

№ 542.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

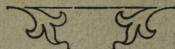
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLVI-го семестра № 2-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>



Книгоиздательство научных и популярно-научных сочинений из области физико-математических наукъ.

Одесса, Новосельская, 66.

Печатаются и готовятся къ печати:

АППЕЛЬ П. и ДОТЕВИЛЛЬ С. КУРСЪ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ. (Около 48 печатн. лист. въ двухъ выпускахъ). Пер. подъ ред. и съ прим. прив.-доц. *С. О. Шатуновскаго*.

Книга по содержащемуся въ ней материалу соответствуетъ университетскому курсу теоретической механики и представляетъ собой сокращенную переработку обширнаго трехтомнаго трактата П. АППЕЛЯ по теоретической механикѣ.

БОРЕЛЬ ШТЕККЕЛЬ. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА. Ч. II. ГЕОМЕТРИЯ. Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *В. Кагана*.

БАХМАНЪ, проф. ОСНОВЫ НОВѢЙШЕЙ ТЕОРИИ ЧИСЕЛЪ. Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *С. О. Шатуновскаго*.

КЛЕЙНЪ, проф. ЛЕКЦИИ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКѢ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ. Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *В. Кагана*.

АНДУАЙЕ, проф. КУРСЪ АСТРОНОМИИ. Пер. съ французскаго.

МОРЕНЪ, проф. ФИЗИЧЕСКІЯ СОСТОЯНІЯ ВЕЩЕСТВА. Пер. съ франц. подъ ред. проф. *Л. В. Писаржевскаго*.

ДЗЮБЕКЪ, проф. КУРСЪ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ. Въ 2 част. Пер. съ нѣм. подъ ред. преподавательницы *С.-П.-Б. высш. жен. курсовъ В. І. Шиффъ*.

КЛАРКЪ, А. ИСТОРИЯ АСТРОНОМИИ XIX СТОЛѢТІЯ. Пер. съ англ. подъ ред. прив.-доц. *С.-П.-Б. универ. В. Серафимова*.

ВЕРИГО, Б. Ф. проф. ОСНОВЫ ОБЩЕЙ БІОЛОГІИ. Около 40 печатныхъ листовъ, въ 2 томахъ.

ЛАГРАНЖЪ, Ж. ДОПОЛНЕНІЯ КЪ „ЭЛЕМЕНТАМЪ АЛГЕБРЫ“ ЭЙЛЕРА. Неопредѣленный анализъ. Переводъ съ франц. подъ редакц. прив.-доц. *С. Шатуновскаго*.

ЧЕЗАРО, Э. проф. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ УЧЕБНИКЪ АЛГЕБРАИЧЕСКАГО АНАЛИЗА и ИСЧИСЛЕНІЯ БЕЗКОНЕЧНОМАЛЫХЪ. Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. *С.-П.-Б. универ. К. Поссе*.

МИ, Р. проф. КУРСЪ ЭЛЕКТРИЧЕСТВА и МАГНЕТИЗМА. Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. *О. Хвольсона*.

ЛАДЕНБУРГЪ, А. проф. ЛЕКЦИИ ПО ИСТОРИИ ХИМІИ ОТЪ ЛАВУАЗЬЕ ДО НАШИХЪ ДНЕЙ. Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *Е. С. Ельчанинова*.

ЦЕНТНЕРШВЕРЪ, М. ОЧЕРКИ ИСТОРИИ ХИМІИ.

МОРГАНЪ, проф. ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМІЯ. Пер. съ нѣм.

МАЙКЕЛЬСОНЪ, проф. СВѢТОВЫЯ ВОЛНЫ и ИХЪ ПРИМѢНЕНІЯ. Пер. съ англ. подъ ред. проф. *О. Хвольсона*.

ШУЛЬЦЕ, д-ръ. ВЕЛИКІЕ ФИЗИКИ и ИХЪ ТВОРЕНІЯ. Пер. съ нѣмецкаго.

УСПѢХИ ХИМІИ. СБОРНИКЪ СТАТЕЙ. Вып. I.

УСПѢХИ БІОЛОГІИ. СБОРНИКЪ СТАТЕЙ. Вып. I.

Подробный каталогъ изданій высылается по требованію бесплатно.

Выписывающіе изъ главнаго склада „МАТЕЗИСЪ“ (Одесса, Новосельская, 66) на сумму 5 руб. и болѣе за пересылку не платятъ.

Вѣстникъ Опытной Физики

И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 542.

Содержаніе: Обь осяхъ инерціи въ твердомъ тѣлѣ. *Н. Васильева.* — Мѣсто солнца между звѣздами. *П. Пуизе.* (Окончаніе). — Новая серія книгъ по методикѣ точнаго знанія. *К. Л.* — Рѣшенія задачъ: №№ 315, 316, 317 и 318 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Обь осяхъ инерціи въ твердомъ тѣлѣ.

Н. Васильева.

Цѣль настоящей статьи показать при помощи элементарныхъ разсужденій, во-первыхъ, что существуетъ различіе между осями, около которыхъ можетъ вращаться твердое тѣло, во-вторыхъ, что черезъ всякую точку пространства проходятъ, по крайней мѣрѣ, три главныя оси инерціи, т. е. три такія оси, около которыхъ тѣло можетъ вращаться по инерціи, если упомянутая точка неизмѣнно съ нимъ связана.

§ 1. Различіе между осями, около которыхъ можетъ вращаться твердое тѣло.

Пусть твердое тѣло (рис. 1) вращается съ постоянной угловой скоростью ω вокругъ нѣкоторой оси, неизмѣнно связанной съ нимъ и укрѣпленной въ двухъ точкахъ A и B . Ось вращенія условимся называть осью z . Будемъ считать, что тѣло состоитъ изъ отдѣльныхъ частицъ массъ m_1, m_2, \dots

При вращеніи въ каждой частицѣ тѣла развивается центробѣжная сила, пересекающая ось вращенія и перпендикулярная къ ней.

Величина силы опредѣляется формулой

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r, \quad (1)$$

гдѣ m — масса точки, r — разстояніе ея отъ оси. Точку приложенія этой силы мы будемъ переносить на ось вращенія. Для удобства разсужденія проведемъ весьма близко другъ къ другу плоскости, перпендикулярныя къ оси вращенія. Тогда для частицъ, находящихся между двумя рядомъ лежащими плоскостями, центробѣжныя силы лежатъ въ одной плоскости и пересѣкаются на оси въ одной точкѣ. Складывая ихъ по правилу параллелограмма, мы получимъ результирующую, лежащую въ той же плоскости.

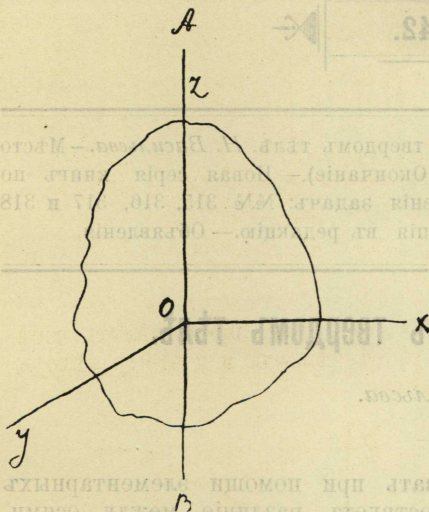


Рис. 1.

Поступая такъ съ центробѣжными силами каждаго плоскаго слоя частицъ, мы получимъ цѣлую систему такихъ результирующихъ, которыя, вообще говоря, будутъ направлены въ разные стороны, хотя всѣ перпендикулярны къ оси вращенія и пересѣкаютъ ее. Чтобы судить, какое дѣйствіе всѣ эти силы оказываютъ на ось вращенія, мы употребимъ приѣмъ разложенія силъ, который обыкновенно примѣняется въ механикѣ.

Черезъ произвольную точку O оси вращенія z проведемъ плоскость, къ ней перпендикулярную; въ этой плоскости выберемъ двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя, изъ которыхъ одну будемъ называть осью x -овъ, другую осью y -овъ. Черезъ точку пересѣченія каждой центробѣжной силы любой точки M съ осью вращенія z проведемъ прямыя, параллельныя осямъ x и y , и разложимъ каждую центробѣжную силу по этимъ двумъ направленіямъ. Обозначая результирующую силу черезъ F (рис. 2), а слагающія черезъ F_x и F_y , получимъ:

$$F_x = F \cos(F, F_x), \quad F_y = F \cos(F, F_y).$$

Если разстояніе точки M отъ оси z равно r , а проекція r на оси x и y равны соответственно x и y , то мы будемъ имѣть:

$$\cos(F, F_x) = \frac{x}{r}, \quad \cos(F, F_y) = \frac{y}{r}.$$

Принимая во вниманіе, что $F = m\omega^2 r$, получимъ:

$$F_x = m\omega^2 x, \quad F_y = m\omega^2 y.$$

Подобныя формулы получатся для каждой точки твердаго тѣла.

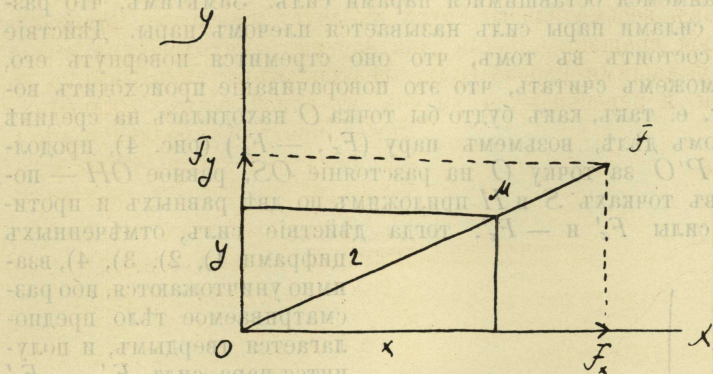


Рис. 2.

Замѣтимъ, что наблюдателя и оси x , y надо представлять себѣ увлекаемыми во время вращенія вмѣстѣ съ тѣломъ, и поэтому тѣло и оси наблюдателю кажутся неподвижными.

Теперь мы имѣемъ двѣ системы параллельныхъ силъ: одну въ плоскости осей x и z , другую въ плоскости осей y и z .

Займемся сначала силами въ плоскости zOx (рис. 3), точки приложенія которыхъ находятся на оси z въ точкахъ P', P'', P''', \dots . Приложимъ въ точкѣ O оси z по двѣ равныхъ и противоположно направленныхъ силы F_x' и $-F_x'$, F_x'' и $-F_x''$, F_x''' и $-F_x'''$ и т. д. Тогда каждую силу въ точкахъ P', P'', P''' и т. д. можно будетъ замѣнить силами $F_x', F_x'', F_x''' \dots$ въ точкѣ O и парами силъ F_x' и $-F_x'$ въ точкахъ O и P', F_x'' и $-F_x''$ въ точкахъ O и P'', F_x''' и $-F_x'''$ въ точкахъ O и P''' и т. д. Всѣ силы, приложенныя въ точкѣ O и направленные вдоль оси x , сложимъ; тогда получимъ сумму:

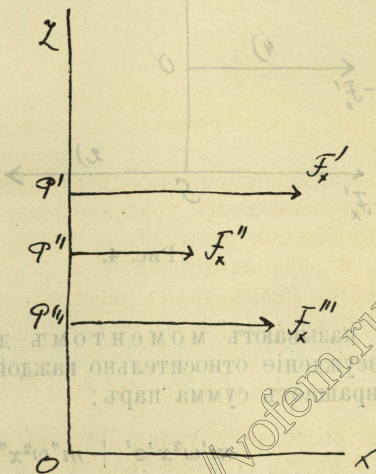


Рис. 3.

$$m' \omega^2 x' + m'' \omega^2 x'' + m''' \omega^2 x''' + \dots = \omega^2 (m' x' + m'' x'' + m''' x''' + \dots),$$

которую сокращенно обозначимъ черезъ

$$X = \omega^2 \Sigma mx,$$

гдѣ знакъ Σ обозначаетъ сумму.

Теперь займемся оставшимися парами силъ. Замѣтимъ, что разстояние между силами пары силъ называется плечомъ пары. Дѣйствіе пары на тѣло состоитъ въ томъ, что оно стремится повернуть его, при чемъ мы можемъ считать, что это поворачиваніе происходитъ вокругъ оси y , т. е. такъ, какъ будто бы точка O находилась на срединѣ плеча. Въ самомъ дѣлѣ, возьмемъ пару $(F'_x, -F'_x)$ (рис. 4), продолжимъ прямую $P'O$ за точку O на разстояние OS , равное OH — половинѣ $P'O$; въ точкахъ S и H приложимъ по двѣ равныхъ и противоположныхъ силы F'_x и $-F'_x$; тогда дѣйствіе силъ, отмѣченныхъ

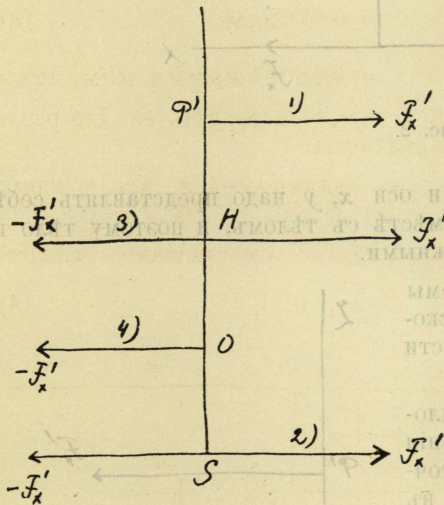


Рис. 4.

цифрами 1), 2), 3), 4), взаимно уничтожаются, ибо рассматриваемое тѣло предполагается твердымъ, и получится пара силъ $F'_x, -F'_x$ съ плечомъ HS , поворачивающая тѣло вокругъ точки O . Нетрудно сообразить, что дѣйствіе пары пропорціонально длинѣ плеча и величинѣ боковой силы; поэтому, если за единицу пары силъ принять пару, имѣющую плечо, равное линейной единицѣ, и боковую силу, равную силовой единицѣ, и если плечо нашей пары OP' обозначить буквой z , то величина пары $F'_x, -F'_x$ равна

$$F'_x \cdot z = m\omega^2 x \cdot z = m\omega^2 xz.$$

Ее называютъ моментомъ данной пары. Повторяя приведенное разсужденіе относительно каждой пары, мы получимъ, что вокругъ оси y вращаетъ сумма паръ:

$$\begin{aligned} & m'\omega^2 x'z' + m''\omega^2 x''z'' + m'''\omega^2 x'''z''' + \dots = \\ & = \omega^2 (m'x'z' + m''x''z'' + m'''x'''z''' + \dots) = \omega^2 \Sigma mxz = M, \end{aligned}$$

гдѣ знакъ Σ попрежнему обозначаетъ сумму, а M обозначаетъ результирующую пару или, точнѣе, моментъ результирующей пары силъ.

То же разсужденіе мы могли бы повторить относительно силъ, расположенныхъ въ плоскости yz , и получили бы результирующую силу и результирующую пару

$$Y = \omega^2 \Sigma t y, \quad L = -\omega^2 \Sigma t y z.$$

Сила Y дѣйствуетъ вдоль оси y , пара L поворачиваетъ тѣло вокругъ оси x . Знакъ минусъ показываетъ, что поворачиваніе вокругъ оси x происходитъ противъ движенія часовой стрѣлки, если поворачиваніе вокругъ оси y происходитъ по часовой стрѣлкѣ, или наоборотъ.

Теперь мы можемъ сказать, что ось вращенія подвергается въ точкѣ O дѣйствию силъ:

$$X = \omega^2 \Sigma t x, \quad Y = \omega^2 \Sigma t y \quad (2)$$

и дѣйствию паръ, моменты которыхъ суть:

$$L = -\omega^2 \Sigma t y z, \quad M = \omega^2 \Sigma t x z. \quad (3)$$

Выраженія $\Sigma t y z$ и $\Sigma t x z$ называютъ центробѣжными моментами.

Силы стремятся сдвинуть ось, а пары — повернуть ее. Для различныхъ осей вращенія эти дѣйствія различны.

Будемъ искать, нѣтъ ли въ тѣлѣ такихъ осей z , для которыхъ: 1) $X = 0, Y = 0$; 2) $L = 0, M = 0$; 3) $X = 0, Y = 0, L = 0, M = 0$.

Если $X = 0$ и $Y = 0$, то это равносильно существованію равенствъ:

$$\Sigma t x = 0, \quad \Sigma t y = 0. \quad (4)$$

Выяснимъ, на что указываютъ равенства (4). Въ силу соотношеній (4) выходитъ, что точка O не испытываетъ дѣйствія центробѣжныхъ силъ.

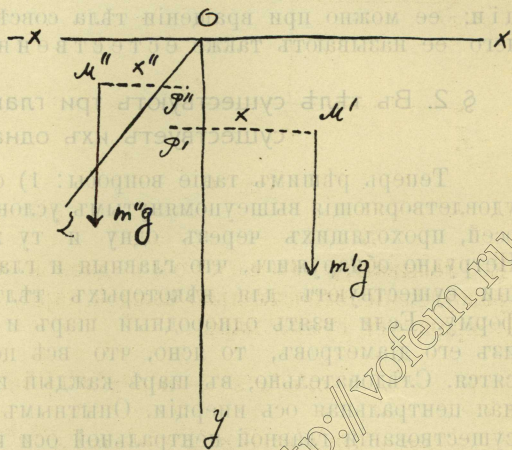


Рис. 5.

Допустимъ, что плоскость осей x и z горизонтальна (рис. 5), что ось y направлена вертикально вниз, и что твердое тѣло есть тяжелое однородное тѣло; при этомъ будемъ считать разстоянія по направленію оси x , откладываемая вправо отъ точки O , положительными, а влево — отрицательными; тогда къ каждой частицѣ массы m будетъ приложена сила mg , равная произведенію массы на ускореніе силы тяжести, и моментъ ея отно-

сительно оси z или всякой другой прямой, ей параллельной и лежащей въ плоскости yz , равенъ mgx ; для точекъ, лежащихъ по другую сторону плоскости yz , моментъ имѣетъ противоположное направленіе, что выразится знакомъ. Если мы возьмемъ алгебраическую сумму моментовъ всѣхъ силъ, приложенныхъ къ частицамъ тѣла, то получимъ:

$$m'gx' + m''gx'' + \dots = g\sum mx = 0,$$

такъ какъ $\sum mx = 0$. Но моменты силъ тяжести могутъ уравновѣситься только въ томъ случаѣ, если центръ тяжести лежитъ въ плоскости yz . Итакъ, равенство $\sum mx = 0$ показываетъ, что центръ тяжести тѣла лежитъ въ плоскости yz ; равенство $\sum my = 0$ показываетъ, что онъ лежитъ въ плоскости xz , — слѣдовательно, онъ лежитъ на оси z . По этому равенства

$$\sum mx = 0, \quad \sum my = 0$$

показываютъ, что центръ тяжести тѣла лежитъ на оси z . Въ этомъ случаѣ ось z , какъ проходящую черезъ центръ тяжести, принято называть центральной осью.

Если $L = 0$ и $M = 0$, то центробѣжные моменты равны нулю и ось вращения не испытываетъ поворачиванія. Такую ось въ тѣлѣ называютъ главной осью инерціи, — вокругъ нея тѣло можетъ вращаться по инерціи.

Если случится въ одно и то же время

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad L = 0, \quad M = 0,$$

то ось называютъ главной центральной осью инерціи; ее можно при вращеніи тѣла совсѣмъ не укрѣплять, влѣдствіе чего ее называютъ также естественной осью вращения.

§ 2. Въ тѣлѣ существуютъ три главныхъ оси инерціи, если существуетъ ихъ одна или двѣ.

Теперь рѣшимъ такіе вопросы: 1) существуютъ ли въ тѣлѣ оси, удовлетворяющія вышеупомянутымъ условіямъ? 2) сколько есть такихъ осей, проходящихъ черезъ одну и ту же точку во всякомъ тѣлѣ? Нетрудно обнаружить, что главные и главные центральные оси инерціи существуютъ для нѣкоторыхъ тѣлъ, имѣющихъ опредѣленную форму. Если взять однородный шаръ и вращать его вокругъ одного изъ его діаметровъ, то ясно, что всѣ центробѣжные силы уравновѣсятся. Слѣдовательно, въ шарѣ каждый изъ его діаметровъ есть главная центральная ось инерціи. Опытнымъ путемъ можно убѣдиться въ существованіи главной центральной оси инерціи для всякаго тѣла небольшой величины, подвязавъ его къ нити въ произвольной точкѣ и сообщивъ ему быстрое вращеніе закручиваніемъ нити; мы увидимъ, что тѣло станетъ вращаться около нѣкоторой опредѣленной оси. Вращающійся волчекъ можетъ служить примѣромъ тѣла, вращающагося вокругъ главной оси инерціи.

Покажемъ сначала, что, если въ тѣлѣ для точки O существуютъ двѣ главныхъ оси инерціи, то непременно существуетъ и третья.

Чтобы ось z была главной, должны существовать условія:

$$\sum mzx = 0, \quad \sum mzy = 0. \quad (5)$$

Если бы оказалось, что и ось y также есть главная ось инерціи, то мы имѣли бы по предыдущему

$$\sum myx = 0, \quad \sum myz = 0. \quad (6)$$

Чтобы ось x была главной осью инерціи, должны выполняться условія:

$$\sum mxu = 0, \quad \sum mxz = 0. \quad (7)$$

Но при выполненіи двухъ предыдущихъ послѣднее выполняется само собой.

Слѣдовательно, если въ твердомъ тѣлѣ двѣ взаимно перпендикулярныя прямыя суть главные оси инерціи, то и прямая, перпендикулярная къ ихъ плоскости и проходящая черезъ точку ихъ пересѣченія, есть главная ось инерціи для точки пересѣченія.

Нетрудно показать, что, если черезъ точку O проходитъ одна главная ось инерціи, то существуютъ и двѣ другія главные оси инерціи, лежащія въ плоскости, перпендикулярной къ данной оси и проходящей черезъ точку O .

Пусть ось z будетъ главная ось инерціи для точки O . Тогда существуютъ равенства:

$$\sum mxz = 0, \quad \sum myz = 0. \quad (8)$$

Чтобы ось y была главной, должны выполняться условія:

$$\sum mxy = 0, \quad \sum myz = 0. \quad (9)$$

Сравнивая уравненія (8) и (9), мы видимъ, что необходимо выполненіе только условія

$$\sum mxy = 0. \quad (10)$$

Если оно выполняется, то черезъ точку O проходятъ три главные оси инерціи, такъ какъ, если существуютъ двѣ оси, то существуетъ и третья, какъ доказано выше. Пусть условіе (10) не выполняется. Припомнимъ, что x, y, z для какой-нибудь точки обозначаютъ разстоянія ея отъ плоскостей yz, zx, xy , и что съ измѣненіемъ положенія осей въ тѣлѣ эти разстоянія измѣняются. Намъ нужно, чтобы выполнялось условіе:

$$\sum mxy = 0. \quad (10)$$

Посмотримъ, нельзя ли оси x и y повернуть въ тѣлѣ на такой уголъ θ въ положеніе $Ox'y'$, чтобы при выполненіи прежнихъ условій

выполнялось и условіе (10). Уголь θ пока неопредѣленный. Теперь рассмотримъ въ тѣлѣ оси z, x', y' (рис. 6). Оси x', y' получились поворачиваніемъ осей x, y на уголь θ , какъ указано на рисункѣ. Вмѣсто разстояній $MP=y, MQ=x$ надо ввести разстоянія $MP'=y', MQ'=x'$. Можно опредѣлить x и y въ зависимости отъ x', y' ; какъ видно изъ чертежа, получимъ:

$$\begin{aligned} x &= x' \cos \theta - y' \sin \theta, \\ y &= x' \sin \theta + y' \cos \theta. \end{aligned} \quad (11)$$

Обратно x', y' опредѣляются въ зависимости отъ x и y формулами:

$$\begin{aligned} x' &= x \cos \theta + y \sin \theta, \\ y' &= y \cos \theta - x \sin \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

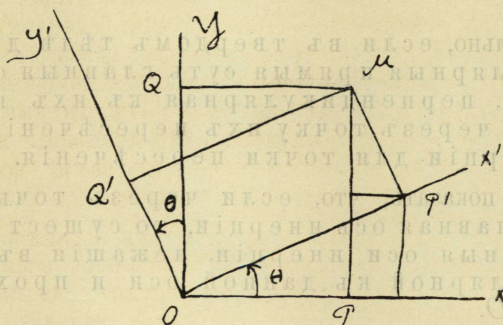


Рис. 6.

Вставимъ значенія x', y' въ условіе:

$$\sum m x' y' = 0; \quad (13)$$

тогда θ опредѣлится формулой:

$$\tan 2\theta = \frac{2 \sum m x y}{\sum m x^2 - \sum m y^2}. \quad (14)$$

Нетрудно проверить, что выполняются также условія:

$$\sum m x' z = 0, \quad \sum m y' z = 0. \quad (15)$$

Поэтому черезъ точку O проходитъ три главныхъ оси инерціи: Oz, Ox', Oy' .

(Окончаніе слѣдуетъ).

Мѣсто солнца между звѣздами.

П. Пюизе.

(Окончаніе*).

Теперь разсмотримъ, должны ли мы считать, что солнце по своему положенію и движенію въ пространствѣ находится въ наиболѣе близкомъ родствѣ съ определенной категоріей звѣздъ?

Бѣглый обзоръ неба въ телескопъ показываетъ, что звѣзды имѣются во всѣхъ областяхъ пространства, но не въ одинаковомъ количествѣ. Несомнѣнная концентрація обнаруживается у Млечнаго Пути, безъ преобладанія одного млечнаго полушарія надъ другимъ, или одного значительнаго сектора Млечнаго Пути надъ другимъ. Нашъ взоръ не задерживается сліяніемъ отдаленныхъ звѣздъ, какъ стволами деревьевъ въ непроницаемомъ лѣсу. Для невооруженнаго глаза это имѣетъ мѣсто лишь въ плоскости Млечнаго Пути, а для глаза, вооруженнаго телескопомъ, — въ еще болѣе ограниченныхъ областяхъ. Но внѣ этихъ областей мы звездъ получаемъ такое впечатлѣніе, что послѣднія видимыя звѣзды разъединены огромными черными пространствами, которыя уже не посылаютъ намъ свѣта звѣзднаго происхожденія.

Это значитъ: либо солнце погружено въ ограниченную со всѣхъ сторонъ группу звѣздъ (при чемъ не исключена возможность существованія другихъ, болѣе отдаленныхъ группъ, видимыхъ лишь въ исключительныхъ случаяхъ), либо же самое далекое разстояніе, доступное нашему взору, не очень велико сравнительно съ среднимъ разстояніемъ между двумя сосѣдними звѣздами. Такъ, даже очень густой дубовый лѣсъ показался бы намъ рѣдкимъ, если бы намъ пришлось ходить въ немъ въ сильный туманъ.

Подобная ограниченность возможна, конечно, въ теоріи, но не имѣетъ мѣста въ дѣйствительности. Явное существованіе многочисленныхъ группъ, которыя состоятъ однѣ изъ яркихъ звѣздъ, другія — изъ слабыхъ звѣздъ, весьма обширная скала яркости, параллаксость и собственныхъ движеній, — все это свидѣлствуетъ о томъ, что наблюдаемыя нами звѣзды расположены на весьма различныхъ разстояніяхъ однѣ отъ другихъ. Нашъ взоръ проникаетъ въ даль на такое разстояніе, которое несравненно больше средняго разстоянія, отдѣляющаго звѣзду отъ ея наиболѣе близкихъ сосѣдей. Поэтому, если звѣздныя области на разстояніи Млечнаго Пути кажутся намъ бѣдными, то это объясняется тѣмъ, что звѣзды, — по крайней мѣрѣ, тѣ, которыя могутъ представлять для насъ нѣкоторый интересъ, — тамъ, дѣйствительно, очень малочисленны. Мы вправѣ поэтому говорить о совокупности видимыхъ звѣздъ, какъ объ ограниченной системѣ, не-

*) См. № 541 „Вѣстника“.

одинаково большой и неодинаково богатой въ различныхъ направлєніяхъ. Наше мѣсто находится почти въ центрѣ, или, по крайней мѣрѣ, настолько удалено отъ границъ, что между двумя противоположными секторами нельзя установить опредѣленной систематической разницы.

Одно время В. Гершель полагалъ, что подсчеты звѣздъ, произведенные въ полѣ зрѣнія его телескопа, позволяютъ опредѣлить размѣры и крайніе предѣлы звѣзднаго міра. Какъ я старался показать въ другомъ мѣстѣ *), есть основаніе думать, что подобное притязаніе было и еще долго будетъ преждевременнымъ. Составленные до сихъ поръ каталоги въ лучшемъ случаѣ даютъ возможность проникнуть, какъ это сдѣлалъ г. Стратоновъ цѣною внушительнаго труда, въ нѣкоторыя частичныя скопленія, которые уже очень обширны, но не охватываютъ солнца.

Насъ всегда будутъ болѣе всего интересовать наиболѣе близкіе намъ родственники. По какимъ признакамъ мы можемъ ихъ узнать? Давно уже извѣстно, что звѣзды первой величины всѣ расположены приблизительно на большомъ кругѣ, плоскость котораго значительно отклонена отъ плоскости Млечнаго Пути. По Гульдѣ слѣдуетъ считать, что 500 звѣздъ, къ числу которыхъ принадлежатъ самыя яркія звѣзды неба, распределены вблизи этой же самой плоскости и составляютъ съ солнцемъ одну естественную семью. Сгущеніе у Млечнаго Пути обнаруживается лишь гораздо дальше, по Стратонову — въ области звѣздъ восьмой величины, а по д-ру Каптейну — немного раньше.

Эти два признака — большая яркость и распределеніе на небѣ — были бы достаточны для насъ, если бы было доказано, что группа звѣздъ должна непременно имѣть форму листа или чечевицы, что свѣтила, которая кажутся наиболѣе яркими, являются также наиболѣе близкими. Но такъ какъ эти два положенія по многимъ причинамъ сомнительны, то мы должны провѣрить эти признаки посредствомъ другихъ показаній, которые не столь легко могутъ быть констатированы, но зато болѣе надежны. Таковы, напримѣръ: 1^о опредѣленный годичный параллаксъ; 2^о малая радіальная скорость; 3^о замѣтное угловое движеніе въ одной плоскости съ угловымъ движеніемъ солнечной системы относительно слабыхъ звѣздъ; 4^о спектръ, подобный солнечному въ цѣломъ и въ частностяхъ.

Важное значеніе этихъ признаковъ видно уже изъ того обстоятельства, что они слишкомъ часто бываютъ соединены, чтобы можно было говорить о случайномъ совпаденіи. Напримѣръ, звѣзда, спектръ которой сходенъ съ солнечнымъ, чаще другихъ имѣетъ большое собственное движеніе или замѣтный параллаксъ. Но мы не будемъ приводить здѣсь результатовъ весьма цѣнныхъ статистическихъ работъ,

*) „Idées anciennes et modernes sur la Voie lactée“. Bulletin Astronomique, Paris, mai 1904.

сдѣланныхъ въ этомъ направленіи. Они не поддаются сжатому изложенію, такъ такъ, къ сожалѣнію, они обнаруживаютъ слишкомъ много явныхъ пробѣловъ. Опредѣленіе параллаксѣвъ отличается большой тонкостью, опредѣленіе собственныхъ движеній требуетъ много времени, а опредѣленіе скоростей въ направленіи луча зрѣнія выполнимо лишь для достаточно яркихъ звѣздъ. Поэтому мы пока еще слишкомъ мало освѣдомлены относительно этихъ трехъ пунктовъ. Напримѣръ, мы не могли бы отвѣтить на вопросъ, какую часть видимыхъ звѣздъ слѣдуетъ считать неподвижной относительно солнца или, лучше сказать, имѣющей съ нимъ общее поступательное движеніе. Это количество мы должны были бы считать малымъ, если будемъ основываться на изысканіяхъ Каптейна и Эддингтона, нашедшихъ, что звѣзды, собственное движеніе которыхъ извѣстно, дѣлятся на два главныхъ теченія. Эти два теченія взаимно проникаютъ одно въ другое и при различныхъ направленіяхъ обладаютъ почти одинаковымъ значеніемъ и одинаковой скоростью. Нужно, однако, принять во вниманіе, что разсмотрѣнные собственные движенія, выведенныя изъ меридіанальныхъ наблюденій, въ дѣйствительности относятся не къ совокупности слабыхъ и отдаленныхъ звѣздъ, но къ группѣ яркихъ звѣздъ, относительно которыхъ уже подозрѣвали, что они участвуютъ въ поступательномъ движеніи солнца.

Къ болѣе точнымъ заключеніямъ приводятъ каталоги звѣздныхъ спектровъ, почти законченные до звѣздъ 7-ой величины благодаря прекраснымъ работамъ Потсдамской обсерваторіи и обсерваторіи Гарварскаго колледжа. Въ этой группѣ значительная часть, не меньше одной четверти и не больше одной трети, обнаруживаетъ спектръ, совершенно сходный съ солнечнымъ; но эта дробь уменьшается по мѣрѣ подсчета болѣе слабыхъ и болѣе отдаленныхъ звѣздъ. Общими признаками служатъ: для свѣта въ цѣломъ — бѣлый цвѣтъ съ легкимъ желтымъ оттѣнкомъ, а для свѣта, разсѣяннаго призмой, — сплошная полоса съ максимумомъ яркости въ области желтаго цвѣта. Линіи металловъ весьма многочисленны и сильны; наилучше видимыми на фотографіяхъ являются линіи кальція и желѣза. Линіи гелія слабы или вовсе отсутствуютъ. Полосъ поглощенія, помимо теллурическихъ, наблюдается мало. Этому классу (желтыя звѣзды, или солнечныя звѣзды) Секки и Фогель отвели второе мѣсто, такъ какъ наиболѣе выраженные звѣздные спектры отклоняются отъ этого типа въ противоположныя стороны, что побуждаетъ насъ разсматривать ихъ скорѣе, какъ переходную форму. Къ этому классу относится большая часть яркихъ звѣздъ, которыя выдѣляются размѣрами своего собственного движенія и своимъ годичнымъ параллаксомъ; естественно считать, что онѣ примыкаютъ къ солнцу какъ вслѣдствіе своей близости къ нему, такъ и по сходству химическихъ и физическихъ условій.

Секки и Фогель оба относятъ къ первому классу бѣлыя звѣзды, которыя легко даютъ при мерцаніи синіе отсвѣты. Синій цвѣтъ рѣдко кажется глазу постояннымъ, но онъ усиливается по контрасту въ случаѣ близости желтой звѣзды, какъ это имѣетъ мѣсто, на примѣръ, для β Лебеда и для другихъ паръ. Спектроскопическое изслѣ-

дованіе такой звѣзды послѣ какой-нибудь желтой звѣзды показываетъ, что максимумъ яркости перемѣстился къ зеленой части, и что полоса получила большее протяженіе у фіолетоваго конца. При одной и той же яркости фона множество линій металловъ исчезло; другія сдѣлались тоньше, но линіи водорода сохранились, или даже увеличились въ числѣ и размѣрахъ, сдѣлавшись размытыми по своимъ краямъ. Линіи гелія появились рядомъ съ линіями водорода. Въ довольно рѣдкихъ случаяхъ онѣ достигаютъ почти такого же важнаго значенія и тогда, повидимому, еще болѣе вытѣсняють линіи металловъ. Это обстоятельство, отмѣченное въ особенности въ созвѣздіи Оріона, можетъ служить основаніемъ для установленія подкласса бѣлыхъ звѣздъ или спеціального класса (геліевы звѣзды, или звѣзды типа Оріона). Въ классѣ бѣлыхъ звѣздъ рѣдко встрѣчаются значительные параллаксы; они неизвѣстны, напримѣръ, въ звѣздахъ Оріона, наиболѣе удаленныхъ отъ солнечнаго типа. Можно еще подраздѣлять бѣлыя звѣзды по представляемому ими большому или меньшему разнообразію линій металловъ и найти такія разновидности, которыя, подобно Прокциону, служатъ переходомъ къ типу солнечныхъ звѣздъ. Въ общей сложности первый классъ Секки и Фогеля содержитъ большинство видимыхъ звѣздъ и, вѣроятно, гораздо больше половины, если брать въ расчетъ малыя звѣзды, скопленія которыхъ видимы вблизи Млечнаго Пути. Хотя ихъ спектры, вообще, не могутъ быть изучены, однако удалось установить, что при одинаковой полной яркости онѣ даютъ болѣе сильные фотографическіе отпечатки, чѣмъ звѣзды солнечнаго типа.

Если вообразимъ, что солнечная атмосфера сгущается, и что въ ней образуются сложныя химическія тѣла, то согласно лабораторнымъ опытамъ мы должны будемъ ожидать, что линіи поглощенія сдѣлаются болѣе многочисленными и между ними многія сольются въ полосы, рѣзко очерченныя съ одной стороны и размытыя — съ другой. Это обнаруживается уже въ солнечныхъ пятнахъ; болѣе сильно это выражено въ довольно большомъ числѣ звѣздъ, которыя часто могутъ быть распознаны по своему красноватому оттѣнку. Въ спектрографѣ, даже въ случаѣ довольно яркихъ звѣздъ, угасаніе можетъ быть полнымъ во всей части спектра, отличающейся большей преломляемостью, чѣмъ линія *C*. Эти звѣзды составляютъ третій классъ Фогеля; Секки относитъ ихъ къ третьему или четвертому классу въ зависимости отъ того, отграничены ли болѣе видныя полосы поглощенія къ фіолетовому концу или же къ красному. Однако, въ нѣкоторомъ отношеніи выгоднѣе сохранить символы *III a* и *III b* Фогеля, пока еще не доказано окончательно, что одну изъ этихъ группъ слѣдуетъ отнести къ болѣе высокой ступени эволюціи. Полосы типа *III a* имѣются въ солнечныхъ пятнахъ; Фоулеръ (Fowler) воспроизвелъ ихъ, введя окисъ титана въ вольтову дугу. Полосы типа *III b* могутъ быть замѣчены очень опытнымъ наблюдателемъ при помощи тонкой щети на самомъ краю солнца. Ихъ можно воспроизвести искусственно посредствомъ ціанистаго и углеводородистаго освѣщенія. Въ общей сложности красноватыя звѣзды не составляютъ и десятой части свѣтилъ ярче 7-ой ве-

личины. Звѣзды класса $IIIb$ еще болѣе рѣдки, и ни одна изъ нихъ не отличается значительной яркостью.

Звѣзды 3-го класса болѣе, чѣмъ звѣзды первыхъ двухъ классовъ, подвержены измѣненіямъ яркости, и естественно предположить, что явленіе пятенъ здѣсь значительно развито. Фаза возрастанія яркости почти всегда короче противоположной фазы — совершенно такъ же, какъ и фаза увеличенія числа пятенъ на солнцѣ. На этомъ основаніи болѣе яркую накаленность разсматриваютъ, какъ результатъ увеличенія числа факеловъ, сопровождающихъ пятна. Во всѣхъ случаяхъ, когда можно было опредѣлить періодъ, онъ оказался болѣе короткимъ, чѣмъ циклъ Швабе; онъ довольно часто приближается къ году, но иногда сокращается даже до нѣсколькихъ дней. Но раньше, чѣмъ утверждать, что солнце въ этомъ отношеніи представляетъ исключеніе, нужно принять во вниманіе, что длинныя звѣздныя періоды имѣютъ много шансовъ пройти незамѣченными, и что фотометрическія вычисленія, отдѣленные промежутками въ нѣсколько лѣтъ, врядъ ли можно разсматривать, какъ вполне сравнимыя.

Нѣкоторыя звѣзды, подверженные быстрымъ колебаніямъ или даже блиставшія лишь короткое время, по совокупности свойствъ своего спектра примыкаютъ къ классу I, но обнаруживаютъ нѣсколько блестящихъ линій, соответствующихъ водороду или гелію. Другая, менѣе многочисленная группа — звѣзды Вольфа-Рэйя — даетъ одновременно темныя линіи металловъ и блестящія линіи, соответствующія не только водороду и гелію, но и легкимъ металламъ и неизвѣстнымъ элементамъ. Установленъ даже несомнѣнный случай, а именно въ звѣздѣ η Аргуса, когда однѣ изъ водородныхъ линій становились блестящими, а другія въ то же время оставались темными. Эти случаи указывали, какъ казалось вначалѣ, на строеніе, совершенно отличное отъ солнечнаго, и оправдывали установленіе новыхъ классовъ. Но существованіе яркихъ линій въ спектрахъ солнечной короны и хромосферы и недавно констатированное обращеніе линіи K по всему диску побуждаютъ насъ не считать этого различія столь кореннымъ. По мнѣнію очень авторитетныхъ изслѣдователей, присутствіе яркихъ линій въ спектрѣ не служитъ признакомъ болѣе высокой температуры или болѣе ранней стадіи эволюціи. Оно свидѣтельствуетъ о существованіи атмосферы, достаточно обширной, чтобы соперничать въ качествѣ источника свѣта съ ядромъ, и чтобы отчасти вытѣснить своимъ спектромъ испусканія спектръ поглощенія фотосферы. Точно такъ же, то обстоятельство, что въ спектрѣ большинства звѣздъ трудно найти линіи гелія и металлоидовъ, отнюдь не даетъ намъ права, какъ и въ примѣрѣ солнца, заключать, что тамъ нѣтъ этихъ элементовъ.

Присутствіе яркихъ линій въ спектрѣ, какъ доказываютъ временныя звѣзды, говорить въ пользу измѣнчивости; этому обстоятельству мы обязаны даже многочисленными открытіями переменныхъ звѣздъ. Оба признака оказываются довольно часто соединенными у красноватыхъ звѣздъ, и блестящія линіи особенно многочисленны, по проф. Гелю, въ группѣ $IIIb$. Справедливо, что въ слабой звѣздѣ

маленькій промежутокъ, остающійся между двумя полосами, можетъ быть ошибочно принятъ за яркую линію; но насчетъ этого источника погрѣшности можно было бы отнести лишь малую часть линій, которыя даетъ звѣзда 152 Шелерупа. Мы можемъ поэтому разсматривать яркія линіи, а также присутствіе широкихъ полосъ, какъ признакъ колеблющагося свѣта, который подверженъ измѣненіямъ больше, чѣмъ полное излученіе. Спрашивается, однако, имѣемъ ли мы здѣсь начинающееся накаливаніе, или же, наоборотъ, очагъ, близкій къ угасанію?

Для Лапласа здѣсь нѣтъ никакихъ сомнѣній. По его взглядамъ система, занимающая въ пространствѣ изолированное положеніе, должна жить своимъ первоначальнымъ запасомъ теплоты, и неуклонно, если не считать возможныхъ короткихъ задержекъ, идти по пути къ охлажденію. Сообразно съ этимъ онъ приписывалъ первичной туманности чрезвычайно высокую температуру. Однако, въ настоящее время мы уже не считаемъ этого мнѣнія обязательнымъ. Мы знаемъ, что при сгущеніи огромнаго ядра выдѣляется очень большое количество теплоты, которое при достаточно быстромъ освобожденіи можетъ покрыть потери черезъ излученіе и даже повысить температуру массы. Звѣздныя системы должны, слѣдовательно, пройти черезъ длинную фазу нагрѣванія, и небо должно показывать намъ члены не только нисходящаго ряда, но и восходящаго. Особенно интересно было бы узнать, къ какой изъ этихъ двухъ категорій относится солнце.

Основываясь на соображеніяхъ, которыя, вообще, не оказались убѣдительными, сэръ Норманъ Локіеръ предложилъ поставить въ началѣ ряда метеоритный рой. Либо вслѣдствіе катастрофы, либо благодаря медленной эволюціи этотъ рой постепенно проходитъ черезъ слѣдующія стадіи: туманность, новая звѣзда (съ яркими линіями), красноватая звѣзда (класса IIIa Фогеля), солнечная звѣзда, бѣлая звѣзда, красноватая звѣзда (класса IIIb Фогеля), звѣзда, потухшая и покрывшаяся корой. Можно даже представить себѣ, что звѣзда, потухшая съ поверхности, порождаетъ благодаря взрыву или столкновенію метеоритный рой, и циклъ начинается сызнова. Максимумъ температуры соответствуетъ состоянію бѣлой звѣзды. Въ дальнѣйшей стадіи сгущеніе еще продолжается, но оно уже не въ состояніи вмѣстить теплоту, теряемую черезъ излученіе. Состояніе солнечной звѣзды должно быть пройдено дважды, такъ что для нашего солнца мы имѣемъ выборъ между фазой повышенія температуры и фазой охлажденія.

Противъ вѣроятности первыхъ двухъ стадій превращенія было высказано довольно много возраженій. Новыя звѣзды, повидимому, слишкомъ рѣдки, чтобы представлять собой регулярную и нормальную стадію. Тѣ изъ нихъ, которыя удалось наблюдать въ теченіе нѣкотораго времени, повидимому, эволюционировали болѣе въ направленіи состоянія туманности, чѣмъ состоянія красной звѣзды. Но эта сторона вопроса завела бы насъ слишкомъ далеко, и потому мы будемъ разсматривать лишь тѣ системы, которыя можно считать пограничными

съ нашей. Допустимъ временно, что регулярная хронологическая послѣдовательность дѣйствительно такова, какъ указалъ сэръ Норманъ Локіеръ. Намъ придется рѣшить, находится ли солнце въ болѣе близкомъ родствѣ съ классомъ $IIIa$ или же съ классомъ $IIIb$. Рѣшеніе несомнѣнно склоняется въ пользу класса $IIIa$. Такъ какъ классъ $IIIa$ обнаруживаетъ наибольшее сходство съ солнечными пятнами, то можно было бы придти къ заключенію, что образованіе пятенъ идетъ на убыль. Мы имѣли бы здѣсь критерій, менѣе подверженный возмущающимъ вліяніямъ и потому болѣе надежный, чего нельзя сказать объ актинометрическихъ наблюденійхъ. Если бы было доказано, что съ теченіемъ времени количество пятенъ увеличивается, то классъ $IIIa$ представлялъ бы для насъ будущее, а не прошлое.

Наконецъ, такъ какъ красноватыя звѣзды въ достаточной степени подвержены быстрымъ измѣненіяхъ блеска, то мы можемъ надѣяться, что путемъ усердныхъ наблюденій удастся выдѣлить изъ этихъ колебаній часть вѣковую и часть періодическую. Если бы удалось доказать, что звѣзды типа $IIIa$ всѣ находятся на пути къ увеличенію, а всѣ звѣзды типа $IIIb$ — на пути къ уменьшенію, то это послужило бы блестящимъ подтвержденіемъ гипотезы.

Къ несчастью, можно опасаться, что вопросъ поставленъ неправильно. Имѣемъ ли мы основаніе полагать, что каждая звѣзда безъ исключенія представляетъ собою изолированную въ пространствѣ систему, которая должна пройти въ опредѣленномъ направленіи одинъ и тотъ же рядъ превращеній? Профессоръ Гэль не колеблется дать на это отрицательный отвѣтъ. По его мнѣнію, существуютъ вліянія среды, происхожденіе и механизмъ которыхъ ускользаютъ отъ насъ, но результаты которыхъ мы видимъ. Напримѣръ, въ группѣ Плеядъ мы имѣемъ естественную семью, что вытекаетъ одновременно изъ видимой близости, собственнаго движенія, скорости въ направленіи луча зрѣнія и характера спектра, принадлежащаго къ Орионову типу. Мы должны предположить, что эти звѣзды соединены въ пространствѣ въ одну группу, и тѣмъ не менѣе шкала ихъ величинъ очень велика. Онѣ имѣютъ, слѣдовательно, весьма неодинаковые размѣры; поэтому, если скорость эволюціи измѣняется обратно пропорціонально массѣ, то и возрасты этихъ звѣздъ должны быть весьма различны. Необходимо предположить одно изъ двухъ: либо какая-то необыкновенная случайность собрала всѣ эти звѣзды въ одну группу, либо же одна и та же внѣшняя причина удерживаетъ ихъ спустя много вѣковъ въ одномъ и томъ же физическомъ состояніи. Въ подтвержденіе этого заключенія можно указать другія скопленія, въ которыхъ господствуетъ одинъ и тотъ же спектральный типъ, иногда тождественный съ солнечнымъ, какъ, напримѣръ, въ большой туманности Андромеды. О томъ же свидѣтельствуетъ и распредѣленіе туманностей, концентрація на Млечномъ Пути новыхъ звѣздъ и звѣздъ съ яркими линиями.

Для оцѣнки температуры звѣздъ мы можемъ сравнить ихъ съ различными искусственными источниками, различнаго рода пламенемъ и вольтовой дугой, и искрами высокаго напряженія. Почти всѣ эти опыты побуждаютъ насъ принять, что бѣлыя звѣзды имѣютъ болѣе

высокую температуру, чѣмъ желтыя, а желтыя звѣзды — болѣе высокую, чѣмъ красныя. Однако, по мнѣнію проф. Гэля и д-ра Шейнера, эти опыты не доказываютъ, что между двумя классами красныхъ звѣздъ существуетъ то глубокое различіе, о которомъ говоритъ сэръ Норманъ Локіеръ. Кромѣ того, не слѣдуетъ забывать, что изъ наблюденія спектра мы можемъ лишь узнать, что пройденъ опредѣленный градусъ температуры. Присутствіе линій или полосъ говоритъ намъ не о самомъ источникѣ, но объ окружающихъ его средахъ. Напримѣръ, возможно, что красныя звѣзды имѣютъ очень сильный внутренний очагъ, но окружены очень толстымъ слоемъ поглощающей атмосферы, имѣющей разнообразный составъ и охлажденной во внѣшнихъ своихъ частяхъ настолько, чтобы допускать образованіе химическихъ соединеній. Температура является отнюдь не единственнымъ факторомъ, опредѣляющимъ толщину и составъ такой атмосферы; другимъ столь же важнымъ факторомъ является масса; и, кромѣ того, въ звѣздѣ атмосфера всегда представляетъ собою часть, наиболѣе чувствительную къ воздѣйствію извнѣ, какимъ является паденіе чрезвычайно разрѣженного вещества.

На существованіе этихъ космическихъ теченій въ достаточной степени указываютъ факты изъ области физики солнца, земного магнетизма и превращеній кометъ. Нельзя отрицать важнаго значенія этихъ теченій на томъ основаніи, что они очень часто ускользаютъ отъ нашихъ глазъ, или потому, что они не представляютъ замѣтнаго препятствія движеніямъ планетъ. Они могутъ быть неправильно распределены во времени и въ пространствѣ. Благодаря имъ звѣзды выходятъ изъ своей печальной изолированности. Онѣ освобождаются отъ необходимости идти по одному и тому же предначертанному пути къ роковому концу, отъ котораго ихъ могла бы избавить развѣ лишь случайная катастрофа. Благодаря теченіямъ онѣ со всѣхъ сторонъ открыты для пробужденія и обновленія. Этимъ объясняется, почему такъ мало встрѣчается слѣдовъ аморфнаго и темнаго вещества, — остатковъ потухшихъ солнцъ. Мы должны рисовать себѣ вселенную въ болѣе философскомъ видѣ, болѣе успокоительномъ и болѣе братскомъ.

Новая серія книгъ по методикѣ точнаго знанія,

Dr. Alois Höfler. «Didaktik des mathematischen Unterrichts» Verlag von B. G. Teubner, Leipzig-Berlin, 1911.

Это сочиненіе является первымъ выпускомъ серіи изъ десяти книгъ подъ общимъ названіемъ «Didaktische Handbücher für den realistischen Unterricht an höheren Schulen». Изъ остальныхъ книгъ серіи однѣ въ настоящее время выходятъ выпусками, другія готовятся къ печати. Во всякомъ случаѣ объявлены: «Himmelskunde und astronomische Geographie» (A. Höfler), «Physische Geographie», «Physik» (F. Poske), «Chemie» (O. Ohmann), «Mineralogie und Geologie» (V. R. Watzel), «Botanik», (B. Landsberg), «Zoologie»

und menschliche Somatologie». (C. Matzdorff), «Philosoph. Propädeutik» (V. A. Höfler), «Das Verhältnis der realistischen zu den sogenannten humanistischen Unterrichtsfächern» (V. A. Höfler). Книга Гёфлера представляет опыт изложения методики математики в духе современных взглядов. Она состоит из трех частей; из них в первой разсматриваются общие вопросы о целях и способах обучения математик; вторая посвящена разработке общего плана преподавания математики в средней школе и методик важнейших моментов школьного курса; наконец, в третьей затрагиваются вопросы о психологических основаниях математического мышления и о соотношении между обучением математик и общим образованием.

Наиболее ценной и интересной является вторая, практическая часть книги (составляющая по объему приблизительно три четверти ее). Здесь предлагается план концентрического курса математики, раздвинутого на три ступени сообразно возрасту и развитию учащихся.

Первая ступень соответствует отроческому возрасту учащихся (10—13 лет), или приблизительно курсу трех младших классов средней школы, и посвящена, с одной стороны, изучению арифметики, включая сюда и основы буквенного исчисления, с другой стороны — подготовительному курсу геометрии, основанному на непосредственном изучении и измерении предметов окружающей обстановки и моделей геометрических тел, изготовляемых самими учащимися. Автор, между прочим, подчеркивает, что на этой ступени должна вырабатываться привычка к правильному и целесообразному употреблению математических терминов, но нельзя еще добиваться от учащихся исчерпывающих формальных определений их смысла.

Вторая ступень отвечает переходному возрасту (13—15 лет), или 4—5 классам средней школы, и включает изучение алгебры (действия над алгебраическими выражениями и уравнения), а также систематический курс геометрии, с раздвиганием ее на планиметрию и стереометрию. Здесь, на этой ступени автор считает умственным и нужным от прежнего, чисто конкретно-индуктивного ознакомления со свойствами чисел и пространственных образов переходить к дедукции, к систематическому изложению математических истин, — конечно, в той мере, в какой это оказывается в соответствии с умственными силами учащихся.

Третья ступень соответствует юношескому возрасту учащихся (15—18 лет), т. е. трем старшим классам средней школы. Здесь заканчивается изучение алгебры, проходит тригонометрия, аналитическая геометрия (на плоскости) и изучаются основы дифференциального и интегрального исчисления. Последний год посвящен повторению основ всего курса математики, с сообщением соответствующих исторических сведений и с более строгим обоснованием системы математических истин.

Согласно современным требованиям, во всем курсе отводится видное место ознакомлению с понятием о функции и с идеей функциональной зависимости, а равно и изучению пространственных соотношений; достаточно внимания уделено также графическому изображению изучаемых функций. Кроме того, постоянно подчеркивается связь между отдельными частями математики, с одной стороны, и между математикой и науками о природе — с другой.

Вопросъ о методѣ преподаванія ставится и разрѣшается вполне въ духѣ требованій современной психологіи и педагогики. Совершенно опредѣленно высказана мысль, что первоначальное ознакомленіе со всякимъ новымъ понятіемъ должно быть проведено конкретно-индуктивно, на основаніи изученія типичныхъ частныхъ случаевъ, и лишь затѣмъ могутъ быть устанавливаемы общія опредѣленія и выводы. Считаая, очевидно, эту идею основой всего метода, авторъ неоднократно возвращается къ ней въ теченіе курса и иллюстрируетъ ее многочисленными методическими примѣрами, особенно отчетливо проводя ее тамъ, гдѣ идетъ рѣчь о классной разработкѣ какихъ-либо существенно важныхъ понятій (о функціи, о производной, объ интегралѣ). Подобнымъ же образомъ неоднократно повторяется требованіе считаться съ ходомъ умственного развитія учащихся и не требовать отъ нихъ исчерпывающихъ опредѣленій математическихъ терминовъ раньше, чѣмъ они въ состояніи будутъ понимать и составлять таковыя. Но при этомъ авторъ считаетъ необходимымъ, чтобы на высшей ступени сообщенныя учащимся познанія получали должную полноту и законченность и достаточное логическое обоснованіе.

Изъ сказаннаго видно, что книга Höfler'a безусловно заслуживаетъ вниманія всѣхъ интересующихся преподаваніемъ математики, какъ одинъ изъ немногихъ опытовъ построенія методики этой науки въ соотвѣтствіи съ современными педагогическими требованіями; тѣмъ болѣе, что авторъ ея (профессоръ вѣнскаго университета, много лѣтъ преподававшій въ средней школѣ) является специалистомъ не только въ математикѣ и физикѣ, но и въ философій и педагогикѣ и отнесся къ своей задачѣ весьма серьезно и добросовѣстно, воздерживаясь въ своемъ трудѣ отъ какихъ-либо поспѣшныхъ обобщеній и отъ сообщенія непровѣренныхъ данныхъ. Но — быть можетъ, въ виду новизны дѣла — и это серьезное сочиненіе не свободно отъ нѣкоторыхъ недостатковъ.

Именно, первая и третья части книги, гдѣ говорится о цѣляхъ преподаванія математики и о соотношеніи между вопросами методики математики, съ одной стороны, и областью психологіи, педагогики и философіи — съ другой, изложены слишкомъ сжато и схематично и оставляютъ неразъясненными нѣкоторые важные пункты. Остается даже недостаточно выясненнымъ, влияетъ ли изученіе математики на умственное развитіе учащихся, и если да, то въ чемъ именно сказывается это вліяніе. Правда, авторъ обѣщаетъ болѣе подробно разсмотрѣть вопросъ о соотношеніи между математическимъ образованіемъ и общимъ развитіемъ въ X томѣ той же серіи книгъ, озаглавленномъ „Das Verhältnis der realistischen zu den sogenannten humanistischen Unterrichtsfächern“ но у читателя разбираемаго I тома по прочтеніи соотвѣствующихъ главъ все же остается чувство нѣкотораго неудовлетворенія.

Есть недостатки и въ разборѣ чисто методическихъ вопросовъ. Такъ, напримѣръ, въ главѣ, посвященной методикѣ дробей, авторъ считаетъ полезнымъ проходить десятичныя дроби раньше выработки понятія о дробѣ, подъ названіемъ «десятичныхъ чиселъ». Нельзя было бы, конечно, ничего возразить противъ, если бы было рекомендовано введеніе пропедевтическаго курса десятичныхъ дробей параллельно съ такимъ же курсомъ простыхъ дробей или даже впереди послѣдняго; но авторъ считаетъ возможнымъ проходить здѣсь всѣ дѣйствія надъ „десятичными числами“, въ томъ числѣ и умноженіе на дробь, и допускаетъ объясненіе правила умноженія на „десятичное число“ при

помощи закона измѣненій произведенія при увеличеніи или уменьшеніи сомножителей. Предвидя возраженіе о нелогичности такого объясненія, авторъ говоритъ по поводу даннаго пункта: „...насколько проницателенъ долженъ быть 10—11 лѣтній ученикъ, чтобы онъ могъ затрудниться повѣрить учителю, что, умножая какое-либо число на 0,4, мы должны получить результатъ, въ 10 разъ меньшій соотвѣтственнаго произведенія на 4, подобно тому, какъ умноженіе на 4 даетъ въ 10 разъ меньшій результатъ сравнительно съ умноженіемъ на 40!“ (стр. 82). Но самая надобность въ подобномъ (дѣйствительно небезупречномъ съ логической и съ педагогической точки зрѣнія) объясненіи отпадаетъ, если поставить вопросъ объ умноженіи на дробь (десятичную или простую) на его должное мѣсто въ курсѣ. Кстати сказать, и самый вопросъ объ умноженіи на дробь скорѣе обходится, чѣмъ разрѣшается: авторъ считаетъ достаточнымъ ввести условіе, что, напримѣръ, „умножить на $\frac{1}{4}$ — все равно, что раздѣлить на 4“ (стр. 82). Но если въ такомъ духѣ объяснить смыслъ умноженія, напримѣръ, на $\frac{3}{4}$, то придется сказать: „умножить на $\frac{3}{4}$ все равно, что найти сперва четвертую долю даннаго числа и потомъ взять ее три раза (слагаемымъ)“, — т. е. придется ввести настоящее опредѣленіе умноженія на дробь, котораго, повидимому, хочетъ избѣжать авторъ.

Способъ, при помощи котораго авторъ хочетъ ознакомить учащихся съ употребленіемъ буквъ (стр. 132—135), весьма остроуменъ, но нельзя не признать его нѣсколько искусственнымъ и отвлеченнымъ. Нельзя также одобрить способа объясненія умноженія отрицательныхъ чиселъ при помощи распространенія формулы $(m - x)(p - y) = mp - xp - my + xy$ на случай $m = 0$, $p = 0$ (стр. 141).

Нельзя признать удачнымъ изъясненіе понятія о предѣлѣ при помощи суммы членовъ „бесконечно убывающихъ“ геометрическихъ прогрессій (стр. 340—344); для этой цѣли болѣе пригодны конкретные примѣры, — напримѣръ, величина угла правильнаго многоугольника при безграничномъ возрастаніи числа его сторонъ. Знаменитый софизмъ объ Ахиллѣ и черепахѣ, къ которому обращается авторъ по поводу понятія о предѣлѣ, можетъ быть изъясненъ безспорно проще и точнѣе, и ключъ его только въ томъ, что Ахиллъ дѣйствительно не можетъ догнать черепаху за то время, которое предоставляется въ его распоряженіе по условію задачи.

Наконецъ, авторъ, повидимому, признаетъ излишнимъ и невозможнымъ въ средней школѣ вполне точное изложеніе вопроса о несоизмѣримыхъ числахъ, а также объ основныхъ понятіяхъ высшаго анализа. На это можно было бы возразить въ стилѣ Клейна: если бы указанные вопросы были чересчуръ трудны и недоступны для оканчивающихъ среднюю школу, то почему послѣдніе оказываются способными усваивать тѣ же вопросы въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ при самомъ началѣ курса? Нельзя же допустить, что умственные способности учащихся претерпѣваютъ нѣкоторое внезапное развитіе отъ самаго факта перехода въ высшую школу.

Эти и другіе недочеты, въ общемъ, однако, не обезцѣниваютъ достоинствъ книги Höfler'a, которую мы поэтому рекомендуемъ вниманію русскихъ читателей.

К. Л.

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 315 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$(z^n + a^n)(\sqrt[n]{z^n} - 3\sqrt[n]{a^n})^2 - 8a^{2n} = 0.$$

Полагая

$$\sqrt[n]{z^n} = x, \quad (1)$$

$$\sqrt[n]{a^n} = b, \quad (2)$$

представимъ данное уравненіе послѣдовательно въ видѣ:

$$(x^2 + b^2)(x - 3b)^2 - 8b^4 = 0, \quad (x^2 + b^2)(x^2 - 6bx + 9b^2) - 8b^4 = 0,$$

$$(x^2 + b^2)(x^2 - 4bx + b^2) + (x^2 + b^2)(-2bx + 8b^2) - 8b^4 = 0,$$

$$(x^2 + b^2)(x^2 - 4bx + b^2) - 2bx^3 - 2b^2x + 8b^2x^2 + 8b^4 - 8b^4 = 0,$$

$$(x^2 + b^2)(x^2 - 4bx + b^2) - 2bx(x^2 - 4bx + b^2) = 0,$$

$$(x^2 - 4bx + b^2)(x^2 - 2bx + b^2) = (x - b)^2(x^2 - 4bx + b^2) = 0,$$

откуда

$$x_1 = b, \quad x_{2,3} = 2b \pm \sqrt{3}b^2 = b(2 \pm \sqrt{3}).$$

Такимъ образомъ, корни данного уравненія опредѣляются слѣдующими равенствами [см. (1), (2)]:

$$\sqrt[n]{z^n} = \sqrt[n]{a^n}, \quad \sqrt[n]{z^n} = \sqrt[n]{a^n}(2 \pm \sqrt{3}),$$

откуда

$$z^n = a^n, \quad z^n = a^n(2 \pm \sqrt{3})^2 = a^n(7 \pm 4\sqrt{3}).$$

Итакъ, корни данного уравненія суть:

$$z_1 = aa, \quad z_{2,3} = aa \sqrt[n]{7 \pm 4\sqrt{3}},$$

гдѣ a есть любое изъ n возможныхъ значеній корня n -й степени изъ единицы, а каждое изъ выраженій $\sqrt[n]{7 \pm 4\sqrt{3}}$ представляетъ собою какое-либо определенное изъ возможныхъ значеній этихъ радикаловъ. Такимъ образомъ, данное уравненіе имѣетъ вообще $3n$ корней,

Л. Богдановичъ (Ярославль); Е. Бабицкий (Минскъ); Г. Пистракъ (Лодзь); А. Фрумкинъ (Одесса); Ч. Павловичъ (Рига); Д. Чижевскій (Александрія); Г. Варкентинъ (Вальдгеймъ); Б. Шигелевъ (Варшава); И. Лурье (Смоленскъ); М. Превратухинъ (Козловъ); Н. Howsepheanъ (Владикавказъ).

№ 316 (5 сер.). Доказать тождество

$$s^2 = \frac{1}{4} R h_a h_b h_c,$$

гдѣ s , R , h_a , h_b , h_c суть соответственно площадь, радиусъ круга описаннаго и высоты нѣкотораго треугольника.

Называя черезъ a , b , c стороны треугольника, имѣемъ:

$$R = \frac{abc}{4s}, \quad h_a = \frac{2s}{a}, \quad h_b = \frac{2s}{b}, \quad h_c = \frac{2s}{c}.$$

Слѣдовательно,

$$\frac{1}{4} R h_a h_b h_c = \frac{1}{4} \cdot \frac{abc}{4s} \cdot \frac{2s}{a} \cdot \frac{2s}{b} \cdot \frac{2s}{c} = s^2.$$

Л. Богдановичъ (Ярославль); Е. Бабицкий (Минскъ); А. Маркманъ (Одесса); М. З. (Вязники); Г. Пистракъ (Лодзь); Р. Витвинскій (Одесса); Павловичъ (Рига); Г. Варкентинъ (Бердянскъ); Б. Щиголевъ (Варшава); В. Гурьяловъ (Горки); В. Моргулевъ (Одесса); М. Превратухинъ (Козловъ); М. Рыбкинъ (Варнаулъ); Н. Hovsepianъ (Владикавказъ).

№ 317 (5 сер.). Доказать, что твердый треугольникъ ABC находится въ равновѣсїи подъ дѣйствіемъ трехъ силъ, приложенныхъ въ вершинахъ, направленныхъ вдоль высотъ по направленію къ соответствующимъ основаниямъ и обратно пропорціональныхъ соответствующимъ высотамъ.

Займств. изъ *Journal des Mathématiques élémentaires*.

Назовемъ черезъ h_a , h_b , h_c высоты, проведенныя соответственно изъ вершинъ A , B , C , черезъ a , b , c — соответствующія основанія, т. е. стороны треугольника, черезъ s — площадь треугольника, черезъ O — точку встрѣчи высотъ. Перенесемъ три силы, о которыхъ говорится въ условїи, по направленію ихъ дѣйствія въ точку O . Тогда получимъ три силы Oa , $O\beta$, $O\gamma$, направленныя соответственно по продолженіямъ отрѣзковъ AO , BO , CO , при чемъ, согласно съ условіемъ, $Oa : O\beta : O\gamma = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}$; помножая числа $\frac{1}{h_a}$,

$\frac{1}{h_b}$, $\frac{1}{h_c}$ на $2s$, получаемъ:

$$Oa : O\beta : O\gamma = \frac{2s}{h_a} : \frac{2s}{h_b} : \frac{2s}{h_c} = a : b : c.$$

Итакъ, отрѣзки Oa , $O\beta$, $O\gamma$, изображающіе силы, пропорціональны сторонамъ a , b , c даннаго треугольника. Такъ какъ равновѣсіе не нарушается, если всѣ три уравновѣшивающіяся взаимно силы умножить на одно и то же число, не измѣняя ихъ направленія, то достаточно доказать теорему, полагая $Oa = a$, $O\beta = b$, $O\gamma = c$. Проведемъ въ этомъ предположеніи черезъ точку a прямую, параллельную $O\beta$, которая пересѣчетъ OC въ нѣкоторой точкѣ C' . Треугольникъ $OC'a$, какъ составленный прямыми, перпендикулярными къ сторонамъ треугольника ABC , подобенъ ABC . Но сторона Oa , лежащая противъ угла $OC'a$, равнаа углу A треугольника ABC , равна сторонѣ $AB = a$. Значитъ, треугольники $OC'a$ и ABC равны, а потому $OC' = c$, такъ какъ $\angle OaC' = \angle ACB$. Проведя черезъ точку β прямую, параллельную Oa , и разсуждая аналогич-

нымъ образомъ, найдемъ, что она пересѣчетъ OC въ такой точкѣ C'' , что $OC'' = c = OC'$. Итакъ, точки C' и C'' совпадаютъ, т. е. OC' есть діагональ параллелограмма силъ Oa и $O\beta$, при чемъ эта діагональ направлена по высотѣ OC и равна $O\gamma = c$. Слѣдовательно, равнодѣйствующая силъ Oa и $O\beta$ равна и прямо противоположна силѣ $O\gamma$, т. е. силы Oa , $O\beta$, $O\gamma$ взаимно уравновѣшиваются.

Л. Богдановичъ (Ярославль); Н. Шемяновъ (Владимирь); Ч. Павловичъ (Рига); В. Моргулевъ (Одесса); М. Превратухинъ (Козловъ).

№ 318 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^2(x+1) + y^2(y+1) = a^2\left(\frac{17}{3} + 2a\right),$$

$$x^2(x-1) + y^2(y-1) = a^2\left(-\frac{17}{3} + 2a\right).$$

Складывая, а затѣмъ вычитая почленно данныя уравненія и дѣля результаты на 2, приводимъ данную систему къ слѣдующей, ей равносильной:

$$x^3 + y^3 = 2a^3, \quad (1)$$

$$x^3 + y^3 = \frac{17a^2}{3}. \quad (2)$$

Полагая

$$x + y = u, \quad xy = v \quad (3)$$

и пользуясь тождествами $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$, $x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 2xy^2$, находимъ: $x^3 + y^3 = u^3 - 3uv$, $x^3 + y^3 = u^3 - 2v$. Такимъ образомъ, систему (1) можно записать въ видѣ:

$$u^3 - 3uv = 2a^3, \quad (4)$$

$$u^3 - 2v = \frac{17a^2}{3}. \quad (5)$$

Изъ уравненія (5) находимъ:

$$v = \frac{1}{2}\left(u^3 - \frac{17a^2}{3}\right). \quad (6)$$

Подставляя это значеніе v въ уравненіе (4), имѣемъ: $u^3 - \frac{3u}{2}\left(u^3 - \frac{17a^2}{3}\right) = 2a^3$, откуда, послѣ обычныхъ преобразованій, получимъ:

$$u^3 - 17a^2u + 4a^3 = 0. \quad (7)$$

Представивъ уравненіе (7) послѣдовательно въ видѣ:

$$u^3 - 16a^2u - a^2u + 4a^3 = u(u^2 - 16a^2) - a^2(u - 4a) = (u - 4a)(u^2 + 4au - a^2) = 0,$$

мы разлагаемъ его на два уравненія: $u - 4a = 0$ и $u^2 + 4au - a^2 = 0$; рѣшая ихъ, находимъ значенія u :

$$u_1 = 4a, \quad u_{2,3} = -a(2 \pm \sqrt{5}). \quad (8)$$

Подставивъ эти значенія u въ равенство (6), получимъ соотвѣтствующія значенія v :

$$v_1 = \frac{31}{6} a^2, \quad v_{2,3} = \frac{a^2}{3} (5 \mp 6\sqrt{5}), \quad (9)$$

при чемъ въ выраженіяхъ для $u_{2,3}$ и $v_{2,3}$ надо взять одновременно либо верхніе, либо нижніе знаки передъ радикалами. Такимъ образомъ [см. (3), (8), (9)] искомыя значенія x и y суть корни одного изъ трехъ квадратныхъ уравненій:

$$z^2 - 4az + \frac{31}{6} a^2 = 0, \quad z^2 + a(2 \pm \sqrt{5}) + \frac{a^2}{3} (5 \pm 6\sqrt{5}) = 0, \quad (10)$$

при чемъ въ каждомъ изъ двухъ послѣднихъ уравненій надо взять одновременно либо верхніе, либо нижніе знаки передъ радикалами. Рѣшая уравненія (10), получимъ всѣ рѣшенія предложенной системы, а именно:

$$x_{1,2} = a(2 \pm i\sqrt{\frac{7}{6}}), \quad y_{1,2} = a(2 \mp i\sqrt{\frac{7}{6}}),$$

гдѣ $i = \sqrt{-1}$,

$$x_{3,4,5,6} = \frac{a}{2} (-2 \pm \sqrt{5} \pm \sqrt{9 \mp 4\sqrt{5} - \frac{20}{3} \pm 8\sqrt{5}}),$$

или

$$x_{3,4,5,6} = \frac{a}{2} (-2 \pm \sqrt{5} \pm \sqrt{\frac{7}{3} \pm 4\sqrt{5}}),$$

$$y_{3,4,5,6} = \frac{a}{2} (-2 \pm \sqrt{5} \mp \sqrt{\frac{7}{3} \pm 4\sqrt{5}}).$$

Въ полученныхъ нами соотвѣтствующихъ значеніяхъ для x и y рѣшеніяхъ передъ радикалами $\sqrt{\frac{7}{6}}$ и $\sqrt{5}$ надо взять одновременно либо верхніе, либо нижніе знаки; выбравъ тотъ или другой изъ нихъ, можно взять передъ радикаломъ $\sqrt{\frac{7}{3} \pm 4\sqrt{5}}$ по произволу всюду либо верхніе, либо нижніе знаки.

Л. Богдановичъ (Ярославль); Н. Панафутинъ (Казань); Б. Щиголевъ (Варшава).

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подѣ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

А. Тумерманъ, преподаватель Торговой Школы. *Краткій курсъ ариометики* для городскихъ училищъ и младшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній. Изд. книжнаго магазина „Образованіе“. Одесса, 1911. Стр. 126. Ц. 30 к.

Гастонъ Дарбу. *Этюды о развитіи геометрическихъ методовъ*. Переводъ съ французскаго, разрѣшенный авторомъ, прив.-доц. С. Слугинова. Казань, 1911. Стр. 37. Ц. 35 к.

В. Каспарьянцъ, преподаватель женской гимназій, бывш. инспекторъ Лазаревскаго Института восточныхъ языковъ. *Учебникъ теоретической ариометики* для старшихъ классовъ гимназій и реальныхъ училищъ. Москва, 1911. Стр. 130. Ц. 80 к.

Н. Платоновъ. *Практическія занятія по начальной астрономіи (космографіи).* Для учащихся въ средней школѣ. Съ рисунками. Москва, 1911. Стр. XX + 235. Ц. 60 к.

І. Штѣклинь. *Методика ариѳметики.* Часть I-ая. 1-й, 2-й и 3-й школьные годы обученія. Съ 438 рис. Переводъ съ послѣдняго нѣмецкаго изданія Ал. Долгова подъ редакціей и съ предисловіемъ Д. Л. Волковскаго. Москва, 1911. Стр. XXIV + 551. Ц. 1 р. 75 к.

І. Штѣклинь. *Ариѳметическій задачникъ.* Выпускъ I. „Азбука ариѳметики“. Ц. 10 коп. Выпускъ II. „Счисленіе надъ числами до 100“. Ц. 10 коп. Выпускъ III. „Счисленіе въ предѣлѣ 1000“. Ц. 10 коп. Переводъ съ нѣмецкаго Д. Л. Волковскаго, Москва, 1911.

С. И. Бондаревъ. *Ариѳметическій задачникъ для первоначальнаго обученія ариѳметикѣ.* Часть II. „Численные примѣры и задачи въ предѣлѣ 1000, чиселъ любой величины, именованныя числа и простѣйшія дроби“. Москва, 1911. Стр. 140. Ц. 35 к.

ЗАПИСКИ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ. *Отчетъ по Николаевской Главной Физической Обсерваторіи за 1909 г.,* представленный Императорской Академіи Наукъ директоромъ Обсерваторіи М. Рыкачевымъ. С.-Петербургъ, 1911. Стр. 149.

Отчетъ Русскаго Общества любителей Міровѣдѣнія за 1910 г. С.-Петербургъ, 1911. Стр. 43.

Краткій отчетъ о дѣятельности Московскаго Математическаго Кружка (съ 1-го февраля 1910 г. по 1-ое февраля 1911 г.). Москва, 1911. Стр. 7.

Theodor Vahlen. *Konstruktionen und Approximationen in systematischer Darstellung.* Eine Ergänzung der Niederen, eine Vorstufe zur höheren Geometrie. Mit 127 Figuren im Text. Verlag von B. G. Teubner. Leipzig und Berlin, 1911. S. XII + 349.

Carl Andreae. *Die Entwicklung der theoretischen Pädagogik.* Verlag von B. G. Teubner. Leipzig, 1911. S. VIII + 188.

Encyclopädie der Elementar-Mathematik. Ein Handbuch für Lehrer und Studierende von H. Weber und I. Wellstein. III. Angewandte Elementar-Mathematik. Erster Teil. **Rudolf H. Weber.** *Mathematische Physik,* Zweite Auflage, mit 254 Figuren im Text. Verlag von B. G. Teubner. Leipzig und Berlin, 1910. S. XII + 536.

Dr. **Alfred Loewy,** Professor an der Universität Freiburg i. B. *Versicherungs-Mathematik.* Zweite, umgearbeitete Auflage. Verlag G. I. Göschen. Leipzig. 1911. S. 175.

F. Frech. *Aus der Vorzeit der Erde.* V. Steinkohle, Wüsten und Klima der Vorzeit. Zweite Auflage. Verlag von B. G. Teubner. Leipzig, 1911. S. 125.

W. Weiler. Professor. *Optik: Lehre vom Licht.* Mit in den Text eingedruckten farbigen Abbildungen. Zur Selbstbelehrung und für den Schulunterricht. Zweite, verbesserte und vielfach vermehrte Auflage. Verlag von I. F. Schreiber. Esslingen und München. S. XXVIII + 155.

Internationale mathematische Unterrichtscommission. Russische Abteilung. *Bericht über den mathematischen Unterricht an den russischen Realschulen* von K. W. Vogt, Direktor der zweiten Realschule in St.-Petersburg. St.-Petersburg, 1911. S. 16.

„ЛЮБИТЕЛЬ ПРИРОДЫ“

ОРГАНЪ ОБЩЕСТВА ЛЮБИТЕЛЕЙ ПРИРОДЫ

въ С.-Петербургѣ

Утвержденнымъ Министерствомъ Народнаго Просвѣщенія мнѣніемъ Ученаго Комитета определено внести журналъ въ списокъ изданий, заслуживающихъ вниманія при пополненіи учебныхъ библиотекъ среднихъ учебныхъ заведеній. Утвержденнымъ Г. Товарищемъ Главнѣеуправляющаго Землеустроительствомъ и Земледѣліемъ мнѣніемъ Ученаго Комитета журналъ за 1906 годъ одобренъ для библиотекъ, подвѣдомственныхъ Главному Управленію учебныхъ заведеній. Журналъ рекомендованъ въ циркулярѣ по военно-учебнымъ заведеніямъ для фундаментальныхъ и ротныхъ библиотекъ военно-учебныхъ заведеній.

Постановленіемъ Ученаго Комитета Министерства Торговли и Промышленности журналъ рекомендованъ для библиотекъ коммерческихъ училищъ.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Растеніе и его жизнь въ естественныхъ и искусственныхъ условіяхъ (комнатная культура, оранжерейная и проч.). Животное царство—акваріумъ, терраріумъ и виваріумъ; пѣвчія и декоративныя птицы. Изготовленіе коллекцій по растительному и животному царствамъ.

Кромѣ оригинальныхъ и переводныхъ статей по перечисленнымъ рубрикамъ, въ журналѣ помѣщаются также: 1) совѣты начинающимъ любителямъ; 2) мелкія замѣтки; 3) свѣдѣнія о дѣятельности Общества Любителей Природы и другихъ обществъ и учрежденій, преслѣдующихъ аналогичныя задачи; 4) критика и бібліографія; 5) вопросы и отвѣты; 6) объявленія.

Журналъ выходитъ ежемѣсячно книжками, въ 2 печатныхъ листа, съ рисунками и чертежами въ текстѣ и на отдѣльныхъ листахъ.

Въ 1911 году при журналѣ будутъ разсланы сѣмена растений годныхъ для комнатной и воздушной культуры.

Подписная цѣна на годъ съ доставкой и пересылкою 3 руб. На пересылку подъ заказной бандеролью прилагаемыхъ къ журналу цвѣтныхъ таблицъ, къ подписной платѣ слѣдуетъ прибавлять 21 коп. За перемену адреса высылать 25 коп. (можно марками). Члены Общества Любителей Природы, уплатившіе годовой членскій взносъ (5 руб.), получаютъ журналъ безплатно.

Подписка принимается въ С.-Петербургѣ въ конторѣ редакціи у В. И. Разумова (Спб., Екатерининская ул., 3, кв. 63), а также во всѣхъ книжныхъ магазинахъ. Адресъ редакціи: Спб., Петербургская Сторона, Звѣринская ул., 17А, кв. 7.

Редакторъ И. Мамонтовъ.

ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА на 1911 годъ
НА ИЛЛЮСТРИРОВАННЫЙ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНЫЙ ДВУХНЕДЕЛЬНЫЙ ЖУРНАЛЪ
(20 №№ въ годъ)

„ЗАВОЕВАНІЕ ВОЗДУХА“

для всѣхъ, интересующихся новымъ проявленіемъ человѣческаго гения—вопросами о покореніи человѣкомъ воздушной стихіи.

Цѣль настоящаго журнала: дать за невысокою подписную плату (3 р. въ годъ) въ общедоступномъ и ясномъ изложеніи знакомство съ основами воздухоплаванія и воздухоплетанія, съ устройствомъ, конструкціями и расчетами летательныхъ аппаратовъ различн. системъ, сообщать о всѣхъ выдающихся событіяхъ въ этой области, изобрѣтеніяхъ и усовершенствованіяхъ, слѣдить за успѣхами воздухоплаванія въ Россіи и заграничѣй и т. д.

СОТРУДНИКИ ЖУРНАЛА:

Въ журналѣ принимаютъ участіе: Инженеръ-технологъ А. С. Вороничъ, инж. И. Д. Гарбачевскій, инженеръ-технологъ С. И. Картаци, кандидатъ матем. наукъ А. И. Картаци, заграничный инженеръ Р. И. Лагуновъ, инженеръ-технологъ С. П. Лизогубъ, техникъ Н. А. Малышевъ, военный инженеръ Л. Л. Мищенко, инженеръ-технологъ И. С. Некрасовъ, военный инженеръ М. И. Невзминовъ, инженеръ-технологъ В. В. Рюминъ, инженеръ-технологъ Н. И. Фадѣевъ и мн. др.

Годовая подписная плата ТРИ РУБЛЯ съ доставкой и пересылкой. Допускается разсрочка: 2 р. при подпискѣ и 1 р. къ 1 мая. На друг. услов. и на 1/2 года подписка не принимается.

Подписавшимся среди года немедленно высылаются всѣ №№ за истекшіе мѣсяцы, начиная съ № 1-го.

Адресъ Конторы журнала: г. Николаевъ, Херс. губ., почтовый ящикъ № 187.

Адресъ Редакціи: г. Николаевъ, Херс. губ., Черноморскій заводъ, квар. № 3.

Редакторъ-издатель инженеръ-технологъ С. П. Лизогубъ.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не
меньше 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1910 г.

43-й семестръ.

Г. Пуанкаре Новая механика. — *П. Флоровъ*. Способъ вычисленія отношенія окружности къ диаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ. — *И. Мессеримидтъ*. Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэлъ*. Марсъ. — *С. Виноградовъ*. Развитие понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ. — *Е. Григорьевъ*. О разложеніи въ ряды функций $\sin x$ и $\cos x$. — Проф. *Д. Синцовъ*. Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель. — *Г. Урбанъ*. Являются ли основныя законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ*. Объ ирраціональныхъ числахъ. — *П. Ренаръ*. Авіація, какъ спортъ и наука. — Проф. *О. Лоджъ*. Мировой эфиръ. — *К. Лебединцевъ*. Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы. — *Э. Кроммелинъ*. Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ*. Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобынинъ*. Естественныя и искусственныя пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ

44-ый семестръ.

О построеніяхъ, производимыхъ циркулемъ и линейкой. Прив.-доц. *С. О. Шапуновскаго*. О биссектрисахъ треугольника. *Н. Извольскаго*. О четырехугольникахъ, имѣющемъ при данныхъ сторонахъ наибольшую площадь. Проф. *Б. К. Млодзневскаго*. Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *К. Иванова*. Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. Проф. *Д. Синцова*. Нѣкоторыя свойства вращающагося твердаго тѣла. *Н. Васильева*. Броуновское движеніе. *А. Голлоса*. Дѣленіе на 9. *А. Филиппова*. Объ ирраціональныхъ числахъ. *Е. Смирнова*. Основы беспроволочной телеграфіи. *Л. Мандельштама* и *Н. Папаллекси*. О биссектрисахъ треугольника. *Е. Томаевича*. О геометрическихъ построеніяхъ съ помощью линейки при условіи, что дана неизмѣнная дуга круга съ центромъ. Проф. *Д. Мордухай-Болтовскаго*. Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому мировоззрѣнію. *М. Планка*. Генезисъ минераловъ. *Г. Е. Бёкке*. Еще къ вопросу объ ирраціональныхъ числахъ. *К. Лебединцева*. Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба. Прив.-доц. *А. А. Дмитровскаго*. Причина землетрясеній, горообразованія и родственныхъ явленій. *Т. Арльта*.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ **5% уступки.**

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.