ. Теллородъ былъ изгнанъ очень рано, и величественное зданіе классической физики оказалось состоящимъ изъ трехъ искусственно сдѣланныхъ между собою частей. Матерія могла быть мыслима безъ эфирѣ и электричества, эфиръ безъ матеріи и электричества; электричество могло быть мыслимо безъ эфирѣ, а въ матеріи оно было случайнымъ жильцомъ, ничѣмъ не связаннымъ съ домовладѣльцемъ, кромѣ квартирныхъ обязательствъ.

Напрасными остались стремленія скрѣпить зданіе законами механики матеріи: оно стало давать трещины, и, въ концѣ-концовъ, научная мысль принялась постепенно за его капитальную перестройку.

Она началась сліяніемъ эфирѣ и электричества. Въ эфирѣ свѣтовая волна шла отъ элемента къ элементу съ опредѣленной скоростью. Но электрическія и магнитныя силы не передавались постепенно; они дѣйствовали мгновенно и непосредственно черезъ какія угодно разстоянія, не нуждаясь въ средѣ для своего проявленія. Рядомъ съ этимъ существовало другое представленіе. Для Фарадея пространство, раздѣлявшее наэлектризованныя тѣла и магниты и проникавшее въ послѣднія, имѣло структуру: паутина электрическихъ силовыхъ нитей связывала тѣла наэлектризованныя; протягивались и отличныя отъ нихъ замыкающіяся нити магнитныхъ силъ. Разрабатывая эту картину, гениальный Максвеллъ открылъ, что электрическій импульсъ вызываетъ колебанія этой паутины, бѣгущія по ней съ тою же скоростью и слѣдующія тѣмъ же законамъ, что и свѣтовая волна. Герцъ изловилъ эту волну въ своей лабораторіи и изучилъ ея свойства. Создалась теорія электромагнитнаго поля, упразднившая теорію свѣтового эфирѣ: свѣтовая волна оказалась электромагнитной волной.

Механика электрическаго поля не имѣетъ ничего общаго съ механикой матеріи. Ея законы выражаются соотношеніями между символами; только ихъ сочетанія соотвѣтствуютъ знакомымъ намъ представленіямъ механической силы, энергіи, давленія, а позднѣе и массы.

Отношеніе матеріи къ электромагнитному полю не было установлено. Изъ любой ея точки, въ зависимости отъ ея заряда, могло исходить произвольное число электрическихъ силовыхъ нитей. Но было уже намѣченъ путь къ раскрытію этого соотношенія. Въ 1914 году испол-

няется сорокалѣтіе знаменитой рѣчи Крукса — „Лучистая матерія или четвертое состояніе“. Этой рѣчью мысль перебрасывалась за ту грань, которая стояла на пути къ разрѣшенію величайшихъ научныхъ задачъ. Новыя открытія, нанизываясь одно на другое, обнаружали рѣдкихъ представителей матеріи, выдавшихъ намъ тайну ея рожденія и смерти, включившихъ мертвые, отъ вѣка шаблонно сфабрикованные камни мірозданія въ процессъ жизни, эволюціи.

Электрическія силовыя нити оказались приуроченными въ опредѣленномъ числѣ къ электрическимъ индивидамъ, недѣлимымъ атомамъ электричества или группамъ такихъ атомовъ. Эти индивиды оказались обладающими массой. Она опредѣлялась по измѣненію направленія полета индивида подъ дѣйствіемъ внѣшнихъ электрическихъ и магнитныхъ силъ. Масса носителей отрицательнаго электричества — электроновъ, оказалась не зависящей отъ природы матеріи, изъ которой они извлекались, и въ нихъ наука открыла впервые нематеріальный индивидъ природы, обладающій массой, притомъ въ 1840 разъ меньшей атома водорода. Масса перестала быть привиллегіей матеріи! Электроны считаются атомами отрицательнаго электричества, но послѣднія изслѣдованія не исключаютъ возможности, что они все еще представляютъ группы атомовъ.

Были открыты и положительные индивиды, еще не расчлененные на атомы. Это — слитныя системы, положительные іоны, отражающіе на себѣ природу матеріи, изъ которой они извлечены; ихъ массы грузны, пропорціональны массамъ атомовъ вещества, изъ котораго они получены. Измѣненіе ихъ путей дѣйствіемъ внѣшнихъ силъ, благодаря этому свойству, служить къ опредѣленію атомныхъ вѣсовъ неизвѣстныхъ тѣлъ: устанавливается новая метода химическаго анализа!

Атомическая структура положительныхъ іоновъ доказана блестящими опытами Миликана. Если существуютъ положительные атомы электричества, т. е. недѣлимые положительные индивиды, несущіе такіе же по абсолютной величинѣ заряды, какъ электроны, то заряды іоновъ должны быть кратными отъ нѣкотораго элементарнаго заряда и относиться между собою, какъ цѣлыя числа. Это свойство зарядовъ іоновъ было обнаружено экспериментально. Миликанъ получалъ мельчайшія капельки распыленіемъ жидкости. Струю воздуха эти капельки проносились около тонкаго отверстія въ верхней обкладкѣ плоскаго горизонтальнаго конденсатора. Нѣкоторыя изъ нихъ попадали въ это отверстіе и проникали въ освѣщенное пространство между обкладками. Наблюдателю, слѣдившему за ними визеромъ, они представлялись свѣтлыми точками на темномъ фонѣ. Электрическое поле между обкладками дѣйствовало противъ силы тяжести и соответствовало паденію потенціала въ 4000 вольтъ на одинъ сантиметръ. Регулируя заряды, можно было удерживать въ воздухѣ и наблюдать капельку въ теченіе нѣсколькихъ часовъ, давая ей возможность падать или подниматься кверху.

При наблюденіи паденія капельки замѣчалось, что иногда ея скорость получаетъ мгновенное измѣненіе; она сразу становится больше или меньше. Такой скачекъ скорости указываетъ на измѣненіе заряда.

капельки, которое могло произойти только отъ присоединенія къ ней іона воздуха.

Если v означаетъ скорость движенія капли въ какой-нибудь моментъ, а v_1, v_2, v_3, \dots — измѣненія этой скорости, e_1, e_2, e_3, \dots — заряды капли послѣ приобрѣтенія новыхъ скоростей, то теорія даетъ соотношеніе:

$$\frac{e_1}{v+v_1} = \frac{e_2}{v+v_2} = \frac{e_3}{v+v_3} = \dots$$

Заряды будутъ относиться, какъ цѣлыя числа, если тѣмъ же свойствомъ будутъ обладать знаменатели предыдущихъ дробей. Въ одномъ случаѣ, напримѣръ, эти знаменатели относились, какъ числа

2,00; 4,01; 3,01; 2,00; 1,00; 1,99; 2,98; 1,100,

или, допуская ту же погрѣшность, какую дѣлаютъ химики въ опредѣленіи индивидовъ матеріи, — какъ цѣлыя числа:

2, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 1.

Доказанная такимъ образомъ кратность электрическихъ зарядовъ устанавливаетъ и атомическую структуру электричества. Можно обнаружить и тѣ моменты, когда капелька получаетъ элементарный электрический зарядъ. Оказалось, что атомъ электричества равенъ заряду атома водорода при электролизѣ.

Уже громадное содержаніе въ матеріи электрическихъ индивидовъ, обладающихъ массой, приводитъ къ вопросу: существуютъ ли спеціальныя атомы матеріи?

Въ тѣлахъ нейтральныхъ оба рода индивидовъ несутъ одинаковыя количества положительнаго и отрицательнаго электричества. Такъ, при распаденіи радія выбрасываются лучи β и α . Первые несутъ отрицательные заряды, вторые состоятъ изъ атомовъ гелія, каждый изъ которыхъ несетъ два недѣлимыхъ положительныхъ заряда.

О громадномъ количествѣ такихъ индивидовъ можно заключить по числу положительныхъ индивидовъ, выбрасываемыхъ граммомъ радія въ одну секунду и по средней продолжительности жизни радія, равной 2600 годамъ. Положительные индивиды — атомы гелія, выброшенные въ теченіе одной секунды и разложенные по одному на миллиметръ, — займутъ длину въ 120 000 километровъ. Эта бомбардировка будетъ ослабѣвать по мѣрѣ распада радія, но это ослабленіе не сдѣлаетъ болѣе доступнымъ нашему представленію число содержащихся въ немъ электрическихъ индивидовъ, выбрасываемыхъ и продуктами распада.

Инерція, или масса электрическихъ атомовъ, находитъ свое объясненіе въ процессахъ электромагнитнаго поля. Съ электрическимъ индивидомъ, находящимся въ покоѣ, связана нѣкоторая энергія въ формѣ потенциальной: часть ея вложена въ ту силовую паутину, нити которой радіально исходятъ изъ индивидовъ, а часть существуетъ, какъ энергія силъ, поддерживающихъ цѣлостность этого электрическаго паучка (H. Poincaré). Соединимъ обѣ энергіи подъ общимъ заголовкомъ — энергія покоя.

Роулендъ показалъ, что при движеніи наэлектризованнаго тѣла, имѣющаго, напримѣръ, видъ шарика, въ окружающемъ пространствѣ обнаруживаются магнитныя явленія, обусловленные нарожденіемъ новыхъ магнитныхъ силовыхъ линій. Онѣ имѣютъ форму колець, лежатъ въ плоскостяхъ, перпендикулярныхъ къ направленію движенія, при чемъ центры ихъ расположены въ этомъ направленіи. Въ нашемъ образномъ представленіи это значило бы, что въ радіальной паутинѣ, увлекаемой движеніемъ электрическаго шарика, развиваются поперечныя нити, какъ бы для увеличенія ея прочности.

На созданіе этой добавочной архитектуры требуется и новый вкладъ энергіи въ электромагнитное поле: требованіе это выразится сопротивленіемъ индивида перемѣнѣ его состоянія и поглощеніемъ соответственной части энергіи сообщеннаго импульса. Это сопротивленіе есть источникъ инерціи, электромагнитной массы индивида. Пока скорость движенія индивида невелика, эта масса оказывается равной определенной ранѣе энергіи покоя, дѣленной на квадратъ скорости свѣта!

Въ классической физикѣ масса стоитъ въ числѣ знаковыхъ алфавита природы. Для новой физики масса не есть болѣе такой знакъ, но дешифрованный иероглифъ. Если представить себѣ электрическій индивидъ въ пустотѣ и имѣющимъ форму шарика радіуса a , несущаго зарядъ e , то его масса получить такое начертаніе: $m_0 = \frac{2}{3} \mu_0 \frac{e^2}{a}$, гдѣ μ_0 есть магнит-

ная проникаемость пустоты. На первый взглядъ здѣсь одинъ символъ, масса, только замѣняется другимъ, электрическимъ зарядомъ. Выгода такой замѣны заключается въ томъ, что символъ, электрическій зарядъ, связываетъ между собой и служитъ характеристикой неисчислимаго количества явленій какъ въ матеріи, такъ и въ окружающемъ ее пространствѣ и, благодаря приведенному выраженію, не стоитъ уже только рядомъ съ символомъ — масса, но, поглощая его, становится символомъ универсальнымъ.

Изъ приведеннаго соотношенія мы выводимъ нѣкоторыя слѣдствія, которыя будутъ намъ полезны въ дальнѣйшемъ изложеніи. Опытъ показываетъ, что при равенствѣ зарядовъ положительный индивидъ обладаетъ несравненно большей массой, чѣмъ отрицательный. Такъ какъ масса оказывается обратно пропорціоной радіусу индивида, то изъ этого слѣдуетъ, что при равенствѣ несоматаго электричества положительный индивидъ имѣетъ объемъ, значительно меньшій, чѣмъ объемъ отрицательнаго индивида. Намъ будемъ еще полезна зависимость массы индивида отъ числа содержащихся въ немъ электрическихъ атомовъ. Если принять, что положительные атомы, сливаясь, сохраняютъ свои объемы, то объемъ индивида будетъ пропорціоноленъ числу атомовъ. Радіусъ индивида пропорціоноленъ кубическому корню изъ объема, т.е. изъ числа составляющихъ его атомовъ. Масса обратно пропорціонольна этой величинѣ, но прямо пропорціонольна квадрату числа атомовъ, такъ какъ послѣднему пропорціоноленъ зарядъ индивида. Подводя итогъ, мы находимъ, что масса сферическаго положительнаго индивида, пропорціонольна $n^{\frac{2}{3}}$, гдѣ n есть число положительныхъ атомовъ.

Присутствіе электрическихъ индивидовъ въ матеріи объясняетъ одно неизмѣнно присущее ей свойство, какъ таковое, опущенное клас-

сической физикой. Матерія неотдѣлима отъ излученія. Ея берега неизмѣнно омываются океаномъ лучистой энергіи. Въ классической физикѣ матерія — корабль на сушѣ, въ современной — онъ тамъ, гдѣ ему надлежитъ быть. Изъ приведенныхъ мною разсужденій слѣдуетъ, что всякое измѣненіе въ движеніи электрическаго индивида сопровождается толчкомъ въ электромагнитное поле, рождающимъ волну, т.-е. излученіе. Индивиды непрерывно движутся, и энергія неизмѣнно излучается и воспринимается.

При большихъ скоростяхъ масса зависитъ и отъ скорости и отъ направленія дѣйствующей силы по отношенію къ направленію существующаго движенія. Когда катодный лучъ изгибается дѣйствіемъ магнитной или электрической силы, выступаетъ поперечная масса катодной частицы, какъ емкость количества движенія; при дѣйствіи силы вдоль движенія — инерція представляетъ продольную массу, какъ коэффициентъ пропорціональности силы ускоренію; наконецъ, иную величину представляетъ масса кинетическая, какъ емкость живой силы.

Если означимъ черезъ β отношеніе скорости движенія массы къ скорости свѣта, то получимъ слѣдующія выраженія:

$$\text{для поперечной массы: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$\text{для продольной массы: } m' = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$\text{для кинетической массы: } m'' = \frac{2m_0}{\beta^2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right).$$

Три опредѣленія массы тождественны только при малыхъ скоростяхъ, т.-е. для $\beta = 0$.

Съ увеличеніемъ скорости движенія масса возрастаетъ и становится безконечно большой, когда эта скорость достигаетъ величины скорости свѣта. Эта послѣдняя является, такимъ образомъ, предѣломъ всѣхъ скоростей во вселенной. Въ этомъ пунктѣ особенно ярко выступаетъ различіе новой, реальной механики и классической, представляющейся абстрактной дисциплиной.

Что еще остается для послѣдняго шага къ признанію электрическихъ индивидовъ камнями мірозданія и электромагнитнаго поля его цементомъ? Построеніе электронной теоріи матеріи!

Крупные недочеты классической физики обнаруживались въ ея отношеніи къ химіи. Имѣя объектомъ одинъ и тотъ же матеріаль, химія естественно должна была стать частью физики. Распространеніе на химическія явленія теоремъ термодинамики и кинетическая теорія сблизили эти науки, но одна не стала только частью другой.

Созданіе физической теоріи матеріи оставалось непосильной задачей, благодаря вытекающей изъ закона кратныхъ отношеній необходимости индивидуализировать не только матерію, но и ея взаимодействія. Химія изучаетъ явленія, измѣняющіяся скачками: молекула

одного вещества не переходит непрерывно въ молекулу другого; такой переходъ совершается скачкомъ, обусловленнымъ входеніемъ или выходеніемъ изъ молекулы, по меньшей мѣрѣ, одного атома.

Новыя воззрѣнія открываютъ путь къ успѣшному построению теорій матеріи. Изъ нихъ я останавливаю ваше вниманіе на теоріи, данной Никольсономъ *).

Элементъ вещества — атомъ — нейтраленъ: онъ содержитъ равныя количества положительныхъ и отрицательныхъ электрическихъ атомовъ. Положительные атомы, имѣя большую массу и меньшій объемъ, образуютъ въ атомѣ центральное ядро, вокругъ котораго курсируютъ электроны. Масса послѣднихъ ничтожна, и потому вѣсъ атома опредѣляется массой ядра. Система, состоящая изъ одного положительнаго и одного отрицательнаго атома, не можетъ быть устойчива. Поэтому въ порядкѣ возрастающей сложности атомы матеріи могутъ состоять изъ 2-хъ положительныхъ и 2-хъ отрицательныхъ, 3-хъ положительныхъ и 3-хъ отрицательныхъ, 4-хъ положительныхъ и 4-хъ отрицательныхъ и т. д. электрическихъ атомовъ. Согласно съ тѣмъ, что мною было сказано ранѣе, массы ядеръ въ первыхъ четырехъ группахъ или ихъ атомные вѣса должны относиться, какъ рядъ чиселъ: 2^3 , 3^3 , 4^3 , 5^3 . Эти числа будутъ: 3,1748 : 6,2403 : 10,079 : 14,620. Принимая вторую группу за водородъ, опредѣляютъ атомные вѣса трехъ другихъ веществъ, которымъ даны названія короній, небулій и протофлюоръ. Дѣлая поправки относительно массъ отрицательныхъ электроновъ, получаютъ слѣдующіе атомные вѣса: короній 0,513, водородъ 1,008, небулій (*Nb*) 1,6277, протофлюоръ (*Pf*) 2,3607. Изъ двухъ послѣднихъ элементовъ и водорода строятся всѣ виды матеріи, при чемъ обнаруживается замѣчательное совпаденіе вычисленныхъ атомныхъ вѣсовъ съ дѣйствительными. Для примѣра я приведу нѣкоторые изъ нихъ:

Строеніе	Атомный вѣсъ:		Строеніе	Атомный вѣсъ:	
	вычисл.	наблюд.		вычисл.	наблюд.
$He = Nb + Pf$	3,988	3,99	$N = 2He + 6H$	14,02	14,01
$Li = He + 3H$	7,01	6,94	$O = 3He + 4H$	15,996	16,00
$Be = 3Pf + 2H$	9,097	9,10	$F = 3He + 7H$	19,020	19,0
$B = 2He + 3H$	11,00	11,00	$Ne = 6Pf + 6H$	20,21	20,21
$C = 2He + 4H$	12,008	12,00	$Na = 4He + 7H$	23,008	23,01

и т. д. Периодическая система, валентность и электрохимическія свойства находятъ себѣ полное объясненіе.

Эта теорія получила оправданіе, напоминающее по своему характеру подтвержденіе законовъ солнечной системы открытіемъ планеты Нептунъ. Прилагая къ своимъ атомамъ теорію колебаній электроновъ, Никольсонъ предвычислилъ спектральныя линіи двухъ элементовъ — небулія и протофлюора. Линіи, вычисленные для перваго,

*) „Philosophical Magazine“, 22, 1911.

совпали съ найденными въ спектрахъ туманностей, чѣмъ и объясняется названіе небулія.

16 линій солнечной короны совпали съ линіями протофлюора. Но одна линія, предсказанная для синей части спектра ($435,5 \mu$), не имѣлась въ числѣ наблюдаемыхъ, и только послѣ тщательныхъ поисковъ открыта, какъ очень слабая, на старыхъ фотограммахъ, а затѣмъ была усмотрѣна Вольфомъ въ спектрѣ туманности Оріона.

Химія включается этими теоріями въ физику, становится ея главою.

Мы открываемъ вмѣстѣ съ тѣмъ, что простѣйшихъ матерій существуетъ нѣсколько, а не одна. Рожденіе простой или сложной формы обусловливается лишь числомъ шансовъ, благоприятствующихъ событію, и существованіемъ условій, оберегающихъ новорожденного, ловушекъ, его захватывающихъ, отеческихъ яслей, защищающихъ отъ случайностей, грозящихъ ему гибелью. По такимъ правиламъ образуются сложные вещества въ атмосферѣ, почвѣ, растительномъ и животномъ мірѣ. Вокругъ насъ неизмѣнно и безостановочно возникаютъ матеріи. Мы увидимъ далѣе, что молекулы газовъ, составляющихъ нашу атмосферу, находятся въ непрерывномъ движеніи и испытываютъ бурныя столкновенія. Между множествомъ разнообразныхъ столкновеній молекулъ кислорода и азота существуютъ такія, которыя способствуютъ образованію молекулы ангидрида азотной кислоты. Эта молекула существуетъ недолго и распадается при послѣдующихъ столкновеніяхъ. Но если ея рожденіе происходитъ въ присутствіи извести, то послѣдняя завладѣваетъ ею и оберегаетъ ее отъ разрушенія.

Для иллюстраціи изложенныхъ ученій приведемъ нѣкоторые конкретныя данныя.

Обмѣнъ лучистой энергіей связанъ и съ обмѣномъ массами, такъ какъ элементъ луча имѣетъ массу, равную переносимой имъ энергіи, дѣленной на квадратъ скорости свѣта. Нагрѣвая одинъ граммъ воды лучистой теплотой отъ 0°C до 100°C , мы не только повышаемъ ея температуру, но и увеличиваемъ ея массу на неизмѣримо малую величину — одну двухсотмилліонную долю миллиграмма.

Въ самомъ дѣлѣ 100 граммъ-калорій представляютъ энергію, равную $4,18 \times 10^9$ эрговъ; дѣля ея на квадратъ скорости свѣта, т. е. на 9×10^{20} сантиметровъ, мы получаемъ массу, равную $4,6 \cdot 10^{-12}$ грамма.

Химическія реакціи сопровождаются излученіемъ, а потому и потерей массы. При образованіи 18 граммъ воды изъ ея газообразныхъ элементовъ, выдѣляется и отдается 69 000 малыхъ калорій, а вмѣстѣ съ тѣмъ масса уменьшается на одну трехсоттысячную долю миллиграмма.

Благодаря такому характеру излученія, количество движенія не сохраняется въ матеріальной системѣ, и законъ сохраненія количества движенія въ изолированной матеріальной группѣ не можетъ быть принимаемъ въ смыслѣ классической механики. Количество движенія или излучается матеріей, или принимается ею черезъ электромагнитное — въ частности, свѣтовое — давленіе. Мы не можемъ изолировать только матерію, мы должны присоединять къ ней и часть электромагнитнаго поля.

Новыя воззрѣнія дають пищу не только теоретизирующей мысли. Они приводятъ къ осязательнымъ результатамъ и въ области экономики. Обликомъ своей первичности матерія прикрывала отъ взора чловѣка громадныя запасы энергіи. Электромагнитное мировоззрѣніе указываетъ, что энергія, связанная съ какой-нибудь массой, равна произведенію этой массы на квадратъ скорости свѣта. Именно, теорія даетъ для покоящагося электрона сферической формы такое выраженіе его потенциальной энергіи:

$$E_0 = \frac{2e^2}{3K_0a} = \frac{m_0}{\mu_0 K_0} = m_0 V^2,$$

гдѣ K_0 есть діэлектрическая постоянная пустоты, а V есть скорость свѣта въ пустотѣ:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 K_0}};$$

такимъ образомъ, начальная масса электрона есть

$$m_0 = \frac{E_0}{V^2}.$$

Одинъ граммъ матеріи содержитъ въ себѣ $9 \cdot 10^{20}$ эрговъ энергіи. Это количество соотвѣтствуетъ теплотѣ сгоранія трехъ миллионѣвъ килограммѣвъ угля (около 200 000 пудѣвъ). Такая энергія связана съ каждымъ граммомъ вещества, отъ грамма платины и до грамма нашего мозга. Уличенная матерія продолжала упорно замалчивать свое богатство. Только настойчивое исканіе натолкнуло чловѣка на рядъ веществъ, архитектура которыхъ не выдерживала указанной нагрузки энергіей. Они распадутся и выдадутъ тайну. Эти невольные штрейкбрехеры рѣдки, но очень краснорѣчивы.

Одинъ граммъ металлическаго радія на переходѣ въ радій D выделяетъ въ часъ 130 малыхъ калорій. За время своей жизни (2600 лѣтъ) граммъ радія, превращаясь въ гелій и радій D , отдастъ излученіемъ $130 \times 2600 \times 365 \times 24 \times 4,18 \times 10^7 = 1,1 \times 10^{17}$ эрговъ или почти три миллиарда малыхъ калорій. Но эта громадная цифра не представляетъ всего количества содержащейся въ немъ энергіи. Ея значительная доля остается въ массѣ полученныхъ распадомъ продуктовъ: эта масса будетъ меньше грамма только на величину, немного большую $\frac{1}{10}$ миллиграмма. Въ самомъ дѣлѣ, излученіемъ потеряна только масса, равная $\frac{1,1 \times 10^{17}}{9 \times 10^{20}} = 1,2 \times 10^{-4}$ грамма.

Законъ сохраненія массы сходитъ со сцены; такъ какъ масса пропорціональна энергіи, онъ включается въ законъ сохраненія энергіи. Въмѣсто двухъ несвязанныхъ между собою законовъ сохраненія массы и энергіи мы получаемъ одинъ.

Земная механика упраздняется, и выдвигаются устои механики вселенской. Основу новой динамики составляютъ два закона: сохраненіе энергіи и импульса, или количества движенія.

Итакъ, матерія перестала быть законодательницей міра, и колоссальный трудъ ея развѣнчиванія, упраздненіе геоцентризма, начатое Коперникомъ, завершается современной физикой къ выигрышу человѣка.

Ощущеніе свѣта есть процессъ, вызываемый электромагнитнымъ полемъ въ органѣ зрѣнія. Ощущеніе матеріи, матеріальности, есть процессъ, вызываемый электромагнитнымъ полемъ въ органахъ осязанія. Эти послѣдніе даютъ намъ и ощущенія тепла и холода, и мелькаетъ мысль: не является ли лучистая энергія посредницей и въ ощущеніяхъ формы, матеріальности?

(Продолженіе слѣдуетъ).

Упрощенный методъ календарныхъ вычисленій пасхалій и недѣльнаго дня*).

Доктора прикладной математики Х. И. Гохмана.

Извлеченіе изъ рукописнаго труда.

Предисловіе.

Въ своемъ рукописномъ трудѣ „Новая математическая теорія календарей. Раціональный календарь“ я объединилъ всѣ календари въ одну формулу и чрезвычайно упростилъ вычисленіе дня Пасхи всѣхъ вѣроисповѣданій, празднующихъ Пасху, при чемъ показалъ, что въ основѣ лежитъ формула еврейской Пасхи, такъ что формулы остальныхъ двухъ пасхалій получаются изъ нея при помощи добавочныхъ условій. Благодаря этой простотѣ и общности мнѣ удалось дать чрезвычайно простое рѣшеніе такихъ вопросовъ, рѣшеніе которыхъ очень трудно и часто невозможно при другихъ методахъ**); благодаря же общности формулъ для всѣхъ трехъ пасхалій можно рѣшать задачи, рѣшенія которыхъ совершенно недоступны другимъ формуламъ, въ томъ числѣ и формуламъ Гаусса; напримѣръ, разысканіе года, когда григоріанская Пасха совпадаетъ съ еврейской. Не дожидаясь выпуска въ свѣтъ своего обширнаго рукописнаго труда, я считаю полезнымъ ознакомить читателей „Вѣстника“ съ добытыми мною результатами, не приводя доказательствъ основныхъ формулъ.

*) Для помѣщенія въ юбилейномъ номерѣ Х. И. Гохманъ прислалъ обширную статью. Въ виду ея спеціального характера и большихъ размѣровъ Редакція была вынуждена просить автора сдѣлать изъ нея извлеченіе. Печатавъ въ настоящее время это извлеченіе, Редакція считаетъ себя обязанной прибавить, что всѣ формулы, приведенныя здѣсь безъ доказательствъ, остаются на полной отвѣтственности автора.

**) См. статью Н. Я. Сониной въ т. V „Московского Математическаго Сборника“ за 1870 г.

1. Недѣльный день.

1) Юліанскій календарь. Формула недѣльнаго дня связываетъ годъ, мѣсяцъ и число мѣсяца (дата) съ днемъ недѣли. Каждый годъ имѣетъ свою примѣту, выражаемую нѣкоторымъ числомъ K ; каждый мѣсяцъ также имѣетъ свою примѣту, которую обозначимъ черезъ M . Для нахождения K поступаютъ такъ: находятъ остатокъ r отъ дѣленія номера A даннаго года на 28, т. е. берутъ $r = R(A : 28)^*$, затѣмъ находятъ цѣлое частное отъ дѣленія r на 4, которое мы, согласно обыкновению, обозначимъ символомъ $E(r : 4)$; тогда примѣта K найдется по формулѣ:

$$K = R \{ r + E(r : 4) : 7 \}. \quad (1)$$

Примѣта мѣсяцевъ дается въ таблицѣ **):

$$\left. \begin{array}{l} \text{М янв.} = \frac{1}{4}; \text{ М февр.} = \frac{1}{2}; \text{ М марта} = 1; \text{ М апр.} = 4; \text{ М мая} = 6; \text{ М іюня} = 2; \\ \text{М іюля} = 4; \text{ М авг.} = 0; \text{ М сент.} = 3; \text{ М окт.} = 5; \text{ М ноября} = 1; \text{ М дек.} = 3; \end{array} \right\} \quad (2)$$

Примѣта каждаго слѣдующаго мѣсяца получается изъ примѣты предыдущаго, если прибавить къ ней число дней предыдущаго мѣсяца и выбросить изъ суммы число, кратное 7 (напримѣръ, M февр. = $R[(5 + 31) : 7] = 1$ и т. д.

Обозначимъ черезъ N дату мѣсяца, а черезъ H недѣльное число, т. е. порядокъ дня въ недѣлѣ, считая отъ воскресенья, при чемъ суббота обозначается числомъ 7 или 0. Какъ и выше, обозначимъ символомъ $R(A : B)$ остатокъ отъ дѣленія A на B , черезъ $E(A : B)$ цѣлое частное отъ дѣленія A на B . Формула недѣльнаго дня есть

$$H = R[(K + M + N) : 7]. \quad (3)$$

Примѣръ. Опредѣлить недѣльный день 6-го апрѣля 1914 года. Имѣемъ $R(1914 : 28) = 10$; $E(10 : 4) = 2$; $K = R[(10 + 2) : 7] = 5$. Примѣта апрѣля по таблицѣ (2) есть 4, дата = 6; поэтому изъ формулы (3) находимъ: $H = R[(5 + 4 + 6) : 7] = R(15 : 7) = 1 =$ воскресенье, т. е. день православной Пасхи.

Обратная формула. Формулу (3) можно написать такъ: $H = K + M + N - 7\theta$, гдѣ θ есть цѣлое частное отъ дѣленія $(K + M + N)$ на 7, откуда

$$N = 7\theta + H - (K + M), \quad (4)$$

гдѣ θ можетъ принимать значенія 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... смотря по составу мѣсяца. Эта формула даетъ дату по данному дню недѣли. За-

*) Остатокъ этотъ можно также найти проще, вычитая числа, кратныя 28, каковы: 1932, 1904, 1876, 1848, ..., 1400, 700, 580, 280, ..., 140, 56, 28; въ особенности полезны числа нашего столѣтія 1932 и 1904.

**) Верхнія числа для января и февраля въ простомъ году, а нижнія — въ високосномъ году.

дача допускаетъ нѣсколько рѣшеній, по числу одинаковыхъ недѣльныхъ дней въ мѣсяцѣ.

Примѣръ. Найти дату воскресенья въ апрѣлѣ 1914 г. Здѣсь $K=5$, $M=4$, $H=1$. По формулѣ (4) $N=7\delta+1-9=7\delta-8$. Давая δ значенія $\delta=2, 3, 4, 5$. Одно изъ рѣшеній $N=6$ даетъ дату получаемъ $N=6$ 13 20 27. Пасхи въ 1914 г.

2) Григоріанскій календарь. Обозначимъ черезъ g разницу датъ юліанскаго календаря и григоріанскаго, черезъ S — число столѣтій въ данномъ номерѣ года A ; тогда мы получимъ соотношеніе:

$$g = S - E(S:4) - 2. \quad (5)$$

Для 20-го вѣка $S=19$, $E(19:4)=4$; $g=19-6=13$. N . В. Въ январѣ и февралѣ (по григоріанскому календарю) столѣтняго года нужно еще пользоваться поправкой предыдущаго столѣтія.

Остатокъ отъ дѣленія $S - E(S:4)$ на 7 обозначимъ черезъ K_s :

$$K_s = R\{[S - E(S:4)]:7\}. \quad (6)$$

Число K_s мы будемъ называть вѣковой примѣтой.

Всѣ обозначенія, относящіеся къ григоріанскому календарю, мы будемъ сопровождать индексомъ g внизу. Годовая примѣта K_g григоріанскаго календаря есть

$$K_g = K - K_s + 7\delta, \quad (7)$$

гдѣ берется $\delta=1$, если $K - K_s < 0$, и $\delta=0$ при $K - K_s \equiv 0$. Формула для григоріанскаго календаря получается изъ формулы (3), если въ послѣдней замѣнить H , M и K на H_g , M_g и K_g по формулѣ (7). Примѣта M_g въ григоріанскомъ календарѣ на 2 больше соответствующихъ примѣтъ въ юліанскомъ календарѣ:

$$\left. \begin{aligned} M_g \text{ янв.} &= 2; M_g \text{ февр.} = 3; M_g \text{ марта} = 3; M_g \text{ апр.} = 6; M_g \text{ мая} = 1; M_g \text{ іюня} = 4; \\ M_g \text{ іюля} &= 6; M_g \text{ авг.} = 2; M_g \text{ сент.} = 5; M_g \text{ окт.} = 0; M_g \text{ ноября} = 3; M_g \text{ дек.} = 5. \end{aligned} \right\} (2, a)$$

Примѣръ. Найти недѣльный день 12-го апрѣля 1914 года. Постѣдовательно находимъ: $K_s = R[(19-4):7] = 1$, $K=5$, $K_g = K - K_s = 4$, $H_g = R[(K_g + M_g + N_g):7] = R[(4+6+12):7] = 1$ — воскресенье: это — день григоріанской пасхи 12-го апрѣля новаго стиля.

II. Еврейская Пасха.

Пусть A есть номеръ даннаго года. Обозначимъ:

$$q = R(A:19), \quad a = R\{[(q+1) \cdot 11]:30\} = R\{[R(A:19)+1] \cdot 11:30\} \quad (8)$$

и черезъ B нѣкоторое постоянное число, которое мы даемъ въ ниже слѣдующей таблицѣ. Измѣненіе B происходитъ вслѣдствіе запаздыванія юліанскаго календаря по отношенію къ еврейскому на 1 день въ теченіе 315 лѣтъ; B постоянно въ продолженіе 315 лѣтъ (см. таблицу).

Даты апрѣля будемъ считать съ 1-го марта.

Приближенная формула дня еврейской Пасхи есть

$$\pi_e = B - a. \quad (10)$$

Отъ	До	В
		есть
до Р. Х.	45 + 176	49
+ 177	+ 491	48
+ 492	+ 806	47
+ 807	+ 1121	46
+ 1122	+ 1436	45
+ 1437	+ 1751	44
+ 1752	+ 2066	43
+ 2067	+ 2381	42
+ 2382	+ 2696	41
+ 2697	+ 3011	40

(9) Августовская дата слѣдующаго за Пасхой новаго года есть $E = \pi_e + 10$ августа. (10a)

Эта формула иногда даетъ ошибку въ ± 1 .

Ошибка можетъ произойти отъ одной изъ двухъ причинъ:

1) Влѣдствие того, что изъ ритуальныхъ видовъ Пасха не должна приходиться на понедѣльникъ, среду и пятницу. Если формула даетъ одинъ изъ этихъ недѣльных дней, то Пасха откладывается на слѣдующій день. Исправить ошибку очень легко при помощи формулы недѣльнаго дня. При помощи этой формулы узнаемъ день Пасхи; если онъ оказывается однимъ изъ дней 2, 4 и 6, то Пасха откладывается на слѣдующій день. Эта отсрочка дня Пасхи извѣстна въ еврейскомъ календарѣ подъ названіемъ „отсрочка вслѣдствіе баду (2, 4, 6)“.

Примѣръ. Опредѣлить дату еврейской пасхи въ 1914 году. Остатокъ q отъ дѣленія 1914 на 19 есть 14. Поэтому

$$a = R \{ [(q + 1) \cdot 11] : 30 \} = R [(15 \cdot 11) : 30] = 15.$$

Для 20-го вѣка по таблицѣ (9) $B = 43$; $43 - 15 = 28$ марта. Найдемъ недѣльный день: $K = 5$, M марта = 1, $H = R [(28 + 5 + 1) : 7] = 6 =$ пятница. Пасха откладывается на субботу, 29-го марта (можно проверить по календарю). Слѣдующій еврейскій новый годъ въ 1914 г. приходится на $E = 29 + 10 = 39$ августа = 8-го сентября [по формулѣ (10,a)].

Историческій примѣръ. Опредѣлимъ дату Пасхи въ 33-мъ году по Р. Хр.: $q = 14$, $a = 15$, $B = 49$, $\pi_e = 49 - 15 = 34$ м. Для 33-го года $r = 5$ и $K = 6$, $H = R [(6 + 1 + 34) : 7] = 6$. Пасха была отложена на субботу 35-го марта = 4-ое апрѣля. По Евангелію крестная смерть Иисуса Христа была въ пятницу, наканунѣ Пасхи, а по принятой хронологіи это было въ 33-емъ году. Наша формула оправдывается этими данными исторіи; отсюда заключаемъ, что крестная смерть произошла 3-го апрѣля 33-го года. Къ тому же результату пришелъ астрономъ Артуръ Штенцель въ книгѣ „Jesus Christus und Sein Stern“ на основаніи астрономическихъ данныхъ. Формула подтверждаетъ такимъ образомъ принятую хронологію, составляющую предметъ серьезныхъ споровъ.

2) Ошибка формулы происходитъ иногда отъ непринятія во вниманіе дробныхъ частей дня, которыя въ суммѣ могутъ дать ∓ 1 день. Дать здѣсь поправку нельзя безъ изложенія основъ еврейскаго календаря, что въ нашу программу не входитъ. Въ своемъ рукописномъ трудѣ я даю поправку и получаю точную формулу.

Полученный нами выводъ, — что Пасха въ 33-мъ году была въ субботу 4-го апрѣля —, основанъ на допущеніи, что уже въ первомъ вѣкѣ еврейскій календарь существовалъ въ своемъ окончательномъ

теперешнемъ видѣ. Но есть очень авторитетныя мнѣнія*), что окончательную свою форму календарь принялъ только въ X-омъ вѣкѣ, а до того времени календарь подвергался разнымъ видоизмѣненіямъ, въ особенности, въ отсрочкѣ вслѣдствіе ритуальныхъ соображеній. Многие утверждаютъ, что въ пятницу могла быть Пасха въ первые вѣка нашей эры. Тѣмъ не менѣе нашъ выводъ вѣренъ, хотя по другой причинѣ. По утверженію Сидерскаго (въ „*Étude sur l'origine astronomique de la chronologie juive; extrait des mémoires présentés par divers savants à l'academie des inscriptions et belles-lettres, tome XII, 2-e partie*“) въ первые вѣка сингедрионъ, устанавливавшій календарь на каждый годъ, руководствовался астрономическими вычисленіями. На основаніи этихъ вычисленій**) Сидерскій даетъ таблицу дня Пасхи за первые 80 лѣтъ перваго вѣка; по его вычисленіямъ также получается для 33-го года день Пасхи 4-го апрѣля въ субботу.

Такъ какъ по Сидерскому за все время правленія Понтія Пилата отъ 25-го до 36-года только въ 33-мъ году Пасха была въ субботу, то разсказъ евангелистовъ о крестной смерти Іисуса Христа можетъ относиться только къ 33-му году. Такимъ образомъ, правильность принятаго лѣтосчисленія не допускаетъ никакихъ сомнѣній.

Болѣе обстоятельный и всесторонній разборъ этого вопроса въ связи съ вопросомъ о Тайной Вечерѣ будетъ изложенъ въ отдѣльномъ брошюрѣ.

III. Православная Пасха.

Формула православной Пасхи π_0 получается изъ формулы еврейской Пасхи, если принять во вниманіе измѣненія, произведенныя Никейскимъ Соборомъ въ 325 г. и Діонисіемъ Малымъ въ 544 г. на основаніи постановленія того же Собора. Правило православной Пасхи словесно выражается слѣдующимъ образомъ: Пасха празднуется въ первое воскресенье послѣ перваго весенняго полнолунія, а если воскресенье совпадаетъ съ полнолуніемъ, то въ слѣдующее воскресенье (черезъ 7 дней). Формула еврейской Пасхи и даетъ дату полнолунія, такъ какъ еврейская Пасха всегда бываетъ въ день полнолунія или днемъ позже, какъ сказано выше. Во время Никейскаго Собора весеннее равноденствіе было 21-го марта; поэтому самая ранняя Пасха случалась, когда полнолуніе совпадало съ 21-ымъ марта въ субботу; тогда π_0 приходилось на 22-е марта. Дата полнолунія, послѣ которой празднуется Пасха въ ближайшее воскресенье, называется предѣломъ или границей Пасхи, который мы обозначимъ черезъ (lim) . Такъ какъ въ 544-мъ году, во время Діонисія Малаго, постоянное B

*) См. сводъ мнѣній о времени установленія окончательнаго вида еврейскаго календаря у Х. Слонимскаго „Іесодей Гайбуръ“ (основы еврейскаго календаря), также статью Бернштейна „Споръ р. Саадіа гаона и бенъ Меира о календарѣ 4682 — 4684 (922 — 924) въ сборникъ „Сеферъ га-ловель (юбилейный сборникъ)“. Варшава, 1904.

**) Эти вычисленія основаны на таблицахъ затмѣній Оппольцера.

для еврейской Пасхи было 47, то Діонисій принялъ *) $B = 47$, откуда слѣдовало бы, что $l = 47 - a$. Но два раза въ теченіе 19 лѣтъ (лунный или метоновъ циклъ), именно при $a = 7$, $a = 28$ и $a = 18$, $a = 29$, предѣлъ l по послѣдней формулѣ есть 19 и 18, т. е. раньше дня равноденствія 21-го марта. Въ этихъ двухъ случаяхъ Соборъ отложилъ предѣлъ на апрѣльское полнолуніе, вслѣдствіе чего послѣдняя формула для l должна быть увеличена на 30. Математически всѣ эти условія выражаются слѣдующей общей формулой:

$$20 < l = 47 - a + 30t < 50, \quad (11)$$

гдѣ $t = 0$ или 1, смотря по величинѣ $47 - a$. По постановленію Собора ближайшее Пасхальное воскресенье можетъ быть отъ $l + 1$ до $l + 7$. Найдемъ формулу воскреснаго дня въ мартѣ и въ апрѣлѣ, но апрѣль приведенъ къ марту. Полагая въ формулѣ (4) $H = 1$ и $M = 1$, получаемъ воскресную дату въ мартѣ

$$N = 7d - K. \quad (12)$$

Если N есть слѣдующая дата, ближайшая къ l , такъ, что N принимаетъ значеніе отъ $l + 1$ до $l + 7$, — послѣднее, если l приходится въ воскресенье, — то N есть день Пасхи. Если l приходится на воскресенье, то дата пасхи есть $l + 7$; если l раньше воскресенья, то π_0 раньше $l + 7$, но позже l . Соединяя условіе (12) съ условіемъ (11), мы получаемъ дату π_0 :

$$\pi_0 = 7d - K \quad \text{при} \quad d = E[(l + 7 + K) : 7]. \quad (13)$$

Эта формула не имѣетъ исключеній и вѣрна, несмотря на то, что она получилась изъ приближенной еврейской Пасхи, потому что Соборъ не принялъ во вниманіе ошибки **).

Примѣръ. Опредѣлить день Пасхи въ 1914 г. Выше было найдено, что $a = 15$ и $K = 5$. Согласно формулѣ (11) $t = 0$, $l = 32$; $l + 7 = 32 + 7 = 39$. По формулѣ (13) $d = E[(39 + 5) : 7] = E(44 : 7) = 6$; $\pi_0 = 7 \cdot 6 - 5 = 37$ марта = 6 апрѣля. Благодаря простотѣ формулы можно рѣшать обратныя задачи; на примѣръ, можно опредѣлить годъ по данной датѣ π_0 Пасхи. Но здѣсь мы дадимъ лишь рѣшеніе посредствомъ таблицы.

Табличный способъ. Формула неудобна въ томъ отношеніи, что на каждый годъ надо вычислять отдѣльно. Но на основаніи этой формулы можно составить вѣчную таблицу дня Пасхи и посредствомъ нея очень легко рѣшать какъ прямыя, такъ и обратныя задачи. Таблица составлена слѣдующимъ образомъ. По формулѣ (11) для предѣла опре-

*) Собственно говоря, Діонисій шелъ инымъ, весьма сложнымъ путемъ. Выраженіе „принялъ“ надо понимать въ томъ смыслѣ, что его путь совпалъ бы съ нашимъ, если бы онъ принялъ $l = 47 - a$.

**) Ошибка ритуальнаго характера не измѣняетъ формулы полнолунія; ошибка же астрономическаго характера не могла быть принята во вниманіе, какъ это доказано въ моемъ рукописномъ трудѣ.

дѣляемъ предѣлы для всѣхъ годовъ луннаго 19-тилѣтняго цикла. Именно:

для $q =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
предель $l =$	25	13	2	22	10	30	18	7	27	15	4	24	12	1	21	9	29	17	5
	м	а	а	м	а	м	а	а	м	а	а	м	а	а	м	а	м	а	а

Зная предѣлъ, найдемъ слѣдующее ближайшее воскресное число по условию $N > l$, $N < l + 8$. Предѣлъ напишемъ въ столбцѣ соответ-

I. Таблица православной пасхи.

[illegible]

Н. В. Даты со значками (') означают мартъ; даты безъ значка — апрѣль, которыхъ большинство.

Рѣшеніе. 1) Прямая задача. Для нахождения π_0 по данному A находимъ: $q = R(A:19)$ и $r = R(A:28)$. На пересѣченіи линий r и q находится искомая дата π_0 .

твенно остаткамъ q , а дата N находится въ клеткѣ изъ 7 столбцовъ и 6 строкъ надъ таблицей дня Пасхи. Такъ какъ δ можетъ принимать только значенія $\delta = 4, 5, 6, 7, 8$ — (для того, чтобы было 26 апрѣля $> \pi_0 > 21$ марта), то въ клеткѣ для $N = \pi_0$ для N взяты только значенія $N = 22$ до $N = 56 = 25$ апрѣля. Надъ этой клеткой есть другая клетка-таблица, въ которой написаны всѣ остатки $r = R(A; 28)$ отъ $r = 1$ до $r = 28$ (или 0) (эти r даютъ номеръ года въ солнечномъ 28-миллѣтнемъ циклѣ), при чемъ различныя остатки r расположены такъ, чтобы всѣ четыре r , имѣющіе одинаковую годовую примѣту, находились подъ тѣмъ же K , отъ $K = 1, 2, \dots$ до $K = 0$ (или 7). Для составленія таблицы дня Пасхи мы беремъ въ первомъ столбцѣ такую дату N изъ клеткѣ съ N , которая больше l , но меньше $l + 8$. Передвигаясь направо, мы уменьшаемъ постепенно N на единицу, потому что K возрастаетъ на единицу, по формулѣ $N = 7\delta - K$. Дошедши до предѣла l , мы вмѣсто $N = l$ беремъ $N = l + 7$, т. е. переходимъ въ предыдущую строку для N , а затѣмъ, подвигаясь направо до конца строки, постепенно уменьшаемъ N на единицу.

Примѣръ. Опредѣлимъ дату π_0 пасхи въ 1914 году: $r = 10$, $q = 14$; r находится въ 5-мъ столбцѣ, а q — въ 14-ой строкѣ; пересѣченіе даетъ $\pi_0 = 6$ апрѣля.

2) Обратная задача. Опредѣлить годъ по данной датѣ π_0 пасхи. Задача неопредѣленная. Такъ какъ $l < \pi_0 < l + 8$, то отыскиваемъ строку съ $l = \pi_0 - 1$ или $\pi_0 - 2$. Въ этой строкѣ обязательно находится данная дата π_0 ; въ томъ же столбцѣ, гдѣ находится данное π_0 , могутъ быть еще такія же π_0 : вообще всѣ одинаковыя даты π_0 находятся въ одномъ и томъ же столбцѣ. Выбравъ одно изъ значеній r и одно изъ значеній q , соответствующихъ π_0 , мы получаемъ общее рѣшеніе:

$$A = 56(r - q) + r + 532z^*, \quad (14)$$

гдѣ z есть совершенно произвольное положительное или отрицательное число. Если данъ промежутокъ A_1 и A_2 , въ которомъ находится искомымъ годъ, то надо выбрать соответственно r , q и z .

Примѣръ. Въ промежуткѣ между годами $A_1 = 1900$ и $A_2 = 1930$ отыскать годъ, для котораго $\pi_0 = 6$ апрѣля. Предѣлъ $l = (6 - 1)$ апрѣля = 5 апрѣля находится въ 19-ой строкѣ, гдѣ $q = 19$; $\pi_0 = 6$ апрѣля находится въ 5-мъ столбцѣ, гдѣ $r = 4, 10, 21$ и 27 . Но, кромѣ 19-ой строки, есть еще $\pi_0 = 6$ апрѣля въ строкахъ $q = 14$, $q = 11$, $q = 6$ и $q = 3$. Всѣхъ рѣшеній для одного и того же великаго индиктіона, къ которому относится A_1 или A_2 , есть 20, по числу комбинацій изъ r и q . Заданіемъ промежутка мы ограничиваемъ число рѣшеній, которое можетъ быть и нулемъ (если въ промежуткѣ нѣтъ такой Пасхи). Для даннаго промежутка $A_1 = 1900$ и $A_2 = 1930$ есть только 2 рѣшенія: 1) если возьмемъ $q = 14$, $r = 10$ и $z = 4$, получимъ по формулѣ (14) $A = 224 + 10 + 2128 = 1914$; 2) если возьмемъ $q = 6$, $r = 21$ и $z = 2$ то получимъ $A = 840 + 21 + 1064 = 1925$.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Международная Комиссія по преподаванію математики.

Конференція въ Парижѣ 1—4 апрѣля (н. ст.) 1914 г.

Проф. К. Поссе.

На конференціи въ Гейдельбергѣ, происходившей 21—23 іюля 1913 г., Центральный Комитетъ Международной Комиссіи по преподаванію математики выработалъ программу слѣдующаго собранія, которое назначено было сперва на 6—8 апрѣля (новаго стиля), а затѣмъ перенесено на 1—4 апрѣля (новаго стиля) 1914 г., когда оно и состоялось.

*) Число 532 есть періодъ и носитъ названіе великаго индиктіона.

Рѣшено было, что сообщенія и обсужденія ихъ должны будутъ касаться, главнымъ образомъ, слѣдующихъ двухъ предметовъ:

А. Результаты, достигнутые въ дѣлѣ введенія началъ дифференціального и интегральнаго исчисленія въ старшіе классы среднихъ школъ.

В. Мѣсто и роль математики въ высшемъ техническомъ образованіи.

Въ сентябрѣ 1913 года во всѣ національныя подкомиссіи были разосланы вопросные листы А. и В., содержащіе въ себѣ выработанные Центральнымъ Комитетомъ весьма подробные вопросы, по тому и другому предмету, съ просьбою прислать отвѣты по возможности (не позже 1 декабря (новаго стиля) 1913 года, по предмету А — профессору университета въ Буда-Пештѣ Беке (E. Beke), а по предмету В — профессору университета въ Гейдельбергѣ Штеккелю (P. Stäckel). Эти два лица были избраны главными докладчиками на Гейдельбергскомъ собраніи, и имъ было поручено на основаніи полученныхъ ими отвѣтовъ составить на Парижскомъ Сѣздѣ соответственные общіе доклады.

Отъ имени Русской подкомиссіи отвѣты на вопросные листы А. и В. были доставлены мною; въ основаніе ихъ была положена анкета, которую я произвелъ среди преподавателей въ дополнительномъ классѣ реальныхъ училищъ, профессоровъ математики въ высшихъ техническихъ школахъ и лицъ, знакомыхъ съ результатами преподаванія началъ анализа въ кадетскихъ корпусѣхъ. Пользуясь случаемъ, чтобы выразить всѣмъ этимъ лицамъ мою глубокую благодарность за оказанную мнѣ ими помощь въ этомъ дѣлѣ. Въмѣстѣ съ вопросными листами Центральный Комитетъ разослалъ выработанную имъ программу занятій на Парижской Конференціи, а спустя нѣкоторое время и бланки заявленій (*cartes d'adhésion*) о желаніи принять участіе въ Сѣздѣ. При этомъ Центральный Комитетъ обратился къ делегатамъ съ просьбою сообщить программу слѣдующимъ лицамъ и учреждениямъ: 1) начальствамъ учебныхъ заведеній; 2) директорамъ техническихъ высшихъ школъ; 3) членамъ своей національной подкомиссіи; 4) профессорамъ и преподавателямъ или людямъ науки, интересующимся вопросами, намѣченными въ программѣ; 5) періодическимъ научнымъ изданіямъ и, если будетъ признано нужнымъ, большимъ ежедневнымъ газетамъ.

На разосланныя мною извѣщенія откликнулись: членъ Государственнаго Совѣта инженеръ-генераль Н. П. Петровъ, генераль-лейтенантъ М. Г. Попруженко (членъ Педагогическаго Совѣта при Главномъ Управленіи военно-учебныхъ заведеній) и профессоръ Московскаго Института инженеровъ путей сообщенія А. П. Поляковъ.

Лица, пославшія свои заявленія (*cartes d'adhésion*) главному секретарю Центрального Комитета — профессору Феру (H. Fehr) въ Женевѣ, получили отъ него входные билеты (*cartes de participants*) и удостовѣренія для проѣзда по французскимъ желѣзнымъ дорогамъ со скидкой въ 50%; этою льготою, впрочемъ, мало кто воспользовался, заранее снабдивъ себя билетами на весь путь.

Программа Сѣзда опредѣлилась слѣдующимъ образомъ:

Среда, 1-го апрѣля. Въ 2^{1/2} часа — засѣданіе Центрального Комитета, въ 4 часа — засѣданіе делегатовъ, въ 8^{1/4} час. вечера — засѣданіе Математическаго Общества (*Société mathématique de France*).

Четвертъ, 2-го апрѣля. Въ 9^{1/2} часовъ утра — открытіе Сѣзда (публичное засѣданіе) подъ предѣлательствомъ Гастона Дарбу (*Gaston Darboux*), непремѣннаго секретаря Академіи Наукъ, представителя Министра народнаго просвѣщенія.

Программа заседания: 1) Приветственная рѣчь профессора Аппеля (P. Appell), члена Института, декана Физико-Математического факультета Парижскаго университета (Doyen de la Faculté des Sciences). 2) Рѣчь профессора Кастельнуово (Castelnuovo), члена Центрального Комитета, отъ имени профессора Клейна (F. Klein), президента Международной Комиссии. 3) Приветственная рѣчь Г. Дарбу, какъ представителя Министра народнаго просвѣщенія. 4) Сообщение профессора Бореля (E. Borel) на тему — „О приспособленіи преподаванія въ средней школѣ къ прогрессивному движенію науки“. 5) Сообщение профессора д'Оканья (M. d'Ocagne) на тему — „Роль математики въ инженерныхъ наукахъ“.

Въ 2½ часа — дѣловое засѣданіе, посвященное обсужденію вопроса А — „Введеніе началъ дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій въ курсъ средней школы“. 1) Общій докладъ профессора Беке объ отвѣтахъ на вопросный листъ А. 2) Спеціальный докладъ профессора Биошъ (Ch. Bioche, Lycée Louis le Grand, Paris) о преподаваніи началъ анализа во французскихъ лицеяхъ и о достигнутыхъ результатахъ. 3) Дополнительные указанія делегатовъ разныхъ странъ. 4) Обсужденія и пренія.

Пятница, 3-го апрѣля. Засѣданія этого дня были посвящены обсужденію вопроса В — „О преподаваніи математики инженерамъ различныхъ спеціальностей“.

Въ 9½ часовъ утра — дѣловое засѣданіе, посвященное вопросу В. 1) Общій докладъ профессора Штеккеля объ отвѣтахъ на вопросный листъ В. 2) Дополнительные сообщенія делегатовъ. 3) Обсужденіе и пренія. Въ 2½ часа — обсужденіе постановки преподаванія въ высшихъ техническихъ школахъ.

Въ 9 часовъ вечера засѣданіе Общества гражданскихъ инженеровъ.

Суббота, 4-го апрѣля. Въ 9½ часовъ — продолженіе обсужденія и преній по вопросамъ А и В; резюмированныя заключенія главныхъ докладчиковъ профессоровъ Беке и Штеккеля по вопросамъ А и В. Въ 2½ часа — засѣданіе делегатовъ: будущія работы Комиссии; выработка въ общихъ чертахъ программы будущей конференціи въ Мюнхенѣ въ 1915 году, гдѣ главнымъ предметомъ будетъ изученіе вопроса о подготовкѣ учителей. Въ 9½ часовъ вечера — приемъ у Е. В. принца Бонапарта, члена Института.

Въ описанномъ порядкѣ засѣданія Съѣзда и происходили, за исключеніемъ нѣкоторыхъ незначительныхъ отступленій и переносовъ съ одного дня на другой, вызванныхъ затягивавшимися иногда преніями.

Къ началу Съѣзда число участниковъ достигло 167. Изъ нихъ наибольшее число, естественно, дала Франція, представленная 74-мя членами; остальные 93 члена принадлежатъ 15-ти иностраннымъ государствамъ; изъ Россіи пріѣхало 5 человекъ (кромя поименованныхъ выше 3-хъ членовъ и меня, какъ делегата, былъ еще Г. Дикштейнъ изъ Варшавы) и записались еще три молодыхъ математика, командированныхъ университетами, и одинъ, командированный Министерствомъ, всего 9 членовъ. Наименьшее число, по одному члену, дали Данія, Египетъ, Соединенные Штаты, Сербія и Швеція.

Наибольшій трудъ выпалъ, конечно, на долю главнаго секретаря — профессора Фера и главныхъ докладчиковъ — профессоровъ Беке и Штеккеля. Затѣмъ особенно дѣятельное участіе принималъ членъ Института Адамаръ (J. Hadamard), занимавшій нѣсколько разъ предсѣдательское мѣсто и участвовавшій во всѣхъ преніяхъ.

Всѣ дѣловыя засѣданія, первое публичное собраніе и засѣданіе Математическаго Общества происходили въ различныхъ аудиторіяхъ и залахъ Сорбонны (Парижскаго университета), гостепріимно открывавшей свои двери членамъ Съѣзда. Засѣданіе Общества гражданскихъ инженеровъ происходило въ собственномъ помѣщеніи Общества; пріемъ у принца Бонапартъ — въ роскошномъ его домѣ на Avenue d'Iéna.

Первое засѣданіе делегатовъ состоялось 1-го апрѣля*). Затѣмъ делегатамъ предложено было сообщить свѣдѣнія о состояніи работъ въ ихъ подкомиссіяхъ, съ напомнимъ, что къ предстоящему Международному Конгрессу математиковъ въ Стокгольмѣ въ 1916 году всѣ работы должны быть закончены. Отъ имени Русской подкомиссіи я доложилъ собранію причины, вслѣдствіе которыхъ до сихъ поръ не опубликованы нѣсколько докладовъ. Эти доклады въ отчетѣ о послѣднемъ Международномъ Конгрессѣ въ Кембриджѣ въ августѣ 1912 г. помѣщены подъ рубрикой написанныхъ на русскомъ языкѣ и подлежащихъ переводу на одинъ изъ четырехъ языковъ (французскій, нѣмецкій, англійскій и италіанскій), на которыхъ должны быть опубликованы всѣ доклады Комиссіи. Я объяснилъ, что послѣ составленія этихъ докладовъ произошли весьма существенныя измѣненія въ состояніи тѣхъ учреждений, къ которымъ они относятся, а потому нѣкоторые изъ нихъ утратили въ настоящее время интересъ, а другіе подлежатъ радикальному пересмотру. Такимъ образомъ, изъ семи докладовъ, поименованныхъ въ отчетѣ Кембриджскаго Конгресса, Русская подкомиссія рѣшила опубликовать, послѣ тщательнаго пересмотра, лишь три: два, относящіеся къ высшимъ женскимъ курсамъ, и одинъ о подготовкѣ учителей, какъ представляющіе несомнѣнный международный интересъ. Отъ имени авторовъ этихъ докладовъ я былъ уполномоченъ заявить, что доклады будутъ готовы своевременно.

Большая часть національныхъ подкомиссій, по заявленію ихъ делегатовъ, уже закончила свои работы. Продолжаютъ поступать новыя доклады отъ Германской подкомиссіи, несмотря на то, что она уже опубликовала колоссальную литературу, занимающую болѣе 2000 страницъ большого формата in 8°. Продуктивность этой подкомиссіи прямо изумительна.

Вечеромъ члены Съѣзда были приглашены на засѣданіе Математическаго Общества. Послѣ сообщеній научнаго характера г. г. Адамари и Лэбега (Lebesgue) состоялось интимное собраніе, на которомъ члены Съѣзда знакомились съ французскими учеными. Изъ привѣтственной рѣчи предсѣдателя Общества и изъ разговоровъ съ многими его членами ясно было видно, что французскимъ ученымъ не чужды интересы преподаванія, и что отъ усовершенствованія его методовъ они ждутъ результатовъ, могущихъ способствовать прогрессивному движенію самой науки. Широкое гостепріимство, оказанное намъ нашими хозяевами, произвело на насъ самое благоприятное впечатлѣніе.

На слѣдующій день происходило торжественное открытіе Съѣзда подъ предсѣдательствомъ непрѣмѣннаго секретаря Академіи наукъ Гастона Дарбу.

Послѣ привѣтствія предсѣдателя и отвѣтной рѣчи проф. Кастельнуово отъ имени президента Международной Комиссіи Феликса Клейна, не имѣвшаго возможности прибыть въ Парижъ по случаю болѣзни, профессору Клейну была послана телеграмма съ пожеланіемъ скорѣйшаго выздоровленія.

*) На этомъ засѣданіи главный секретарь Комиссіи сообщилъ о кончинѣ членовъ Комиссіи Carlo Bourlet и К. В. Фохта и посвятилъ ихъ памяти нѣсколько словъ.

и съ выраженіемъ сожалѣнія объ его отсутствіи на Съѣздѣ. За этимъ послѣдовала рѣчь председателя Г. Дарбу, какъ представителя Министра народнаго просвѣщенія. Изъ этой рѣчи можно было заключить, что Министерство народнаго просвѣщенія съ большимъ вниманіемъ слѣдитъ за работами Международной Комиссіи по преподаванію математики. Надо сказать, что та реформа преподаванія математики, надъ которою трудится Комиссія, прежде всего и полнѣе всего была осуществлена именно во Франціи, на которую всегда и указывалъ въ своихъ рѣчахъ и статьяхъ Феликсъ Клейнъ, энергичный защитникъ этой реформы, завоевывающей все болѣе широкія сферы.

Затѣмъ слѣдовали сообщенія профессоръ Е. Borel'я и М. d'Ocagne'я, заглавіе которыхъ приведено было выше. Эти сообщенія, какъ и вообще всѣ рѣчи и доклады, прочитанные на Съѣздѣ, будутъ напечатаны въ ближайшемъ майскомъ номерѣ журнала „Enseignement mathématique“, органа Международной Комиссіи.

Въ тотъ же день въ 2¹/₂ часа состоялось дѣловое засѣданіе, на которомъ заслушанъ былъ обширный и обстоятельный докладъ профессора Беке, написанный на французскомъ языкѣ, содержащій въ себѣ сводку отвѣтовъ на вопросный листъ А. Мимоходомъ замѣчу, что не только этотъ докладъ, но и докладъ профессора Штеккеля (изъ Гейдельберга) написаны на французскомъ языкѣ; всѣ пренія всѣми членами Съѣзда, за исключеніемъ англичанъ, велись также на языкѣ нашихъ хозяевъ, несмотря на то, что для нѣкоторыхъ членовъ это представляло, повидимому, не малыя затрудненія. Этимъ хотѣли выразить уваженіе къ языку страны, которую можно назвать страной математики par excellence.

Докладъ профессора Беке, съ присоединеніемъ доклада профессора Біошъ, прочитаннаго въ томъ же засѣданіи, былъ розданъ членамъ Съѣзда въ печатномъ видѣ еще наканунѣ засѣданія, что значительно облегчило его усвоеніе. Докладчикъ блестяще выполнилъ возложенное на него трудное порученіе. Онъ обработалъ съ большою тщательностью и искусствомъ многочисленныя и разнообразныя присланныя ему отвѣты. Несмотря на то, что докладъ его отличался большою полнотою, профессоръ Беке предложилъ Центральному Комитету напечатать цѣлкомъ наиболѣе полныя отвѣты на вопросный листъ А, полученные отъ нѣкоторыхъ подкомиссій, въ томъ числѣ и отъ Русской, находя ихъ интересными по полнотѣ заключающихся въ нихъ свѣдѣній. Докладъ профессора Беке, какъ я уже сказалъ, будетъ напечатанъ въ „Enseignement mathématique“. Здѣсь я позволю себѣ привести только двѣ небольшія выдержки изъ заключительнаго параграфа этого доклада. Вотъ что говорить докладчикъ, дѣлая выводы изъ полученныхъ имъ отвѣтовъ:

„Всѣ отвѣты доказываютъ, что введеніе понятія о функціи и началъ дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій въ курсъ средней школы вездѣ встрѣчаетъ сочувствіе со стороны преподавателей. Во многихъ мѣстахъ, особенно тамъ, гдѣ реформа осуществилась по инициативѣ самихъ преподавателей, при ихъ активномъ содѣйствіи или даже по ихъ доброй волѣ (какъ, примѣръ, въ Швейцаріи), это сочувствіе доходитъ до энтузіазма. Преподаватели считаютъ дѣломъ чести хорошо продуманное преподаваніе новыхъ предметовъ, и если они умѣютъ соблазнить чувство чуждыя имѣютъ подъ руками хорошей учебникъ и могутъ побѣждать трудности методы вѣрной рукою и основательнымъ знаніемъ науки, то результаты не замедлятъ сравниться съ ихъ усердіемъ“.

Здѣсь мѣтко и краснорѣчиво указаны условія, которымъ должны удовлетворять преподаватели, чтобы реформа принесла хорошіе плоды. Хорошіе учебники также не маловажное условіе для достиженія той же цѣли. —Замѣчательны также заключительныя слова доклада: „Мы ждемъ отъ эволюціи въ математическомъ преподаваніи развитія у учащихся строгой логической дисциплины, плодотворной интуиціи, живого интереса къ практическимъ вопросамъ, вѣрной оцѣнки фактовъ, критической методы, привычки къ самостоятельному труду и, въ завершеніе всего, сознательной любви къ истинѣ. Все это въ совокупности составляетъ идеаль воспитанія и основной вопросъ цивилизаціи. Чтобы послужить этому идеалу, рѣшить этотъ вопросъ, профессора высшаго и средняго образованія должны сосредоточить всѣ свои усилія; сдѣлавъ это, они создадутъ юношеству свѣтлое будущее“.

Слѣдующій за докладомъ профессора Беке докладъ профессора лицея г. Біошъ интересенъ тѣмъ, что даетъ понятіе о программѣ въ общихъ старшихъ классахъ лицея (не *classes de mathématiques spéciales*, занимающій совершенно особое мѣсто въ организаціи средней школы) и приводитъ образцы задачъ, задаваемыхъ ученикамъ.

При обсужденіи этого доклада, а затѣмъ и въ частной бесѣдѣ съ докладчикомъ я обратилъ вниманіе на одинъ пунктъ, показавшійся мнѣ сомнительнымъ и въ то же время довольно характернымъ. Докладчикъ отбѣняетъ ту разницу, которая существуетъ между тѣми производными, о которыхъ говорятъ ученикамъ въ предпоследнемъ классѣ (*première*), и тѣми, съ которыми они встрѣчаются въ последнемъ (*classe de mathématiques*), гдѣ ученики готовятся ко второй части испытанія на бакалавра (по нашему, на аттестатъ зрѣлости). Разница состоитъ будто бы въ томъ, что о первыхъ можно говорить, не вводя понятія о предѣлѣ, потому что тамъ [какъ, на примѣръ, для $f(x) = x^2$] можно сократить отношеніе $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ на h и получить вполне опредѣленное выраженіе при $h=0$, а для вторыхъ [какъ, на примѣръ, для $f(x) = \sin x$] ничего подобнаго нѣтъ, и безъ понятія о предѣлѣ обойтись нельзя. Мой собесѣдникъ долженъ былъ, въ концѣ концовъ, сознаться, что здѣсь есть „une sorte d'escamotage“. Этотъ примѣръ я привелъ для того, чтобы показать, что и въ странѣ математики *par excellence* есть вещи, которымъ подражать нельзя.

Третій день Съѣзда былъ посвященъ чтенію и обсужденію доклада профессора Штеккеля о преподаваніи математики для инженеровъ. Докладъ также былъ предварительно розданъ членамъ Съѣзда въ печатной корректурѣ. Почтенный ученый, въ настоящее время профессоръ университета, бывший ранѣе въ теченіе 8 лѣтъ профессоромъ высшей технической школы, съ большимъ знаніемъ дѣла и строгою объективностью разобралъ различные вопросы, относящіеся къ данному предмету. Для насъ, русскихъ, особенно интересно было выяснить вопросъ, замѣчается ли въ высшихъ техническихъ школахъ другихъ странъ то аномальное отношеніе учащихся къ математическимъ предметамъ, которое приняло у насъ прямо угрожающіе размѣры: непосѣщеніе лекцій и упражненій по математическимъ предметамъ, спѣшное и поверхностное приготовленіе къ экзаменамъ по запискамъ и сокращеннымъ руководствамъ, а мѣстами даже совершенно неопозволительныя въ нравственномъ отношеніи приемы для полученія зачета семестровъ и удовлетворительныхъ отмѣтокъ, рассматриваемые студентами,

как естественное средство борьбы съ непосильными требованіями профессоровъ, убѣжденіе, что знаніе математическихъ предметовъ въ дальнѣйшей работѣ большинству инженеровъ не нужно и т. д.

Изъ доклада профессора Штеккеля, преній по поводу этого доклада и личныхъ бесѣдъ съ докладчикомъ и другими представителями высшихъ техническихъ школъ выяснилось, что ничего подобнаго въ другихъ странахъ не замѣчается, и что описанныя выше явленія составляютъ, къ сожалѣнію, также специально русское зло. Пора серьезно подумать о его причинахъ и способахъ къ его устраненію. Перегруженіе студентовъ высшихъ техническихъ школъ специальными предметами вслѣдствіе быстрого роста техническихъ наукъ и происходящее отъ этого давленіе на математическіе предметы, замѣчается и въ другихъ странахъ, но отношеніе учащихся къ послѣднимъ нигдѣ не принимаетъ тѣхъ уродливыхъ формъ, которыми страдаютъ наши высшія техническія школы.

Во время преній по докладу профессора Штеккеля профессоромъ Римскаго университета Кастельнуово былъ поставленъ важный вопросъ: слѣдуетъ ли при организаціи математическаго образованія инженеровъ различать инженеровъ-практиковъ отъ инженеровъ-теоретиковъ? Проф. Кастельнуово высказывался за положительный отвѣтъ на этотъ вопросъ, въ чемъ я его всѣми силами поддерживалъ. Къ сожалѣнію, времени для детальнаго обсужденія этого вопроса не хватило, и разработка его была отложена. Между тѣмъ, по моему мнѣнію, именно рѣшеніемъ этого вопроса, можетъ быть, и можно было бы отчасти устранить тѣ аномальныя явленія, о которыхъ сказано выше.

Изъ бесѣдъ съ представителями французскихъ высшихъ техническихъ школъ выяснилось, между прочимъ, что во Франціи преподаваніе теоретическихъ предметовъ совершенно отдѣлено отъ преподаванія техническихъ, въ противоположность тому, что дѣлается у насъ, гдѣ на первыхъ же семестрахъ вмѣстѣ съ математикой, механикой, физикой и химіей читаются и специальные предметы и идутъ интенсивныя чертежныя работы. Выяснилось также, что огромному числу специальныхъ предметовъ, читаемыхъ въ нашихъ техническихъ школахъ, французскіе инженеры учатся практически на работахъ, а не въ школахъ. Вотъ новая причина, объясняющая болѣе нормальное состояніе французскихъ техническихъ школъ по сравненію съ нашими.

Былъ поднятъ, между прочимъ, вопросъ, не слѣдуетъ ли все математическое образованіе инженеровъ предоставить университетамъ. По этому поводу я сообщилъ о неудачномъ опытѣ, сдѣланномъ нашимъ Институтомъ Инженеровъ путей сообщенія въ 80-хъ годахъ прошлаго столѣтія, когда были закрыты первые два курса института и прямо принимались на третій курсъ лица, окончившія курсъ въ университетѣ. Эта система продержалась нѣсколько лѣтъ и была признана нецѣлесообразною. Большинство членовъ Съезда высказывалось за самостоятельную организацію высшей технической школы, какъ по математическимъ, такъ и по специальнымъ предметамъ. Передъ третьимъ засѣданіемъ Съезда мною была роздана членамъ Съезда новая программа курса анализа въ электро-техническомъ институтѣ, составленная примѣнительно къ специальнымъ требованіямъ инженерныхъ наукъ. На засѣданіи многими членами, познакоившимися съ этою программой, было выражено сомнѣніе въ возможности ея выполненія въ теченіе отведеннаго на этотъ предметъ времени.

Утреннее засѣданіе четвертаго и послѣдняго дня Съѣзда было посвящено преніямъ по докладу профессора Бекке. Пренія эти представляли мало интереса; участвующіе слишкомъ долго останавливались на мелкихъ вопросахъ частнаго характера, не имѣющихъ большого значенія.

Дневное заключительное засѣданіе делегатовъ, на которомъ я, по болѣзни, не могъ остаться до конца, посвящено было вопросу о подготовкѣ слѣдующей конференціи въ Мюнхенѣ въ 1915 г.; главнымъ предметомъ обсужденія на этой конференціи, какъ уже было сказано, будетъ важный вопросъ о подготовкѣ учителей. Какъ я потомъ узналъ, рѣшено, по примѣру Парижской конференціи, разослать вопросный листъ, который будетъ выработанъ Центральнымъ Комитетомъ; отвѣты должны будутъ быть направлены профессору Генуэзскаго университета Джино Лорія (Gino Loria), избранному главнымъ докладчикомъ.

Подводя итоги тому, что намъ далъ Парижскій Съѣздъ, я долженъ сказать, что онъ еще разъ подтвердилъ по вопросу А, что давно наступила пора переработать планы преподаванія математики въ нашихъ среднихъ школахъ, если мы не хотимъ отстать въ этомъ дѣлѣ отъ другихъ культурныхъ странъ, а по вопросу В, что для русскаго инженера нужно болѣе солидное математическое образованіе, чѣмъ то, которое даютъ наши высшія техническія школы. Что же касается той массы, которая наполняетъ эти школы, не имѣя даже достаточной подготовки по элементарной математикѣ, то ей ненужна и та математика, которая тамъ читается, но вмѣстѣ съ тѣмъ всей этой массѣ не мѣсто въ высшей школѣ. Для нея нужны среднія техническія школы съ практическимъ характеромъ обученія.

ПОЛЕМИКА.

По поводу замѣтки А. Киселева въ № 605 — 606 „Вѣстника“.

Прив.-доц. С. О. Шатуновскаго.

Въ №№ 601 и 602 „Вѣстника“ была помѣщена моя статья „Къ ученію о радикалахъ“. Цѣль этой замѣтки состояла въ элементарной обработкѣ извѣстнаго въ высшей алгебрѣ приѣма, основаннаго на теоріи симметрическихъ функцій. По поводу этой статьи г. Киселевъ въ № 605 — 606 „Вѣстника“ указываетъ, что имъ приведенъ гораздо болѣе простой приѣмъ въ § 236 его „Элементарной алгебры“. Приѣмъ этотъ заключается въ слѣдующемъ. Если знаменатель содержитъ радикалъ $r = \sqrt[n]{q}$, то этотъ знаменатель можно представить въ видѣ:

$$a_1 r^{n-1} + a_2 r^{n-2} + \dots + a_{n-1} r + a_n. \quad (1)$$

Числитель и знаменатель дроби помножимъ на выраженіе:

$$r^{n-1} + A_1 r^{n-2} + A_2 r^{n-3} + \dots + A_{n-2} r + A_{n-1}, \quad (2)$$

въ которомъ коэффициенты первоначально оставляются неопредѣленными. Вы-

полнить въ знаменателѣ умноженіе, понизимъ степень произведенія при помощи равенства $r^n = q$ до $(n-1)$ -ой, послѣ чего знаменатель приметъ видъ:

$$B_1 r^{n-1} + B_2 r^{n-2} + \dots + B_{n-1} r + B_n,$$

гдѣ коэффициенты B_i суть линейныя функціи коэффициентовъ A . Полагая

$$B_1 = 0, B_2 = 0, \dots, B_{n-2} = 0, B_{n-1} = 0, \quad (3)$$

мы получаемъ систему $n-1$ линейныхъ уравненій, изъ которыхъ опредѣляются коэффициенты A .

Центръ тяжести въ обоснованіи этого метода долженъ заключаться въ доказательствѣ совмѣстности системы уравненій (3). Но доказать это невозможно, ибо бываютъ случаи, когда система дѣйствительно несовмѣстна. Если г. Киселевъ попытается примѣнить свой приемъ къ дроби, лишь немного отличающейся отъ той, которая приведена въ моей статьѣ, а именно къ дроби $1 : (4 - 2\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{9})$, то онъ убѣдится, что его способъ къ цѣли не приведетъ: для освобожденія знаменателя отъ радикала здѣсь необходимо умножить числителя и знаменателя не на $r^2 + Ar + A_1$, а на линейное относительно радикала $\sqrt[3]{3}$ выраженіе $\sqrt[3]{3} + 2$. Конечно, если радикаль, входящій въ знаменатель, третьей степени, то не такъ трудно установить, когда слѣдуетъ множить на квадратный трехчленъ и когда на линейный двучленъ*), но въ общемъ случаѣ очень трудно рѣшить этотъ вопросъ. Правило, предлагаемое г. Киселевымъ, необходимо развитъ слѣдующимъ образомъ. Знаменатель (1) нужно помножить сначала на выраженіе вида (2) и постараться подобрать коэффициенты A такъ, чтобы удовлетворить уравненіямъ (3). Если это окажется неосуществимымъ, то нужно понизить степень полинома (2) сначала на 1, потомъ на 2 и т. д., т. е. каждый полиномъ подвергать испытанію. Иногда окажется пригоднымъ полиномъ $(n-1)$ -ой степени, иногда $(n-2)$ -ой и т. д. Естественно возникаетъ вопросъ, можемъ ли мы быть увѣренными, что мы этимъ способомъ рано или поздно всегда придемъ къ полиному, удовлетворяющему нашей цѣли. Если г. Киселевъ попытается это доказать, то онъ убѣдится, что это отнюдь не такъ просто. Я же не только привожу доказательство этого предположенія, но даю алгоритмъ для непосредственнаго разысканія необходимаго множителя.

Прибавлю еще, что приемъ болѣе простой, нежели тотъ, который приведенъ въ моей статьѣ (и притомъ приемъ общій), я самъ могу указать и разсчитываю это сдѣлать въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ „Вѣстника“. Но цѣль статьи, повторяю, заключалась лишь въ томъ, чтобы дать совершенно элементарную обработку извѣстнаго приема, основаннаго на теоріи симметрическихъ функцій. Я долженъ все таки сказать, что приемъ г. Киселева практически является наиболѣе удобнымъ изъ всѣхъ мнѣ извѣстныхъ.

*) На линейный одночленъ нужно множить въ томъ случаѣ, если коэффициенты знаменателя $a + br + cr^2$ удовлетворяютъ соотношенію $b^2 - ac = 0$.

† И. И. БОРГМАНЬ.

Настоящій номеръ былъ уже въ печати, когда телеграфъ принесъ печальную вѣсть о преждевременной кончинѣ профессора И. И. Боргмана. Въ лицѣ покойнаго русская наука потеряла одного изъ наиболѣе выдающихся физиковъ. Петербургскій университетъ лишился одного изъ лучшихъ своихъ преподавателей и администраторовъ. Миръ праху его!

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 174 (6 сер.). Сумма квадратовъ двухъ отрѣзковъ равна данному отрѣзку k . Если одинъ изъ отрѣзковъ измѣнить на данную длину a , то отношеніе ихъ будетъ имѣть данное значеніе $m:n$. Определить эти отрѣзки построеніемъ безъ помощи алгебры.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 175 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$3x^3\sqrt{3} - 12x^2 + x\sqrt{3} + 6 = 0.$$

Л. Закутинскій (Черкассы).

№ 176 (6 сер.). Найти число, произведеніе всѣхъ дѣлителей котораго равно 5832.

Н. С. (Одесса).

№ 177 (6 сер.). Найти геометрическое мѣсто одновременныхъ положеній всѣхъ точекъ, выпущенныхъ одновременно безъ начальной скорости по разнымъ наклоннымъ плоскостямъ, принимая, что коэффициентъ тренія на всѣхъ плоскостяхъ имѣетъ одно и то же данное значеніе (обобщеніе задачи Галилея).

В. Добровольскій (Москва).

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣль I.

№ 129 (6 сер.). *Определить (безъ помощи логарифмовъ), которое изъ чиселъ больше: 21^{23} или 23^{21} .*

Пусть n — цѣлое положительное число, большее 2-хъ. Разлагая выражение $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ по формулѣ бинома, имѣемъ:

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + n \cdot \frac{1}{n} + \sum_{k=2}^{k=n} n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1) \cdot \frac{1}{n^k} =$$

$$= 2 + \sum_{k=2}^{k=n} \frac{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{n}\right) \left(1 - \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 - \frac{k-1}{n}\right)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k} < 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots$$

$$\dots + \frac{1}{1 \cdot 2 \dots n} < 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = 2 + \frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-2}} + \dots$$

$$\dots + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{2^{n-1}}}{2 - 1} = 3 - \frac{1}{2^{n-1}}.$$

Итакъ, при $n > 2$ имѣемъ, что $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < 3$, а потому при $n > 2$ справедливы неравенства $n \geq 3 > \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, откуда $n > \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Возведя обѣ части въ квадратъ, получимъ: $n^2 > \left[\left(1 + \frac{1}{n}\right)^2\right]^n$, т. е. $n^2 > \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}\right)^n$, а потому тѣмъ болѣе $n^2 > \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n = \frac{(n+2)^n}{n^n}$. Итакъ, при n цѣломъ, положительномъ

и большемъ двухъ имѣемъ: $n^2 > \frac{(n+2)^n}{n^n}$, откуда, помножая на n^n , находимъ, что при указанныхъ условіяхъ, $n^{n+2} > (n+2)^n$. Въ частности, полагая $n=21$, получимъ, что $21^{23} > 23^{21}$ *).

В. Кованько (ст. Струнино); Флавіанъ Д. (Петербургъ); И. Зюзинъ (с. Архангельское); Е. Перлингъ (Льежъ); Н.; А. Гудима (Казань); С. Конюховъ (Томскъ).

*) Идея обобщенія предложенной задачи принадлежитъ сотруднику „Вѣстника“ г. В. Кованько.

Редакторъ прив.-доц. В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернегъ.

„ИЗВѢСТІЯ“

Южно-Русскаго Общества Технологовъ

Издается подъ руководствомъ редакціоннаго комитета подъ общей редакціей проф. Красускаго

ПО СЛѢДУЮЩЕЙ ПРОГРАММѢ:

- 1) Различныя статьи по вопросамъ техники и промышленности. Электротехника.
- 2) Фабричное и желѣзнодорожное дѣло. 3) Техническое образование и техническія учебныя заведенія въ Россіи и за границей. 4) Политико-экономическія статьи по вопросамъ промышленности. Статистика. Управление фабриками и заводами. Фабрично-заводская гигиена. 5) Главнѣйшія правительственныя распоряженія и мѣропріятія относительно фабрикъ и заводовъ. 6) Хроника. Обзоръ техническихъ журналовъ. Рецензіи. Библіографія и проч. 7) Polemica. Корреспонденція. Вопросы и отвѣты. 8) Смѣсь. Библіографія и некрологи. 9) Свѣдѣнія о дѣятельности Общества: протоколы общихъ собраній, адреса членовъ Общества, родъ ихъ службы и т. п.

Отд. оттиски статей, помѣщаемыхъ въ „Извѣстіяхъ“, продаются въ редакціи.

Подписная цѣна на журналъ на годъ съ доставкой и пересылкой:

Для членовъ Общества	1 р. — к.
Для постороннихъ лицъ и учрежденій	5 » — »
Для студентовъ высш. техн. учебныхъ заведеній	2 » — »
Отдѣльный № 45 к., съ пересылкой	— » 50 »
За перемѣну адреса	— » 25 »

Плата за объявленія послѣ текста:

	На 1 разъ	
1 страница	16 руб.	При заказѣ на многократныя напечатанія скидка по запросу.
1/2 »	10 »	
1/4 »	7 »	
1/8 »	4 »	

1 строка петита или ея мѣсто (въ страницѣ 3 столбца) 30 к.

Объявленія впереди текста на 25% дороже.

ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ НА ОБЛОЖКѢ ПО ЗАПРОСУ.

ВЪ КАЖДОМЪ НОМЕРѢ ПЕЧАТАЕТСЯ

УКАЗАТЕЛЬ ТЕХНИЧЕСКИХЪ ФИРМЪ ПО СПЕЦІАЛЬНОСТЯМЪ

(СМ. ПЕРВУЮ СТРАНИЦУ ПОСЛѢ ТЕКСТА).

За помѣщеніе адреса фирмы въ „УКАЗАТЕЛЬ“ платится по 5 руб. въ годъ за каждую спеціальность.

За перемѣну текста объявленія заказчикъ уплачиваетъ по дѣйствительной стоимости.

Разсылка вкладныхъ объявленій принимается по 1 р. 50 к. за лоть за каждыя 100 шт.

Подписка на журналъ и объявленія принимается въ конторѣ редакціи,

ХАРЬКОВЪ, Провіантскій переулокъ, № 3, домъ Южно-Русскаго Общества Технологовъ (у Театральной пл.)

ВЪ РЕДАКЦІИ ПРОДАЮТСЯ ПОЛНЫЕ КОМПЛЕКТЫ „ИЗВѢСТІЙ“
и ОТДѢЛЬНЫЕ № № ЗА ПРЕЖНІЕ ГОДЫ.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, въ 24 и 32 стр. каждый, подъ редакціей прив.-доц. В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Изъ записной книжки преподавателя. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Библиографія: I. Рецензіи. II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ въ выпущенныхъ книгахъ. III. Новости иностранной литературы. Темы для сотрудниковъ. Задачи на премію. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр.—для гимн. мужск. и женск., реальн. уч., прогимн., городск. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Военно-Учебн. Зав.—для военно-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ—для дух. семинарій и училищъ.

Въ 1913 г. журналъ былъ признанъ Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. заслуживающимъ вниманія при пополненіи библиотекъ среднихъ учебныхъ заведеній.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенные въ 1913 году.

49-й и 50-й семестры.

Прив.-доц. С. О. Шатуновскій. О связи между арифметич. и алгебраич. дѣленіемъ. *Проф. Б. Ванакъ.* Международн. конференція времени. *Проф. Г. Л. Каллендаръ.* О природѣ тепла. *Прив.-доц. В. Каганъ.* О реакціяхъ связей. *Прив.-доц. С. О. Шатуновскій.* Замѣтка о непрерывныхъ дробяхъ. *Прив.-доц. В. Каганъ.* О нахожденіи рациональныхъ корней алгебраич. уравненій. *Проф. Зюрингъ.* Значеніе и цѣль изслѣдованія облаковъ. *Г. Лѣви.* Интерференція рентгеновскихъ лучей и видимыя кристаллографическія пространственныя рѣшетки. *Н. Ниносъ.* Этюды по элементарной алгебрѣ. *Проф. А. Н. Уайтегидъ.* Основныя математики и элементарное образованіе. *Г. фонъ-Дехендъ.* Каналовые лучи и ихъ значеніе для изслѣдованія строенія вещества. *В. Аренсъ.* I. Л. Лагранжъ. *Прив.-доц. Е. Ельчаниновъ.* Аллотропія химическихъ элементовъ. *М. Яковсонъ.* Интерференція рентгеновскихъ лучей. *Прив.-доц. В. В. Бобынинъ.* Вторая стадія развитія численія дробей. *М. Смолуховскій.* Число и величина молекулъ и атомовъ. *Н. Г. Плеханова.* Англійская ассоціація преподавателей математики. *М. Ла-Роза.* Эфиръ. *К. Лезанъ.* Что такое векторъ? *Проф. Р. Вудъ.* Новѣйшіе опыты съ невидимымъ свѣтомъ. *Г. Дресслеръ.* Учебныя пособия по математикѣ. *Проф. Д. Синцовъ.* XIII-ый Съѣздъ русскихъ естественныхъ наукъ и врачей въ Тифлисѣ. *Проф. В. Бьеркнесъ.* Метеорологія, какъ точная наука. *Д-ръ Э. Ленкъ.* Введеніе въ коллоидную химію. *Н. Извольскій.* Цѣль обученія арифметикѣ. *М. Рудзкій.* Возрастъ земли. *М. Фихтенгольцъ.* Альфа-лучи и опредѣленіе элементарнаго заряда электричества. *Прив.-доц. В. Каганъ.* Къ предстоящему II-му Всероссийскому Съѣзду преподавателей математики. *Прив.-доц. Ю. Рабиновичъ.* О періодическихъ непрерывныхъ дробяхъ. *Т. В. Рихардсъ.* Основныя свойства элементовъ. *Прив.-доц. В. Каганъ.* Арифметическое и алгебраическое дѣленіе. *Проф. Эйнштейнъ.* Къ проблемѣ тяготѣнія. *Проф. В. П. Ермаковъ.* Уравненія движенія планеты около солнца. *Проф. О. Д. Хвольсонъ.* Нормог абсолюті (Источникъ принципа относительности). *Проф. Н. Умовъ.* Возможный смыслъ теоріи квантъ. *Прив.-доц. И. Ю. Тимченко.* Демокритъ и Архимедъ. *Проф. Д. Синцовъ.* О конкурсныхъ экзаменахъ. Къ 25-лѣтію ихъ существованія). *Проф. В. А. Циммерманъ.* О перемѣстительномъ свойствѣ произведенія нѣсколькихъ сомножителей. *Проф. А. Л. Корольковъ.* Графическій примѣръ при изученіи системы линзъ. *В. А. Гернетъ.* Капиллярный анализъ. *Прив.-доц. Е. Л. Буницкій.* Къ теоріи maximum'a и minimum'a функции одного переменнаго. *Прив.-доц. Ю. Г. Рабиновичъ.* О наибольшихъ величинахъ въ геометріи.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ: Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіяся, выписывающіе журналъ непосредственно изъ конторы редакціи, платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Тарифъ для объявленій: за страницу 30 руб.; при печатаніи не менѣе 3 разъ —10% скидка, 6 разъ—20%, 12 разъ—30%.

Журналъ за прошлые годы по 2 руб. 50 коп., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 руб. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 к.

Адр. для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.