XLVII Сем. № 10

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 562.

Математика и теорія познанія.

Ф. Энрикеса.

I. ВВЕДЕНІЕ.

Чтобы освѣтить взаимоотношенія математики и теоріи познанія, я намѣренъ вкратцѣ, въ самыхъ общихъ чертахъ, описать развитіе проблемъ, относящихся къ этой области умозрѣнія и изслѣдованія. Этотъ бѣглый синтетическій обзоръ исторіи философіи имѣетъ, кромѣ того, цѣлью показать, что философскія ученія должны разсматриваться непремѣнно въ связи съ той научной почвой, на которой они зародились: только такимъ путемъ можно выработать правильный взглядъ на исторію философіи, какъ на выраженіе всѣхъ теченій мысли и всѣхъ направленій изслѣдованія, опредѣляющихъ прогрессъ культуры. Такое пониманіе діаметрально противоположно гегелевской традиціи о „внутренней діалектикѣ"; какъ извѣстно, эта концепція, отчасти удержавшаяся въ философіи еще понынѣ, стремится объяснить послѣдовательную смѣну разсматриваемыхъ философскихъ системъ сообразно съ нѣкоторымъ абстрактнымъ допущеніемъ.

Полемическое значеніе такой постановки изложенія тѣмъ выше, что исторія, которую мы желаемъ сейчасъ воспроизвести, составляетъ существенную часть исторіи идеализма до XIX-го вѣка: отношеніе къ математикѣ проливаетъ яркій свѣтъ на темныя формулы греческаго идеализма, которыя только при этомъ сопоставленіи и могутъ быть поняты въ ихъ истинномъ значеніи.

II. Пиѳагорейское ученіе о времени и пространствѣ и критика элеатовъ.

Прежде всего мы должны установить слѣдующее основное положеніе: въ греческомъ мірѣ начало теоріи познанія связано съ развитіемъ геометріи, какъ раціональной науки.

Это развитіе обыкновенно связываютъ съ именемъ Пиѳагора, которому традиція приписываетъ открытіе двухъ знаменитыхъ теоремъ: о зависимости между квадратами сторонъ прямоугольнаго треугольника и о несоизмѣримости стороны квадрата съ его діагональю. Эта послѣдняя теорема, очевидно выходящая за предѣлы всякаго опыта, позволяетъ, повидимому, думать, что пиѳагорейцы дошли до совершенно раціональной концепціи геометріи. Однако, критика Поля Таннери*) доказала противоположный взглядъ.

Какъ это ни странно, открытіе несоизмѣримости между стороной и діагональю квадрата для пиѳагорейцевъ осталось изолированнымъ фактомъ, который не могъ быть согласованъ съ основными взглядами школы и потому причинялъ немалыя затрудненія. Считая это открытіе скандальнымъ исключеніемъ и сохраняя его поэтому въ тайнѣ, пиѳагорейцы старались болѣе или менѣе добросовѣстно защищать свои доктрины, которымъ грозила опасность.

Ихъ ученіе въ основныхъ чертахъ сводилось къ теоріи отношеній, въ основаніи которой лежалъ своего рода атомистическій взглядъ на пространство и время; благодаря этому становилось возможнымъ точное примѣненіе ариѳметики для сравненія фигуръ. Пиѳагорейцы разсматривали точку, какъ элементарную и недѣлимую частицу, которая порождаетъ линію, поверхность и тѣло; такимъ образомъ, они не пошли дальше эмпирической концепціи протяженной матеріи. Если мы отвлечемся отъ мистическихъ примѣсей въ представленіяхъ пиѳагорейцевъ, то ихъ утвержденіе: „вещи суть числа" означаетъ лишь, что фигуры представляютъ собою „совокупности точекъ", при чемъ точка разсматривается, какъ единица, имѣющая положеніе.

Противъ атомистическаго ученія о пространствѣ и аналогичной концепціи о времени, какъ „совокупности моментовъ" направили свою критику элеаты, главнымъ образомъ Зенонъ въ своихъ „доказательствахъ" (*λόγοι*). Приведемъ лишь первые два доказательства:

1) Точка не можетъ перемѣститься изъ одного положенія A въ другое положеніе B, потому что она должна сперва достигнуть середины отрѣзка AB и т. д.

2) Быстроногій Ахиллъ не можетъ догнать черепахи, находящейся на нѣкоторомъ разстояніи впереди, потому что Ахиллъ сперва

*) P. Tannery, Pour l'histoire de la science hellène, Paris, F. Alcan, 1887.

долженъ дойти до того мѣста, гдѣ черепаха находилась въ началѣ, а тѣмъ временемъ черепаха отойдетъ дальше, и это будетъ продолжаться безъ конца. Предположимъ, напримѣръ, что черепаха находилась на разстоянiи 100 *м.* отъ Ахилла, и что скорость послѣдняго въ 10 разъ превышаетъ скорость черепахи. Когда Ахиллъ пройдетъ 100 *м.*, которые отдѣляютъ его отъ черепахи, послѣдняя сдѣлаетъ 10 *м.*, и пока Ахиллъ пройдетъ эти 10 *м.*, черепаха пройдетъ 1 *м.* и т. д. Такимъ образомъ Ахиллъ никогда не догонитъ черепахи.

Противъ этого можно возразить, что рядъ пространствъ или временъ въ этихъ двухъ доказательствахъ составляетъ соотвѣтственно безконечную убывающую геометрическую прогрессiю

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots,$$

или

$$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \cdots;$$

какъ могъ Зенонъ предполагать, что сумма достаточно большого числа членовъ подобнаго ряда должна превышать сколь угодно большую величину?

Это можно объяснить лишь, допустивъ гипотезу пиѳагорейцевъ, что существуетъ минимальный промежутокъ пространства или времени, т. е. элементарный моментъ, такъ что сумма безчисленнаго множества моментовъ должна быть безконечно велика.

Такимъ именно образомъ „доказательства“ Зенона представляютъ собою приведенiе къ нелѣпости положенiя пиѳагорейцевъ. Основываясь на изученiи текстовъ, въ особенности Аристотеля, Таннери доказалъ, что таковъ и есть истинный смыслъ „доказательствъ“, и опровергнулъ такимъ путемъ толкованiе неокантiанской школы, согласно которой Зенонъ желалъ будто бы доказать, что въ дѣйствительности безконечная дѣлимость пространства невозможна.

III. Развитiе геометрiи, какъ рацiональной науки.

Критика элеатовъ имѣла въ греческомъ научномъ мiрѣ полный успѣхъ. Съ ней возникла рацiональная концепцiя пространства и времени, какъ непрерывныхъ многообразiй. Одновременно съ этимъ исчезло предубѣжденiе противъ несоизмѣримыхъ величинъ, и были открыты и классифицированы новыя иррацiональныя отношенiя (Ѳеатетъ), а Евдоксъ Книдскiй основалъ геометрическую теорiю пропорцiй, составляющую содержанiе пятой книги „Началъ“ Евклида*)

Важное значенiе этихъ ученiй для теорiи познанiя состоитъ въ томъ, что возведенное такимъ способомъ зданiе представлялось побѣдой

*) Ср. Paul Tannery. „La Géométrie grecque“. Paris, Gauthier—Villars, 1887.

разума: чистая мысль оказалась въ состоянiи открыть за предѣлами чувственнаго опыта проникнутый гармонiей мiръ логической истины.

Такое именно впечатлѣнiе должна была производить новая геометрiя на мыслителей той эпохи, въ осебнности на Платона. Этотъ послѣднiй былъ горячимъ приверженцемъ ученiя о несоизмѣримыхъ величинахъ, и въ своихъ дiалогахъ онъ неоднократно указываетъ читателямъ на геометрiю, какъ на предметъ достойный удивленiя и философскаго размышленiя*). Не будетъ преувеличенiемъ утверждать, что развитiе геометрiи въ высокой степени способствовало пробужденiю спекулятивнаго духа въ творцѣ ученiя объ „идеяхъ", укрѣпивъ въ немъ вѣру въ универсальное научное построенiе, основанное всецѣло на разумѣ. Простота и гармонiя геометрическихъ истинъ въ связи съ религiозными и эстетическими мотивами придали метафизикѣ этого мыслителя отличающiй ее характеръ.

IV. Теорiя „идей" Платона.

Въ самомъ дѣлѣ, теорiя идей Платона можетъ быть понята только въ связи съ ея отношенiемъ къ математикѣ.

По ходячимъ представленiямъ идеи или виды ($\varepsilon\tilde{\iota}\delta\eta$)—это абстракцiи, имѣющiя реальное существованiе въ „занебесной" сферѣ. На ряду съ обыкновенными лошадьми, людьми, бѣлыми предметами, которые воспринимаются нашими чувствами, какъ конкретные объекты, по ту сторону ихъ существуютъ (трансцендентно или имманентно) человѣкъ въ себѣ, лошадь въ себѣ, бѣлизна въ себѣ, при чемъ каждый предметъ причастенъ къ своей идеѣ, которая недѣлимой пребываетъ въ немъ и ему подобныхъ, какъ „единое во многомъ". Къ этому добавляютъ, что для Платона истинное существованiе имѣютъ только „идеи", потому что только онѣ неразрушимы и вѣчны, тогда какъ потокъ чувственной дѣйствительности являетъ описанную Гераклитомъ картину непрерывнаго разрушенiя.

Если мы будемъ буквально толковать метафизическiй языкъ Платона, то у насъ получится болѣе чѣмъ странное представленiе о теорiи идей, и мы повредимъ репутацiи ихъ творца. Въ самомъ дѣлѣ, какой самостоятельно мыслящiй человѣкъ можетъ съ уваженiемъ отнестись къ такому заблужденiю, къ такой безсмыслицѣ? Развѣ то, что теперь всему мiру кажется неразумнымъ, перестаетъ быть таковымъ и становится вдругъ продуктомъ высшей мудрости, какъ скоро рѣчь заходитъ о мыслителѣ эпохи Перикла? Затрудненiе возрастаетъ, если вспомнить, что реализму Платона предшествовалъ номинализмъ.

Что же въ самомъ дѣлѣ имѣлъ въ виду Платонъ, утверждая реальность идей? Въ чемъ заключается содержанiе и значенiе подобной метафизики?

Мы получимъ удовлетворительное объясненiе, если сравнимъ идеи Платона съ математическими формами. Дѣйствительно, мысль

*) См., напримѣръ, Республика, VII и Менонъ, XVI—XIX.

о реальности идей получила бы ясное и разумное содержаніе, если бы мы могли сказать, что онѣ существуютъ въ такомъ же смыслѣ, въ какомъ мы въ природѣ находимъ математическія формы и соотношенія. Но такому пониманію препятствуетъ, повидимому, не только традиціонное толкованіе, идущее отъ Аристотеля (Met. A. 6), но также и одно часто цитируемое мѣсто изъ Республики (533, B. C.), гдѣ самъ Платонъ утверждаетъ, что геометрія представляетъ собою нѣчто промежуточное между идеями и чувственными вещами, и устанавливаетъ различіе между *διάνοια* (мысль математика) и *νοῦς* (разумъ діалектики).

Это препятствіе побѣждено благодаря тонкому анализу Г. Мильо*), доказавшему, въ частности, что въ указанномъ отрывкѣ Платонъ разсматриваетъ геометрію и сопровождающія ее науки, какъ искусства (*τέχναι*), а не какъ чистую науку (*μαθήματα*), такъ что его мысль сводится къ слѣдующему: изученіе геометрическихъ фигуръ приводитъ духъ къ тому, чтобы разсматривать за этими фигурами отвлеченныя формы чистой науки, къ которымъ мы приходимъ посредствомъ процесса идеализаціи (*διάνοια*).

Доказательство Мильо, подкрѣпленное самымъ внимательнымъ изученіемъ текстовъ, не оставляетъ сомнѣній, что Платонъ, дѣйствительно, въ математическихъ формахъ видѣлъ типъ своихъ идей. Чтобы вполнѣ правильно понять мысль Платона, необходимо еще принять во вниманіе историческую связь между аѳинскимъ философомъ и критикой софистовъ. Вспомнимъ, что эти послѣдніе разъединили, какъ несовмѣстимые, два основныхъ элемента, которые наивнымъ мышленіемъ считаются условіями, опредѣляющими „реальность“:

1. реальное есть чувственное;

2. реальное умопостигаемо, т. е. можетъ мыслиться безъ противорѣчія.

Критика софистовъ, въ особенности разсужденія Протагора, обнаружила, что, взявъ въ качествѣ объектовъ мышленія чувственные предметы, мы неизбѣжно натолкнемся на противорѣчіе; напримѣръ, мы пришли бы къ доказательству, что двѣ вещи, равныя третьей, не равны между собой.

Такимъ образомъ, греческая мысль въ опредѣленіи понятія реальнаго оказалась вынужденной поступиться либо признакомъ чувственности, либо же признакомъ умопостигаемости. Философы—математики, какъ Демокритъ и Платонъ, отдали предпочтеніе второму признаку, избравъ такимъ образомъ выходъ, противоположный эмпиризму.

Платонъ въ діалогѣ „Софистъ“ (244 A. 247. E.) явственно указываетъ, что для него существованіе идей не означаетъ чувственной реальности, а есть лишь возможность или способность (*δύναμις*) по отношенію къ мысли; что слова его имѣютъ лишь переносный

---

*) G. Milhaud, „Les philosophes géomètres de la Grèce“. Paris, Alcan, 1909.

смыслъ, видно также изъ различныхъ сопоставленій въ діалогѣ „Парменидъ“ (131. Ср. Аристотель, „Метафизика“, I, 7. XII, 5).

Джіованни Вайлати*), основываясь главнымъ образомъ на только что цитированныхъ мѣстахъ, разработалъ толкованіе Платонова ученія, обнаруживающее его логико-инструментальный характеръ. На нашъ взглядъ въ этой интерпретаціи воззрѣнія Платона слишкомъ тѣсно сближены съ руководящими концепціями современной науки, и недостаточно приняты во вниманіе характерныя различія между ними. Кромѣ того, Вайлати слишкомъ уже насилуетъ реалистическій духъ Платона, разсматривая его „идеи“ съ прагматистической точки зрѣнія, какъ произвольныя построенія, созданныя мыслью философа. Этому рѣзко противорѣчитъ явственное утвержденіе Платона въ „Парменидѣ“ (132, B. D.), что идеи существуютъ не только въ духѣ, но и въ природѣ.

Несмотря на эти оговорки, критика Вайлати, на ряду съ взглядомъ Мильо, заслуживаетъ вниманія, какъ раціональная попытка придать ученію Платона пріемлемый смыслъ.

Мы, съ своей стороны, старались, идя по слѣдамъ названныхъ философовъ, глубже истолковать Платоновскую мысль путемъ изученія подлинниковъ**) и научно-культурныхъ условій, среди которыхъ родилась метафизика Платона. Особенное же вниманіе мы удѣлили примѣрамъ теоріи идей или приложеніямъ ея къ классификаціи живыхъ существъ въ произведеніяхъ Спезиппа***).

Въ результатѣ мы находимъ возможнымъ представить взгляды Платона въ свободномъ синтетическомъ изложеніи слѣдующимъ образомъ.

Въ своемъ ученіи объ идеяхъ Платонъ выражаетъ концепцію или, если угодно, идеалъ науки. Этотъ идеалъ предполагаетъ существованіе естественной классификаціи (καθ᾽ εἴδη) чувственныхъ объектовъ, удовлетворяющей слѣдущимъ условіямъ:

1. Каждый объектъ принадлежитъ къ одному опредѣленному виду, каждый видъ — къ одному виду высшаго порядка, и т. д., такъ что вся классификація остается подчиненной одному единственному принципу.

2. Каждому виду соотвѣтствуетъ однозначно типъ или модель, т. е. простое и совершенное понятіе, въ которомъ случайные и перемѣнные признаки конкретнаго объекта отражаются посредствомъ строго опредѣленныхъ отношеній. Простѣйшимъ примѣромъ могутъ служить виды минераловъ: формамъ кубическихъ кристалловъ соотвѣт-

*) G. Vailati, La teoria del definire e del classificare in Platone e i rapporti colla teoria delle Idee“, „Rivista filosofica“, 1906. Oeuvres, стр. 673 678.

**) Главнымъ образомъ діалоговъ: „Феететъ„, „Республика“, „Софистъ“, „Парменидъ“, „Филебъ“.

***) Ср. Mullach, „Fragm. philos. graecorum“, III, 209.

ствуетъ опредѣленная математическая форма, а именно кубъ, идея котораго вызывается въ насъ видомъ этихъ кристалловъ въ отличіе отъ всѣхъ другихъ правильныхъ пэліодрическихъ формъ.

3. Низшіе виды выводятся изъ высшихъ, при чемъ соотвѣтственныя идеи выводятся посредствомъ примѣненія къ логически возможнымъ случаямъ метода альтернативы. Это — типъ дедуктивной классификаціи (какая можетъ примѣняться въ математикѣ): исходятъ изъ общаго понятія, изъ него выводятъ два подчиненныхъ, и т. д.

4. Система идей достигаетъ своей кульминаціонной точки въ верховной идеѣ блага или порядка вселенной, и изъ нея выводятся всѣ идеи, соотвѣтствующія дѣйствительно существующимъ видамъ. Такимъ образомъ, верховная идея служитъ критеріемъ для отличія реальнаго отъ логически возможнаго, и совершенно сходна съ принципомъ достаточнаго основанія Лейбница. Подобно этому принципу она въ состояніи удовлетворить одновременно эстетическія, нравственныя и религіозныя требованія, которыми она вдохновляется, такъ что наука, построенная по плану Платона, соотвѣтствовала бы лучшему изъ возможныхъ міровъ. Чтобы дать понятіе о значеніи этого критерія для цѣлей руководимаго имъ научнаго построенія, можно въ видѣ примѣра показать, какъ путемъ дедукціи выводятся кристаллическія формы минераловъ при предположніи, что природа a priori ставитъ извѣстныя условія симметріи.

Такова схема Платоновой науки; сообразно съ общими признаками всякой метафизики, она представляется гипотетическимъ распространеніемъ на универсальную дѣйствительность теоріи, которая можетъ дать, такъ сказать, рамку или логическую классификацію опредѣленной группы объектовъ, а именно геометрическія формы.

V. Формы Аристотеля.

Такимъ образомъ, ученіе Платона объ идеяхъ оказывается первой грандіозной попыткой обнять міръ чувственныхъ вещей въ математической модели по образцу геометріи, которую авторъ имѣлъ передъ своими глазами. Эта схема науки въ то же время создавала картину раціональной дѣйствительности, которая отличалась абсолютной устойчивостью и совершеннымъ порядкомъ, представляя опору посреди безпорядка и случайности конкретнаго міра; это была система инваріантовъ, возвышавшаяся въ потокѣ окружающихъ насъ вещей.

Но подобный статическій инваріантъ долженъ былъ оказаться въ прямомъ противорѣчіи съ опытомъ. Понятно, что такой мыслитель, какъ Аристотель, ближе знакомый съ міромъ естественныхъ наукъ, нашелъ въ ней непреодолимое затрудненіе *).

*) Хотя въ „Федонѣ“ встрѣчается намекъ на идею, какъ на причину измѣненія, Аристотель былъ вполнѣ правъ, когда указывалъ, что Платоновская идея не можетъ быть причиной измѣненія.

Этимъ объясняется попытка примирить раціональную точку зрѣнія Платоновскаго ученія и ея статическую концепцію съ присущимъ жизни фактомъ развитія.

Удалась ли Аристотелю эта попытка примиренія?

Чуждый духу своего учителя, онъ не поколебался пожертвовать тѣмъ, что дѣлало гипотезу Платона плодотворной, — возможностью дедуцировать идеи въ діалектической системѣ, что равносильно математическому пониманію міра. Вмѣстѣ съ діалектикой Аристотель отвергъ реальность родовъ, или видовъ высшаго порядка. Но, удержавъ реальное значеніе за естественной классификаціей и концепціей статическаго инваріанта, Аристотель не сумѣлъ, однако, ни преодолѣть дѣйствительно затрудненіе, вызванное идеализмомъ Платона, ни подняться выше этой концепціи*). „Формы" Аристотеля представляютъ собою не что иное, какъ идеи Платона, въ которыхъ усиленъ телеологическій характеръ: типъ вида (напримѣръ, анатомическій типъ зрѣлаго животнаго) разсматривается, какъ причина, благодаря которой образуется самый видъ. Такое иллюзорное и безплодное продолженіе философіи Платона явилось въ результатѣ эклектическаго компромиса между раціональными требованіями науки и конкретнымъ міромъ наблюденія и опыта.

Привычка къ фиктивнымъ объясненіямъ задержала развитіе науки, пока, наконецъ, формы и качества перипатетиковъ не пали подъ ударами критики Возрожденія и были позже похоронены, напутствуемые насмѣшками Мольера: „Quare opium facit dormire? — Quia habet virtutem dormitivam". (Почему опій усыпляетъ? Потому что онъ имѣетъ способность усыплять).

VI. Возрожденіе и Галилеева концепція науки.

Въ борьбѣ противъ словесныхъ объясненій схоластики въ эпоху Возрожденія критика прибѣгнула къ помощи Платона: въ этомъ есть нѣчто парадоксальное, если вспомнить традиціонныя идеи о противоположности между номинализмомъ и реализмомъ.

Бэконъ, напримѣръ, утверждаетъ, что „въ природѣ, собственно говоря, существуютъ только индивидуальныя тѣла, которыя дѣйствуютъ посредствомъ чистыхъ и индивидуальныхъ актовъ" (Novum Organum, II. 2); но онъ тѣмъ не менѣе допускаетъ, что „Платонъ въ своей теоріи идей видѣлъ, что форма — истинный объектъ науки" (De Dign. et Augm. Scient., III. 4). Научному изслѣдованію онъ ставитъ цѣлью реализовать качества или простыя „натуры" (плотный, разрѣженный, теплый, холодный, тяжелый ...), изъ соединенія которыхъ составляется все существующее, и такимъ путемъ надѣлять данное тѣло новой природой, или превращать его въ тѣло другого вида. Бэконъ пользуется сравненіемъ Платона (въ Ѳеатетѣ) между идеями и буквами алфавита, уподобляя научное изслѣдованіе стараніямъ того, кто учится разбирать написанное.

---

*) Ср. Ch. Werner, „Aristote et l'idéalisme platonicien", Paris, Alcan, 1910

Къ этому самому сравненію прибѣгнулъ также Галилей, который подставилъ на мѣсто идей элементарные законы физики и отъ Платоновскаго ученія объ идеяхъ перешелъ къ современному воззрѣнію на науку.

Въ математическомъ умѣ аѳинскаго философа Галилей усмотрѣлъ идеалъ математическаго пониманія міра, который составлялъ также идеалъ его собственной философіи. Воззрѣнія Платона потерпѣли измѣненіе лишь въ двухъ пунктахъ:

1. Не всѣ качества имѣютъ реальное существованіе. Галилей установилъ (въ Il Saggiatore) критически различіе между тѣми качествами, которыя впослѣдствіи Loккъ назвалъ первичными, и тѣми, которымъ онъ далъ названіе вторичныхъ качествъ. Реальны лишь первичныя качества, какъ фигура, величина, движеніе и т. д. Напротивъ, вторичныя качества лишены реальности, и суть лишь простыя субъективныя ощущенія: вкусъ, запахъ, цвѣтъ, теплота и т. д.

2. Галилей, какъ и Платонъ, полагаетъ, что наука должна отражать конкретную дѣйствительность въ раціональной модели, т. е. въ рядѣ инваріантовъ, связанныхъ между собой, какъ части логическаго организма понятій. Но Платонъ остановился на статическомъ типѣ инваріантовъ, подсказанный ему геометріей, тогда какъ Галилей вмѣсто этого предпочелъ динамическій инваріантъ, доставляемый механикой. Такимъ образомъ, наука по Галлилею тоже имѣетъ своимъ объектомъ фундаментальную классификацію; но это — не столько классификація отношеній сосуществованія, соотвѣтствующая систематикѣ естественныхъ наукъ, сколько классификація отношеній послѣдовательности, сведенныхъ къ элементарнымъ зависимостямъ между механическими причинами и дѣйствіями. Этотъ анализъ скоро привелъ къ плодотворному примѣненію математики для измѣренія и предсказанія физическихъ явленій.

VII. Метафизическій раціонализмъ Декарта и Лейбница.

Галилеева концепція науки соотвѣтствуетъ гносеологической теоріи, составляющей основаніе метафизическаго раціонализма Декарта и Лейбница.

Если не принимать во вниманіе чрезвычайной математической точности въ различеніи качествъ (первичныхъ), разсматриваемыхъ, какъ реальныя, то Декартова реальность не отличается отъ той, которую положилъ въ основу міра явленій самъ Галилей. Хотя Галилей, какъ физикъ, ввелъ экспериментальный методъ, однако, его концепція науки не перестаетъ быть раціональной: опытъ въ глазахъ Галилея является испытаніемъ, при которомъ природа, будучи спрошена, даетъ не такой отвѣтъ, какой можно предвидѣть a priori на основаніи разума. Въ этомъ отношеніи характерно разсужденіе, въ которомъ Галилей доказываетъ ложность Аристотелевыхъ законовъ о паденіи тяжелыхъ тѣлъ, — законовъ, согласно которымъ скорость паденія должна быть зависима отъ вѣса.

Однако, при переходѣ отъ раціонализма Галилея къ раціонализму Декарта и Лейбница, то, что у Галилея являлось лишь функціей метода, свойственнаго физикѣ, пріобрѣтаетъ значеніе универсальной системы: какъ въ Платоновской идеологіи, концепціи науки снова становится метафизикой. Это развитіе можно объяснить внутренними требованіями Галилеевой мысли слѣдующимъ образомъ.

Если физика или механика можетъ быть построена въ видѣ системы дедуктивной науки, то сейчасъ же возникаетъ задача критической оцѣнки принциповъ: нужно прежде всего установить, откуда эти принципы почерпаются и въ какой степени они могутъ быть основаны на разумѣ. Декартъ и Лейбницъ желаютъ, подобно Платону, чтобы дедуктивная система была совершенной, чтобы она приводилась къ одному единственному принципу. Посредствомъ онтологическаго доказательства бытія Бога Декартъ стремится удовлетворить этому требованію метафизическаго раціонализма и установить исходную точку для раціональнаго развитія науки. Лейбницъ же, продолжая критику вопроса о построеніи науки, призналъ необходимымъ доказать логическую возможность понятій, и думалъ, что это возможно свести къ анализу простыхъ идей*); съ другой стороны, онъ постулируетъ критерій, позволяющій различать реальное отъ возможнаго. Этотъ критерій есть не что иное, какъ принципъ достаточнаго основанія, сводящійся въ главныхъ чертахъ къ слѣдующему: если предположимъ, что геометрически воспроизведены причины и дѣйствія, то опредѣленіе причинной связи можетъ быть выведено изъ однозначности причиннаго соотношенія, связывающаго дѣйствія съ причинами.

Съ другой стороны, подобно идеѣ блага въ системѣ Платона, принципъ достаточнаго основанія сообщаетъ метафизикѣ Лейбница ея характерное религіозное значеніе, такъ какъ онъ выражаетъ оптимистическую вѣру, подкрѣпляемую глубокимъ стремленіемъ человѣческаго сердца, всякій разъ, какъ мысль пытается успокоиться на созерцаніи законченной картины, обнимающей совокупность всей дѣйствительности.

VIII. Критика познанія.

Въ то время какъ мысль Галилея выростала въ великолѣпное зданіе метафизическаго раціонализма, она по другому пути привела къ высшему результату новой науки. Рѣчь идетъ о механикѣ Ньютона, въ которой руководящій критерій раціонализма вступилъ нѣкоторымъ образомъ въ компромисъ съ опытомъ: организмъ науки принялъ въ себя элементъ (тяготѣніе), который не подлежитъ дальнѣйшему объясненію.

Въ то же время подъ небомъ Англіи въ эпоху отъ Локка до Беркли и Юма, выросла и созрѣла та критика познанія, которая

*) Ср. „Meditationes de cogitatione, veritate et ideès. édit". Erdmann, стр. 79.

составляетъ наиболѣе прочный монументъ философской мысли новаго времени.

Беркли нанесъ ударъ основному понятію реальности по Галилею и Декарту. Беркли исходитъ изъ теоріи зрѣнія и стремится свести первичныя качества къ вторичнымъ, доказывая, что идея пространства заключаетъ въ себѣ сумму предвидѣній, относящихся къ ощущеніямъ усилія, къ мышечнымъ приспобленіямъ и т. д. Такимъ образомъ въ окончательномъ анализѣ исчезъ объективный метафизическій фундаментъ, — субстанція міра, которая мыслилась, какъ объектъ научной конструкціи.

IX. Кантъ и новая постановка проблемъ познанія.

Однако, критика принциповъ, которая въ лицѣ Юма достигла своего кульминаціоннаго пункта, какъ бы остановилась на постулатахъ наивнаго знанія, не проанализировавъ въ достаточной степени дѣйствительныхъ завоеваній, которыя тѣмъ временемъ были сдѣланы наукой, въ особенности физико-математическими отраслями. Въ этомъ смыслѣ мѣсто Кантовской критики въ исторіи характеризуется тѣмъ, что Кантъ заново выдвинулъ проблемы познанія въ примѣненіи къ развившейся наукѣ, модель которой онъ нашелъ въ системѣ Ньютона. Кантъ желалъ въ этой общей области гносеологіи доставить господство идеѣ, которая можетъ быть иллюстрирована помощью сравненія съ Риманомъ: этотъ послѣдній черезъ полвѣка послѣ Канта осуществилъ ту же идею на частномъ примѣрѣ, критически выяснивъ принципы геометріи въ свѣтѣ послѣднихъ завоеваній этой науки. Для философіи Кантовская программа въ сейчасъ указанномъ смыслѣ остается пріобрѣтеніемъ непреходящей цѣнности.

Нужно, къ сожалѣнію, признать, что самому автору программы не удалось возвыситься до яснаго и точнаго пониманія тѣхъ требованій, которыя изъ нея вытекали. Изслѣдователю предстоитъ еще выяснить, не обусловливалось ли это недостаточной научной подготовкой и въ какой степени.

Какъ бы тамъ ни было, Кантъ разсматриваетъ, какъ данное Ньютоновой науки, развитую a priori раціональную геометрію и механику. Понявъ, что дѣло заключается здѣсь не въ чисто логическихъ или аналитическихъ сужденіяхъ, но въ синтетическихъ, Кантъ подвергнулъ изслѣдованію проблемму объ основахъ этихъ синтетическихъ сужденій a priori.

Извѣстно, къ какому выводу онъ пришелъ: пространство и время представляютъ собой не метафизическую реальность, но чистыя интуиціи мысли, или формы, которыя нашъ умъ прилагаетъ къ даннымъ чувственнаго опыта, когда онъ строитъ изъ нихъ картину. Кантъ сходится съ Беркли въ критикѣ, направленной противъ реальности первичныхъ качествъ. Но у англійскаго философа, сводящаго первичныя качества къ вторичнымъ, критика носитъ эмпирическій характеръ, тогда какъ Кантъ обратилъ значеніе самаго различія, признавъ въ первичныхъ качествахъ болѣе глубокую субъективность, а именно, продуктъ психической организаціи человѣка. Таковъ смыслъ „Коперниковской“ революціи, произведенной Кантомъ въ теоріи познанія. Отсюда возникъ трансцендентальный идеализмъ, который, идя различными путями, стремится занять въ философіи позицію, аналогичную Берклеевской. Однако, Кантъ позади вторичныхъ количествъ удержалъ пустой фантомъ абсолютно трансцендентнаго — а именно, нумены, съ которыми раздѣлалась послѣ-кантовская критика, главнымъ образомъ въ лицѣ Соломона Маймона.

X. Послѣ-кантовская критика и два основныхъ направленія современной мысли.

Послѣ Маймоновской критики и психологической интерпретаціи Кантовскихъ теорій, выполненной Фризомъ, программа Канта могла бы пойти путемъ положительнаго развитія. Но, какъ извѣстно, романтическое движеніе, явившееся выраженіемъ глубокихъ социально-политическихъ теченій, насильно отклонила въ сторону философскую мысль, которая, повидимому, уступила напору торжествующей антинаучной реакціи. Но и здѣсь тоже является вопросъ: насколько отвѣтственность за это падаетъ на самого Канта, и въ какой мѣрѣ его лучшіе истолкователи были подготовлены къ правильной разработкѣ проблемъ научнаго познанія при столь мощномъ развитіи науки?

Не случайно программа, которую мы въ указанномъ выше смыслѣ можемъ назвать Кантовской, имѣла послѣдствіемъ успѣхи чрезвычайной важности и весьма прочныя завоеванія въ тѣхъ областяхъ, гдѣ работали наиболѣе сознательные изслѣдователи научнаго метода, — а именно, въ философіи частныхъ наукъ. Во всякомъ случаѣ, отнынѣ эти пріобрѣтенія, въ особенности критика, относящаяся къ началамъ математики, составляетъ необходимую основу для всякаго, кто пожелалъ бы добросовѣстно заняться общими проблемами теоріи познанія.

Великій результатъ математической критики, — построеніе неевклидовской геометріи, — пролилъ яркій свѣтъ на Кантовскую проблему и внесъ въ нее поправку. Этотъ результатъ доказалъ, въ самомъ дѣлѣ, что въ наши сужденія о пространствѣ входитъ нѣкоторый эмпирическій элементъ, и навелъ на мысль подвергнуть анализу тѣ формы интуиціи, которыя Кантъ признаетъ необъяснимымъ продуктомъ дѣятельности нашего ума. Исходя отсюда, Риманъ и Гельмгольцъ естественнымъ образомъ пришли къ концепціи, сходной съ Берклеевской и приводящей первичныя качества къ вторичнымъ. Но лишь въ наши дни проблема о генезисѣ геометрическихъ понятій выступила во всей своей сложности; впрочемъ, этимъ не исключается стремленіе удержать на ряду съ эмпиричискимъ элементами еще и нѣкоторый апріорный элементъ дѣятельности нашего ума.

Въ настоящее время въ теоріи познанія господствуютъ двѣ концепціи или два теченія, которыя связаны съ новѣйшими успѣхами, достигнутыми критиками началъ математики: я говорю о такъ называемыхъ логическомъ и психологическомъ направленіяхъ.

Успѣхи критики привели, прежде всего, къ болѣе глубокому пониманію логическихъ соотношеній и процессовъ. Отъ схоластической логики мы ушли настолько далеко, что вся трансцендентальная аналитика Канта, даже если бы ее освободили отъ темныхъ мѣстъ, которыми она изобилуетъ, должна быть передѣлана совершенно заново. Эти же логическія изслѣдованія привели также къ одному вліятельному теченію современной философіи — прагматизму. Въ самомъ дѣлѣ, прагматизмъ, признающій въ научныхъ построеніяхъ существованіе условнаго элемента, можно считать слѣдствіемъ открытія, что данныя опыта, по существу имѣющія лишь характеръ приближенія, не могутъ опредѣлять понятій раціональной науки, и оставляютъ, слѣдовательно, мѣсто для произвольнаго выбора при опредѣленіи постулатовъ. Въ видѣ примѣра, укажемъ въ области математической критики замѣчанія Клейна относительно опредѣленія понятія кривой. Съ этой точки зрѣнія прагматизмъ соотвѣтствуетъ, слѣдовательно, исключительно логическому пониманію процессовъ научной мысли, и содержитъ несомнѣнно зерно истины, несмотря на то, что крайнее и наиболѣе популярное крыло прагматизма стремится использовать эту истину въ цѣляхъ антинаучной реакціи, руководимой импульсами чувства.

Наряду съ охарактеризованнымъ выше логическимъ теченіемъ мы должны отмѣтить психологическое, которое въ извѣстномъ смыслѣ противоположно предыдущему и, по нашему мнѣнію, обѣщаетъ дать болѣе адэкватную концепцію научнаго развитія. Оно ставитъ себѣ задачей анализировать образованіе понятій и установленіе постулатовъ науки, разсматривая не только логическое значеніе данныхъ опыта, но также и то, какъ они представляются и приводятся въ порядокъ въ умѣ, сообразно особымъ законамъ. Въ области пространственныхъ понятій эти изысканія примыкаютъ къ самымъ возвышеннымъ отраслямъ современной геометріи. Задача о генезисѣ этихъ понятій можетъ быть удовлетворительно разрѣшена*), если для объясненія геометрической интуиціи принять въ качествѣ a priori данной единицы законы ассоціаціи мысли и принципы логики, которымъ они подчинены. При такомъ пониманія интуиціи дѣятельность человѣческаго ума отражала бы въ ней, какъ это думалъ также Кантъ, структуру своего собственнаго творческаго начала. Но эта структура открывалась бы намъ черезъ простѣйшие законы логики, разсматриваемые, какъ основные законы ассоціаціи опытныхъ данныхъ, а не въ фантастическомъ мірѣ, который согласно доктринѣ (логистической), создался какимъ то чудомъ подобно Минервѣ, вышедшей во всеоружіи изъ головы Юпитера.

XI. Заключеніе.

Какъ бы мы ни судили о наиболѣе опредѣленныхъ концепціяхъ, относящихся къ проблемамъ познанія, — изложеннаго достаточно, чтобы заключить, что постановка этихъ проблемъ въ настоящее время, какъ и въ прошломъ, тѣсно связана съ прогрессомъ математики. Въ

*) См. мою книгу „Проблемы науки", гл. IV.

этомъ отношенiи перемѣна сравнительно съ прошлымъ заключается лишь въ томъ, что матерiалъ чрезвычайно разросся количественно и увеличилась сложность и трудность тѣхъ математическихъ проблемъ, въ которыхъ долженъ разобраться философъ, чтобы сколько-нибудь продуктивно работать въ области вопросовъ познанiя. Нужно, впрочемъ, замѣтить, что это требованiе всегда оставалось въ силѣ; такъ, напримѣръ, пониманiе ученiя о несоизмѣримыхъ, которое вдохновляло Платона, еще и по сiю пору требуетъ глубокаго математическаго воспитанiя.

Именно воспитанiя, а не только образованiя. Философъ, не воспитавшiй въ себѣ научнаго духа углубленiемъ въ какую нибудь спецiальную отрасль изысканiя, совершенно не въ правѣ претендовать на научность. Тотъ, кто лишь пассивно усвоилъ результаты, полученные другими, и не знаетъ какой цѣной они добыты, со своей безпочвенной, мнимой критикой будетъ являть лишь смѣшное зрѣлище. Это мы и видимъ въ наши дни на примѣрѣ тѣхъ позитивистовъ безъ научной базы, которые взамѣнъ священныхъ книгъ состряпали свою собственную библiю изъ текстовъ ученыхъ и псевдоученыхъ.

Внутренней несостоятельностью этого позитивизма отчасти оправдывается современная реакцiя противъ научной философiи, стремящаяся отуманить нашу мысль порожденiями романтики.

Но когда этотъ туманъ разсѣется и трудная научно-критическая работа очиститъ и повыситъ философское сознанiе, тогда для всѣхъ станетъ яснымъ, что философъ долженъ снова стать твердо на почву науки, какъ въ великiя творческiя эпохи мысли. Философскiя школы будущаго несомнѣнно усвоятъ себѣ девизъ, который былъ начертанъ на воротахъ Платоновской академiи: *μηδεὶς ἀγεωμέγρητος εἰσίτο τὴν στεγήν μου*: пусть не входитъ подъ этотъ кровъ, кто не искусился въ геометрiи!

Отвѣтъ на замѣтку г. Лямина

Въ № 554 «Вѣстника» помѣщено письмо г. Лямина по поводу моей рецензiи въ № 539 «Вѣстника», содержащей разборъ его брошюры «Разложенiе алгебраическихъ выраженiй на множителей» (и брошюры г. Адамовича, касающейся того же вопроса).

Не считая возможнымъ отвѣчать на ту часть письма, которая касается меня лично и моихъ прiемовъ критики, я выскажусь здѣсь относительно вопросовъ педагогическаго характера, упоминаемыхъ въ письмѣ г. Лямина.

1) Въ своей рецензiи я выразилъ мысль, что отдѣлъ разложенiя на множителей самъ по себѣ не имѣетъ никакого образовательнаго значенiя и необходимъ въ курсѣ алгебры лишь постольку, поскольку въ дальнѣйшемъ

учащимся придется примѣнять его при дѣйствіяхъ надъ простѣйшими дробями и при рѣшеній уравненій. Г. Ляминъ возражаетъ противъ этого такъ: «Наоборотъ — это первый отдѣлъ, при изученіи котораго учащіеся могутъ усвоить все предыдущее на практическихъ примѣрахъ». Но во первыхъ, этотъ аргументъ только подтверждаетъ мою мысль, такъ какъ выходитъ, что роль отдѣла о разложеніи на множителей — чисто служебная: давать матеріалъ для повторенія предыдущаго курса алгебраическихъ преобразованій. Во вторыхъ, повтореніе предыдущаго курса имѣетъ мѣсто, конечно, и при изученій дѣйствій (напримѣръ, при дѣленіи многочленовъ повторяется умноженіе и вычитаніе), а, главнымъ образомъ, должно вестись при рѣшеніи подходящихъ уравненій и задачъ; для этого, конечно, курсъ алгебры долженъ быть такъ перестроенъ, чтобы преобразованія изучались параллельно съ рѣшеніемъ уравненій (подобно тому, какъ и въ ариѳметикѣ дѣйствія надъ числами изучаются параллельно съ рѣшеніемъ подходящихъ задачъ).

2) Далѣе я писалъ въ рецензіи, что существенно необходимыми въ курсѣ являются лишь два метода разложенія на множителей: выводъ за скобку общаго множителя всѣхъ членовъ многочлена, и приведеніе даннаго выраженія къ виду одной изъ простѣйшихъ формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія; при этомъ я указалъ, что въ виду простоты этихъ методовъ нѣтъ надобности въ отдѣльной теоріи разложенія на множителей.

Г. Ляминъ возражаетъ на это прежде всего, что для учащихся данные методы не такъ ужъ просты (особенно въ примѣненіи ихъ къ многочисленнымъ выраженіямъ: «съ особеннымъ трудомъ учащіеся воспринимаютъ методъ примѣненія формулъ сокращеннаго умноженія и дѣленія даже на такихъ простыхъ примѣрахъ, каковы: $(x+y)^2-z^2$», и т. д. Но этотъ вопросъ предусмотрѣнъ въ моей рецензіи; тамъ сказано: «практическое изученіе ихъ (т. е. упомянутыхъ двухъ методовъ) должно облегчаться цѣлесообразнымъ, систематическимъ подборомъ упражненій въ задачникахъ; упражненія эти должны быть подобны тѣмъ преобразованіямъ, съ которыми учащимся дѣйствительно придется имѣть дѣло въ дальнѣйшемъ курсѣ алгебры».

Далѣе г. Ляминъ находитъ, что безъ метода группировки членовъ никакъ нельзя обойтись: «какъ же тогда проходить хотя бы разложенія трехчлена второй степени на множителей въ отдѣлѣ квадратныхъ уравненій? Не дѣлать ли этотъ выводъ приведеніемъ трехчлена къ виду разности квадратовъ?»

Да, именно приведеніемъ къ виду разности квадратовъ. Этотъ способъ можетъ найти себѣ примѣненіе уже при первомъ знакомствѣ съ квадратными уравненіями (при рѣшеніи простѣйшихъ уравненій безъ помощи общихъ формулъ); здѣсь придется имѣть дѣло съ уравненіями вродѣ $x^2-9=0$, $x^2+2x-24=0$, $x^2+3x-40=0$, лѣвая часть которыхъ легко приводится къ виду разности квадратовъ. Далѣе, тотъ же способъ съ удобствомъ примѣняется и къ разложенію общаго трехчлена ax^2+bx+c, по выводѣ за скобку коэффиціента a. Замѣчу, что такое мое мнѣніе не составляетъ новости въ учебной литературѣ; напримѣръ, въ алгебрѣ Бореля именно такимъ путемъ разлагается на множителей трехчленъ ax^2+bx+c (съ цѣлью изслѣдованія его измѣненій въ зависимости отъ значеній x); а еще 15 лѣтъ тому назадъ мнѣ пришлось слышать аналогичное мнѣніе проф. В. П. Ермакова, который полагалъ, что данный методъ не только наиболѣе цѣлесообразенъ въ примѣненіи къ квадратному трехчлену, но весьма пригоденъ и въ дальнѣйшемъ, именно въ курсѣ аналитической геометріи.

Выходитъ, что г. Ляминъ не опровергъ ни одного изъ моихъ замѣчаній, а если такъ, то кто же изъ насъ двухъ нарушаетъ «двѣнадцатую заповѣдь»?

К. Лебединцевъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Борьба съ перегрѣваніемъ жидкостей. Интересные факты сообщаетъ М. Вревскій въ своей диссертаціи „О составѣ и упругости пара растворовъ“ относительно явленія перегрѣванія жидкостей и борьбы съ нимъ. Въ изслѣдованіяхъ М. Вревскаго ему приходилось испарять растворы подъ уменьшеннымъ давленіемъ. При этомъ вскорѣ послѣ окончанія разрѣженія начинало обнаруживаться перегрѣваніе. Попытки устранить перегрѣваніе обычными въ химической практикѣ средствами — стеклянными бусами, гранатами и т. д. не привели къ желательному результату. Точно такъ же и накаливаніе токомъ платиновой проволоки, погруженной въ жидкость, оказалось во многихъ случаяхъ безуспѣшнымъ. Иногда токъ можно было усиливать до краснаго каленія проволоки, даже до ея перегоранія, и безуспѣшно.

Продолжая изыскивать способы борьбы съ перегрѣваніемъ М. Вревскій воспользовался наблюденіями Жернэ надъ свойствами перегрѣтыхъ жидкостей. Жернэ нашелъ, что при введеніи въ перегрѣтую жидкость пузырька воздуха кипѣніе возобновляется и протекаетъ нормально въ теченіе продолжительнаго промежутка времени: 1 *кб. мл.* воздуха поддерживалъ въ его опытахъ кипѣніе въ теченіе 24 часовъ. Но при условіяхъ работы М. Вревскаго и это средство оказалось недѣйствительнымъ при продолжительномъ кипѣніи раствора дѣйствіе пузырька постепенно ослабѣвало и кипѣніе вновь прекращалось.

Дальнѣйшіе опыты М. Вревскаго привели его къ видоизмѣненію метода Жернэ, оказавшемуся вполнѣ пригоднымъ для борьбы съ перегрѣваніемъ. Выработанный М. Вревскимъ способъ заключается въ слѣдующемъ: пузырекъ воздуха помѣщается не въ неподвижный открытый снизу резервуаръ, какъ у Жернэ, но въ полость вращающагося колокола, снабженнаго отверстіями въ стѣнкѣ. При вращеніи колокола воздухъ вырывается изъ отверстій струйками пузырьковъ, поддерживающихъ кипѣніе въ теченіе неопредѣленно долгаго времени.

Новые планетоиды, открытые отъ 1909 до 1911 г. *). Отъ 1906 до 1908 г. были открыты 4 маленькія планеты: 588 Ахиллесъ, 617 Патроклъ, 624 Гекторъ и 659 Несторъ; всѣ эти планеты имѣютъ такой же періодъ обращенія вокругъ солнца и находятся на такомъ же отъ него разстояніи, какъ Юпитеръ. Это обстоятельство такъ же, какъ въ свое время открытіе Эроса, снова возбудило интересъ къ планетоидамъ; вниманіе изслѣдователей стали привлекать и болѣе слабыя свѣтила этого рода, такъ какъ среди нихъ можно надѣяться найти очень далекія отъ насъ, а потому особенно цѣнныя для теоріи, тѣла солнечной системы. Тщательныя наблюденія, произведенныя главнымъ образомъ І. Пализою (І. Palisa) въ Вѣнѣ, доставили матеріалъ для вычисленія траекторій цѣлаго ряда новыхъ планетъ, открытыхъ послѣ 1908 г.

---

*) Краткій рефератъ статьи проф. А. Бербериха въ журналѣ „Naturwiss. Rundschau“. 1, 1912.

Но такому тщательному изслѣдованію были подвергнуты далеко не всѣ новыя планеты, найденныя на фотографическихъ снимкахъ, сдѣланныхъ съ цѣлью отыскать старыя планеты. Всѣхъ вновь открытыхъ за указанный періодъ планетъ около 300; имъ даны временныя обозначенія отъ 1908 *BM* до 1911 *NY*. Нѣкоторыя новыя планеты были найдены также при внимательномъ изученіи старыхъ снимковъ. Такъ, напримѣръ, Меткальe, разсматривая старыя пластинки 1907 г., послужившія къ открытію планеты 1907 $AN = 651$ нашелъ на нихъ нѣсколько незамѣченныхъ раньше планетъ, которымъ онъ далъ наименованія 1907 *ANa* до *ANk*.

Изъ планетоидовъ, которые сначала были приняты за вновь открытые, нѣкоторые, какъ и всегда, при болѣе близкомъ изслѣдованіи оказались старыми, открытыми уже раньше: они появились настолько далеко отъ предвычисленнаго мѣста, что могли быть опознаны только послѣ тщательнаго новаго опредѣленія траекторіи. Институтъ для астрономическихъ вычисленій въ Берлинѣ по инициативѣ новаго директора Ф. Кона принялъ мѣры къ тому, чтобы избѣжать на будущее время такихъ отступленій отъ предвычисленныхъ данныхъ, которыя затрудняютъ или даже дѣлаютъ совершенно невозможнымъ опознаніе старыхъ планетоидовъ. Хотя болѣе точнымъ опредѣленіемъ элементовъ пути и усовершенствованіемъ математическихъ пріемовъ кое что, можно надѣяться, и будетъ достигнуто въ этомъ направленіи, но совершенно избѣжать болѣе или менѣе крупныхъ „ошибокъ" врядъ ли удастся: дѣло въ томъ, что вслѣдствіе многообразныхъ возмущеній элементы пути планетоидовъ подвержены постояннымъ измѣненіямъ — иногда довольно значительнымъ — предвидѣть которыя, однако, весьма трудно. Вычисленіе же всѣхъ возмущеній, которымъ подвергаются планетоиды, требовало бы слишкомъ много времени и средствъ. Можетъ быть, въ будущемъ удастся выработать для этой цѣли сокращенные пріемы вычисленій; сдѣланныя въ этомъ направленіи до сихъ поръ попытки еще не испытаны на практикѣ.

Такъ какъ для большей части новыхъ планетоидовъ траекторій, за неимѣніемъ достаточнаго числа наблюденій, опредѣлить не удалось, то ихъ слѣдуетъ считать „потерянными". Тѣмъ не менѣе отыскиваніе при помощи фотографіи новыхъ планетоидовъ не является дѣломъ безполезнымъ: въ послѣдніе годы все чаще и чаще въ новыхъ планетоидахъ послѣ вычисленія ихъ пути удается узнавать свѣтила, открытыя въ прежніе годы, но затѣмъ „потерянныя". Благодаря этому мы узнаемъ далекія другъ отъ друга точки пути этихъ свѣтилъ, и такимъ образомъ увеличивается точность опредѣленія ихъ траекторіи.

Въ высшей степени поучительною въ этомъ отношеніи является исторія планеты 699 (1910 *KD*). Она была открыта Гельфрихомъ (Helfrich) въ Гейдельбергѣ на фотографическомъ снимкѣ отъ 5-го іюня 1910 г. Послѣ этого она еще одинъ разъ (9-го іюня) наблюдалась Гельфрихомъ и 4 раза (въ концѣ іюня и началѣ іюля того же года) Пализою въ Вѣнѣ. Но эти близкія другъ къ другу наблюденія были недостаточны для вычисленія эллиптической траекторіи свѣтила, и оно несомнѣнно было бы „потеряно", если бы не одна счастливая случайность: нѣкоторыя особенности движенія этой планеты дали поводъ заподозрить, не тождественна ли она съ открытою въ 1902 г. Вольфомъ планетою 1902 *Ka*, которая ни разу послѣ этого не наблюдалась и считалась потерянною. И дѣйствительно, произведенныя вычисленія съ несомнѣнностью подтвердили тождественность этихъ двухъ планетоидовъ. Между прочимъ пришлось принять во вниманіе и возмущенія, которыя претерпѣлъ этотъ планетоидъ при своемъ прохожденіи въ 1908 г. мимо Юпитера. Полтора года понадобилось планетоиду, чтобы передвинуться относительно Юпитера на 20° долготы (по геліоцентрическому счету): въ октябрѣ 1907 г. *KD* находился на 10° западнѣе Юпитера, въ маѣ 1908 г они поравнялись, и въ апрѣлѣ 1909 г. *KD* опередилъ Юпитеръ лишь на 10° За все это время разстояніе двухъ свѣтилъ другъ отъ друга оставалось равнымъ приблизительно діаметру земной орбиты. Такое сильное дѣйствіе Юпитера на планету *KD* объясняется тѣмъ, что послѣдняя во время прохожденія мимо Юпитера находилась какъ разъ вблизи своего афелія и поэтому собственное ея движеніе было весьма медленное.

Планета KD, послѣ вычисленія ея траекторіи, оказалась весьма интересною еще во многихъ другихъ отношеніяхъ. Главныя оси ея траекторіи (эллипса) имѣютъ почти то же самое направленіе, какъ оси планеты Марсъ: положеніе ихъ у первой равно 153° (малая ось) и 333° геліоцентрической долготы, а у второй 154° и 334°. Поэтому, хотя перигелій KD (1,536 радіусовъ земной орбиты) ближе къ солнцу, чѣмъ афелій Марса (1,606 радіусовъ земной орбиты), траекторія первой нигдѣ не пересѣкаетъ траекторію второй. Планета 1910 KD обладаетъ, послѣ Эроса, самымъ малымъ изъ всѣхъ планетоидовъ разстояніемъ перигелія отъ солнца; періодъ обращенія ея $=4{,}206$ годамъ. Но интереснѣе всего это огромный эксцентрицитетъ этой планеты $=0{,}4124$; этотъ эксцентрицитетъ уже близко подходитъ къ эксцентрицету кометъ и даже превосходитъ эксцентрицитетъ двухъ изъ нихъ: у кометы Галлея при послѣднемъ ея появленіи въ 1909 г. $e=0{,}4122$, а у кометы Телепеля I послѣ возмущенія ея движенія Юпитеромъ $e=0{,}402$. Такимъ образомъ 1910 KD представляеъ собою, собственно говоря, нѣчто среднее между планетою и кометою.

М. Я.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента Е. Л. Буницкаго.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

ОТДѢЛЪ I.

№ 33 (6 сер). Найти предѣлъ выраженія

$$\left(\frac{\sin\dfrac{a}{n}}{\sin\dfrac{a}{n+1}}-1\right)n$$

при $n=\infty$.

Я. Назаревскій (Харьковъ).

№ 34 (6 сер.). Доказать справедливость тожествъ

$$\frac{h_1^2}{h_2 h_3}+\frac{h_2^2}{h_3 h_1}+\frac{h_3^2}{h_1 h_2}=\frac{bc}{a^2}+\frac{ca}{b^2}+\frac{ab}{c^2},$$

$$abc:(a+b+c)^3=r^3:h_1\,h_2\,h_3,$$

гдѣ h_1, h_2, h_3 высоты, a, b, c стороны и r — радіусъ круга вписаннаго для нѣкотораго треугольника.

(Заимств.).

№ 35 (6 сер.). Доказать, что число $a^4 + b^4$ не дѣлится на простое число вида $4n+1$, если a и b суть числа взаимно простыя, а n — нечетное число.

Н. Лисенковъ (Козловъ).

№ 36 (6 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^3\sqrt{2} - x^2 - 2x\sqrt{18} - 6 = 0.$$

Я. Назаревскій (Харьковъ).

ОТДѢЛЪ II.

Задачи на изслѣдованіе хода и свойствъ функцій.

№ 14) Данъ трехгранный уголъ $Oxyz$, каждый изъ плоскихъ угловъ котораго равенъ 60^0. Возьмемъ на ребрахъ Ox, Oy, Oz соотвѣтственно точки A, B, C, обозначимъ отрѣзки OA, OB, OC соотвѣтственно черезъ a, b, c и разсмотримъ тетраэдръ $OABC$.

1^0. Вычислить въ функціи a разстояніе точки A отъ плоскости yOz.

2^0. Вычислить въ функціи a, b, c отрѣзки BC, CA, AB и показать, что для того, чтобы уголъ BAC былъ прямой, необходимо и достаточно, чтобы a, b, c были связаны соотношеніемъ

$$bc - a(b+c) + 2a^2 = 0.$$

3^0. Полагая $b+c=p$ и уголъ BAC равнымъ 90^0, найти въ функціи a и p выраженіе для объема тетраэдра $OABC$. Изучить измѣненіе этого объема при измѣненіи a отъ O до $p/2$ при условіи, что p остается постояннымъ и уголъ BAC прямымъ, и построить кривую измѣненій.

4^0. При условіи, что уголъ BAC остается прямымъ, вычислить по данному a и по данной суммѣ $b+c=p$ отрѣзки b и c. При какомъ условіи получаются ддя b и c положительныя значенія? Показать, что при наличности этого условія одно изъ чиселъ b, c меньше a, а другое больше $2a$.

Р. Витвинскій (Тирасполь).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 458 (5 сер.). *При какихъ значеніяхъ* $\mathfrak{a}$ *и* $\mathfrak{b}$ *многочленъ*

$$\mathfrak{x}^4 + \mathfrak{a}\mathfrak{x}^3 + \mathfrak{b}\mathfrak{x}^2 - 8\mathfrak{x} + 1$$

обращается въ точный квадратъ?

Если многочленъ $x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 1$ есть точный квадратъ, т. е. квадратъ другого цѣлаго многочлена, то онъ долженъ тожественно равняться квадрату такого цѣлаго многочлена, высшій членъ котораго есть ариѳметическій корень изъ x^4, т. е. x^2. Такимъ образомъ для того, чтобы разсматриваемый многочленъ былъ точный квадратъ, необходимо и достаточно выполненіе тожества:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 - 8x + 1 = (x^2 + \alpha x + \beta)^2 = x^4 + 2\alpha x^3 + 2(\beta + \alpha^2)x^2 + 2\alpha\beta x + \beta^2,$$

въ которомъ α и β суть нѣкоторые постоянные коэффиціенты. Тожество (1) равносильно условіямъ:

$$\beta^2 = 1, \tag{2}$$

$$2\alpha\beta = -8, \tag{3}$$

$$2(\beta + \alpha^2) = b, \tag{4}$$

$$2\alpha = a. \tag{5}$$

Изъ равенства (2) имѣемъ $\beta = \pm 1$. Подставивъ эти значенія β въ равенство (2), получимъ изъ равенства (3) соотвѣтственно $\alpha = \mp 4$, откуда [см. (4), (5)] $a = -8$, $b = 18$, или $a = 8$, $b = 14$; итакъ, разсматриваемый многочленъ можетъ имѣть одинъ изъ видовъ:

$$x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 8x + 1, \quad x^4 + 8x^3 + 14x^2 - 8x + 1,$$

обращаясь соотвѣтственно въ квадраты многочленовъ

$$x^2 - 4x + 1, \quad x^2 + 4x - 1.$$

А. Ющенко (Чита); *Ш. Дволайцкій* (Митава); *М. Пистракъ* (Лодзь). *П. Тикуновъ* (Козловъ); *О. Вольбергъ* (Череповецъ).

№ 459 (5 сер.). *Данъ предѣлъ отношенія* A *числа всѣхъ дѣлителей числа* N^{3m} *къ числу всѣхъ дѣлителей числа* N^m, *гдѣ* N *есть нѣкоторое постоянное число, при безконечномъ возрастаніи цѣлаго положительнаго показателя* m. *Опредѣлить число различныхъ простыхъ сомножителей, входящихъ въ разложеніе числа* N.

Пусть разложеніе числа N на простые множители выражается формулой

$$N = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_n^{a_n},$$

гдѣ $p_1, p_2, \ldots, p_n$ суть простыя, а $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — цѣлыя положительныя числа. Такъ какъ

$$N^m = p_1^{ma_1} p_2^{ma_2} \ldots p_n^{ma_n}, \quad N^{3m} = p_1^{3ma_1} p_2^{3ma_2} \ldots p_n^{3ma_n},$$

то число N^{3m}, согласно съ извѣстной формулой, имѣетъ дѣлителей,

$$(3ma_1 + 1)(3ma_2 + 1) \ldots (3ma_n + 1)$$

дѣлителей, а число N^m

$$(ma_1 + 1)(ma_2 + 1) \cdots (ma_n + 1)$$

дѣлителей. Слѣдовательно, отношеніе чиселъ дѣлителей чиселъ N^{3m} и N^m выражается дробью

$$\frac{3ma_1 + 1}{ma_1 + 1} \cdot \frac{3ma_2 + 1}{ma_2 + 1} \cdots \frac{3ma_n + 1}{ma_n + 1} = \frac{3 + \dfrac{1}{ma_1}}{1 + \dfrac{1}{ma_1}} \cdot \frac{3 + \dfrac{1}{ma_2}}{1 + \dfrac{1}{ma_2}} \cdots \frac{3 + \dfrac{1}{ma_n}}{1 + \dfrac{1}{ma_n}}.$$

а предѣлъ этого отношенія равенъ выраженію

$$\lim_{m=\infty} \frac{3+\frac{1}{ma_1}}{1+\frac{1}{ma_1}} \cdot \frac{3+\frac{1}{ma_2}}{1+\frac{1}{ma_2}} \cdots \frac{3+\frac{1}{ma_n}}{1+\frac{1}{ma_n}} =$$

$$= \lim_{m=\infty} \frac{3+\frac{1}{ma_1}}{1+\frac{1}{ma_1}} \cdot \lim_{m=\infty} \frac{3+\frac{1}{ma_2}}{1+\frac{1}{ma_2}} \cdots \lim_{m=\infty} \frac{3+\frac{1}{ma_n}}{1+\frac{1}{ma_n}} = 3 \,.\, 3 \ldots 3 = 3^n.$$

По условію задачи $3^n = A$, откуда $n = \lg_3 A$. Итакъ, искомое число простыхъ множителей, входящихъ въ составъ числа N, равно $\lg_3 A$.

А. Ющенко (Чита); *В. Рутковскій* (Одесса); *М. Пистракъ* (Лодзь); *П. Тикуновъ* (Козловъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ).

№ 460 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$x^2 - 20x - (6x - 15)\sqrt[3]{x^2} + 3(5x - 2)\sqrt[3]{x} + 1 = 0.$$

Данное уравненіе можно записать въ видѣ:

$$x^2 - 6x\sqrt[3]{x^2} + 15x\sqrt[3]{x} - 20x + 15\sqrt[3]{x^2} - 6\sqrt[3]{x} + 1 = 0,$$

или

$$(\sqrt[3]{x} - 6)^6 = 0,$$

откуда

$$\sqrt[3]{x} = 1, \quad x = 1.$$

О. Вольбергъ (Череповецъ); *В. Димитріевъ* (Моршанскъ); *А. Ющенко* (Чита); *Ш. Дволайцкій* (Митава); *М. Пистракъ* (Лодзь); *П. Тикуновъ* (Козловъ); *Л. Марголисъ* (Петербургъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ)

№ 462 (5 сер. *Доказать справедливость тожества*

$$\frac{r_b + r_c}{a} + \frac{r_c + r_a}{b} + \frac{r_a + r_b}{c} = \frac{p}{r},$$

гдѣ a, b, c, r, r_a, r_b, r_c, p *суть соотвѣтственно стороны, радіусы круговъ вписаннаго и внѣвписанныхъ и полупериметръ нѣкотораго треугольника.*

Пусть s — площадь треугольника. Тогда

$$r_b + r_c = \frac{s}{p-b} + \frac{s}{p-c} = \frac{s(2p-b-c)}{(p-b)(p-c)} = \frac{as}{(p-b)(p-c)} = \frac{as^2}{s(p-b)(p-c)} =$$

$$= \frac{ap(p-a)(p-b)(p-c)}{s(p-b)(p-c)} = \frac{ap(p-a)}{s},$$

откуда

$$\frac{r_b + r_c}{a} = \frac{p(p-a)}{s}, \tag{1}$$

и подобнымъ же окразомъ получимъ:

$$\frac{r_c + r_a}{b} = \frac{p(p-b)}{s}, \tag{2}$$

$$\frac{r_a + r_b}{c} = \frac{p(p-c)}{s}. \tag{3}$$

Сложивъ равенства (1), (2), (3), имѣемъ:

$$\frac{r_b + r_c}{a} + \frac{r_c + r_a}{b} + \frac{r_a + r_b}{c} = \frac{p(p-a) + p(p-b) + p(p-c)}{s} =$$

$$= \frac{p}{s}(p - a + p - b + p - c) = \frac{p}{s}(3p - 2p) = \frac{p^2}{s} = \frac{p^2}{pr} = \frac{p}{r}.$$

Л. Марголисъ (Петербургъ); *С. Розенблатъ* (Армавиръ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *В. Моргулевъ* (Одесса); *Г. Варкентинъ* (Одесса); *П. Тикуновъ* (Козловъ).

№ 465 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\sin(x + 3a) = 3\sin(a - x).$$

Представивъ уравненіе послѣдовательно въ видѣ:

$$\sin x \cos 3a + \cos x \sin 3a = 3\sin a \cos x - 3\cos a \sin x,$$

$$\sin x(\cos 3a + 3\cos a) = \cos x(3\sin a - \sin 3a),$$

$$\frac{\sin x}{\cos x}(\cos 3a + 3\cos a) = \operatorname{tg} x(\cos 3a + 3\cos a) = (3\sin a - \sin 3a)$$

и рѣшая его относительно $\operatorname{tg} x$, получимъ:

$$\operatorname{tg} x = \frac{3\sin a - \sin 3a}{\cos 3a + 3\cos a}.$$

Пользуясь извѣстными формулам:

$$\sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a, \quad \cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a,$$

находимъ:

$$\operatorname{tg} x = \frac{3\sin a - 3\sin a + 4\sin^3 a}{\cos 3a + 4\cos^3 a - 3\cos a} = \frac{\sin^3 a}{\cos^3 a} = \operatorname{tg}^3 a,$$

откуда $x = \operatorname{arctg} \operatorname{tg}^3 a$, или $x = \beta + k\pi$, гдѣ β есть наименьшій уголъ, удовлетворяющій равенству $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}^3 a$.

В. Рутковскій (Одесса); *П. Тикуновъ* (Козловъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *М. Пистракъ* (Лодзь); *С. Θ.* (Очаковъ).

№ 470 (5 сер.). *Доказать, что при любыхъ цѣлыхъ значеніяхъ* x *и* y *числа*

$$(x + y)(x + 2y)(x + 3y)(x + 4y) + y^4$$

есть точный квадратъ.

Раскрывая скобки и дѣлая приведеніе находимъ:

$$(x+y)(x+2y)(x+3y)(x+4y)+y^4 = x^4+10x^3y+35x^2y^2+50xy^3+25y^4 =$$

$$= x^4+10x^3y+25x^2y^2+10x^2y^2+50xy^3+25y^4 = (x^2+5xy)^2+2(x^2+5xy)5y^2+25y^4 =$$

$$= (x^2+5xy+5y^2)^2.$$

Такъ какъ x и y цѣлыя числа, то разсматриваемое выраженіе есть точный квадратъ.

П. Тикуновъ (Козловъ); *Г. Варкентинъ* Одесса).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника", подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

Успѣхи химіи. Сборникъ статей о важнѣйшихъ изслѣдованіяхъ послѣдняго времени въ общедоступномъ изложеніи. Съ 4 рис. и 13 портретами. Изд. „Mathesis". Одесса, 1912. Стр. VII + 240. Ц. 1 р. 50 к.

М. Г. Центнершверъ, докторъ философіи, преподаватель Рижскаго Политехническаго Института. *Очерки по исторіи химіи.* Популярно-научныя лекціи Изданіе „Mathesis". Одесса, 1912. Стр. XV + 319. Ц. 2 р. 20 к.

П. Свѣшниковъ. *Извлеченіе квадратныхъ и кубическихъ корней изъ чиселъ и рѣшеніе квадратныхъ и кубическихъ уравненій при помощи послѣдовательныхъ вычитаній.* Уфа, 1912. Стр. 15. Ц. 40 к.

С. Адамовичъ. *Самоучитель по алгебрѣ.* Теорія и задачи. Выпускъ I. Стр. 68. Ц. 40 к.

П. А. Зажаевъ. *Элементы тригонометріи.* Для городскихъ по положенію 1872 года училищъ и учительскихъ семинарій. Екатеринодаръ, 1912. Стр. 30 и 4 таблицы. Ц. 25 к. (Литогр.).

Новыя идеи въ химіи. Непе已ріодическое изданіе, выходящее подъ редакціей профессора С.-Петербургскаго Университета. Л. А. Чугаева. Сборникъ № 1. Стереохимія. Химическая механика. Растворы. Изданіе книгоиздательства „Образованіе". СПБ., 1912. Стр. IV + 158. Ц. 80 к.

Естествознаніе въ школѣ. Неперіодическое изданіе, выходящее подъ общей редакціей профессора В. А. Вагнера и Б. Е. Райкова. Сборникъ № 1. Изданіе книгоиздательства „Образованіе". СПБ., 1912. Стр. II + 170. Ц. 80 к.

П. А. Долгушинъ, руководитель на курсахъ по подготовкѣ преподавателей при Кіевскомъ Учебномъ Округѣ. *Систематическій курсъ геометріи* для среднихъ учебныхъ заведеній. Съ 306 чертежами въ текстѣ и 240 упражненіями. Издательство учебниковъ „Сотрудникъ". Петербургъ — Кіевъ, 1912. Стр. VIII + 247. Ц. 1 р.

Библiотека И. Горбунова-Посадова. № 172. **Томъ-Титъ.** *Научныя забавы.* Физика въ опытахъ, фокусахъ и забавахъ. Переводъ съ французскаго. Со множествомъ рисунковъ. Выпускъ первый. Стр. 104. Ц. 65 к. — № 231. **Отто Робертъ.** *Какъ самому устроить стереоскопъ.* Переводъ съ нѣмецкаго А. и Ж. Караваевыхъ. Съ рисунками и съ приложенiемъ чертежей-выкроекъ. Стр. 14. Ц. 25 к. — № 249. **Ф. Коллинсъ.** *Какъ самому устроить маленькiй аэропланъ.* Съ англiйскаго обработали Л. и Ж. Караваевы. Со многими рисунками. Стр. 73. Ц. 45 к. — № 259. **Савиньи.** *Научныя развлеченiя.* Первоначальное знакомство съ физикой, химiей, физiологiей и математикой въ опытахъ и развлеченiяхъ. Съ французскаго обработалъ Алькоръ. Выпускъ первый: „Математическiя развлеченiя". Со множествомъ рисунковъ. Стр. 54. Ц. 30 к.

Библiотека новаго воспитанiя и образованiя подъ редакцiей И. Горбунова-Посадова. Выпускъ LXXIV. **Ж. Камескасъ.** *Какъ заниматься съ помощью ознакомителя съ математикой,* набора складныхъ кубиковъ, дающаго возможность легко примѣнять на практикѣ принципы, изложенные въ сочиненiи К. А. Лэзана „Новые пути ознакомленiя дѣтей съ математикой". Переводъ съ эсперанто А. Н. Шараповой. Съ 15 рисунками. Москва, 1912. Стр. 24. Ц. 15 к.

Деревенское хозяйство и крестьянская жизнь. Подъ редакцiей И. Горбунова-Посадова. Книга 98-ая. **В. Полуэктовъ.** *Луженiе, паянiе и покрыванiе металловъ (никкелированiе).* Съ краткими необходимыми свѣдѣнiями изъ физики и химiи. Съ рисунками. Изд. 2-ое. Москва, 1911. Стр. 111. Ц. 25 к.

Международный языкъ. Internacia lingvo. Выпускъ пятый. **Н. Кабановъ.** *Самый легкiй языкъ — эсперанто.* Самоучитель эсперантскаго языка для дѣтей, для юношества и для всѣхъ начинающихъ его изучать. Изданiе „Посредника". № 802. Москва, 1912. Стр. 63. Ц. 35 к.

Извѣстiя Императорской Академiи Наукъ.—1912. **С. Охлябининъ.** *Сравненiе англiйскихъ клѣтокъ (будокъ) различныхъ варiантовъ съ психрометромъ Асмана лѣтомъ 1911 г. въ Байрамъ-Али, Закаспiйской области.* С.-Петербургъ, 1912. Стр. 181 — 206.

Императорская Академiя Наукъ. *Извѣстiя постоянной центральной сейсмической Коммиссiи.* Томъ 4. Выпускъ III. С.-Петербургъ, 1912. Стр. 108.

Отчетъ Русскаго Общества Любителей Мiровѣдѣнiя за 1911 годъ. Съ приложенiемъ списка членовъ и каталога книгъ, имѣющихся въ библiотекѣ Общества. С.-Петербургъ, 1912.

Каталогъ астрономическихъ дiапозитивовъ. Изданiе Фотографической Коммиссiи Общества взаимопомощи студентовъ Московскаго Университета. Москва, 1912.

Свободное Воспитанiе. Ежемѣсячный журналъ для городскихъ и сельскихъ учителей и для родителей. Подъ редакцiей И. Горбунова-Посадова. Изданiе А. Н. Коншина. Подп. цѣна 3 руб. въ годъ. Годъ изданiя пятый.

Маякъ. Ежемѣсячный дѣтскiй иллюстрированный журналъ подъ редакцiей И. Горбунова-Посадова. Подп. цѣна 4 руб. въ годъ. Годъ изд. 4-ый.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.** Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографiя Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.