

Редакціей

№ 500—501. 28 ДЕК 1909

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

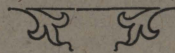
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Привать-Доцента В. ф. КАГАНА.

XLII-го Семестра № 8—9-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1909.

<http://vofem.ru>

ЖУРНАЛЪ

МИНИСТЕРСТВА

НАРОДНАГО ПРОСВѢЩЕНІЯ

— съ 1867 года —

заключаетъ въ себѣ, кромѣ правительственныхъ распоряженій, отдѣлы педагогійи и наукъ, критики и библіографіи, и современную лѣтопись учебнаго дѣла у насъ и за границей.

Подписка принимается только на годъ, — въ Редакціи (по Троицкой улицѣ, домъ № 11) ежедневно, кромѣ дней неприсутственныхъ, отъ 10 до 12 часовъ утра. Иногородніе также адресуютъ **исключительно** въ Редакцію.

Подписная цѣна на годъ безъ пересылки или доставки **12 р.**, съ доставкою въ С.-Петербургъ **12 р. 75 к.**, съ пересылкой въ другіе города **14 р. 25 к.**, за-границу—**16 р.** Книжки выходятъ въ началѣ каждаго мѣсяца. Сверхъ того, желающіе могутъ пріобрѣтать въ Редакціи находящіеся для продажи экземпляры Журнала и, по предварительномъ сношеніи съ Редакціею, отдѣльныхъ его книжекъ за прежніе годы, по цѣнѣ за полный экземпляръ (12 книжекъ) **шесть рублей**, за отдѣльныя книжки — по 50 копѣекъ за каждую. **Полные экземпляры** имѣются за 1869, 1870, 1876, 1877, 1881, 1882, 1883, 1884, 1887, 1888, 1894, 1895, 1900, 1902—1907 годы. За пересылку слѣдуетъ прилагать по разстоянію.

При „Журналѣ“ съ апрѣля 1904 г. издаются ежемѣсячными книжками по 5—6 листовъ „Извѣстія по народному образованію“ съ приложеніемъ „Справочной книги по низшему образованію“. „Извѣстія“ воспроизводятъ одинъ изъ отдѣловъ „Журнала“, но „Справочная книга“ составляетъ совершенно отдѣльное отъ „Журнала“ изданіе. Цѣна „Извѣстій“ составляетъ 3 руб. съ пересылкой и доставкой, за границу—4 руб.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 500 — 501.



Содержаніе: Развитие спектроскопій. *Проф. Г. Кайзера.* — Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ. *Я. М.* — Искусственные драгоценные камни. *Проф. К. Дёлтера.* — О четырехугольникахъ *Дм. Ефремова.* — Приближенное дѣленіе угла на и равныхъ частей при помощи циркуля и линейки *А. Пугаченко.* — Опыты проф. *И. И. Косоногова* по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа. — Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка. — Задачи №№ 222 — 227 (5 сер.). Рѣшенія задачъ №№ 149, 152, 153, 154 и 156 (5 сер.). — Поправки. — Книжки и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

Развитіе спектроскопій.

Проф. Г. Кайзера.

(Рѣчь, произнесенная 20 сентября 1909 г. въ Зальцбургѣ въ первомъ общемъ собраніи 81 Съѣзда Нѣмецкихъ Естествоиспытателей и Врачей).

1859 годъ останется незабвеннымъ въ исторіи естественныхъ наукъ и человѣческой культуры, пока таковая будетъ существовать. Въ этомъ году были открыты и повѣданы міру два факта такой важности и плодотворности, что слѣдствій ихъ мы даже приблизительно не исчерпали еще и теперь; по прошествіи 50 лѣтъ мы ежедневно пожинаемъ новые плоды съ тѣхъ деревъ, сѣмена которыхъ Чарльзъ Дарвинъ и Густавъ Кирхгоффъ заронили въ томъ году въ плодородное лоно науки.

Своимъ открытіемъ естественныхъ условий, вызывающихъ въ мірѣ растений и животныхъ, съ одной стороны, дальнѣйшее развитіе, а, съ другой стороны, — устойчивость, Дарвинъ пролилъ яркій свѣтъ на область описательнаго естествознанія и далъ мощный импульсъ къ новымъ изслѣдованіямъ въ этихъ наукахъ; въ братской же области точныхъ наукъ Кирхгоффъ проложилъ новые пути своимъ открытіемъ о соотношеніи между испусканіемъ и поглощеніемъ лучей и разработан-

нымъ совмѣстно съ Бунзеномъ спектральнымъ анализомъ: эти открытія позволяютъ намъ проникнуть въ тайны микрокосмоса и макрокосмоса, въ строеніе атомовъ и небесныхъ тѣлъ и достигать такихъ дѣлъ, которыя мы раньше назвали бы фантастическими утопіями.

Я полагаю, что значеніе открытія можно познать по плодамъ его, и потому позвольте мнѣ изложить вамъ въ короткій промежутокъ одного часа успѣхи, достигнутые спектроскопией въ теченіе 50 лѣтъ со времени открытія Кирхгоффа; принимая во вниманіе условія мѣста и времени, я постараюсь изобразить передъ вами мощное развитіе этой отрасли лишь въ общихъ чертахъ, не вдаваясь, конечно, въ научныя подробности.

Когда Кирхгоффъ вступилъ въ 1859 г. на путь спектроскопическихъ изысканій, онъ нашелъ предъ собою обширное наслѣдіе предшественниковъ. Исторія этой главы оптики начинается уже съ 1672 г., когда Ньютонъ открылъ, что бѣлый свѣтъ,—напримѣръ, солнечный или испускаемый раскаленнымъ до-бѣла кускомъ металла, разлагается при прохожденіи черезъ призму. Бѣлый свѣтъ состоитъ изъ смѣси лучей различныхъ цвѣтовъ; въ зависимости отъ цвѣта лучи эти въ различной степени отклоняются призмой: красные лучи отклоняются меньше другихъ, фіолетовые—наиболѣе сильно. Поэтому, если примемъ на экранъ свѣтовой пучокъ послѣ его прохожденія черезъ призму, то мы увидимъ вытянутую въ длину свѣтовую полосу, заканчивающуюся на одной сторонѣ краснымъ цвѣтомъ, а на другой—фіолетовымъ; между этими двумя цвѣтами расположены прочіе цвѣта. Ньютонъ назвалъ эту полосу разложеннаго свѣта спектромъ.

18-ое столѣтіе мало подвинуло изслѣдованіе въ этой области, но съ начала 19-го столѣтія появляется длинный рядъ новыхъ открытій: оказалось, что въ бѣломъ свѣтѣ, кромѣ видимыхъ, т. е. дѣйствующихъ на нашъ глазъ лучей, начиная отъ красныхъ и кончая фіолетовыми, есть еще и другіе лучи, и при томъ двухъ родовъ: одни отклоняются еще слабѣе, чѣмъ красные, и называются инфракрасными или тепловыми лучами, другіе же, которые называются ультрафіолетовыми лучами, отклоняются сильнѣе фіолетовыхъ, и существованіе ихъ можетъ быть обнаружено въ особенности по ихъ химическимъ дѣйствіямъ, т. е., прежде всего, посредствомъ фотографіи. Затѣмъ изслѣдователи,—преимущественно англійскіе физики Брюстеръ, Тальботъ и Уитстонъ и другіе,—нашли, что при испареніи солей въ пламени послѣднее окрашивается, и что спектръ этого пламени не содержитъ, подобно спектру бѣлаго свѣта, всѣхъ цвѣтовъ, но лишь нѣкоторые отдѣльные цвѣта. Такимъ образомъ, спектръ, испускаемый раскаленными парами, не образуетъ сплошной свѣтовой ленты, но содержитъ лишь отдѣльные цвѣта: такой спектръ представляетъ собою темную полосу, прерываемую отдѣльными свѣтлыми линіями.

Слѣдующее важное завоеваніе связано съ именемъ Фраунгофера, который открылъ, что и солнечный спектръ при болѣе точномъ разсмотрѣніи оказывается не сплошнымъ: въ свѣтлой полосѣ можно найти множество темныхъ линій, т. е. въ солнечномъ свѣтѣ недо-

стаетъ многихъ цвѣтовъ. Фраунгоферъ далъ первое изображеніе такого солнечнаго спектра съ темными линіями, какимъ онъ представляется при болѣе тщательномъ разсмотрѣніи; эти линіи съ тѣхъ поръ называются Фраунгоферовыми, и восемь наиболѣе замѣтныхъ Фраунгоферъ обозначилъ буквами отъ *A* до *H*. Особенное вниманіе его привлекла темная линія *D* въ желтой части спектра; ту же линію онъ нашелъ въ свѣтѣ пламени всевозможныхъ свѣчей и масляныхъ лампъ; онъ не подозрѣвалъ, однако, какая связь существуетъ между этими явленіями. Ему же наука обязана и другимъ значительнымъ успѣхомъ. Какъ извѣстно, свѣтовые лучи представляютъ собой волны въ свѣтовомъ эфирѣ; различныя волны могутъ отличаться одна отъ другой своей длиною, т. е. разстояніемъ между своими гребнями, и отъ длины волны свѣтовыхъ лучей зависитъ дѣйствіе ихъ на нашъ глазъ, т. е. ихъ цвѣтъ, — подобно тому, какъ въ звуковыхъ волнахъ отъ длины волны зависитъ высота звука. Лишь посредствомъ длины волны можно точно опредѣлить цвѣтъ и вмѣстѣ съ тѣмъ его положеніе въ спектрѣ. Фраунгоферъ изобрѣлъ новый чрезвычайно важный приборъ, такъ называемую оптическую рѣшетку, съ помощью котораго легко можно опредѣлить длину волны, соответствующую каждому лучу; онъ выполнилъ такіе измѣренія для опредѣленныхъ Фраунгоферовыхъ линій, обозначенныхъ буквами.

Другая область изслѣдованія впервые была открыта Гладстономъ. Пропуская бѣлый свѣтъ черезъ тѣло, мы замѣчаемъ, что свѣтъ послѣ прохожденія сталъ слабѣе: говорятъ, что часть свѣта поглощена тѣломъ. Если взятое тѣло прозрачно и окрашено, то не всѣ цвѣта, входящіе въ составъ бѣлаго свѣта, ослабляются въ одинаковой степени; напримѣръ, синее стекло весьма сильно поглощаетъ красный цвѣтъ и очень слабо синий. Если мы пропустимъ такой свѣтъ, прошедшій черезъ цвѣтное тѣло, еще и сквозь призму и получимъ спектръ его, то въ послѣднемъ будутъ недоставать всѣ тѣ цвѣта, которые были поглощены: мы будемъ имѣть спектръ поглощенія, т. е. сплошной спектръ, въ которомъ имѣются темныя полосы. Такіе спектры поглощенія цвѣтныхъ солей служили предметомъ изслѣдованій Гладстона.

Мы должны назвать еще двухъ предшественниковъ Кирхгофа—Стюарта и Стокса. Стюартъ высказалъ предложеніе относительно тепловыхъ лучей, что каждое тѣло интенсивно испускаетъ именно тѣ лучи, которые оно сильно поглощаетъ. Это почти совпадаетъ съ содержаніемъ знаменитаго предложенія Кирхгофа, но въ такой формѣ это предложеніе невѣрно, да и самъ Стюартъ сдѣлалъ изъ него ложное примѣненіе: онъ ошибочно полагалъ, что твердая каменная соль должна сильно поглощать тѣ лучи, которые испускаетъ каменная соль, внесенная въ пламя, т. е. желтые лучи.

Эти желтые лучи играютъ выдающуюся роль въ исторіи спектроскопіи; это тѣ самые лучи, которые Фраунгоферъ нашелъ во всякомъ пламени; соответствующую имъ въ солнечномъ спектрѣ черную линію онъ обозначилъ буквой *D*. Эти лучи въ дѣйствительно-

сти, обуславливаются металломъ натріемъ; брызги морскихъ волнъ, содержащихъ поваренную соль, т. е. хлористый натрій, распространяютъ этотъ металлъ, хотя и въ очень малыхъ количествахъ, по всей атмосферѣ, и поэтому онъ въ большей или меньшей степени обнаруживается во всякомъ пламени. Послѣ того, какъ Фуко и Сванъ доказали точнѣе равенство длины волны желтыхъ лучей и *D*-линій, Стоксъ въ разговорѣ съ лордомъ Кельвиномъ высказалъ мнѣніе, что *D*-линія солнца обуславливается, можетъ быть, прохожденіемъ первоначально бѣлаго солнечнаго свѣта черезъ пары натрія, которые находятся въ солнечной оболочкѣ. На этомъ основаніи лордъ Кельвинъ и другіе англійскіе физики приписали Стоксу честь объясненія Фраунгоферовыхъ линий, но самъ Стоксъ рѣшительно отклонилъ отъ себя эту честь. Изъ недавно появившейся чрезвычайно интересной переписки между Стоксомъ и Кельвиномъ мы узнаемъ, что Кельвинъ настаивалъ на томъ, чтобы Стоксъ опубликовалъ это открытіе; но болѣе пожилой и осторожный Стоксъ отказывался отъ этого, говоря, что его мысль есть лишь недоказуемая гипотеза.

Приблизительно въ такомъ положеніи находился разсматриваемый вопросъ, когда Кирхгоффъ приступилъ къ изслѣдованію. Его первымъ дѣломъ было строго математическое доказательство его знаменитаго предложенія о соотношеніи между испусканіемъ и поглощеніемъ. Содержаніе этого предложенія заключается въ слѣдующемъ: каждое тѣло поглощаетъ тѣ лучи, которое оно само испускаетъ при той же самой температурѣ, и во всѣхъ существующихъ тѣлахъ отношеніе степени испусканія къ степени поглощенія при одной и той же температурѣ имѣетъ одинаковую величину, равную испусканію чернаго тѣла при той же температурѣ. Коренное отличіе этого предложенія отъ высказаннаго Стюартомъ заключается, слѣдовательно, въ томъ, что Кирхгоффъ принимаетъ во вниманіе температуру: не вѣрно, что холодная каменная соль поглощаетъ тѣ лучи, которые испускаютъ пары этой соли, т. е. *Na*, но вѣрно то, что натріевы пары при температурѣ, приблизительно, въ 1000° поглощаютъ тѣ же лучи, какіе эти пары при 1000° испускаютъ.

Я не буду даже пытаться здѣсь выяснять всю чрезвычайную важность этого предложенія: оно оказалось плодотворнымъ во многихъ главахъ физики и составляетъ основаніе большихъ отдѣловъ спектроскопіи. Одно заключеніе Кирхгоффъ вывелъ тотчасъ же: такъ какъ раскаленные пары испускаютъ только отдѣльныя свѣтлыя линіи, то они могутъ производить поглощеніе тоже лишь въ отдѣльныхъ темныхъ линіяхъ. Если мы пропустимъ бѣлый свѣтъ отъ достаточно горячаго источника свѣта черезъ свѣтящійся паръ, который испускаетъ, напримѣръ, десять линій, то мы должны получить въ спектрѣ десять темныхъ линій въ тѣхъ точно мѣстахъ, гдѣ находились свѣтлыя линіи; одинъ спектръ является обращеніемъ другого. Такъ какъ солнечный спектръ содержитъ множество темныхъ линій, то солнечная оболочка должна состоять изъ раскаленныхъ паровъ, поглощающихъ изъ бѣлаго свѣта, приходящаго къ нимъ отъ болѣе горячаго солнечнаго ядра, волны

той длины, какія они испускають сами. Если бы мы могли устранить солнечное ядро и оставить лишь оболочку, то она дала бы намъ обращенный солнечный спектръ; свѣтлое основаніе его стало бы темнымъ, а темныя Фраунгоферовы линіи превратились бы въ свѣтлыя.

Этотъ опытъ можно произвести въ дѣйствительности: при полномъ солнечномъ затмѣніи луна покрываетъ солнце до самаго наружнаго края его, до оболочки; этой край даетъ, дѣйствительно, свѣтлыя линіи на мѣстѣ Фраунгоферовыхъ. Такъ какъ необходимое для этого опыта положеніе луны длится лишь короткое мгновеніе, то этотъ спектръ, появляющійся и исчезающій подобно молніи, называется „flash spectrum“ (flash по-англійски означаетъ внезапный свѣтъ, вспышку).

Изъ этого объясненія Фраунгоферовыхъ линій слѣдуетъ далѣе, что мы можемъ опредѣлить химическій составъ солнечной оболочки: для этого нужно лишь изслѣдовать, какіе элементы въ паробразномъ состояніи испускають линіи съ такими же длинами волны, какія имѣють Фраунгоферовы линіи.

Когда Кирхгоффъ установилъ свое предложеніе, то естественно возникли двѣ задачи: необходимо было 1) точно измѣрить длину волны каждой Фраунгоферовой линіи и 2) установить спектры испусканія элементовъ. Сравненіе обоихъ результатовъ должно было открыть химическій составъ солнечной оболочки и вмѣстѣ съ тѣмъ, понятно, и самого солнца. Обѣ эти задачи Кирхгоффъ рѣшилъ частью самъ, частью же сообща съ Бунзеномъ.

Но сперва необходимо было рѣшить нѣкоторые предварительные вопросы. Одинъ и тотъ же элементъ, — на примѣръ *Na*, — мы можемъ превратить въ свѣтящейся паръ весьма различными способами: на примѣръ, мы можемъ ввести различныя натріевы соли въ пламя, или же въ дугу между двумя углями, или, наконецъ, мы можемъ вызвать электрическую искру между двумя кусками натрія. При этомъ имѣють мѣсто совершенно различныя температуры, и къ парамъ натрія въ каждомъ способѣ примѣшаны другіе, каждый разъ особые, пары или газы. Является ли спектръ натрія независимымъ отъ этихъ побочныхъ обстоятельствъ, сохраняется ли онъ неизмѣннымъ? Этотъ вопросъ имѣетъ фундаментальное значеніе, но предшественники Кирхгоффъ а не только не рѣшили, но даже и не ставили его. Кирхгоффъ и Бунзенъ пользовались самыми различными солями и получали изъ нихъ пары самыми разнообразными способами и нашли, что спектръ cadaго элемента въ существенномъ оказывается неизмѣннымъ. Хотя при различныхъ температурахъ измѣнялась яркость отдѣльныхъ линій, такъ что иногда даже нѣкоторыя линіи исчезали, а иногда появлялись новыя линіи; но въ цѣломъ спектръ cadaго элемента оказывается такимъ же неизмѣннымъ характернымъ признакомъ его, какъ атомный вѣсъ. Различныя соли, будучи внесены въ пламя, разлагаются, и мы всегда получаемъ лишь спектръ самого ме-

тада, независимо отъ кислотнаго радикала, съ которымъ онъ былъ соединенъ въ соли.

Ясно, что установленіе этого факта открыло новую блестящую перспективу: оно даетъ возможность качественного химическаго анализа съ помощью спектра. Если получимъ искру отъ какой-нибудь смѣси металловъ и будемъ наблюдать спектръ, то мы должны будемъ увидѣть линіи металловъ, входящихъ въ составъ смѣси, т. е. мы можемъ за нѣсколько минутъ опредѣлить этотъ составъ и при томъ съ самой незначительной затратой матеріала. Помимо большого удобства этого новаго аналитическаго метода онъ, во многихъ случаяхъ, по крайней мѣрѣ, отличается еще поразительной чувствительностью. Какъ показали Кирхгоффъ и Бунзенъ, спектральныя линіи обнаруживаютъ присутствіе элементовъ, даже когда имѣются лишь столь ничтожныя слѣды ихъ, что о химическомъ открытіи ихъ не можетъ быть и рѣчи. Напримѣръ, одна 14-милліонная доля миллиграмма натрія явственно показываетъ желтую линію; этимъ и объясняется повсемѣстное нахожденіе этой линіи. Правда, эта чрезмѣрная чувствительность спектрально-аналитическихъ реакцій обуславливаетъ собой одно большое затрудненіе: спектроскопическое изслѣдованіе химически чистѣйшихъ веществъ показываетъ, что въ дѣйствительности они содержатъ еще примѣсь одной или нѣсколькихъ долинъ постороннихъ элементовъ. Но зато спектральный анализъ, съ другой стороны, даетъ возможность открывать такіе элементы, которые встрѣчаются лишь въ ничтожныхъ количествахъ и поэтому ускользаютъ отъ химическаго анализа. Дѣйствительно, уже первые опыты Кирхгоффа и Бунзена привели къ открытію двухъ новыхъ щелочныхъ металловъ, рубидія и цезія, которые, правда, весьма распространены на землѣ, но почти исключительно въ ничтожныхъ количествахъ. Впослѣдствіи такимъ же путемъ были открыты индій, талій, галій и германій. Спектральный анализъ открылъ также нѣсколько такъ называемыхъ рѣдкихъ земель, но особенный триумфъ выпалъ на его долю нѣсколько лѣтъ тому назадъ, когда Рэллею и Рамзаю удалось доказать, что нашъ воздухъ содержитъ, кромѣ азота и кислорода, еще и рядъ другихъ газовъ, которые раньше были неизвѣстны: аргонъ, неонъ, ксенонъ, криптонъ и гелій^{*)}.

Подобныя изслѣдованія, имѣвшія преимущественно химическій характеръ и ограничивавшіяся, главнымъ образомъ, щелочными и щелочно-земельными металлами, Кирхгоффъ производилъ совместно съ Бунзеномъ; одинъ же онъ предпринялъ изслѣдованіе солнечнаго спектра. При помощи большого спектральнаго аппарата, въ которомъ свѣтъ разлагался, проходя черезъ четыре призмы, онъ получилъ превосходное изображеніе спектра съ его Фраунгоферовыми линіями. Затѣмъ онъ измѣрилъ искровые спектры многихъ элементовъ и сравнилъ ихъ съ солнечнымъ спектромъ. Онъ доказалъ такимъ образомъ, что множество элементовъ, которые имѣются въ большихъ количествахъ въ земной корѣ, находятся также и въ солнечной атмосферѣ.

^{*)} См. статью В. Рамзая „Влагодѣльные и радиоактивные газы“. „Вѣстникъ“, №№ 481, 482.

Эта работа требовала большихъ усилій и напряженія; за этой работой Кирхгоффъ, къ сожалѣнью, такъ сильно испортилъ свое зрѣнїе, что не могъ довести своего труда до конца и долженъ былъ выпустить въ 1861 г. одну лишь первую часть; лишь два года спустя недостающая часть была восполнена Гофманомъ подъ руководствомъ Кирхгоффа.

Это изслѣдованіе пролило совершенно новый свѣтъ на физическое строеніе солнца. Кирхгоффъ говоритъ: „Наиболѣе вѣроятное предположеніе, какое мы можемъ сдѣлать, заключается въ томъ, что солнце состоитъ изъ твердаго или капельно-жидкаго раскаленнаго добѣла ядра, окруженнаго атмосферой съ нѣскольکو менѣе высокой температурой“. Немного лѣтъ предъ этимъ великій Араго высказалъ мнѣніе, которое теперь представляется намъ совершенно непонятнымъ, будто солнце состоитъ изъ холоднаго ядра, на которомъ люди вполнѣ могли бы жить; ядро же это окружено непрозрачною оболочкой, которая, въ свою очередь, покрыта видимой намъ раскаленною атмосферой. Это фантастическое предствленіе, совершенно несостоятельное съ точки зрѣнїя физики, было вызвано существованіемъ такъ называемыхъ солнечныхъ пятенъ, т. е. темныхъ мѣстъ, которыя въ періодическіе промежутки времени наблюдаются на солнцѣ въ большемъ или меньшемъ количествѣ; величина нѣкоторыхъ наблюдавшихся пятенъ далеко превышаетъ размѣры нашей земли. По мнѣнію Араго, пятна представляютъ собой дыры въ наружныхъ оболочкахъ солнца, сквозь которыя мы видимъ холодное и потому темное ядро его. Въ настоящее время мы знаемъ, что пятна суть мѣста солнечной атмосферы, въ которыхъ пары холоднѣе и плотнѣе и потому сильнѣе поглощаютъ свѣтъ отъ ядра.

Работы Кирхгоффа произвели также огромное впечатлѣніе и въ болѣе широкихъ кругахъ; въ тѣ времена это весьма рѣдко выпадало на долю научныхъ открытій. Вызванный тогда всеобщій интересъ можно сравнить съ тѣмъ впечатлѣніемъ, которое на нашихъ глазахъ произвело открытіе Рѣнтгеновскихъ лучей. Безчисленное множество научныхъ и популярныхъ лекцій и статей ставили себѣ цѣлью распространить новыя открытія. Особенное воодушевленіе, какъ вполнѣ понятно, должна была вызвать мысль, что отнынѣ міровое пространство стало доступнымъ изслѣдованію человѣка, что мы въ состояніи подвергнуть анализу неизмѣримо далекую неподвижную звѣзду, свѣтъ отъ которой можетъ дойти до насъ лишь за сотни или даже тысячи лѣтъ, хотя онъ проходитъ 300000 км. въ секунду!

Я привелъ здѣсь лишь немногіе главные пункты изъ изслѣдованій Кирхгоффа: недостатокъ времени не позволяетъ мнѣ упомянуть разсыянные въ его работахъ безчисленные, частью чрезвычайно важные факты и замѣчанія, плодотворность которыхъ отчасти выяснилась значительно позже. Я поставилъ себѣ цѣлью указать здѣсь лишь главные пути, которые Кирхгоффъ проложилъ въ совершенно неизслѣдованной области; дальнѣйшая разработка и усовершенствованіе этихъ открытій выпала на долю послѣдующихъ поколѣній.

Мы видѣли, что работы Кирхгоффа намѣтали двѣ задачи: 1) изслѣдованіе земныхъ спектровъ и 2) изслѣдованіе спектровъ небесныхъ

тѣлъ, такъ какъ ясно, что мы можемъ подвергнуть спектроскопическому изслѣдованію наравнѣ съ солнцемъ также и другія неподвижныя звѣзды, туманности и кометы, словомъ, всякое самосвѣтящееся тѣло.

Я займусь сперва земной спектроскопией, а затѣмъ перейду къ небесной, къ такъ называемой астрофизикѣ.

Кирхгоффъ и Бунзенъ нашли, что всѣ соли какого-нибудь металла даютъ во всякомъ пламени одинъ и тотъ же спектръ, а именно линейчатый спектръ металла. При этомъ, однако, они осторожно замѣчаютъ, что это постоянство, по ихъ мнѣнію, объясняется тѣмъ, что взятыя ими соли во всѣхъ случаяхъ разлагались на свои составныя части, диссоциировали; вполнѣ, однако, возможно, что разложеніе не всегда должно имѣть мѣсто, что соединеніе можетъ превращаться въ свѣтящій паръ, не диссоциируя, и тогда мы должны получить новый спектръ, соответствующій взятому соединенію. Справедливость этого замѣчанія впервые доказалъ Митчерлихъ, который обнаружилъ, что уже Кирхгоффъ и Бунзенъ, сами того не сознавая, видѣли въ нѣкоторыхъ отдѣльныхъ случаяхъ спектры соединений. Онъ разыскалъ условія, которыя, по возможности, задерживаютъ диссоціацію, и такимъ образомъ ему удалось найти большое число спектровъ соединений. Это открытіе составило существенное дополненіе не только для пониманія спектровъ, но еще и въ другомъ направленіи: спектры соединений имѣютъ не такой видъ, какъ спектры наблюдавшихся до того времени элементовъ. Послѣдніе спектры состоятъ изъ большаго числа рѣзкихъ свѣтлыхъ линій, которыя, повидимому, неправильно распредѣлены вдоль спектра, тогда какъ во всѣхъ безъ исключенія спектрахъ соединений мы находимъ болѣе широкія, какъ бы затухеванныя полосы, при чемъ удлиненіе спектра путемъ примѣненія нѣсколькихъ призмъ показываетъ, что эти полосы составлены изъ безчисленнаго множества линій, расположеніе которыхъ, очевидно, подчинено нѣкоторой законмѣрности. Въ противоположность линейчатымъ спектрамъ эти спектры называются полосатыми или еще желобчатыми спектрами, такъ какъ множество затухеванныхъ съ одной стороны полосъ, будучи расположены рядомъ, производятъ впечатлѣніе освѣщенной сбоку желобчатой колонны.

Въ 1865 г. Плюкеръ и Гитторффъ сдѣлали другое существенное дополненіе, которое въ извѣстномъ смыслѣ шло въ разрѣзъ со взглядами Кирхгоффа. Плюкеръ еще раньше Кирхгоффа много работала надъ спектрами газовъ, и мы обязаны ему превосходными работами, въ которыхъ онъ ближе всѣхъ другихъ предшественниковъ Кирхгоффа подошелъ къ открытію спектральнаго анализа. Теперь онъ вмѣстѣ съ Гитторффомъ показалъ, что элементъ не всегда даетъ одинъ и тотъ же линейчатый спектръ, но въ нѣкоторыхъ случаяхъ элементы могутъ дать также полосатые спектры. Главнымъ условіемъ появленія такого спектра служить совершенно такъ же, какъ и въ спектрахъ соединенія, низкая температура. Въ настоящее время мы знаемъ элементы, которые имѣютъ не два только, а нѣсколько различныхъ спектровъ, но мы можемъ въ общемъ указать условія ихъ появленія.

Изъ дальнѣйшихъ работъ на первомъ мѣстѣ слѣдуетъ назвать работы Онгстрёма и Талена. Первый занимался спектральнымъ анализомъ тоже еще раньше Кирхгоффа, но безъ существенныхъ успѣховъ. Послѣ открытія Кирхгоффа Онгстрёмъ далъ изображеніе солнечнаго спектра и сравненіе его съ земными спектрами; работы его представляютъ шагъ впередъ по отношенію къ рисунку Кирхгоффа, такъ какъ Онгстрёмъ путемъ примѣненія Фраунгоферовой рѣшетки опредѣлилъ длины волнъ отдѣльныхъ линій въ десятиmilliонныхъ доляхъ миллиметра; послѣдняя величина получила названіе Онгстрёмовой единицы. Кирхгоффъ же пользовался въ своихъ опредѣленіяхъ произвольнымъ масштабомъ, что чрезвычайно затрудняло сравненіе. Атласъ Онгстрёма легъ въ основаніе дальнѣйшихъ измѣреній въ теченіе 20 лѣтъ. Таленъ же отчасти сообщалъ съ Онгстрёмомъ, отчасти самъ измѣрилъ спектры множества элементовъ, и для своего времени эти работы тоже были превосходны.

Я не могу здѣсь, конечно, останавливаться на произведенныхъ въ послѣдующія десятилѣтія многочисленныхъ работахъ о спектрахъ отдѣльныхъ элементовъ: одно перечисленіе именъ авторовъ потребовало бы много времени. Упомянемъ поэтому лишь нѣсколькихъ изслѣдователей, заслуги которыхъ наиболѣе велики: Сале, Лекокъ де-Буабодрантъ, Ливингъ и Дьюоръ, Локіеръ. На работахъ Локіера мы должны немного остановиться. Исходя изъ явленій на солнцѣ, Локіеръ изслѣдовалъ въ особенности измѣненіе спектровъ. Это привело его къ такъ называемой теоріи диссоціаціи, по которой всѣ наши элементы состоятъ изъ одного и того же матеріала въ различныхъ стадіяхъ сгущенія. Съ повышеніемъ температуры каждая молекула все болѣе и болѣе распадается и при безконечно высокой температурѣ превращается въ атомы первоначальной матеріи. Предположеніе о единствѣ вещества не ново и имѣетъ много данныхъ въ свою пользу; новымъ у Локіера является лишь допущеніе, что мы можемъ наблюдать распаденіе уже при доступныхъ намъ температурахъ, и что распаденіе извѣстныхъ элементовъ могло бы дать начало возникновенію другихъ извѣстныхъ намъ элементовъ. Локіеръ почти 40 лѣтъ собиралъ съ неутомимымъ рвеніемъ факты съ цѣлью подтвердить свое предположеніе; онъ не избѣгнулъ нѣкоторыхъ ошибочныхъ толкованій, и многія изъ его доказательствъ потомъ рухнули. Тѣмъ не менѣе ему удалось открыть много новыхъ важныхъ фактовъ, и въ своей неустанной работѣ онъ давалъ импульсы къ новымъ изслѣдованіямъ. Конечно, теорія диссоціаціи въ томъ объемѣ, который она имѣла по замыслу Локіера, оказывается несостоятельной; но теперь, когда сдѣлалось извѣстнымъ преобразование радиоактивныхъ веществъ, — напримѣръ, полученіе гелія изъ радія, — никто уже не можетъ пройти мимо этой теоріи съ такимъ пренебреженіемъ, какое она столь часто встрѣчала въ прежнее время.

Къ концу 70-хъ годовъ относятся первые успѣшныя опыты съ цѣлью сдѣлать доступными изслѣдованію и невидимыя части спектровъ, инфракрасную и ультрафіолетовую. Для изслѣдованія первой Ланглей ввелъ болометръ, а ко второй была примѣнена фотографія. Въ качествѣ піонеровъ въ этой области назовемъ лишь Дрэпера,

Маскара, Корню, Ливинга и Дьюора, Гертли. Сюда же относится открытая въ тоже время Г. В. Фогелемъ оптическая чувствительность пластинокъ: она дала возможность изготовлять фотографическія пластинки, обладающія чувствительностью не только къ синему и фіолетовому, но и ко всѣмъ цвѣтамъ. Въ настоящее время мы въ состояніи фотографировать весь ультрафіолетовый и видимый спектръ и можемъ даже проникнуть въ инфракрасную часть.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ.

Читатели „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“ помнятъ тотъ живой и необычный интересъ, который былъ вызванъ года два тому назадъ работою знаменитаго англійскаго ученаго Рамзая о превращеніи мѣди въ литій подъ вліяніемъ эманации радія. Немного такихъ выдающихся моментовъ не только въ исторіи развитія химическихъ идей, но даже во всей исторіи человѣческой мысли! Неудивительно поэтому, что спеціалисты съ особенно напряженнымъ вниманіемъ слѣдили за новыми химическими работами, ожидая грандіознаго перелома въ химіи на основахъ новыхъ открытій въ этомъ направленіи... Но, какъ извѣстно, спустя полтора года, появилась статья М-ше Кюри и М-ше Гледичъ, въ которой онѣ доказываютъ несостоятельность работы Рамзая, вслѣдствіе чего заявленіе Рамзая въ глазахъ большинства потеряло свое обаяніе, и восторженные ожиданія смѣнились разочарованіемъ.

Однако, самъ знаменитый изслѣдователь нисколько не поколебался въ своемъ мнѣніи относительно вѣрности своей идеи и возможности ея осуществленія и настойчиво продолжаетъ работать въ данномъ направленіи.

Въ нынѣшнемъ году, весною, появилась замѣтка въ „Chemiker-Zeitung“¹⁾ о превращеніи химическихъ элементовъ, заимствованная изъ автобіографическаго очерка Рамзая, въ которой, между прочимъ, приводится возраженіе противъ статьи М-ше Кюри съ указаніемъ подобныхъ неудачъ, часто случающихся въ экспериментальныхъ работахъ: „Г-жа Кюри произвела подобные опыты съ отрицательными результатами, но не слѣдуетъ особенно удивляться этому. Нѣсколько лѣтъ тому назадъ я получилъ 70 кб. см. одного газообразнаго соединенія бора и водорода дѣйствіемъ хлористаго водорода на бористый магній; боридъ, въ свою очередь, былъ полученъ изъ магніевой пыли и трехоксида бора.

1) Chemiker-Zeitung, № 29, 1909, pp. 261-262.

Анализъ показалъ, что получилось сложное соединеніе *ВН*; плотность пара дала молекулярную формулу B_3H_3 . Безъ преувеличенія могу сказать, что я сдѣлалъ, по крайней мѣрѣ, двадцать пять опытовъ, чтобы вновь получить это вещество, но мнѣ не удалось возстановить соответствующія условія. Борная кислота бралась различнаго происхожденія, опыты велись со всевозможными измѣненіями температуры, отношеній между борнымъ ангидридомъ и магниемъ, продолжительности нагрѣванія и т. д., но все безъ положительнаго результата; ни въ одномъ случаѣ я не могъ получить болѣе двухъ *кб. см.* названнаго газа. Что газъ можно получить, это не подлежитъ сомнѣнію; только невозможно стало для меня вновь найти положительныхъ условій, на которыя я случайно наткнулся при первомъ опытѣ¹⁾.

„Относительно превращенія мѣди въ литій слѣдуетъ упомянуть, что вѣсъ ничтожнаго остатка раствора мѣдной соли при дѣйствіи эманации былъ значительно больше, чѣмъ безъ нея; онъ показывалъ также ясный спектръ натрія. Такимъ образомъ, представлялось, по крайней мѣрѣ, возможнымъ, что мѣдь „распалась“ на низшіе члены своей группы.“¹⁾

Далѣе Рамзай говоритъ, что успѣхи открытій всецѣло зависятъ отъ концентраціи энергіи, а при распадѣ радія имѣетъ мѣсто такого рода концентрація выдѣляющейся энергіи, количество которой можетъ быть вычислено изъ теплоты, выдѣляемой соединеніями радія.

„Рѣтгерфордъ опредѣлилъ, что оно равно количеству $3\frac{1}{2}$ милліоновъ той энергіи, которая освобождается при взрывѣ равнаго количества гремучаго газа²⁾... Не естественно ли допустить, что, если заставить дѣйствовать такое неслыханное количество энергіи на іоны мѣди, послѣдніе могутъ претерпѣть превращеніе? (Вѣдь только благодаря концентраціи энергіи своей большой батареи Дэви могъ открыть металлъ калий въ маленькомъ кусочкѣ ѣдкаго кали³⁾). Но я не хочу здѣсь далѣе обсуждать этотъ вопросъ, такъ какъ онъ вновь тщательно изслѣдуется“.

Весною же настоящаго года Рамзай повѣдалъ ученому міру поразительные результаты своихъ новыхъ изслѣдованій, касающихся превращенія элементовъ четвертой группы періодической системы элементовъ въ углеродъ⁴⁾. Какъ извѣстно, къ этой группѣ относятся углеродъ, кремній, титанъ, германій, цирконій, олово, перій, свинецъ и торій, при чемъ углеродъ въ этой группѣ является элементомъ съ наименьшимъ атомнымъ вѣсомъ.

Исходя изъ той точки зрѣнія, что элементы съ высшимъ атомнымъ вѣсомъ должны превратиться подъ влияніемъ эманации радія въ эле-

¹⁾ Выше Рамзай упоминаетъ еще о контрольных опытахъ, убѣдившихъ его, что стекло употреблявшихся сосудовъ не заключало литія, и что безъ дѣйствія эманации образованія литія не происходитъ.

²⁾ Тепловая энергія гремучаго газа равна 68 большѣмъ калоріямъ.

³⁾ Англійскій химикъ Дэви получилъ металлическій калий въ 1807 г. путемъ электролиза сплавленнаго ѣдкаго кали, пользуясь сильнымъ электрическимъ токомъ.

⁴⁾ а) *Journal of the chemical Society*, April 1909, pp. 624—637;

б) *Berichte der Deutschen chemischen Gesellschaft*, № 13, 1909, pp. 2930—31

менты съ низшимъ атомнымъ вѣсомъ (какъ мѣдь, имѣющая атомный вѣсъ 63,6, превращается въ литій—элементъ съ атомнымъ вѣсомъ 7), Рамзай, совместно съ Ушеромъ (F. L. Usher), подвергъ дѣйствию эманации водные растворы кремнефтористоводородной кислоты — H_2SiF_6 , сѣрноокислаго титана — $Ti(SO_4)_2$, азотнокислаго цирконія — $Zr(NO_3)_4$, азотнокислаго торія — $Th(NO_3)_4$ и хлорноватокислаго свинца — $Pb(ClO_3)_2$.

Тщательно приготовивъ изъ бромистаго радія совершенно чистую эманацию, свободную отъ какихъ бы то ни было примѣсей, въ количествѣ, соответствующемъ 0,2111 гр. металлическаго радія, онъ ввелъ определенное количество ея въ сосуды съ растворами названныхъ соединений. Опытъ продолжался четыре недѣли, въ теченіе которыхъ энергія эманации почти вся истощилась. Газообразные продукты, которые при этомъ образовались, были выкачаны изъ соответствующихъ сосудовъ и изслѣдованы.

Результаты этого анализа слѣдующіе:

Растворъ	Объемъ эманации кб. см.	Азотъ— N_2 кб. см.	Кислородъ O_2 , кб. см.	Углекислый газъ— CO_2 кб. см.	Окись угле- рода— CO кб. см.	Гремучій газъ кб. см.	Водородъ H_2 , кб. см.
H_2SiF_6	0,0724	—	—	0,063	—	9,15	1,03
$Ti(SO_4)_2$	0,0912	0,210	—	0,054	0,096	—	0,69
$Zr(NO_3)_4$	0,0692	0,762	—	0,116	0,008	—	—
„	0,0865	0,456	—	0,124	0,002	—	—
$Th(NO_3)_4$	0,1120	3,686	—	0,551	—	—	—
„	0,0765	0,639	—	0,124	—	—	—
$Pb(ClO_3)_2$	0,0649	—	2,655	0,007	0,006	2,531	—

Вычисливъ по этимъ даннымъ (по CO_2 и CO) количество углерода, соответствующее одному кб. мг. эманации, получимъ слѣдующее:

растворъ H_2SiF_6 , $Ti(SO_4)_2$, $Zr(NO_3)_4$, $Th(NO_3)_4$, $Pb(ClO_3)_2$

углеродъ 0,518 0,982 1,071 0,873 2,93 0,968 0,102 мг.

Какъ видно изъ приведенныхъ данныхъ, всѣ взятые элементы группы углерода подъ влияніемъ эманации радія образуютъ углеродныя соединения, слѣдовательно, сами превращаются въ углеродъ.

При этомъ, естественно, количества образующагося углерода неодинаковы, ибо не всѣ элементы одинаково преобразуются въ низшій членъ. Элементы съ высшимъ атомнымъ вѣсомъ легче другихъ переходятъ въ углеродъ, хотя свинецъ оказывается наиболее стойкимъ и только въ малой степени проявляетъ склонность превращаться въ углеродъ.

Таковы результаты этого удивительнѣйшаго для нашего времени изслѣдованія, о которомъ вѣчно будетъ упоминаться въ исторіи химіи и мысли, какова бы ни была судьба его и всѣхъ подобныхъ изслѣдованій.

Пока специалисты проявляютъ нѣкоторый скептицизмъ и выжидательное отношеніе къ этимъ результатамъ, но при этомъ слѣдуетъ принять во вниманіе одно очень важное обстоятельство: всѣ вышеприведенные поразительные факты явились результатомъ не одного только апriorнаго разсужденія, но слѣдствіемъ тѣхъ реальныхъ явленій, которыя привели изслѣдователя къ подобнымъ заключеніямъ. Несомнѣнно, что не только Рамзай, но и всѣ другіе современные энергетикѣ уже *a priori* допускаютъ возможность трансформации химическихъ элементовъ, но въ данномъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ фактами чисто индуктивнаго характера.

Намъ теперь хорошо извѣстно, что Рамзай вначалѣ, ставя опыты съ мѣдью и съ элементами четвертой группы періодической системы, думалъ открыть не то, что онъ впоследствии нашелъ, и найденные результаты оказались практически совершенно неожиданными.

Дѣло въ слѣдующемъ. Когда стало извѣстно, что эманация радія химически разлагаетъ воду, Рамзай, предполагая, что тутъ можетъ имѣть мѣсто нѣчто подобное электролизу, рѣшилъ провѣрить это на мѣдныхъ соляхъ, подвергнувъ ихъ дѣйствию эманации. Если бы эманация дѣйствовала на растворы солей подобно электрическому току, однимъ изъ продуктовъ разложенія раствора мѣднаго купороса, который онъ бралъ въ качествѣ объекта изслѣдованія, должна была явиться металлическая мѣдь; но вмѣсто мѣди получился осадокъ, въ которомъ Рамзай открылъ литій и натрій, и это неожиданное явленіе привело его къ заключенію, что подъ вліяніемъ эманации радія элементы съ высшимъ атомнымъ вѣсомъ способны превращаться въ элементы низшаго порядка той же самой группы.

Аналогичный случай навелъ Рамзая на мысль и о превращеніи элементовъ четвертой группы въ углеродъ.

Когда Дебьернъ открылъ, что продуктомъ распада актинія является гелій, какъ и при трансформации радія, возникъ вопросъ относительно возможности получить гелій изъ третьяго радиоактивнаго элемента — торія. За разрѣшеніе этого вопроса взялся Рамзай въ декабрѣ 1905 года.

Для этой цѣли онъ помѣстилъ водный растворъ азотнокислаго торія въ герметически закрываемый краномъ сосудъ, весьма тщательно выкачалъ при помощи насоса Тейлора воздухъ и всѣ могущіе быть въ сосудѣ газы и, закрывъ кранъ, оставилъ стоять. По прошествіи

168 дней, соединивъ сосудъ съ U-образной трубкой, а эту последнюю съ насосомъ, погрузивъ ее предварительно въ жидкій воздухъ, Рамзай выкачалъ образовавшіеся газы. При этой манипуляціи онъ замѣтилъ, что въ U-образной трубкѣ образовалось бѣлое вещество, которое, какъ выяснили послѣдующіе опыты, оказалось угольнымъ ангидридомъ. Хотя онъ тогда не ожидалъ получить углекислый газъ и потому этого бѣлага вещества не изслѣдовалъ, но все-таки явилось подозрѣніе, не есть ли это твердый угольный ангидридъ. Чтобы разрѣшить сомнѣніе, онъ поставилъ второй опытъ, который длился 250 дней. Количество выкачанныхъ газовъ составляло 5,75 *кб. см.*, и въ немъ углекислага газа оказалось 0,588 *кб. см.* (а остальное: водородъ и кислородъ—0,017 *кб. см.*, азотъ—5,145 *кб. см.*). Гелія въ обоихъ случаяхъ получилось такое ничтожное количество, что пришлось поставить еще другіе опыты, чтобы съ полной достовѣрностью установить его образование изъ торія, что, въ концѣ концовъ, Рамзаю и удалось; но вмѣстѣ съ тѣмъ вышеприведенные факты и рядъ другихъ опытовъ убѣдили его въ томъ, что изъ торія получается двуокись углерода, или, говоря иначе, однимъ изъ продуктовъ распада торія является углеродъ^{*)}.

Послѣ этого Рамзай сталъ дѣйствовать непосредственно эманацией радія на соли торія и другихъ элементовъ четвертой группы, чтобы получить углеродныя соединенія, и это также дало положительные результаты, какъ объ этомъ свидѣлствуютъ вышеприведенные факты.

Но при всемъ этомъ можетъ возникнуть сомнѣніе относительно точности производства опытовъ: не остался ли воздухъ въ сосудѣ съ изслѣдуемымъ веществомъ, не проникъ ли онъ и другіе газы снаружи черезъ кранъ, или не являются ли окись и двуокись углерода продуктомъ дѣйствія эманации на то сало, которымъ смазывался кранъ сосуда?... Всѣ эти обстоятельства были предусмотрены Рамзаемъ, и принятыя имъ мѣры предосторожности исключаютъ возможность подобныхъ ошибокъ.

Прежде всего, всѣ употреблявшіеся приборы промывались чистымъ водородомъ, который получался нагреваніемъ водородистаго палладія, и послѣ этого нѣсколько разъ выкачивались изъ нихъ остатки водорода и другихъ газовъ (воздуха, углекислага газа, если они все-таки остались послѣ промыванія приборовъ водородомъ).

Чтобы избѣгнуть подозрѣнія относительно проникновенія воздуха извнѣ, капиллярная шейка сосуда выше крана наполнялась водою, и приборъ въ такомъ видѣ опрокидывался въ другой сосудъ съ водою; чтобы не оставалось сомнѣнія относительно дѣйствія солей названныхъ элементовъ на сало крана при непосредственномъ соприкосновеніи ихъ съ краномъ, между послѣднимъ и растворами солей помещался

^{*)} Объ этомъ фактѣ Рамзай писалъ еще въ 1907 г. (см. *Journal de chimie physique* 1907, pp. 651—652), но тогда на него не было обращено должное вниманіе.

слой ртути, отдѣлявшій ихъ другъ отъ друга. Кромѣ того, былъ поставленъ специальный контрольный опытъ съ цѣлью проверки непосредственнаго дѣйствія эманации на сало,—оказалось, что при этомъ, въ отсутствіи кислорода, образуется только водородъ безъ всякихъ слѣдовъ углекислаго газа. Затѣмъ, въ серіи опытовъ Рамзай встрѣчается и такой случай, когда въ изслѣдуемыхъ газахъ азота не оказалось; слѣдовательно, воздухъ и встрѣчающійся въ немъ углекислый газъ и въ другихъ случаяхъ не могли проникнуть въ приборы извнѣ.

Однако, печатая эти результаты, Рамзай высказываетъ и нѣкоторую осторожность относительно ихъ абсолютной достовѣрности. „Никто лучше меня не сознаетъ, говоритъ онъ, съ какой осторожностью слѣдуетъ дѣйствовать, публикуя результаты; но мнѣ кажется, что лучше опубликовать тѣ заключенія, къ которымъ меня привели мои изслѣдованія. Если эксперименты ошибочны, они должны быть повторены и исправлены; если же они вѣрны, ихъ слѣдуетъ подтвердить... Еще много другихъ экспериментовъ слѣдуетъ продѣлать прежде, чѣмъ съ достовѣрностью можно будетъ признать, что извѣстные элементы, подвергнутые дѣйствію „концентрированной энергіи“, претерпѣваютъ превращеніе въ углеродъ“.

Подобными изслѣдованіями онъ и занятъ въ настоящее время.

Я. М.

Искусственные драгоцѣнные камни.

(Окончаніе*).

Производство сапфира представляетъ трудности гораздо большія. Вещество сапфира идентично съ веществомъ рубина; красящее же вещество его отличается отъ красящаго вещества рубина и его не удалось еще опредѣлить. Возможно, что оно состоитъ изъ нѣсколькихъ красящихъ веществъ, и что оно мѣняется отъ одного экземпляра къ другому. Только недавно стали получать искусственные сапфиры, не уступающіе настоящимъ камнямъ. Правда, уже нѣсколько лѣтъ тому назадъ Фреми и Фейль получили сапфиры, прибавляя къ двухромовокислороду калию, употребляемому, какъ мы видели, для окраски, немного закиси кобальта. Но удовлетворительнымъ образомъ вопросъ былъ рѣшенъ только Германскимъ Обществомъ производства драгоцѣнныхъ камней, которое получаетъ сапфиры цвѣта, абсолютно тождественнаго съ цвѣтомъ настоящихъ сапфировъ, хотя красящее вещество въ нихъ можетъ быть не то, что у настоящихъ: это обстоятельство могло бы служить для ихъ опознанія. Красящимъ веществомъ, говорятъ, служило видоизмѣненіе хрома, быть можетъ, аналогичное тому, какое

*) См. № 498 „Вѣстника“.

находится въ сапфирахъ; но представляется невѣроятнымъ, чтобы хромъ былъ самъ по себѣ причиной окраски; скорѣе, это окись кобальта. Приготавливаютъ также бѣлые и фіолетовые сапфиры*).

Займемся теперь чрезвычайно важнымъ драгоценнымъ камнемъ—изумрудомъ, который является видоизмѣненіемъ минерала, извѣстнаго подъ именемъ берила, $Be_3Al_2Si_6O_{18}$. Бериль приблизительно соответствуетъ смѣси 14% окиси берилія, 19% окиси алюминія и 67% кремнекислоты. Красящее вещество изумруда, камня, очень цѣнимаго уже со временъ Плинія, еще точно не опредѣлено; вѣроятно, оно состоитъ изъ окиси хрома, которая, я полагаю, смѣшана съ окисью же хрома въ изоморфномъ видѣ; заключаю это я по той незначительной измѣняемости, которой подвергается этотъ камень подѣйствіемъ лучей радія. Быть можетъ, окись хрома содержитъ еще нѣкоторое количество желѣза. При высокой цѣнѣ изумруда, искусственное приготовленіе этого камня было бы очень выгодно.

Уже Эбелъману удалось немного ранѣе половины прошедшаго столѣтія получить небольшіе изумруды: онъ пользовался способомъ, аналогичнымъ тому, который далъ хорошіе результаты для производства рубиновъ; этотъ способъ заключается въ прибавленіи буры къ смѣси составныхъ химическихъ частей.

Французскіе химики, Готфейль и Перси, съ большимъ успѣхомъ приготавливали имитаціи изумруда. Камни, которые они получали, имѣли тотъ же цвѣтъ, что и настоящіе, именно густой голубовато-зеленый. Но полученные кристаллы невелики и мало пригодны для украшеній. Однако, говорятъ, позже въ торговлѣ встрѣчались отдѣланные изумруды болѣе крупнаго размѣра, но оказалось, что они не встрѣтили того благосклоннаго приѣма, какой имѣли искусственные рубины. Красящимъ веществомъ служила окись хрома.

Для полученія изумруда оба французскихъ химика пользовались вспомогательнымъ агентомъ — „минерализаторомъ“. Безъ него получается агрегатъ мелкихъ разрозненныхъ кристалловъ, а также много стекла, потому что бериль не обладаетъ скоростью кристаллизаціи рубина. Для избѣжанія этихъ двухъ неудобствъ прибавляютъ къ смѣси 14% BeO , 19% Al_2O_3 , 67% SiO_2 .

Молибденовокислаго литія, который даетъ тотъ же эффектъ, что и фтористыя соединенія въ опытахъ Фреми надъ рубинами. При повышенной температурѣ онъ улетучивается, и въ изумрудахъ отъ него остаются самое большее, слѣды. Кристаллы, полученные такимъ путемъ, невелики, но они обладаютъ красивымъ голубовато-зеленымъ цвѣтомъ настоящихъ камней.

*) Укажемъ между прочимъ, на замѣчательное отличіе, которое установлено недавними трудами М. Браунса (M. Brauns) для этихъ настоящихъ сапфировъ: у нихъ отсутствуетъ двойное лучепреломленіе.

Германское Общество производства драгоцѣнныхъ камней также занимается приготовленіемъ изумрудовъ, но результаты этихъ операцій еще неизвѣстны. Нѣкоторые камни, называемые искусственными изумрудами, суть только очень похожія на изумрудъ стекла.

Переходимъ теперь къ важнѣйшему изъ всѣхъ драгоцѣнныхъ камней, къ алмазу. Благодаря своимъ высокимъ качествамъ — не-сравнимой твердости, большой лучепреломляемости, огню, блеску, игрѣ цвѣтовъ, благодаря, кромѣ того, своей неизмѣняемости и постоянству по отношенію къ самымъ сильнымъ кислотамъ и другимъ разрушительнымъ агентамъ, этотъ камень занимаетъ исключительное мѣсто и заслуживаетъ имени царя драгоцѣнныхъ камней. Есть только одинъ врагъ, который можетъ нанести ему вредъ, это — накаливаніе; но до 800° и даже выше алмазъ можетъ быть нагрѣтъ безъ ущерба, а, если помѣшать доступу воздуха, то онъ можетъ быть подвергнутъ дѣйствию высокихъ температуръ, не подвергаясь измѣненію.

Извѣстно, что алмазъ состоитъ изъ углерода, представляющаго собой диморфную модификацію графита. Этотъ послѣдній встрѣчается во многихъ мѣстахъ, его находятъ въ Баваріи, Штири, Богеміи, Сибири и въ другихъ мѣстахъ. Алмазъ, наоборотъ, рѣдокъ, хотя и вѣроятно, что еще не всѣ мѣстонахожденія его извѣстны. Въ самомъ дѣлѣ, его только недавно открыли на юго-западѣ германской Африки.

Мы намѣрены говорить здѣсь о производствѣ алмазовъ, технические полезныя, и о такихъ, которые въ состояніи замѣнить настоящій драгоцѣнный камень. Мы не можемъ при этомъ слѣдовать опредѣленному плану; тутъ можно запутаться, держась какъ естественнаго, такъ и всякаго другого пути.

Въ статьѣ „Физическая химія въ приложеніи къ минералогіи и геологіи“, напечатанной въ 1908 году, я объяснилъ, каковы разнообразныя причины трудности производства искусственныхъ алмазовъ. Кристаллическій стойкій видъ полиморфнаго углерода есть графитъ, что доказывается тѣмъ, что въ этомъ состояніи онъ встрѣчается въ природѣ. Онъ оказывается стойкимъ при всѣхъ температурахъ, а также какъ при высокомъ, такъ и при низкомъ давленіи. Палеозойскіе и озойскіе сланцы образовались, вѣроятно, не при очень высокой температурѣ, хотя, быть можетъ, она здѣсь и имѣла мѣсто, а скорѣе при высокомъ давленіи. Графитъ, который находятъ на Пейлонѣ, несетъ на себѣ слѣды высокой температуры, сопровождаемой низкимъ давленіемъ, что соотвѣтствуетъ условіямъ, какія образуются въ домахъ. Быть можетъ, невозможно превратить графитъ въ алмазъ, между тѣмъ какъ обратное превращеніе вполне установлено.

При обыкновенномъ давленіи алмазъ не можетъ выдержать, не теряя измѣненій температуры, значительно превышающей 1000°; давленіе, вѣроятно, не оказываетъ иного дѣйствія, кромѣ незначительнаго пониженія этой температуры. Прежде полагали, что давленію слѣдуетъ приписать большое значеніе. Это было общее мнѣніе химиковъ и геологовъ, и Муассанъ (Moissan) также, какъ мы увидимъ, приписывалъ

образование алмазовъ въ своихъ опытахъ давлению. Однако же это мнѣніе опровергается тѣми общими условіями, въ какихъ встрѣчается камень въ мѣстахъ находенія, а также послѣдними экспериментальными изслѣдованіями. Трейфель (Threifall), работавшій вначалѣ вмѣстѣ съ Парсенсомъ (Parsens), недавно показалъ при помощи прибора, построеннаго специально для этой цѣли, что образование алмаза вовсе не имѣетъ мѣста, если подвергать углеродъ высокому давлению и высокой температурѣ. Трейфель*) полагаетъ, что этимъ способомъ нельзя будетъ приготовить алмазъ.

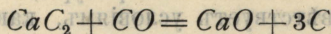
Намъ извѣстны три способа образования минераловъ: возгонка или сгущеніе, осажденіе въ расплавленныхъ растворахъ и выдѣленіе въ водныхъ растворахъ. Послѣдній способъ не даетъ въ настоящее время надеждъ на осуществленіе, такъ какъ намъ неизвѣстенъ растворитель алмаза. Симмлеръ (Simmler) полагалъ, что жидкая угольная кислота могла быть растворителемъ алмаза, но это оказалось заблужденіемъ. Нельзя и мечтать о восстановленіи CO_2 въ жидкомъ состояніи; точно такъ же старая гипотеза о восстановленіи растительныхъ веществъ не имѣетъ никакого правдоподобія.

Мѣста, гдѣ находятъ алмазы, къ сожалѣнію, не въ состояніи доставить намъ свѣдѣнія относительно ихъ происхожденія, ибо всѣ эти камни, за исключеніемъ найденныхъ въ Кимберлеѣ, встрѣчаются только во вторичныхъ формаціяхъ. Итакалумитъ бразильскій, который считали сначала материнской породой алмазовъ этой страны, оказывается также только вторичной породой; невѣрно, будто въ Андахъ нашли алмазъ въ гранитѣ.

Разсмотримъ теперь два другихъ способа. Ганней (Hannay) считалъ возможнымъ получить алмазъ изъ безазотистыхъ веществъ, какъ парафинъ.

Дѣлались нѣкоторые опыты, чтобы добиться выдѣленія углерода въ формѣ алмаза при конденсаціи паровъ веществъ, содержащихъ углеродъ, и при восстановленіи послѣднихъ; но до сего времени успѣха въ этомъ не достигнуто.

Муассанъ, прибѣгнувъ къ возгонкѣ, получилъ только графитъ. А. Франкъ предлагаетъ разложеніе еще тилена или взаимодействіе карбида кальція и окиси углерода при высокой температурѣ. Въ этомъ случаѣ реакція

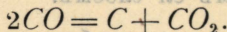


была бы обратимой, и мы имѣли бы процессъ обратный полученію карбида. Мнѣ неизвѣстны полученные этимъ путемъ результаты. Другіе авторы**) предлагаютъ восстановленіе CO въ присутствіи ката-

*) Transact. Chem. Soc., 93, 1908, Vol. 33.

**) Срав. со статьей König'a: „Das Diamantproblem" въ „Zeitschrift für Electrochemie", 1906, XII, № 26.

лизаторовъ и въ качествѣ послѣднихъ указываютъ на никкель, кобальтъ, желѣзо въ тонко распыленномъ видѣ. Реакція была бы очень простой:



Мнѣ неизвѣстно, были ли результаты благоприятными. Я пользовался аналогичнымъ процессомъ, возстановляя органическія вещества; но количества полученнаго вещества было слишкомъ незначительно, чтобы его можно было подвергнуть строгому испытанію.

Изъ всѣхъ способовъ общаетъ наибольшій успѣхъ въ настоящее время полученіе алмаза въ расплавленныхъ растворахъ; онъ является единственнымъ, который до настоящаго времени далъ кой-какіе положительные результаты. Однако, эти результаты еще не въ состояніи повести къ приготовленію алмазовъ въ большомъ масштабѣ или къ промышленной ихъ эксплуатаціи, такъ какъ при всѣхъ опытахъ образуется больше графита, чѣмъ алмаза. Вопросъ все же ждетъ своего разрѣшенія.

Невозможно получить алмазъ въ расплавленномъ видѣ, такъ какъ, по Виолю (Violle), при давленіи въ одну атмосферу онъ возгоняется въ видѣ графита. Пытались производить плавленіе подъ высокимъ давленіемъ; Мажорана (Majorgana) пользовался для этой цѣли давленіемъ, производимымъ взрывомъ, А. Людвигъ (A. Ludwig) же постояннымъ давленіемъ въ 2000 атмосферъ. Оказалось, что всѣ эти опыты дали только графитъ.

Надо поэтому приготовить расплавленный растворъ углерода, который при соответствующей температурѣ во время охлажденія произвелъ бы выдѣленіе не графита, а алмаза. Растворитель же углерода намъ извѣстенъ уже давно, это расплавленное желѣзо; но даже изъ него всегда выдѣляется графитъ. Между тѣмъ изслѣдованіе аэролитовъ убѣждаетъ насъ, что такимъ образомъ можетъ образоваться алмазъ. Аэролитъ Canon Diablo на сѣверо-западѣ Америки содержитъ алмазъ.

На самомъ дѣлѣ метеорное желѣзо могло содержать какъ графитъ, такъ и алмазъ. Добре (Daubrée) по аналогіямъ пришелъ къ заключенію, что внутренность нашей планеты должна быть богата алмазомъ; но это мало вѣроятно. Однако, если придерживаться мнѣнія, которое я уже высказывалъ въ 1892 году, очень возможно, что въ недрахъ земли алмазъ образовался также въ расплавленномъ желѣзѣ. Вѣроятно, что, по крайней мѣрѣ, въ Капской Землѣ, такъ образовался алмазъ въ нижнихъ слояхъ. Въ самомъ дѣлѣ, кимберлитъ Кимберлея принадлежитъ къ породамъ перидота, содержащимъ самые тяжелые элементы, платину и золото; это обстоятельство не могло быть дѣломъ случая и указываетъ на большую глубину, въ которой находится порода.

Задача осажденія алмаза въ расплавленномъ желѣзѣ составляла предметъ многочисленныхъ опытовъ покойнаго химика въ Парижѣ Муассана, который полагалъ, что для осажденія алмаза необходимо

высокое давленіе. Онъ получалъ это давленіе, нагревая массу при высокой температурѣ въ электрической печи и оставляя ее затѣмъ отвердѣвать подъ внѣшнимъ ея слоемъ.

Однако, очень сомнительно, чтобы при этихъ опытахъ получалось дѣйствительно высокое давленіе. Мюассанъ получилъ микроскопическіе кристаллы, которые онъ считалъ алмазами, но это оставлено подѣ сомнѣніемъ многими химиками. Но, если даже признать кристаллы эти за алмазы, то невозможно слѣдовать этому способу для полученія алмазовъ, годныхъ для шлифовки и имѣющихъ цѣнность драгоцѣнныхъ камней, потому что способъ этотъ врядъ ли далъ бы большіе камни, которые къ тому же во всякомъ случаѣ были бы очень нечистыми. Марсденъ (Marsden) пользуется въ качествѣ растворителя серебромъ.

Го йерманъ (Hoyerman) того мнѣнія, что не только желѣзо, но и серебро, литій и титанъ способны растворять углеродъ и выдѣлять алмазъ. По Бюртону (Burton), свинецъ вмѣстѣ съ 1% кальція также могъ бы служить для полученія алмаза, но опыты до сего времени давали вмѣсто алмаза графитъ.

Другому способу слѣдовали Фридлендеръ (Friedländer) въ Берлинѣ и фонъ-Гасслингеръ (Von Hasslinger) въ Прагѣ: они держались пути, указаннаго природой. Какъ мы уже сказали, алмазъ близъ Кимберлея встрѣчается въ первичной формациі, кимберлитѣ, продуктѣ разложенія оливина, породы, состоящей въ естественномъ состояніи, главнымъ образомъ, изъ Mg_2SiO_2 . Оба химика пользовались этимъ силикатомъ магнезіи въ качествѣ растворителя углерода; и дѣйствительно, выдѣлялся не только графитъ, но и алмазъ. Правда, это были алмазы очень малой величины, но, несомнѣнно, алмазы. Гасслингеръ замѣтилъ, что прибавленіе титановой кислоты (TiO_2) облегчало образованіе алмаза, что согласуется съ наблюденіями, сдѣланными относительно естественныхъ камней, которые часто сопровождаются минералами, содержащими титанъ; и по моимъ изслѣдованіямъ красящее вещество нѣкоторыхъ бразильскихъ алмазовъ представляетъ собой титанъ. Я считаю этотъ послѣдній способъ наиболее вѣроятнымъ для полученія алмаза. Но эксплуатировать его въ практикѣ и получать этимъ путемъ камни, годные для техническихъ цѣлей, представляется мало возможнымъ. Трудно будетъ получить большіе алмазы, имѣющіе цѣнность драгоцѣнныхъ камней, при помощи расплавленныхъ силикатовъ и нелегко будетъ извлечь изъ нихъ очень твердую массу. Эти алмазы навѣрное содержали бы включенія растворителя, судя по изслѣдованіямъ, сдѣланнымъ относительно растворителей вообще, и, несомнѣнно, были бы признаны за продукты искусственные.

Какова же польза, которую принесло публикѣ усовершенствованное производство драгоцѣнныхъ камней, особенно удачное приготовленіе искусственныхъ рубиновъ? Если бы фабриканты ограничились производствомъ только небольшихъ рубиновъ для цѣлей промышленности, это было бы, безъ сомнѣнія, важно для всѣхъ, и никто ничего не потерялъ бы. Но производство большихъ кристалловъ, годныхъ для шли-

фовки и предназначенных для украшений, которые не отличались бы отъ естественныхъ, имѣло бы главнымъ результатомъ пониженіе цѣны на настоящіе рубины. Торговля искусственными камнями представляется прекраснымъ дѣломъ, если не скрывать ихъ происхожденія и не выдавать ихъ за настоящіе. Покупатели драгоцѣнныхъ камней ищутъ настоящихъ камней; если поэтому нѣтъ возможности легко отличить одни отъ другихъ, публика воздерживается отъ ихъ приобрѣтенія. Вотъ почему я смотрю на широкое производство драгоцѣнныхъ камней въ цѣляхъ вытѣсненія настоящихъ, если исключить техническія цѣли, какъ на операцію, не заслуживающую поощренія; она скорѣе вредна, чѣмъ полезна. Можно будетъ съ законной гордостью сознавать, что человѣку удалось стать въ уровень съ природой, можно будетъ даже видѣть его превосходство надъ нею; этотъ триумфъ человѣческаго генія будетъ достоинъ удивленія; но непосредственное дѣло эксплуатаціи этого новаго изобрѣтенія будетъ плачевно. Въдѣ отличить искусственные камни отъ настоящихъ нельзя будетъ, и произойдетъ прежде всего значительное пониженіе цѣны послѣднихъ, а, быть можетъ, и самое употребленіе драгоцѣнныхъ камней значительно уменьшится. Въ этомъ случаѣ производство драгоцѣнныхъ камней, само по себѣ, могло бы вовсе потерять цѣнность. Большая часть тѣхъ, кто покупаетъ драгоцѣнные камни, дѣлаетъ это въ меньшей степени изъ-за красоты камней, чѣмъ изъ-за ихъ рѣдкости и часто изъ-за ихъ высокой цѣны. Но, какъ только камень становится общеупотребительнымъ и малостоющимъ, онъ теряетъ цѣну въ глазахъ любителей. Слѣдуетъ поэтому опасаться, что невозможность отличить эти два вида камней одинъ отъ другого будетъ имѣть своимъ слѣдствиемъ утрату желанія ихъ покупать, если только не добьются покровительства настоящимъ камнямъ тѣми способами, о которыхъ мы говорили выше. Я не раздѣляю мнѣнія фабрикантовъ искусственныхъ драгоцѣнныхъ камней, которые надѣются совершенно замѣнить настоящіе камни своими продуктами. Это могло бы случиться въ первый моментъ, а затѣмъ употребленіе искусственныхъ камней не замедлитъ, вѣроятно, уменьшиться. Любители будутъ искать только тѣ камни, имитація которыхъ невозможна, и особенно возрастутъ въ цѣнѣ большіе камни. Хотя мы и получаемъ уже камни довольно значительнаго размѣра, но трудность приготовленія большихъ однородныхъ камней безъ изъяновъ, еще очень велика. Для этого необходимы очень большія помѣщенія и много времени; съ другой стороны, они не могутъ быть однородными, расходы же значительно повысятся. Важная работа, которая съ настоящаго времени возлагается на минералого, это различеніе драгоцѣнныхъ камней, полученныхъ синтетически, отъ настоящихъ. Послѣ разрѣшенія этой задачи, производство и торговля драгоцѣнными камнями перестала бы подвергаться опасности, которая растетъ все время въ связи съ усовершенствованіемъ процессовъ въ приготовленіи синтетическимъ путемъ этихъ камней. Правду сказать, возможность отличить продукты лабораторіи отъ настоящихъ камней существуетъ всегда, хотя для рубиновъ это представляетъ значительныя трудности. Конечно, поверхностнымъ испытаніемъ нельзя удовлетвориться. Правда, нѣкоторые искусственные рубины

имѣютъ цвѣтъ настолько рѣзкій, настолько отличный отъ цвѣта настоящихъ камней, что происхожденіе ихъ не ускользнетъ отъ вниманія ювелировъ; но этихъ частныхъ можетъ и не быть. Съ другой стороны, рубины послѣдняго производства Германскаго Общества производства драгоценныхъ камней въ Идарѣ очень мало отличаются или почти совершенно не отличаются отъ настоящихъ камней, и безъ спеціальнаго испытанія ихъ никакимъ образомъ невозможно отличить. Какъ можетъ быть произведено различіе, если имѣется почти полная идентичность существенныхъ свойствъ, твердости, цвѣта, лучепреломляемости, блеска, удѣльнаго вѣса, химическаго состава? Необходимо будетъ, чтобы способы различенія основывались на случайныхъ свойствахъ; нельзя будетъ даже пренебрегать при этомъ мельчайшими отличіями существенныхъ свойствъ.

Способъ различенія, чаще всего употреблявшійся до настоящаго времени, это микроскопическое изслѣдованіе. Нѣкоторые естественные рубины заключаютъ жидкія включенія, каковыя невозможны въ искусственныхъ камняхъ. Другіе содержатъ иглы. Камни, полученные синтетически, содержатъ часто, если не всегда, газовыя пустоты и стеклообразныя включенія, которыхъ нѣтъ у настоящихъ камней. Сверхъ того въ камняхъ чуть большаго размѣра цвѣтъ часто неоднороденъ; наблюдается неравномѣрная окраска, которая и указываетъ на синтетическое происхожденіе. Случается, однако, что этихъ признаковъ нѣтъ, тогда такой способъ различенія становится непримѣнимымъ. Другой способъ производства испытанія искусственныхъ и настоящихъ рубиновъ даетъ Круксова трубка.

Въ послѣднее время я занялся вопросомъ, какимъ образомъ реагируютъ настоящіе драгоценные камни и искусственные на дѣйствія радія и ультрафіолетовыхъ лучей. Изслѣдованія эти, еще не оконченныя, показываютъ, — по крайней мѣрѣ въ нѣкоторыхъ случаяхъ, — на возможность другого способа различенія. Случаи эти касаются, главнымъ образомъ сапфира, и большей части рубиновъ, за исключеніемъ развѣ тѣхъ, которые имѣютъ цвѣтъ голубиной крови и по справедливости считаются наиболѣе драгоценнымъ. Реакціей дѣйствія на рубинъ высокой температуры также можно будетъ пользоваться, какъ способомъ различенія. Уже нѣсколько лѣтъ, какъ открыли способность радія измѣнять цвѣтъ нѣкоторыхъ минераловъ. Такъ, дымчатый топазъ становится темно бурымъ, прозрачный топазъ принимаетъ оранжевую окраску, сапфиръ окрашивается въ темновато-желтый цвѣтъ. Нагрѣваніе газомъ точно такъ же можетъ произвести существенныя измѣненія цвѣта. Многіе драгоценные камни, будучи нагрѣты, обезцвѣчиваются, — напримѣръ, амистъ и дымчатый топазъ; другіе камни мѣняютъ цвѣтъ въ зависимости отъ газа, которымъ нагрѣваются, напримѣръ, топазъ (срав. W. Hermann, „Zeitschrift für anorganische Chemie“, Vol. 60; 1908). Минералы, цвѣтъ которыхъ теряется при нагрѣваніи, какъ плавиковый шпатъ, сапфиръ, дымчатый топазъ, вновь получаютъ свою первоначальную окраску подѣйствіемъ радія, что указываетъ на то, что различнаго рода красящіе вещества подвержены процессамъ окисленія и восстановленія іонизаціей. Окраска, полученная дѣйствіемъ радія, обыкновенно

новенно прочна, рѣже непрочна, т. е. слегка тускнѣетъ, какъ, напримѣръ, въ плавииковомъ шпатѣ. Я сдѣлалъ рядъ опытовъ, подвергая минералы дѣйствию ультра-фіолетовыхъ лучей; въ результатѣ нѣкоторые изъ нихъ, напримѣръ, розовый кварцъ, были измѣнены этими лучами. Но далеко не то же происходитъ, если подвергать дѣйствию ультрафіолетовыхъ лучей камни, цвѣтъ которыхъ былъ измѣненъ радіемъ. Во многихъ случаяхъ они вновь принимаютъ свою первоначальную окраску. Такъ, сапфиръ, принявшій желтый цвѣтъ подъ дѣйствиемъ радія, снова становится голубымъ, также топазъ и гиацинтъ вновь приобрѣтаютъ свою первоначальную окраску. Измѣненія цвѣта могутъ быть получены еще другими факторами, но мы не станемъ здѣсь упоминать о нихъ, чтобы не слишкомъ удаляться отъ предмета нашего очерка. Въ этомъ отношеніи извѣстно только то, что цвѣта минераловъ иногда прочны, иногда же при дѣйстви нѣкоторыхъ изъ этихъ агентовъ непрочны.

Хотя мои изслѣдованія не окончены, однако, представляется возможнымъ сдѣлать заключеніе, что искусственные камни, въ противоположность настоящимъ, обыкновенно обладаютъ очень прочнымъ цвѣтомъ. Тогда какъ настоящій сапфиръ мѣняетъ свой цвѣтъ, искусственный его сохраняетъ. Рубинъ естественный также подвергается незначительнымъ измѣненіямъ, рубинъ же искусственный, окрашенный прибавленіемъ хрома, остается безъ измѣненія. Это обстоятельство могло бы служить способомъ различенія. Красящее вещество въ искусственныхъ рубинахъ и сапфирахъ не тождественно съ веществомъ настоящихъ камней.

Намъ остается изслѣдовать вопросъ, какимъ образомъ можно было бы отличить искусственные алмазы отъ настоящихъ, вопросъ, который, послѣ только что сказаннаго, не имѣетъ въ настоящій моментъ большой практической важности. Даже если бы удалось получать алмазы, что, правда, можетъ наступить скоро, все же сомнительно, чтобы эти камни могли быть чистой воды и совершенной чистоты. Конечно, все зависитъ отъ способа ихъ приготовленія. Нельзя предвидѣть качества этихъ камней. Будутъ ли они достаточно прозрачны и чисты? Несомнѣнно, очень трудно будетъ получить ихъ съ такими качествами и, вѣроятно, искусственные алмазы легче будетъ распознать, чѣмъ рубины. Въ интересахъ промышленности было бы весьма желательно добиться полученія мелкихъ алмазовъ уже для того, чтобы имѣть подъ руками самое твердое, какое только извѣстно, вещество.

Что касается искусственныхъ камней, предназначенныхъ для украшеній, я полагаю, что въ настоящее время ихъ можно распознать по включеніямъ и другимъ признакамъ. Подверженный дѣйствию вышеупомянутыхъ агентовъ, какъ радій, ультрафіолетовые лучи и др., алмазъ, хотя и оказывается очень стойкимъ, однако, испытываетъ не большія измѣненія, если только дѣло не идетъ о совершенно безцвѣтныхъ камняхъ.

Если бы удалось найти способъ различенія искусственныхъ драгоценныхъ камней отъ настоящихъ, это было бы дѣломъ большой важ-

ности. Повсюду, — во Франціи, въ Англіи, въ Соединенныхъ Штатахъ и въ Америкѣ, — помѣщены большіе капиталы въ торговлю этими камнями въ разработку копей, которыя тамъ находятся. (Напомнимъ только о громадной компаніи de Beers), и торговля эта имѣетъ большое экономическое значеніе. Настоящему рубину дѣйствительно уже угрожаетъ большая опасность, но опасность эта легко можетъ распространиться и на всѣ остальные камни.

Въ виду того, что способы производства все болѣе и болѣе совершенствуются, всѣ наши усилія и все наше вниманіе нужно направить на способы различенія. Въ свою очередь, и тѣ, кто заинтересованъ въ производствѣ и торговлѣ драгоценными камнями, должны будутъ увеличить свои средства защиты. Я полагаю, было бы очень полезно учредить официальные институты, которые занимались бы различеніемъ настоящихъ драгоценныхъ камней отъ искусственныхъ и нахожденіемъ цѣлесообразныхъ способовъ для этой цѣли.

О четырехугольникахъ.

Дм. Ефремова.

Соотношеніе между сторонами четырехугольника.

1. Положимъ, что стороны и диагонали четырехугольника $ABCD$ суть

$$AB = a, \quad BC = b, \quad CD = c, \quad AD = d,$$

$$AC = e \quad \text{и} \quad BD = f.$$

Въ общемъ случаѣ, когда четырехугольникъ заранѣе не предполагается выпуклымъ, диагонали его AC и BD разсматриваются, какъ третья пара его противоположныхъ сторонъ; въ этомъ смыслѣ

$$a \text{ и } c, \quad b \text{ и } d, \quad e \text{ и } f$$

суть три пары противоположныхъ сторонъ произвольно взятаго четырехугольника $ABCD$.

2. Такъ какъ четырехугольникъ вполне определяется пятью сторонами его, то между шестью сторонами четырехугольника существуетъ соотношеніе, изъ котораго каждая сторона его можетъ быть опредѣлена, если остальные пять сторонъ его извѣстны. Такое соотношеніе было найдено Карно (Carnot).

Соотношеніе Карно, будучи приведено къ симметричной формѣ, представляется слѣдующимъ равенствомъ:

$$\begin{aligned} & a^2c^2(b^2 + d^2 + e^2 + f^2 - a^2 - c^2) + \\ & + b^2d^2(e^2 + f^2 + a^2 + c^2 - b^2 - d^2) + \\ & + e^2f^2(a^2 + c^2 + b^2 + d^2 - e^2 - f^2) = \\ & = a^2b^2e^2 + b^2c^2f^2 + c^2d^2e^2 + d^2a^2f^2. \end{aligned} \quad (I)$$

Если обозначить чрезъ k , l и m медианы противоположныхъ сторонъ четырехугольника a и c , b и d , e и f , то равенство это приметъ слѣдующій, болѣе простой, видъ*):

$$\begin{aligned} & 4(a^2c^2k^2 + b^2d^2l^2 + e^2f^2m^2) = \\ & = a^2b^2e^2 + b^2c^2f^2 + c^2d^2e^2 + d^2a^2f^2. \end{aligned}$$

Замѣтимъ, что члены второй части этого равенства суть квадраты произведеній сторонъ каждаго изъ треугольниковъ, на которые дѣлится разсматриваемый четырехугольникъ двумя его противоположными сторонами (напримѣръ, e и f).

3. При другой группировкѣ членовъ первой части равенства Карно это равенство принимаетъ слѣдующій видъ:

$$\begin{aligned} & (a^2 + c^2)(b^2d^2 + e^2f^2 - a^2c^2) + \\ & + (b^2 + d^2)(a^2c^2 + e^2f^2 - b^2d^2) + \\ & + (e^2 + f^2)(a^2c^2 + b^2d^2 - e^2f^2) = \\ & = a^2b^2e^2 + b^2c^2f^2 + c^2d^2e^2 + d^2a^2f^2; \end{aligned}$$

сложивъ почленно это равенство съ тождествомъ

$$\begin{aligned} & 2(a^2 + c^2)bdef + 2(b^2 + d^2)acef + 2(e^2 + f^2)abcd = \\ & = 2ab^2cef + 2abcde^2 + 2a^2bdef + 2bc^2def + 2abcdf^2 + 2acd^2ef \end{aligned}$$

т. е. дополнивъ вторую часть равенства до полного квадрата, получимъ:

$$\begin{aligned} & (a^2 + c^2)[(bd + ef)^2 - a^2c^2] + \\ & + (b^2 + d^2)[(ac + ef)^2 - b^2d^2] + \\ & + (e^2 + f^2)[(ac + bd)^2 - e^2f^2] = \\ & = (abe + bcf + cde + daf)^2, \end{aligned}$$

*) См. № 446—447 „Вѣстника“, стр. 46.

или

$$(1) \quad (ac + bd + ef) \cdot \left[\frac{(a^2 + c^2)(bd + ef - ac) + (b^2 + d^2)(ef + ac - bd) + (e^2 + f^2)(ac + bd - ef)}{(abe + bcf + cde + daf)^2} \right] =$$

Такъ какъ это равенство тождественно съ равенствомъ Карно (I), которое не изменяется отъ перемѣны знаковъ при входящихъ въ него буквахъ a, b, c, \dots , то оно останется правильнымъ, если въ немъ замѣнимъ f черезъ $-f$. Такимъ образомъ М. Фонтене (M. Fontené) представилъ соотношеніе между шестью сторонами четырехугольника въ слѣдующемъ видѣ:*)

$$(2) \quad (ac - bd - ef) \cdot \left[\frac{(a^2 + c^2)(bd - ac - ef) + (b^2 + d^2)(ac - bd - ef) + (e^2 + f^2)(ac + bd + ef)}{(abe - bcf + cde - daf)^2} \right] =$$

4. Если стороны четырехугольника удовлетворяютъ условію:

$$(1) \quad ac + bd - ef = 0,$$

то изъ равенства (II) слѣдуетъ, что вторая часть его обращается въ нуль, т. е. что

$$(2) \quad abe - bcf + cde - daf = 0.$$

Эти равенства, будучи представлены въ видѣ:

$$(1) \quad ef = ac + bd$$

и

$$(2) \quad \frac{e}{f} = \frac{bc + ad}{ab + cd},$$

выражаютъ классическія теоремы Птолемея о произведеніи и отношеніи диагоналей вписаннаго четырехугольника. Итакъ, при условіи (1) рассматриваемый четырехугольникъ $ABCD$ вписывается въ кругъ.

Изъ этого видно также, что теорема Птолемея объ отношеніи диагоналей вписаннаго четырехугольника есть слѣдствіе теоремы о произведеніи диагоналей такого четырехугольника. Обратное, какъ сейчасъ увидимъ, не всегда имѣетъ мѣсто.

*) „Nouv. Ann. de Mathemat.“, 1908, p. 16.

5. Если стороны четырехугольника удовлетворяют равенству (2), т. е. если

$$\frac{e}{f} = \frac{bc + ad}{ab + cd},$$

то, какъ видно изъ равенства (II), одновременно съ этимъ должно удовлетворяться или равенство (1) или же слѣдующее:

$$(a^2 + c^2)(bd - ac - ef) + (b^2 + d^2)(ac - bd - ef) + (e^2 + f^2)(ac + bd + ef) = 0. \quad (3)$$

Первое имѣетъ мѣсто, если четырехугольникъ выпуклый; слѣдовательно, выпуклый четырехугольникъ при условіи (2) вписывается въ кругъ.

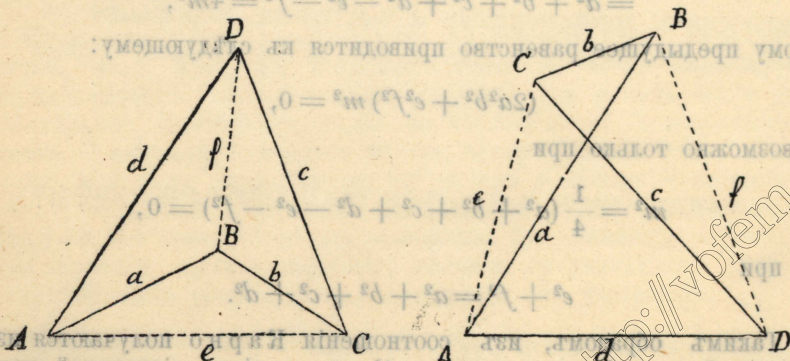
6. Если же при условіи (2) стороны четырехугольника удовлетворяютъ равенству (3), то четырехугольникъ не вписывается въ кругъ.

Не вписывающіеся въ кругъ четырехугольники стороны которыхъ удовлетворяютъ условію:

$$\frac{e}{f} = \frac{bc + ad}{ab + cd},$$

по предложенію Фонтене, названы четырехугольниками Дебовеса (Desboves), по имени геометра, указавшаго на такіе четырехугольники*).

Пользуясь методомъ инверсіи, Фонтене нашелъ**), что четырехугольники Дебовеса имѣютъ видъ, показанный на прилагаемомъ чертежѣ.



*) „Nouv. Ann. de Mathemat.“ 1877, p. 227.

**) „Nouv. Ann. de Mathemat.“ 1908, p. 73.

7. Если стороны четырехугольника не удовлетворяют ни одному изъ условий (1) и (2), то онъ не удовлетворяетъ и равенству (3); въ такомъ случаѣ стороны четырехугольника остаются связанными между собою только соотношеніемъ Карно (I). Напримѣръ, если четырехугольникъ $ABCD$ есть параллелограммъ, діагонали котораго суть e и f , то

$$a = c \text{ и } b = d;$$

равенства (1) и (2) при этихъ условіяхъ не удовлетворяются; поэтому между сторонами и діагоналями параллелограмма существуетъ зависимость, скрытая въ соотношеніи Карно (I). Чтобы раскрыть эту зависимость, напишемъ равенство (I) въ видѣ:

$$\begin{aligned} 4(a^2c^2k^2 + b^2d^2l^2 + e^2f^2m^2) = \\ = a^2b^2e^2 + b^2c^2f^2 + c^2d^2e^2 + d^2a^2f^2, \end{aligned}$$

гдѣ k , l и m суть медианы противоположныхъ сторонъ a и c , b и d и діагоналей e и f параллелограмма. Такъ какъ

$$k = b = d \text{ и } l = a = c,$$

то равенство это принимаетъ видъ:

$$\begin{aligned} 2(a^4b^2 + a^2b^4 + e^2f^2m^2) = a^2b^2(e^2 + f^2), \\ \text{или} \\ a^2b^2(2a^2 + 2b^2 - e^2 - f^2) + 2e^2f^2m^2 = 0; \end{aligned}$$

но при $a = c$ и $b = d$

$$\begin{aligned} 2a^2 + 2b^2 - e^2 - f^2 = \\ = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - e^2 - f^2 = 4m^2; \end{aligned}$$

поэтому предыдущее равенство приводится къ слѣдующему:

$$(2a^2b^2 + e^2f^2)m^2 = 0,$$

что возможно только при

$$m^2 = \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - e^2 - f^2) = 0,$$

т. е. при

$$e^2 + f^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2.$$

Такимъ образомъ, изъ соотношенія Карно получаются извѣстные свойства параллелограмма: 1) что медиана діагоналей параллелограмма равна нулю, т. е. что діагонали параллелограмма въ точкѣ пересѣченія ихъ дѣлятся пополамъ и 2) что сумма квадратовъ діагоналей параллелограмма равна суммѣ квадратовъ всѣхъ его сторонъ.

8. Соотношеніе между сторонами изодинамическихъ четырехугольниковъ*), для которыхъ равенства (1) и (2) не удовлетворяются, получится изъ равенства Карно (I), если въ немъ положимъ:

$$ac = bd = ef;$$

такимъ образомъ найдемъ, что для изодинамическихъ четырехугольниковъ

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 &= 4(k^2 + l^2 + m^2) = \\ &= \frac{a^2 b^2 e^2 + b^2 c^2 f^2 + c^2 d^2 e^2 + d^2 a^2 f^2}{a^2 c^2}, \end{aligned}$$

гдѣ знаменатель второй части $a^2 c^2$ можетъ быть замѣненъ черезъ $b^2 d^2$ или $e^2 f^2$.

Приближенное дѣленіе угла на n равныхъ частей при помощи циркуля и линейки.

А. Пугаченко.

Вопросъ этотъ является, съ одной стороны, однимъ изъ самыхъ интересныхъ, а, съ другой,—и изъ наименѣ разработанныхъ въ области элементарной математики. Не мало труда было положено на его рѣшеніе, и въ настоящее время, согласно указаніямъ Вельфинга, насчитывается болѣе двухсотъ работъ, написанныхъ по этому поводу. Вполнѣ понятно, почему посвящается ему столько интереса: его практическое примѣненіе чрезвычайно важно въ области прикладной геометріи и геодезій.

Но точное дѣленіе любого угла на равныя части циркулемъ и линейкой, какъ извѣстно, возможно лишь въ томъ случаѣ, когда число ихъ можетъ быть выражено черезъ 2^m , гдѣ m есть число цѣлое положительное. Помимо же этого, за исключеніемъ только частныхъ случаевъ, — на примѣръ, дѣленія на три части прямого угла, а, следовательно, и всякаго угла, равнаго 90° . p , при p цѣломъ,—циркулемъ и линейкой возможно произвести лишь приближенное построеніе. Настоящая статья имѣетъ цѣлью изложить три наиболее простыхъ и весьма точныхъ приема подобнаго дѣленія съ указаніемъ приближительной величины погрѣшности, получаемой при построении.

1. Первый способъ принадлежитъ Генрику Шеллеру и былъ опубликованъ имъ впервые въ 1903 году.

*) „Нов. геометрія треугольника“ Д. Вѣрмова, VIII, 83.

Помощью этого метода рѣшеніе задачи дѣленія угла на n частей сводится къ дѣленію того же угла на $\frac{n+1}{2}$ частей. Такимъ образомъ, при дѣленіи угла на 3, 5, 7, ... равныхъ частей, мы примѣняемъ, какъ это будетъ видно изъ дальнѣйшаго изложенія, соотвѣтствующія дѣленія на 2, 3, 4, ... равныя части. Въ частности же, насъ болѣе всего интересуютъ случаи, гдѣ есть n число нечетное, такъ какъ при n четномъ мы дѣлимъ уголъ на 2 части, а затѣмъ уже каждую половину дѣлимъ въ свою очередь на $\frac{n}{2}$ части.

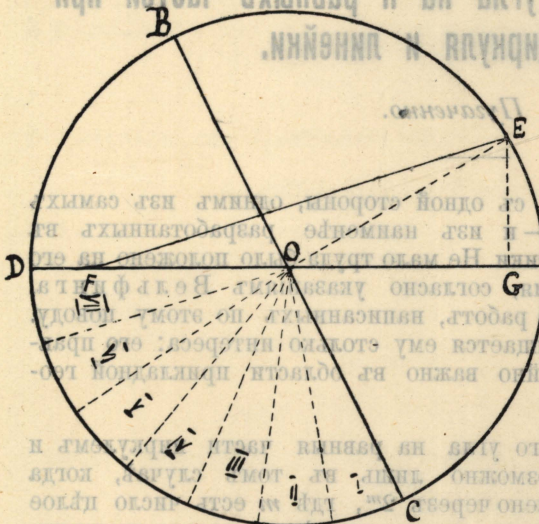
Изъ всего сказаннаго видно, что при дѣленіи по методу Шеллера на число частей

$n = 2^m \cdot 3 - 1$, т. е. 5, 11, 23, 47, 95, ... примѣняется дѣленіе на 3 части

$n = 2^m \cdot 5 - 1$, т. е. 9, 19, 39, 79, 159, ... " " " 5 "

$n = 2^m \cdot 7 - 1$, т. е. 13, 27, 55, 111, 223, 447, ... примѣняется дѣленіе на 7 частей и т. д.

Способъ этотъ состоитъ въ слѣдующ. (черт. 1). Данный уголъ $\alpha = AOB = COD$ необходимо раздѣлить на n частей.



Черт. 1.

Радиусомъ r проводимъ окружность $ABDC$. Затѣмъ удвоенную дугу AB дѣлимъ на $n+1$ частей;

пусть $AE = \frac{2AB}{n+1}$, а

уголъ $AOE = \frac{2\alpha}{n+1}$; дѣлимъ теперь діаметръ AD на $n+1$ частей; получаемъ

$DF = \frac{2r}{n+1}$; соединивъ

затѣмъ точку F съ E , получаемъ: уголъ AFE , ко-

торый равенъ $\frac{\alpha}{n}$.

На прилагаемомъ чертежѣ произведено дѣленіе угла AOB на семь частей и величина этихъ дѣленій указана на его вертикальномъ углу COD .

Для доказательства приближенной правильности построения и опредѣленія величины ошибки разсуждаемъ слѣдующимъ образомъ. Изъ точки E опускаемъ перпендикуляръ EG на AD и принимаемъ $r = 1$. Тогда мы имѣемъ:

$$EG = \sin \frac{2\alpha}{n+1}; \quad OG = \cos \frac{2\alpha}{n+1}; \quad OF = 1 - \frac{2}{n+1} = \frac{n-1}{n+1}.$$

Обозначивъ полученный уголъ AFE черезъ η , имѣемъ:

$$\operatorname{tg} \eta = \frac{\sin \frac{2a}{n+1}}{\cos \frac{2a}{n+1} + \frac{n-1}{n+1}}$$

Разлагая правую часть въ рядъ по степенямъ a и переходя затѣмъ отъ $\operatorname{tg} \eta$ къ углу η , находимъ:

$$\eta = \arctg \left(\frac{a}{n} + \frac{(n+3)a^3}{3n^2(n+1)^2} + \dots \right) = \frac{a}{n} + \frac{(n-1)a^3}{3n^3(n+1)^2} + \dots$$

Мы видимъ, что полученный уголъ η нѣсколько больше, чѣмъ $\frac{a}{n}$, и величина ошибки δ можетъ быть принята безъ замѣтной погрѣшности равной

$$\delta = \frac{(n-1)a^3}{3n^3(n+1)^2}$$

Величина δ зависитъ, такимъ образомъ, отъ значеній a и n , при чемъ результатъ построенія будетъ тѣмъ точнѣе, чѣмъ меньше будетъ величина a и чѣмъ больше будетъ значеніе n .

Такъ, дѣля уголъ на три части, при

$$a = 10^\circ \quad 20^\circ \quad 30^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ \quad 120^\circ \quad 180^\circ,$$

находимъ:

$$\delta = 1'', 7 \quad 13'' \quad 46'' \quad 6' 14'' \quad 21' 40'' \quad 53' 36'' \quad 3^\circ 26' 6''.$$

Для того, чтобы возможно уменьшить величину этой ошибки, при дѣленіи на три лучше всего пользоваться, при a достаточно большомъ, дѣленіемъ прямого угла на три части, которое можетъ быть произведено точно. Для этого представляемъ уголъ a въ видѣ $90^\circ \cdot \rho \pm \beta$ и, раздѣливъ отдѣльно углы $90^\circ \cdot \rho$ и β , беремъ ихъ сумму или разность, въ зависимости отъ знака при β въ послѣднемъ выраженіи для a .

Намъ придется, такимъ образомъ, дѣлить уголъ, который меньше $\frac{\pi}{4}$, благодаря чему выраженіе δ уже при $n=3$ представляетъ собой небольшую дробь, а съ возрастаніемъ n быстро убываетъ.

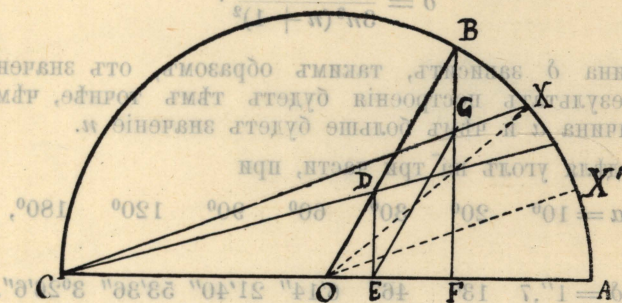
Именно, коэффициентъ при a^3 въ выраженіи δ имѣетъ слѣдующія значенія:

$$\begin{array}{cccccc} \text{при } n = & 3, & 5, & 7, & 9, & 11, \\ \delta = & \frac{1}{648}, & \frac{1}{3375}, & \frac{1}{10976}, & \frac{1}{36450}, & \frac{1}{57496,2} \end{array}$$

2. Другой методъ дѣленія принадлежитъ Кёнигу и появился въ свѣтъ въ 1894 году въ его книгѣ: „Die geometrische Teilung des Winkels“. Путь этотъ очень приближается къ предыдущему въ томъ

отношении, что при делении угла на $n-1$ частей задача сводится къ делению на n частей*).

Процессъ рѣшенія таковъ. Описываемъ изъ O , какъ изъ центра, любымъ радиусомъ на сторонѣ OA даннаго угла AOB (черт. 2), который необходимо раздѣлить на $n-1$ частей, полуокружность $AXBC$. Обозначивъ данный уголъ AOB черезъ φ , строимъ при точкѣ C уголъ $ACD = \frac{\varphi}{n}$; изъ точки пересѣченія D стороны CD этого угла со стороной OB угла AOB и изъ точки B пересѣченія полуокружности съ этой стороной опускаемъ соответственно перпендикуляры DE и BF на сторону OA . Черезъ точку E проводимъ линію, параллельную сторонѣ OB , до ея пересѣченія съ перпендикуляромъ BF въ точкѣ G ; соединивъ затѣмъ точку C съ точкой G и продолживъ линію CG до пересѣченія съ полуокружностью въ точкѣ X , получимъ уголъ BOX , который равенъ приблизительно $\frac{\varphi}{n-1}$.



Черт. 2.

Доказательство построения подобно предыдущему. Обозначивъ уголъ ACX черезъ y , видимъ изъ чертежа, что

$$\operatorname{tg} y = \frac{\cos \frac{\varphi}{n} - \cos \frac{(n-1)\varphi}{n}}{\sin \frac{(n-1)\varphi}{n}},$$

или, поступая, какъ и въ первомъ случаѣ,

$$y = \frac{(n-2)\varphi}{2(n-1)} + \frac{(n-2)^2\varphi^3}{24n(n-1)^3} + \dots$$

Зная, что $\angle BCA = \frac{\varphi}{2}$, выводимъ, что $\angle BCX = \frac{\varphi}{2} - y$,

*) Такое обозначеніе, отличное отъ предыдущаго, употребляется мною въ цѣляхъ удобства дальнѣйшаго изложенія.

или

$$\angle BOX = \frac{\varphi}{n-1} - \frac{(n-2)^2 \varphi^3}{12n(n-1)^3} + \dots$$

а приближеннымъ выраженіемъ ошибки будетъ:

$$\delta = - \frac{(n-2)^2 \varphi^3}{12n(n-1)^3}.$$

Знакъ минусъ показываетъ намъ, что полученный уголъ будетъ нѣсколько меньше, чѣмъ $\frac{\varphi}{n-1}$.

Сравнивая величину δ въ данномъ случаѣ съ предыдущей, мы видимъ, что второй способъ отличается отъ перваго меньшей точностью. Дѣйствительно, при $n = 4, 6, 8$, т. е. при соответствующихъ дѣленіяхъ на 3, 5, 7 частей, коэффициентъ при φ^3 равняется соответственно $\frac{1}{324}$, $\frac{1}{562\frac{1}{2}}$, $\frac{1}{914\frac{2}{3}}$. Комбинируя оба эти способа между собой, можно получить результатъ, удовлетворяющій самымъ строгимъ требованіямъ практики.

3. Очень интересенъ третій способъ, изложенный Лампе въ журналѣ „Archiv der Mathematik und Physik“. Открытіе его принадлежитъ одному старому землемѣру, который предложилъ его Лампе для просмотра, при чемъ въ приложенномъ объясненіи сообщилъ, что пользовался онъ имъ очень давно и всегда дѣленія, производимыя имъ, были очень точны. Но до послѣдняго момента онъ и не подозрѣвалъ, что въ его открытіи скрывается что-нибудь оригинальное.

Полагая данный уголъ $BOA = a$ (черт. 3), описываемъ изъ O , какъ изъ центра, дугу ACB , проводимъ равнодѣлящую угла OC и хорду AB , пересекающіяся взаимно въ точкѣ D . Отрѣзокъ DC равнодѣлящей дѣлимъ на три равныя части, такъ что

$$DF = \frac{2}{3} DC, \text{ а } FC = \frac{1}{3} DC.$$

Беремъ O за центръ и радіусомъ, равнымъ OF , описываемъ дугу H_2FG_2 . Затѣмъ радіусъ OA дѣлимъ на n равныхъ частей и черезъ первую точку дѣленія H , считая отъ O , проводимъ параллельную хордѣ AB до пересѣченія съ OB въ точкѣ G , такъ что

$$OH = OG = \frac{r}{n}.$$

Проводимъ теперь черезъ G и H линіи, параллельныя равнодѣлящей OC , до точекъ H_2 и G_2 пересѣченія съ новой дугой. Тогда уголъ

$$H_2OG_2 = \frac{a}{n} = x.$$

При $n = 3, 5, 7, 9 \dots$ коэффициентъ при a^3 равняется соответственно:

$$\frac{1}{648}, \frac{1}{3000}, \frac{1}{8232}, \frac{1}{17496}, \dots$$

По точности приближенія этотъ методъ стоитъ между обоими вышеуказанными способами.

Опыты профессора И. И. Косоногова по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа.

Профессоръ И. И. Косоноговъ опубликовалъ предварительное сообщеніе о своихъ изслѣдованіяхъ электролиза при помощи ультра-микроскопа*). Если интерпретація, которую г. Косоноговъ даетъ наблюдаемымъ имъ явленіямъ, правильна (онъ самъ говоритъ объ этомъ съ большою осторожностью), то ему удалось непосредственно видѣть при помощи ультра-микроскопа молекулярный процессъ электролиза: движеніе іоновъ или, во всякомъ, случаѣ нѣчто, непосредственно съ этимъ движеніемъ связанное. Такъ какъ всѣ молекулярные процессы до сихъ поръ лежали за предѣлами непосредственнаго созерцанія, то такой результатъ, если онъ подтвердится, является чрезвычайно замѣчательнымъ. Мы помѣщаемъ здѣсь выдержки изъ сообщенія г. Косоногова, опускаая всѣ техническія подробности, которыя могутъ интересовать только специалистовъ.

Изученіе явленія электролиза имѣетъ важное значеніе для рѣшенія вопроса о сущности электричества. Мнѣ казалось поэтому желательнымъ изысканіе метода, который давалъ бы возможность непосредственнаго наблюденія явленій, имѣющихъ мѣсто при электролизѣ. Я считалъ вѣроятнымъ, что для такого метода можетъ оказаться пригоднымъ ультра-микроскопъ Зидентофа и Жигмонди, и потому, около года тому назадъ, занялся предварительными изслѣдованіями въ этомъ направленіи. Мнѣ кажется, что мое предположеніе оправдалось; хотя мое изслѣдованіе далеко еще не закончено, но я рѣшаюсь опубликовать полученные данныя въ надеждѣ, что критика ихъ облегчитъ мнѣ дальнѣйшую разработку вопроса.

Расположеніе снарядовъ представлено на чертежѣ 1: K, L_1, Sp, L_2, L_3 и M обозначаютъ обычныя части ультра-микроскопа, Z — электролитическій сосудъ; P представляетъ сосудъ съ растворомъ нашатыря, который служилъ тепловымъ фильтромъ. Микроскопъ M устанавливался на тотъ слой испытуемой жидкости, черезъ который проходитъ наиболѣе узкая часть свѣтового пучка. Въ области того же слоя располагались концы электродовъ A и K вольтметра (черт. 2). Чертежъ 2

*) Журналъ Р. Физ. Хим. Общества. Физич. отд. 1909. Вып. 9.

представляет вертикальный разрыв вольтамметра, а чертеж 3—его горизонтальный разрыв, проведенный через ось светового пучка. Погруженные в электролит части электродов покрывались особым изолирующим слоем (смесь каучука с канифолью и воском); позже я употреблял для этой цели чистый парафин; свободными оставались только поверхности противоположащих частей электродов.

Исследуя при помощи ультра-микроскопа электролит, мы замечаем в поле зрения, там и сям, маленькия светлыя тѣльца (точки). Эти тѣльца почти всегда находятся в состояніи колебательнаго (броуновскаго) движенія; нерѣдко имѣет мѣсто и поступательное движеніе тѣлец вдоль луча, происходящее отъ тепловыхъ конвекціонныхъ токовъ. Помѣщеніе на пути лучей теплового фильтра P (рис. 1) имѣетъ результатомъ почти полное устраненіе поступательнаго движенія тѣлецъ. Поэтому, чтобы избѣжать искаженія наблюдаемыхъ явленій этимъ поступательнымъ движеніемъ, я работалъ всегда съ тепловымъ фильтромъ.

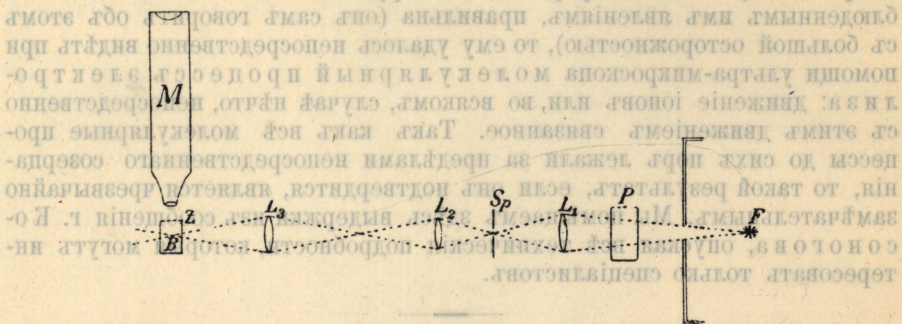


Рис. 1.

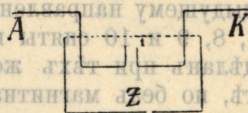
Описанное состояніе светлыхъ тѣлецъ вѣ электролитѣ мѣняется, однако, очень быстро и очень рѣзко съ того момента, когда вѣ электролитѣ пущенъ токъ. Для того, чтобы дать представленіе объ этомъ измѣненіи, привожу выписку изъ моихъ протоколовъ. „Водный растворъ CuSO_4 , 0.01 нормальнаго; мѣдныя электроды; свободная поверхность электродовъ около 5 кв. мм.; разность потенциаловъ на электродахъ 3.3 вольта; сила тока 0.2 миллиампера. После замыканія тока начинается правильное движеніе светлыхъ точекъ къ отрицательному полюсу*). Траекторіи этого движенія приблизительно перпендикулярны къ световому конусу и, видимо, совпадаютъ съ тѣми направленіями, по которымъ должны идти линіи тока вѣ пространствѣ между полюсами электродовъ; при перемѣнѣ направленія тока мѣняется и направленіе движенія светлыхъ точекъ на обратное“. „Водный рас-

*) Вѣ болѣе позднихъ изслѣдованіяхъ я наблюдалъ при нѣкоторыхъ условіяхъ и двустороннее движеніе, но тогда частицы вѣ средней части пространства между полюсами не обладали движеніемъ опредѣленно выраженнаго направленія.

творъ $AgNO_3$, 0.01 нормального; серебряные электроды; свободная поверхность электродовъ около 0.4 кв. мм.; разность потенциаловъ на электродахъ 1.2 вольта; сила тока около 0.2 миллиампера. При пропускании тока черезъ электролитъ и при переѣмѣ его направленія наблюдались явленія тѣ же, что и въ растворѣ $CuSO_4$. „Число тѣлецъ, наблюдаемыхъ въ пространствѣ между электродами, послѣ того, какъ черезъ электролитъ въ теченіе нѣсколькихъ секундъ проходилъ токъ, значительно увеличивается сравнительно съ числомъ ихъ въ свѣжемъ растворѣ до пропуска тока“.

Естественно возникаетъ вопросъ, что представляютъ собою эти свѣтлыя тѣльца, появляющіяся въ электролитѣ въ большомъ количествѣ при пропускании черезъ него тока. Прежде всего является, конечно, предположеніе, что эти свѣтлыя тѣльца представляютъ не что иное, какъ постороннія включенія (пыль или какіе-либо продукты засоренія раствора). Этому предположенію противорѣчатъ, однако, данныя опыта, къ обзору которыхъ мы и перейдемъ.

1) Внимательно наблюдая свѣтлыя тѣльца электролита (напримѣръ, въ растворѣ $AgNO_3$) при прохожденіи черезъ него тока, удастся замѣтить, какъ тѣльца, подобныя движущимся въ промежуточномъ между полюсами пространствѣ, откладываются на отрицательномъ полюсѣ, образуя нѣжныя кристаллическія (четкообразныя) развѣтвленія — продукты электролиза.



2) Какъ бы долго мы ни пропускали черезъ электролитъ токъ, число тѣлецъ не уменьшается; наоборотъ, оно становится неизмѣримо больше сравнительно съ числомъ ихъ въ свѣжемъ растворѣ; между тѣмъ, если бы эти тѣльца представляли пыль (постороннія включенія), то запасъ ея былъ бы скоро исчерпанъ и тогда растворъ сталъ бы оптически пустымъ.



Рис. 2 и 3

3) Въ неэлектролитахъ (напримѣръ, бензолѣ) мнѣ не удалось констатировать при тѣхъ же электродвижущихъ силахъ (до 10 вольтъ) подобнаго вышеописанному появленія и движенія свѣтлыхъ точекъ.

4) Какъ общее правило, можно сказать, что описанныя правильныя движенія свѣтлыхъ точекъ въ направленіяхъ линій тока имѣютъ мѣсто только тогда, когда черезъ электролитъ проходитъ токъ; между тѣмъ, если бы эти тѣльца представляли пыль, то они должны были бы при любой электродвижущей силѣ двигаться къ ближайшему полюсу, хотя бы дѣйствительный электролизъ и не имѣлъ мѣста.

5) Если мы допустимъ, что рассматриваемыя свѣтлыя тѣльца электролита находятся въ нѣкоторой связи съ подвижными носителями электричества, съ іонами, то должны ожидать, что ихъ движеніе въ магнитномъ полѣ будетъ слѣдовать правилу Ампера. Исходя изъ этого

предположенія, я помѣстилъ подъ электролитической кюветтой электромагнитъ, при помощи котораго могъ установить магнитное поле достаточной силы. Направленіе силовыхъ линій этого поля было приблизительно перпендикулярно линіямъ тока въ кюветтѣ. Предположеніе оврадалось: замыкая токъ въ электромагнитѣ во время прохожденія тока въ кюветтѣ, я замѣтилъ загибаніе траекторій свѣтлыхъ точекъ, вполне согласное съ правиломъ Ампера; это загибаніе наступало немедленно по замыканіи тока въ электромагнитѣ и исчезало въ моментъ размыканія этого тока. Пути движенія свѣтлыхъ точекъ въ электролитѣ при отсутствіи магнитнаго поля представлены на фотографическихъ снимкахъ 6 и 9. При замыканіи тока въ электромагнитѣ картина явленій рѣзко мѣняется, какъ это видно на фотографическихъ снимкахъ 7 и 8. Снимокъ 7 даетъ представленіе о загибаніи траекторій свѣтлыхъ точекъ для того случая, когда направленіе силовыхъ линій магнитнаго поля идетъ отъ читателя къ рисунку, а направленіе тока въ электролитѣ отъ лѣвой руки къ правой; снимокъ 8 полученъ при томъ же направленіи тока въ кюветтѣ, но при противоположномъ предыдущему направленіи магнитнаго поля. Зами́тимъ еще, что снимки 6, 7, 8, 9 и 10 сняты непосредственно одинъ послѣ другого; снимокъ 9 сдѣланъ при тѣхъ же условіяхъ, что и 6, т. е. при токѣ въ кюветтѣ, но безъ магнитнаго поля, а снимокъ 10 безъ тока въ кюветтѣ и безъ магнитнаго поля.

6) Все вышесказанное даетъ, мнѣ кажется, достаточное основаніе считать наблюдаемыя въ электролитѣ и обладающія вышеописанными свойствами свѣтлыя точки свидѣтелями присутствія въ соотвѣтственныхъ мѣстахъ носителей электричества (іоновъ). Достаточно хотя разъ внимательно прослѣдить вышеописанныя явленія, чтобы получить убѣжденіе въ томъ, что предположеніе о пыли или вообще постороннихъ включеніяхъ должно быть отброшено. Конечно, на ряду съ этими характерными тѣльцами встрѣчаются въ небольшомъ количествѣ и постороннія включенія (пыль, матеріалы засоренія), но эти послѣднія настолько рѣзко отличаются отъ первыхъ по своей величинѣ и по своему поведенію, что уже при небольшомъ навыкѣ легко отличить одни отъ другихъ.

Не могу не упомянуть здѣсь объ удивительно красивой картинѣ, которую я наблюдалъ при пропусканіи черезъ электролитъ переменнаго тока. Для полученія переменнаго тока я пользовался малымъ индуктивнымъ аппаратомъ, служащимъ въ моей лабораторіи для изслѣдованія электропроводности электролитовъ по Кольраушу. Для того, чтобы дать представленіе объ этой картинѣ, привожу выписку изъ моихъ протоколовъ. „Водный растворъ $AgNO_3$. Въ кюветку пущенъ переменный токъ отъ маленькаго индуктивнаго аппарата № 143. Наблюдаемое явленіе удивительно красиво; свѣтлыя тѣльца то покачиваются около поверхностей электродовъ, то приближаются къ нимъ, то удаляются отъ нихъ, то собираются около электродовъ въ кучи и копошатся, какъ пчелы; инныя стоятъ, точно задумавшись, и вдругъ бросаются къ тому или къ другому полюсу; инныя покачиваются на мѣстѣ, точно не зная, на что рѣшиться“. „Водный растворъ $CuSO_4$.

При пропускании переменного тока через раствор наблюдается подобная же, если еще не болѣе красивая картина, какъ и въ растворъ $AgNO_3$.

7) Если предположеніе о существованіи тѣсной связи между свѣтлыми тѣльцами электролита и подвижными носителями электричества (іонами) правильно, то скорости ихъ движенія при прохожденіи черезъ электролитъ тока должны быть того же порядка, что и найденныя Кольраушемъ изъ сопоставленія чиселъ переноса и электропроводности электролитовъ. Для рѣшенія этого вопроса я сдѣлалъ рядъ опредѣленій абсолютныхъ скоростей свѣтлыхъ тѣлецъ электролитовъ во время прохожденія черезъ послѣдніе электрическаго тока. Способъ опредѣленія очень простъ: наблюдая избранную точку, я опредѣлялъ промежутокъ времени, за который она проходила нѣкоторое число дѣленій сѣтки окулярнаго микрометра; по кажущейся длинѣ пройденнаго пути вычислялась затѣмъ истинная, а по этой послѣдней и по соотвѣтственному промежутку времени подсчитывалась истинная скорость движенія. По найденнымъ такимъ образомъ скоростямъ вычислялись скорости для градіента потенціала въ 1 $\frac{\text{вольтъ}}{\text{см.}}$.

Полученныя данныя оказались величинами того же порядка, какъ и скорости, найденныя Кольраушемъ.

Принимая во вниманіе этотъ послѣдній результатъ, а также и все вышесказанное, можно, мнѣ кажется, считать достаточно вѣроятнымъ, что свѣтлыя тѣльца, наблюдаемыя въ электролитѣ и обладающія вышеописанными свойствами, находятся въ тѣсной связи съ іонами, если не представляютъ самихъ іоновъ или группъ іоновъ.

Въ заключеніе авторъ предусматриваетъ рядъ возраженій.

Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка.

Въ засѣданіи, состоявшемся 23 октября 1909 г., происходило слѣдующее

Секретарь кружка І. И. Чистяковъ прочиталъ доклады Правленія: 1) относительно желательности участія Московскаго Математическаго Кружка въ занятіяхъ международной коммисіи по реформѣ математическаго образованія; 2) относительно организациі засѣданій Кружка во время предстоящаго въ Москвѣ XII-го Съѣзда естествоиспытателей и врачей.

По первому вопросу совѣщаніе признало желательнымъ, чтобы Кружокъ организовалъ работы по программѣ, изложенной въ докладѣ секретаря международной коммисіи Фера. При этомъ на первую очередь признано желательнымъ поставить разработку вопросовъ о современномъ состояніи организациі и методовъ обученія математикѣ въ Россіи; вопросы же о желательныхъ преобразованіяхъ обсудить по завершеніи первой части работы. Обслѣдованіе современнаго состоянія математическаго образованія въ Россіи можетъ быть про-

изведено, по мнѣнію совѣщанія, путемъ составленія и обсужденія въ засѣданіяхъ Кружка рефератовъ объ отдѣльныхъ типахъ школъ. При этомъ признано желательнымъ, чтобы рефераты, послѣ обсужденія ихъ въ Кружкѣ, печатались въ журналахъ, или отдѣльными брошюрами. Для большаго удобства разработки вопроса о состояніи преподаванія математики въ разныхъ учебныхъ заведеніяхъ, совѣщаніе предлагаетъ раздѣлить ихъ на главнѣйшія категории и намѣтить докладчиковъ по каждому типу учебныхъ заведеній.

По второму вопросу — объ организаціи засѣданій Кружка во время предстоящаго Съезда естествоиспытателей совѣщаніе признало желательнымъ устроить, по крайней мѣрѣ, одно засѣданіе, пригласивъ на него членовъ Съезда, а также выставку учебныхъ пособій по математикѣ. По просьбѣ членовъ Правленія, С. П. Виноградовъ и А. К. Власовъ изъявили согласіе прочесть доклады на этомъ засѣданіи: С. П. Виноградовъ — „Объ эволюціи понятія числа“, А. К. Власовъ — „Изъ области геометріи“. — Относительно помѣщенія для выставки выяснилось, что таковое можетъ быть предоставлено Торговой школой при Александровскомъ Коммерческомъ училищѣ (Басманная улица, Бабушкинъ пер.). Рѣшено обратиться къ членамъ Кружка съ просьбой доставить имѣющіяся у нихъ книги и учебныя пособия по математикѣ на русскіхъ и иностранныхъ языкахъ, а также войти въ переговоры съ книжными магазинами о доставленіи на выставку математическихъ книгъ и наглядныхъ учебныхъ пособій. Предложенія были одобрены Собраніемъ.

Б. К. Млодзѣевскій сдѣлалъ сообщеніе „О постановкѣ математики въ среднихъ женскихъ учебныхъ заведеніяхъ Пруссіи, при чемъ основывался главнымъ образомъ на данныхъ, приведенныхъ по этому вопросу въ статьѣ проф. Г. Ноодта (G. Noodt), помѣщенной въ №№ 4—5 журнала „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“. Статью проф. Г. Ноодта вызвана инициативой международной комиссіи по реформѣ преподаванія математики и составлена примѣнительно къ программѣ, выработанной этой комиссіей. Она представляетъ собою подробный обзоръ постановки женскаго математическаго образованія въ Пруссіи согласно новымъ учебнымъ планамъ, введеннымъ 18 августа 1908 г. Авторъ статьи относится съ большимъ сочувствіемъ къ этимъ планамъ, дѣйствительно представляющимъ важное усовершенствованіе прежней постановки математическаго образованія, отличавшейся изумительной отсталостью и рутиной. Такъ, по прежней программѣ въ женской школѣ съ 9-лѣтнимъ курсомъ проходились изъ математическихъ наукъ лишь ариметика и начальная геометрія, алгебра же была совершенно исключена. По новому же плану женскія учебныя заведенія имѣютъ 3 отдѣленія: 1) собственно женскую школу, для лицъ желающихъ приобрести только среднее образованіе, необходимое женщинамъ въ ихъ домашнемъ быту; 2) педагогическое отдѣленіе — для желающихъ быть учительницами; 3) специальное научное отдѣленіе, такъ называемое Studienanstalt — для лицъ, имѣющихъ въ виду получить высшее образованіе. Этихъ послѣднихъ отдѣленій ранѣе не существовало, теперь же они устроены 3 типовъ: реальнаго, реально-классическаго и чисто-классическаго, соответственно съ существующими типами мужскихъ учебныхъ заведеній. Программа математики научныхъ отдѣленій, составленная при участіи сотрудника проф. Клейна, Шиммака, отличается обширностью и въ то же время свѣжестью разработки. Основой ея служатъ понятіе о функціи; она заключается въ себѣ элементы анализа безконечно-малыхъ и аналитической геометріи, при чемъ эти отдѣлы стоятъ въ тѣсной связи съ болѣе элементарными частями математики, а также съ физикой и другими родственными предметами; предусматривается также возможность прохожденія элементовъ высшей геометріи, сферической тригонометріи, начертательной геометріи и теоріи вѣроятностей. — Познакомивъ собраніе съ деталями этого плана и разборъ его у нѣмецкаго автора, Б. К. Млодзѣевскій высказался съ большимъ сочувствіемъ по поводу сдѣланныхъ въ Пруссіи начинаній, но отмѣтилъ въ нихъ и извѣстную долю увлеченія, которое можетъ повести къ обремененію и утомленію учащихся.

Н. Г. Плеханова сдѣлала краткое сообщеніе объ учебникѣ по элементарной математикѣ Беренкстена (Berencksten) и Гёттингга (Götting): „Lehrbuch der Mathematik nach modernen Grundsätzen“. Книга названныхъ авторовъ составлена по новому плану, разработанному въ духѣ идеи проф. Клейна и его сотрудниковъ и, при нѣкоторыхъ недостаткахъ, представляетъ въ общемъ большой интересъ по новизнѣ метода изложенія и группировкѣ матеріала.

ЗАДАЧИ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 222 (5 сер.). Доказать, что дробь

$$\frac{a^4 + 3a^2 + 1}{a^3 + 2a}$$

несократима при всякомъ цѣломъ значеніи a .

П. Безчеревныхъ (Козловъ).

№ 223 (5 сер.). Пусть O есть центръ круга вписаннаго въ треугольникъ ABC . На сторонахъ BC и AC беремъ соотвѣтственно точки K и M такъ, чтобы выполнялись равенства

$$BK \cdot AB = \overline{BO}^2, \quad AM \cdot AB = \overline{AO}^2.$$

Доказать, что точки K , O и M лежатъ на одной прямой.

Д. Гофманъ (Варшава).

№ 224 (5 сер.). Построить треугольникъ ABC по суммѣ двухъ сторонъ $BC + AC = s$ и радиусамъ r_a и r_b круговъ, вневписанныхъ относительно этихъ сторонъ.

П. Богомоловъ (Шацкъ).

№ 225 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$4 \cdot 3^x - 9 \cdot 2^x = 5 \cdot 3^{\frac{x}{2}} \cdot 2^{\frac{x}{2}}$$

Н. Кольскій-Редереръ (Одесса).

№ 226 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sin^2 x - 4 \sin^2 x \cos x + 5 \sin x \cos^2 x - 2 \cos^3 x = 0.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 227 (5 сер.). Двое часовъ начали и кончили бить одновременно. Удары первыхъ часовъ слѣдуютъ черезъ 3, удары вторыхъ — черезъ 4 секунды. Всего было насчитано 13 ударовъ, принимая совпадающіе удары за одинъ. Определить, который былъ часъ на первыхъ и на вторыхъ часахъ.

Н. Н.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 149 (5 сер.). Определить истинное значеніе выраженія

$$y = \frac{tg^2 x + tg x - 2}{\sin x - \cos x}$$

при $x = \frac{\pi}{4}$.

Такъ какъ

$$tg^2 x + tg x - 2 = (tg x - 1)(tg x + 2),$$

то

$$y = \frac{(tg x - 1)(tg x + 2)}{\cos x \left(\frac{\sin x}{\cos x} - 1 \right)} = \frac{(tg x - 1)(tg x + 2)}{\cos x (tg x - 1)} = \frac{tg x + 2}{\cos x}. \quad (1)$$

Подъ истиннымъ значеніемъ y при $x = \frac{\pi}{4}$ подразумѣваютъ предѣлъ, къ которому стремится y , если x стремится къ предѣлу $\frac{\pi}{4}$. Согласно съ этимъ усло-

віемъ можно вычислить значеніе y при $x = \frac{\pi}{4}$, чего нельзя сдѣлать съ по-

мощью непосредственной подстановки вмѣсто x его значенія $\frac{\pi}{4}$ въ выраженіе $\frac{tg^2 x + tg x - 2}{\sin x - \cos x}$, такъ какъ при такой подстановкѣ и числитель и знаменатель этого выраженія обращаются въ нуль.

Равенство (1) даетъ намъ:

$$\text{пред. } y = \text{пред. } \left(\frac{tg x + 2}{\cos x} \right) = \frac{tg \frac{\pi}{4} + 2}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1 + 2}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}.$$

$x = \frac{\pi}{4} \qquad x = \frac{\pi}{4}$

П. Безчеревныхъ (Козловъ); В. Богомоловъ (Шацкъ); П. Постниковъ (Рязань); Г. Оппоковъ (Вильна); Г. Пистракъ (Лодзь); Н. Доброгаевъ (Одесса); Б. Двойринъ (Одесса); С. Козанъ (Винница); С. Слугиновъ (Казань); С. Т. (Новочеркасскъ); Н. Морозовъ (Царское Село).

№ 152 (5 сер.). *Найти необходимые и достаточные условия делимости многочлена*

$$a^n + b^n + c^n - (a + b + c)^n,$$

где n есть целое положительное число, на многочленъ

$$(a + b)(b + c)(c + a).$$

Для того, чтобы многочленъ

$$a^n + b^n + c^n - (a + b + c)^n$$

делился на

$$(a + b)(b + c)(c + a),$$

необходимо, чтобы онъ делился на одного изъ сомножителей этого произведения $a + b$, а для этого необходимо и достаточно, по теоремѣ Безу, чтобы результатъ подстановки въ многочленъ

$$a^n + b^n + c^n - (a + b + c)^n$$

вмѣсто a количества $(-b)$, обращался въ нуль. Вычисляя этотъ результатъ подстановки, имѣемъ:

$$(-b)^n + b^n + c^n - [(-b) + b + c]^n = (-b)^n + b^n + c^n - c^n = (-b)^n + b^n.$$

Выраженіе же $(-b)^n + b^n$ обращается тождественно въ нуль лишь при n нечетномъ. Соблюденіе этого условія, т. е. нечетности n , достаточно для делимости многочлена

$$a^n + b^n + c^n - (a + b + c)^n$$

Въ самомъ дѣлѣ, мы уже видѣли, что при n нечетномъ рассматриваемый многочленъ дѣлится на $a + b$, и точно такъ же, подставляя вмѣсто b количество $(-c)$, а затѣмъ вмѣсто сколицество $(-a)$, снова получимъ въ результатъ каждой подстановки нуль. Называя данный многочленъ черезъ $F(a, b, c)$, а целое частное отъ дѣленія его на $a + b$ черезъ $f(a, b, c)$, имѣемъ тождество:

$$F(a, b, c) = (a + b)f(a, b, c). \quad (1)$$

Подставляя $(-c)$ вмѣсто b въ это тождество, имѣемъ, согласно со сказаннымъ выше,

$$0 = F[a, (-c), c] = (a - c)f[a, (-c), c],$$

откуда, такъ какъ $a - c$ не обращается тождественно въ нуль, вытекаетъ, что

$$f[a, (-c), c] = 0,$$

а потому $f(a, b, c)$ дѣлится, по теоремѣ Безу, на $b + c$. Называя частное отъ этого дѣленія черезъ $\varphi(a, b, c)$ и подставляя въ тождество:

$$F(a, b, c) = (a + b)(b + c)\varphi(a, b, c)$$

$(-a)$ вмѣсто c , имѣемъ:

$$0 = F[a, b, (-a)] = (a + b)(b - a)\varphi(a, b, (-a)).$$

откуда видно, что

$$\varphi[a, b, (-a)] = 0,$$

а потому цѣлый многочленъ $\varphi(a, b, c)$ дѣлится на $c + a$, такъ что

$$\varphi(a, b, c) = (c + a)\psi(a, b, c),$$

гдѣ $\psi(a, b, c)$ также есть цѣлый многочленъ. Итакъ [см. (1)]:

$$F(a, b, c) = (a + b)(b + c)(c + a)\psi(a, b, c),$$

гдѣ $\psi(a, b, c)$ — цѣлый многочленъ, т. е.

$$F(a, b, c) = a^n + b^n + c^n - (a + b + c)^n$$

дѣлится на

$$(a + b)(b + c)(c + a).$$

Замѣчаніе. При доказательствѣ второй части теоремы можно изъ дѣлимости разсматриваемаго многочлена на попарно взаимно простыхъ дѣлителей на $a + b$, $b + c$, $c + a$ заключить о дѣлимости его на произведение этихъ дѣлителей, если только принять за доказанныя основныя теоремы изъ теоріи дѣлимости многочленовъ,

П. Безчеревныхъ (Козловъ); *Н. Доброгавъ* (Москва); *С. Коганъ* (Винница); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Н. Коровицкій* (Кіевъ).

№ 153 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x + 1 = 0.$$

Замѣняя $\cos 2x + 1$ черезъ $2 \cos^2 x$, представимъ данное уравненіе въ видѣ:

$$2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x + \sin x + \cos x = 0,$$

или

$$(2 \cos x (\sin x + \cos x) + (\sin x + \cos x) = (2 \cos x + 1) (\sin x + \cos x) = 0,$$

откуда

$$2 \cos x + 1 = 0 \quad \text{или} \quad \sin x + \cos x = 0.$$

Изъ перваго изъ этихъ уравненій имѣемъ:

$$\cos x = -\frac{1}{2}, \quad x = (2k + 1)\pi \pm \frac{\pi}{3},$$

гдѣ k — цѣлое число, а изъ втораго

$$\cos x = -\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right),$$

откуда

$$x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} + x\right),$$

1. е. библия и математика. Периодическая литература. (1855 г.)

что невозможно, или

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x,$$

откуда

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, \quad x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

П. Безчеревныхъ (Козловъ); А. Крюковъ (Спб.); В. Рябовъ (Павловскъ); П. Прозоровскій (Тамбовъ); Н. Н. (Саратовъ); Г. Пистракъ (Лодзь); Н. Доброгаевъ (Одесса); Б. Щиголовъ (Варшава); С. Козанъ (Винница); А. Радевъ (Ботево, Болгарія); М. Добровольскій (Сердобскъ); Н. Морозовъ (Царское Село); В. Богомоловъ (Шацкъ); Н. Коровицкій (Кіевъ); С. Каменецкій (Молога); Б. Двойринъ (Одесса).

№ 154 (5 сер.). Найти арифметическую прогрессию, сумма m первых членовъ которой относится къ суммѣ n ея членовъ, какъ $m(m+1)$ къ $n(n+1)$, при всякихъ цѣлыхъ и положительныхъ значеніяхъ m и n .

Называя черезъ a и d первый членъ и разность, черезъ s_m и s_n суммы m и n первыхъ членовъ искомой прогрессіи, имѣемъ согласно съ условіемъ:

$$\frac{s_m}{s_n} = \frac{|2a + d(m-1)| m}{|2a + d(n-1)| n} = \frac{m(m+1)}{n(n+1)}, \quad (1)$$

откуда, такъ какъ $m \neq 0$ и $n \neq 0$, вытекаетъ:

$$\frac{2a + d(m-1)}{2a + d(n-1)} = \frac{m+1}{n+1}. \quad (2)$$

Записавъ равенство (2) въ видѣ:

$$2a(n+1) + d(m-1)(n+1) = 2a(m+1) + d(n-1)(m+1),$$

раскрываемъ скобки и переносимъ всѣ члены въ первую часть. Тогда на ходимъ:

$$2an + 2a + d(mn - n + m - 1 - mn + m - n + 1) - 2am - 2a = 0 \quad (3)$$

или

$$2an - 2am + 2d(m - n) = 2(n - m)(a - d) = 0.$$

Такъ какъ послѣднее равенство должно имѣть мѣсто при всякихъ n и m въ частности, при неравныхъ n и m , то $a - d = 0$, т. е. $a = d$. Наоборотъ, если первый членъ прогрессіи равенъ разности, то соблюдаются (строго говоря, при $a \neq 0$) равенство $a - d = 0$ и равносильныя ему равенства (3), (2), (1). Итакъ искома прогрессія есть (при $a \neq 0$)

$$a, 2a, 3a, \dots$$

В. Рябовъ (Павловскъ); Г. Пистракъ (Лодзь); Н. Доброгаевъ (Одесса); П. Безчеревныхъ (Козловъ); В. Козанъ (Винница); А. Радевъ (Ботево, Болгарія); Н. Морозовъ (Царское Село); В. Богомоловъ (Шацкъ); Н. Коровицкій (Кіевъ); Б. Двойринъ (Одесса).

№ 156 (5 сер.). Даны прямая и окружность, Построить перпендикуляр к прямой так, чтобы отскакаемая имъ въ окружности хорда и часть его между окружностью и прямой были равны между собою.

Пусть PQ — данная прямая, O — центръ даннаго круга и пусть иско-
мый перпендикуляръ къ данной прямой встрѣчаетъ окружность даннаго
круга въ точкахъ A и B и прямую PQ въ C такъ, что $AB = BC$. Опустимъ
изъ O перпендикуляры OM и ON на AB и на PQ . Тогда

$$MB = \frac{AB}{2} = \frac{BC}{2}, \quad BC = 2MB, \quad MC + MB + BC = 3MB, \quad MB = \frac{MC}{3} = OK,$$

гдѣ K — точка встрѣчи ON съ прямой, параллельною PQ и проходящей че-
резъ B . Отсюда вытекаетъ построение: изъ O опускаемъ перпендикуляръ OM
на PQ , дѣлимъ ON на три части въ точкѣ K такъ, что $OK = \frac{1}{3} ON$ и про-
водимъ черезъ K прямую, параллельную PQ , которая встрѣчаетъ данную
окружность вообще въ двухъ точкахъ B и B' (конечно, въ случаѣ возмож-
ности задачи). Каждый изъ перпендикуляровъ, опущенный изъ B или B'
на PQ , даетъ рѣшеніе задачи.

*Н. Н.; П. Прооровскій (Тамбовъ); С. Коганъ (Винница); Штумльбаумъ;
Д. Червенаковъ (Тифлисъ); В. Богомоловъ (Шацкѣ); Б. Двойринъ (Одесса).*

ПОПРАВКИ:

1) Въ задачѣ № 150, помѣщенной въ № 485—486 „Вѣстника“, вмѣсто по
углу A слѣдуетъ читать: по углу B .

2) Въ задачѣ № 132 въ № 481 „Вѣстника“ вмѣсто $\frac{4k+r}{p}$ слѣдуетъ чи-
тать: $\frac{4R+r}{p}$.

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ
его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

А. Долговъ. *Начатки геометріи.* Составлено по Кэру, Юнгу и
Гаррисону. Стр. 207. Цѣна 75 к.

Эмиль Борель, профессоръ Сорбонны и Высшей Нормальной школы въ
Парижѣ. *Тригонометрія.* Переводъ О. В. С. со 2-го дополнительнаго фран-
цузскаго изданія подъ редакціей профессора Харьковскаго Университета
Н. Н. Салтыкова. Москва, 1909. Цѣна 75 к.

В. Шидловскій. *Курсъ прямолинейной тригонометріи, приспособленный
къ первоначальному ознакомленію съ этимъ предметомъ, съ краткимъ исто-
рическимъ очеркомъ тригонометріи* Курсъ приспособленъ для старшаго клас-
са женскихъ гимназій и предварительнаго прохожденія въ мужскихъ сред-
нихъ учебныхъ заведеніяхъ. Стр. 76. Цѣна 75 коп.

Дж. Дж. Томсонъ, профессоръ университета въ Кембриджъ. *Корпускулярная теорія вѣщества*. Переводъ съ англійскаго **И. Левинтова**, подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“. Одесса. Изданіе „Mathesis“. 1910. Стр. 162. Цѣна 1 р. 20 к.

Новый сборникъ ариѳметическихъ задачъ въ связи съ краткими теоретическими опредѣленіями и правилами ариѳметики. Составленъ кружкомъ московскихъ преподавателей подъ редакціей преподавателя Московской женской гимназіи **Винклеръ Н. Н. Аменицкаго**. Стр. 160. Цѣна 40 коп.

Армани (младшій), инженеръ. *Задача авіаціи и ея рѣшеніе при помощи аэроплана*. Переведъ съ 3-го французскаго изданія инженеръ **Н. Авдулинъ**. Стр. 148. Цѣна 50 к.

Н. П. Кильдюшевскій. *Сборникъ упражненій по аналитической геометріи на плоскости*, съ приложеніемъ формулъ и статьи „Коническія сѣченія“. Примѣнительно къ программѣ реальныхъ училищъ. Стр. 91. Цѣна 65 к.

А. Киселевъ. *Начала дифференціального и интегральнаго исчисленій*. Курсъ VII кл. реальныхъ училищъ. Стр. 183. Цѣна 1 р.

А. И. Филипповъ. *О дѣленіи*. Могилевъ - Подольскій, 1909. Стр. 32. Цѣна 30 к.

Prof. Dr. I. Scheiner. *Der Bau des Weltalls*. Dritte verbesserte Auflage. Стр. 132.

Dr. Friedrich Schur. *Grundlagen der Geometrie*. Стр. 192.

Emile Borel, Professor an der Universität zu Paris. *Die Elemente der Mathematik*. Vom Verfasser genehmigte Deutsche Ausgabe. Besorgt von Paul Stäckel. Zweiter Band. Geometrie. Стр. 324.

K. Riemenschneider. *Experimentierbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*, nebst Hinweis auf die Technik und Praxis. Eine Anleitung zur Ausführung von Experimenten unter Verwendung einfachster, meist selbst herzustellender Hilfsmittel. Стр. 241.

О Б Ъ Я В Л Е Н І Я .

ВЪ КНИЖНЫХЪ МАГАЗИНАХЪ В. В. ДУМНОВА

(„Наел. бр. Салаевыхъ“)

поступилъ въ продажу учебникъ **А. Киселева**.

„НАЧАЛА ДИФФЕРЕНЦІАЛЬНОГО И ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНІЙ“

(курсъ VII кл. реальныхъ училищъ);

второе, переработанное и дополненное, изданіе „Начальнаго ученія о производныхъ“, допущеннаго Уч. Ком. М. Н. Пр. въ качествѣ руководства для реальн. уч. (Журн. М. Н. Пр., 1908, іюнь); цѣна 1 рубль.

Товарищество „Физико-Химикъ“ профессоровъ и преподавателей физики и химіи.

Въ мартѣ текущаго 1909 г. въ Кіевѣ организовалось Товарищество „Физико-Химикъ“, имѣющее свою цѣлью способствовать правильной постановкѣ преподаванія физики и химіи, главнымъ образомъ, путемъ оборудованія и пополненія физическихъ и химическихъ лабораторій и кабинетовъ цѣлесообразно построенными приборами.

Состоя почти исключительно изъ преподавателей физики и химіи высшихъ и среднихъ школъ г. Кіева, Товарищество беретъ на себя составленіе смѣтъ и списковъ приборовъ, необходимыхъ для преподаванія.

Имѣя непосредственныя связи съ иностранными фабриками, Товарищество находитъ возможнымъ отпускать приборы по цѣнамъ, болѣе низкимъ, чѣмъ тѣ, которыя указаны въ каталогахъ русскихъ торговыхъ фирмъ, а иногда даже болѣе низкимъ, чѣмъ цѣны, проставленныя въ преісъ-курантахъ иностранныхъ фирмъ.

Товарищество имѣетъ на таможенныхъ своихъ надежныхъ экспедиторовъ, которые слѣдятъ за прибывающими товарами, очисткой ихъ отъ пошщины, упаковкой и своевременнымъ отправленіемъ на мѣсто назначенія.

По порученію казенныхъ учебныхъ заведеній Товарищество беретъ на себя хлопоты объ освобожденіи товаровъ, предназначенныхъ для учебного заведенія, отъ пошщины.

Товарищество ручается за доброкачественность выписанныхъ черезъ него инструментовъ, и приборы, оказавшіеся испорченными или негодными, принимаются обратно.

Въ настоящее время члены Товарищества заняты составленіемъ нормальнаго списка приборовъ по физикѣ и химіи, а въ недалекомъ будущемъ намѣрены выпустить его печатнымъ; пока при составленіи заказа просимъ руководствоваться слѣдующимъ:

1) Указывать №№ заказываемыхъ приборовъ по какому угодно русскому или иностранному преісъ-куранту, ихъ названіе и цѣну.

Примѣчаніе: Если у заказчика не имѣется преісъ-куранта, то Товарищество на время можетъ предложить желаемый.

2) Упомянуть, разрѣшается ли специальной комиссіи, просматривающей заказы, замѣнять одни приборы другими, болѣе подходящими по мнѣнію комиссіи.

По первому требованію желающихъ ознакомиться болѣе детально съ Товариществомъ или вступить въ члены Товарищества высылается печатный уставъ.

Членомъ Товарищества можетъ быть всякій преподаватель и любитель физики и химіи.

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Геометрія круга (Циклометрия).

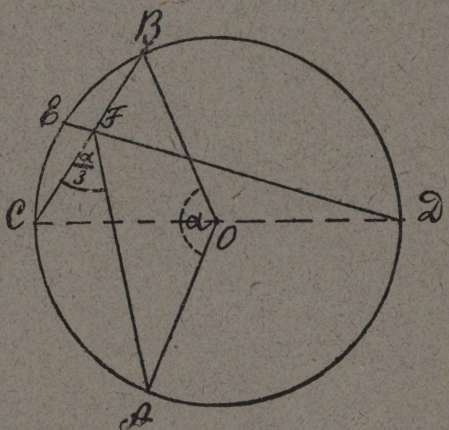
Рѣшеніе проблемы о геометрическомъ раздѣленіи дуги и угла на части пропорціональныя и равныя. Казань, 1908 г. Стр. XI+114+6=131. Цѣна 1 руб.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. Ч. I-я.

Общее рѣшеніе уравненій первой степени: неопредѣленныхъ и опредѣленныхъ. Казань, 1900 г. 333 стр. Цѣна 2 р. 50 к.

Обращаться въ книжные магазины:

„Новаго Времени“ (СПБ., Москва, Харьковъ, Саратовъ, Одесса), Н. Н. Карбасникова (СПБ., Москва, Варшава, Вильна), А. А. Дубровина (Казань), „Общественная Польза“ (СПБ.), Оглоблина (Кіевъ), Т-ва Сытина (Москва), „Трудъ“ (Москва), „Сотрудникъ Школь“ (Москва), Бельке (Кіевъ), „Товарищества“ (Самара), „Волжанинъ“ (Самара) и др.



$$\sphericalangle AC = \sphericalangle CB; \sphericalangle AD = \sphericalangle DB; \sphericalangle CE = \sphericalangle EB.$$

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1910 ГОДЪ

ЗАДУШЕВНОЕ СЛОВО.

ДВА ЕЖЕНЕДЕЛЬНЫЕ иллюстрированные журнала для дѣтей и юношества, основанные С. М. МАКАРОВОЙ и издаваемые подъ редакціей П. М. ОЛЬХИНА

ПОДПИСНОЙ ГОДЪ СЪ 1-го НОЯБРЯ 1909 г.

ПЕРВЫЕ №№ ВЫСЛАЮТСЯ НЕМЕДЛЕННО.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей
МЛАДШАГО ВОЗРАСТА
(отъ 5 до 8 лѣтъ) получаютъ

52 №№ и 48 ПРЕМИЙ.

Въ числѣ послѣднихъ: большая сѣтная картинка „НИЧЬЯ“ влад. Харановичъ; 12 новѣйш. ИГРЪ и ЗАНЯТІЙ въ раскрѣп. и черн. листахъ; 12 вып. вѣстника РАЗСКАЗОВЪ, ПОВѢСТЕЙ и СКАЗОВЪ; 12 вып. „ДНЕВНИКЪ МУЗЫКАНТЪ“, „МАЛЕНЬКИЙ РУССКИЙ НАТУРАЛИСТЪ“; карт. „СТЕПНА-РАСТРЕПНА“ и ин. др.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаться: „ЗАДУШЕВНОЕ ВОСПИТАНІЕ“ и „ДѢТСКАЯ МОДЪ“.

Подписная цѣна каждого изданія „Задушевнаго Слова“, со всеми обявляемыми преміями и приложеніями, съ доставкой и пересылкой, — за годъ **ШЕСТЬ РУБЛЕЙ.**

Допускается разсрочка на 3 срока: 1) при подпискѣ, 2) къ 1 февраля и 3) къ 1 мая — по

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаться: въ конторы „ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА“, при книжныхъ магазинахъ: Т-ва М. О. Вольфа — МОСКВА: 1) Кузнецкій Мостъ, 12, или 2) Моховая ул., 22

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей
СТАРШАГО ВОЗРАСТА
(отъ 9 до 14 лѣтъ) получаютъ

52 №№ и 48 ПРЕМИЙ.

Въ числѣ послѣднихъ: анимальная картинка „ПОДАЙТЕ СЛѢПОМУ“; 12 новѣйш. кн. ПОВѢСТЕЙ, РАЗСКАЗОВЪ и ПЬЕСЪ для юношества, 8 вып. „КНИГИ ЗНАМЕНИ“; ЛЮДИ; 6 вып. „ГОЛУБАЯ ВОДНА“; 1 А часовой „БИБЛА ЮНАГО НАТУРАЛИСТА“; „КАЛЕНДАРЬ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ“ съ энциклоп. кнж. и ин. др.

2 р.

ЗА ГОДЪ — 6 рублей, РАЗСРОЧКА — по 2 рубля.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.



ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляютъ настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается **БЕЗПЛАТНО** по первому требованію.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1908-9 г.

40-ый семестръ.

Проф. *А. Клоссовскій*. Магнитная съемка Россіи.—*Анри Пуанкаре*. Будущее математики.—*Дж. Томсонъ*. Корпускулярная теорія матеріи.—*К. Шербина*. Математика въ русской средней школѣ.—Проф. *А. Слаби*. Резонансъ и угасаніе электрическихъ волнъ.—*Б. Цомакионъ*. Опредѣленіе поверхности и объема шара, какъ предѣловъ поверхностей и объемовъ многогранниковъ.—Проф. *Г. Бруни*. Твердые растворы.—*Дм. Ефремовъ*. Нѣкоторыя свойства цѣлага алгебраическаго многочлена 4-й степени.—*А. Турчаниновъ*. Къ вопросу о несуществованіи нечетныхъ совершенныхъ чиселъ.—*А. Филипповъ*. По поводу „дѣленія безъ дѣленія и вычитанія“—*Л. Гюнтеръ*. Опредѣленіе разстояній солнца и луны отъ земли и ихъ параллаксъ въ прежнія времена и теперь.—Прив.-доц. *В. Лермантовъ*. Постановка приготовленія учителей физики въ Германіи.—*И. Точидловскій*. Новѣйшіе успѣхи наблюдательной актинометріи.—*Г. Лемуанъ*. Простое изложеніе ученія о всемірномъ тяготѣніи и о вычисленіи массъ въ солнечной системѣ.

41-ый семестръ.

Проф. *Ф. Клейнъ*. Лекціи по ариметикѣ для учителей.—Проф. *В. Рамзай*. Газородные и радиоактивные газы.—Прив.-доц. *В. Каганъ*. О безконечно удаленныхъ элементахъ въ геометріи.—Проф. *А. Слаби*. Беспроволочный телефонъ.—*А. Филипповъ*. О періодическихъ дробяхъ.—*А. Мюллеръ*. Новое предложеніе о кругѣ.—*Анри Пуанкаре*. Математическое творчество.—*П. Зееманъ*. Происхожденіе цвѣтовъ спектра.—*В. Гернетъ*. Объ единствѣ вещества.—*С. Ньюкомъ*. Теорія движенія луны.—*В. Ритцъ*. Линейные спектры и строеніе атомовъ.—*А. Кирилловъ*. Къ геометріи треугольника.—Проф. *Дж. Перри*. Преподаваніе математики въ связи съ преподаваніемъ естественныхъ наукъ.—*Э. Нанзи*. О нѣкоторыхъ замѣчательныхъ числахъ кристалловъ.—*Э. Борель*. Методъ работы Пуанкаре.—Литература великой теоремы Фермата

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.**. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.**. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.