

№№ 425—426.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Тернетью

подъ редакціей

Приватъ-Доцента В. Ф. Каганна.

XXXVI-го Семестра №№ 5 и 6-й.

ОДЕССА.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1906.

XIX г. изд.

XIX г. изд.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Выходит 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый, подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана. Предыдущіе семестры были рекомендованы: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., гор. род. уч., учт. инст. и семинарій; Главнымъ Управл. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; №№ 1 — 48 одобрены Уч. Ком. при Св. Синодѣ для дух. семин. и училищъ.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригин. и переводн. статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященные вопросамъ преподаванія математики и физики. Научн. хроника. Разн. извѣстія. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія задачь съ фамил. рѣшившихъ. Упражн. для учениковъ. Библиограф. отдѣлъ; обзоръ иностран. журналовъ; замѣтки и рецензіи

О НОВЫХЪ КНИГАХЪ.

Статьи составляютъ въ такой мѣрѣ популярно, въ какой это возможно безъ ущерба для научн. стороны дѣла. Статьи, посвящ. педагог. вопросамъ, имѣютъ цѣлью обмѣнъ мнѣній преподавателей по различн. вопросамъ преподаванія элементарной мат. и физики. Въ отдѣлѣ „Научн. хроника“ помѣщ. рефераты о важнѣйшихъ научн. работахъ, отчеты о съѣздахъ, конгрессахъ и т. п. Въ отдѣлѣ „Разныя извѣстія“ помѣщаются свѣдѣнія о текущихъ событіяхъ въ жизни различн. учен. и учебн. заведеній. Задачи дѣлятся на двѣ категоріи: болѣе легкія, доступн. хорошему ученику, и болѣе трудныя, требующія болѣе глубокой подготовки. Отъ времени до времени предлагаются задачи и темы на премию.

УСЛОВІЯ ПОДПИСКИ:

Подписная цѣна съ пересылкой за годъ 6 руб., за полгода 3 руб. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся при непосредственныхъ сношеніяхъ съ конторой редакціи платятъ за годъ 4 руб., за полугодіе 2 руб. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% услуги.

Одѣльные номера текущего семестра по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Семестры XVI и XXIII распространя.

Пробный номеръ выдается бесплатно по первому требованію.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.

Городской адресъ: Елисаветинская, 4.

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Горькій.

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№№ 425—426.

Содержаніе: Введеніе въ геодезію. (Продолженіе) *Проф. Вихерта*. — Элементарное ученіе объ электрическомъ потенциалѣ. *П. Шенслева*. — О скорости Рѣнтгеновскихъ лучей. *Б. Иванова*. — Зависимость между соотвѣтственными радіусами кривизны двухъ взаимно-полярныхъ относительно окружности кривыхъ и общее выраженіе радіуса кривизны кривыхъ второго порядка. *С. Гирмана*. — Модель аберраціи свѣта. *Б. И.* — Научная хроника. Фигура солнца. — Задачи для учащихся, №№ 799—804 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 640, 664, 671, 672, 673, 675. — Объявленія.

Введеніе въ геодезію.

Профессора Э. Вихерта.

Лекціи для преподавателей среднихъ учебныхъ заведеній.

(Продолженіе *).

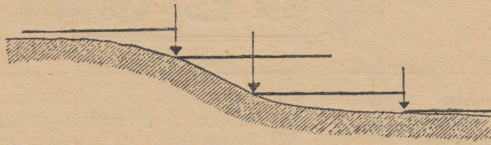
§ 2. Измѣреніе длинъ въ горизонтѣ.

Слѣдующей чрезвычайно важной задачей съемки является измѣреніе по прямой линіи.

Для этого часто пользуются „рейками“ (а также „мѣрными жезлами“) вродѣ тѣхъ, которыя вы видите здѣсь. Длина ихъ достигаетъ 5 метровъ, въ поперечномъ сѣченіи онѣ представляютъ овалъ, въ срединѣ 5×4 сантиметра, у концовъ $3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2}$ сантиметра. На этихъ рейкахъ вбитыми гвоздиками обозначены метры и дециметры, но это имѣетъ второстепенное значеніе. Эти рейки въ сущности представляютъ такъ называемыя „концевыя мѣры“, т. е. указанная длина 5 метровъ опредѣляется ихъ концами. Концы ихъ заканчиваются косыми срѣзами или перпендикулярными къ длинѣ плоскостями. Въ данномъ случаѣ мы имѣемъ послѣднія, которыя ради большей крѣпости одѣты желѣзной оковкой, такъ называемымъ башмакомъ. При измѣреніи одна рейка укладывается на продолженіи другой и осторожно придвигается къ ней.

*. См. № 422 „Вѣстника“.

Очень полезно при этомъ, чтобы руководитель работалъ съ двумя помощниками, изъ которыхъ каждый долженъ передвигать одну изъ реекъ. Самъ руководитель наблюдаетъ за всѣмъ и прежде всего долженъ тщательно слѣдить, чтобы рейки укладывались по измѣряемой прямой линіи. Для опредѣленія послѣдняго отрѣзка пользуются дѣленіями рейки, отсчитывая дециметры и оцѣнивая на глазъ сантиметры. Если мѣстность замѣтно наклонна, то это должно быть принято во вниманіе. Въ этихъ случаяхъ либо укладываютъ рейки горизонтально и съ конца или со середины одной изъ реекъ спускаютъ отвѣсъ къ началу слѣдующей (фиг. 6), — этотъ пріемъ носитъ названіе „измѣренія уступами“; либо же рейки



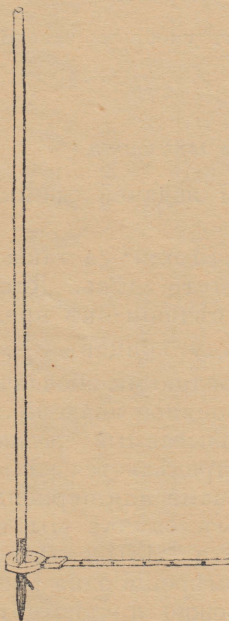
Фиг. 6.

кладутъ прямо на землю, а длину проекціи вычисляютъ, измѣривъ какимъ-нибудь способомъ наклонъ измѣряемой линіи, напр. при помощи одного изъ описываемыхъ ниже приборовъ.

Быстрѣе, чѣмъ съ рейками, но не столь точно можно работать при помощи *мѣрной ленты* или *мѣрной цѣпи*, вродѣ показанныхъ на фиг. 7 и 8. Обѣ онѣ имѣютъ очень употребительную



Фиг. 7.



Фиг. 8.

въ этихъ случаяхъ длину 20 метровъ. Мѣрная лента дѣлается

изъ стали шириною въ 20 миллиметровъ, толщиною около $\frac{1}{3}$ миллиметра. Дециметры обозначаются на ней отверстиями, полуметры и метры мѣдными мѣтками. Мѣрная цѣпь состоитъ изъ желѣзной проволоки въ 4 миллиметра толщиною и раздѣлена на отдѣльныя звенья, длиною въ 50 сантиметровъ каждое. Какъ лента, такъ и цѣпь оканчиваются крѣпкими латунными кольцами съ нанесенными поперекъ (при помощи напильника) глубокими надрѣзами, которыми опредѣляется длина 20 метровъ. При измѣреніи эти кольца надѣваются на такъ называемые *цѣпные кольца* изъ дубоваго дерева (уже включенныя въ указанныя выше цѣпи), которые оканчиваются снизу заостреннымъ желѣзнымъ башмакомъ, съ крючкомъ на немъ для поддержки цѣпи, и которые при толщинѣ около 3 сантиметровъ имѣютъ въ длину въ общемъ $1\frac{1}{2}$ метра. Руководитель измѣренія и здѣсь работаетъ съ двумя помощниками, изъ которыхъ каждый въ этомъ случаѣ получаетъ одинъ цѣпной колъ. Прежде всего одинъ изъ этихъ колеевъ укрѣпляется въ начальной точкѣ измѣряемаго отрѣзка и крѣпко удерживается здѣсь помощникомъ. Другой помощникъ становится, какъ можетъ точнѣе, по измѣряемой линіи и затѣмъ перемѣщается согласно указаніямъ руководителя, пока не станетъ на этой линіи вполнѣ точно. Затѣмъ съ помощью своего кола онъ натягиваетъ цѣпь или ленту и, по знаку руководителя, втыкаетъ въ землю тонкую желѣзную палочку какъ разъ возлѣ 20-метровой марки; для этой цѣли онъ имѣетъ при себѣ штукъ десять такихъ палочекъ, нанизанныхъ ушками на кольцо. На фиг. 9 вы видите нѣсколько такихъ „бирокъ“, какъ ихъ называютъ (длина 30 сантиметровъ, толщина 4 миллиметра). Второй помощникъ имѣетъ на рукѣ только кольцо для нанизыванія бирокъ. Теперь оба помощника идутъ впередъ, для сохранности держа ленту или цѣпь нѣсколько натянутой, пока второй помощникъ не дойдетъ до бирки и не укрѣпитъ свой колъ соотвѣтственно ея указанію. Тогда первый помощникъ повторяетъ по указанію руководителя прежнія операніи и такъ дѣло продолжается дальше. Оставляя свое мѣсто, второй помощникъ долженъ каждый разъ забирать съ собой бирку. Число бирокъ, перешедшихъ отъ одного помощника къ другому, укажетъ число цѣлыхъ 20-метровыхъ отрѣзковъ. Въ концѣ всего измѣренія остатокъ (или избытокъ) опредѣляется отдѣльно. При этомъ берутся въ расчетъ только цѣлые сантиметры.



Фиг. 9

Провѣса ленты и цѣпи при переходѣ чрезъ явы и тому подобное не нужно очень бояться, какъ легко покажетъ прямое наблюденіе или простое и поучительное вычисленіе, которымъ можно сравнить длину дуги и хорды. Иногда кольца на концахъ ленты или цѣпи приходится передвигать по высотѣ на ихъ кольяхъ.

На цѣпь нельзя полагаться, какъ на ленту, такъ какъ она

отъ перекручиванія звеньевъ другъ относительно друга легко можетъ показать невѣрную длину; къ тому же ушки и кольца ея звеньевъ также могутъ иногда сгибаться. При казенныхъ съемкахъ для установки границъ собственности (генеральное межеваніе, „Catastervermessung“) употребленіе цѣпи на этомъ основаніи совершенно запрещено. Съ другой стороны, цѣпь гораздо прочѣе и ее легче починить; чѣмъ ленту, а потому ее все же можно рекомендовать для школы. Большее вниманіе, котораго она требуетъ, въ данномъ случаѣ нисколько не повредить.

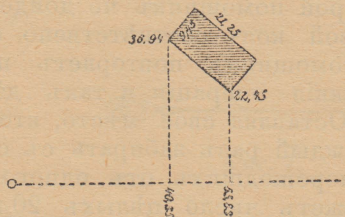
Очень полезнымъ упражненіемъ явится повторное измѣреніе самостоятельными группами учениковъ одного и того же отръзка, не слишкомъ короткаго (100—300 метровъ).

§ 3. Измѣренія въ горизонтальной плоскости и въ прямоугольных координатахъ.

Послѣ этихъ подготовительныхъ работъ мы перейдемъ къ нашей существеннѣйшей задачѣ—къ *опредѣленію положеній точекъ, лежащихъ въ одной горизонтальной плоскости.*

Для небольшихъ поверхностей большей частью очень удобно непосредственное примѣненіе *прямоугольных координатъ*; поэтому оно составляетъ обыкновенно основу всѣхъ мелкихъ межевыхъ работъ.

Прежде всего опредѣляютъ такъ называемую *магистраль*, т. е. ось абсциссъ; затѣмъ изъ каждой вносимой на планъ точки, угла дома, замѣтнаго камня и т. д.—опускаютъ перпендикуляръ на эту линію абсциссъ, опредѣляютъ на ней его основаніе и измѣряютъ длину ординаты. Результатъ можно представить примѣрно фиг. 10, на которой измѣренныя длины координатъ нанесены въ метрахъ у концовъ отръзковъ перпендикулярно направленію произведеннаго измѣренія. При длинахъ, измѣренныхъ въ



Фиг. 10.

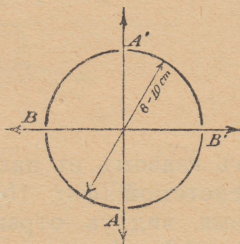
иныхъ направленіяхъ, полученныя величины вписываются параллельно направленію измѣренія.—Такимъ образомъ можно, напримѣръ, на городской улицѣ опредѣлить всѣ углы домовъ и другіе замѣтные пункты. Чтобы получить дальнѣйшія координаты, вездѣ, гдѣ только возможно—сквозь ворота и проч.—нужно отходить въ стороны по нормалямъ къ линіи абсциссъ и отмѣчать на этихъ нормаляхъ положенія точекъ справа и слѣва отъ нихъ.

Вамъ теперь ясно, что существенную часть такого рода измѣренія составляетъ *построеніе прямыхъ угловъ*. Постоянно при-

ходится возмѣщать и опускать перпендикуляры. Для этого существуютъ различныя превосходныя средства, и именно это обстоятельство дѣлаетъ весьма употребительными измѣренія въ прямоугольныхъ координатахъ.

Прежде всего, у насъ есть простой деревянный прямой уголь, какой употребляется плотниками; онъ имѣетъ обыкновенно стороны въ $\frac{3}{4}$ и $1\frac{1}{2}$ метра; но, конечно, имъ намъ придется пользоваться только въ исключительныхъ случаяхъ. Для цѣлей съемки несравненно удобнѣе *простой эккеръ, зеркальный эккеръ и призматическій эккеръ*. (У русскихъ топографовъ всѣ приборы для построения прямыхъ угловъ носятъ названія эккеровъ).

Въ эккерѣ наиболѣе существеннымъ являются двѣ пары щелей *АА* и *ВВ'* (фиг. 11), прорѣзанныхъ такъ, чтобы указы-

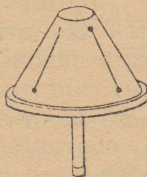


Фиг. 11.

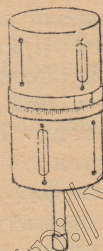
вать два взаимно перпендикулярныхъ направленія. Щели дѣлаются иногда одинаковыми, около миллиметра шириною, а иногда противъ щели этой ширины, возлѣ которой держать глазъ, съ другой стороны находится болѣе широкая щель (3—5 миллиметровъ), въ срединѣ которой натянуть конскій волосъ. Работать съ волосомъ удобнѣе, но его зато нетрудно порвать. Барабану эккера даютъ очень различныя формы, напримѣръ круглаго цилиндра или восьмигранной призмы или конуса (фиг. 12—14). При-



Фиг. 12.



Фиг. 13.

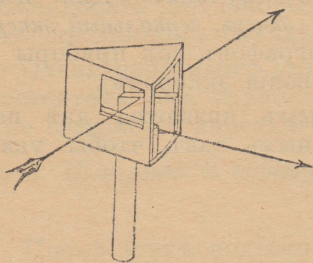


Фиг. 14.

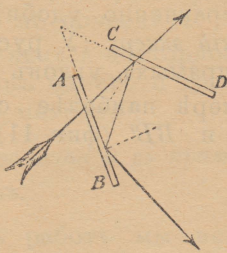
употребленіи ихъ насаживаютъ на прочно воткнутую въ землю палку или на легкій треножникъ. Приборъ, изображенный на фиг. 14, фабрики Тесдорфа въ Штуттгартѣ, имѣетъ два круглыхъ барабана, которые могутъ вращаться одинъ относительно

другого; на границѣ между ними находится дѣленіе и нониусъ; такимъ образомъ этотъ инструментъ (пантометръ) есть угломерный приборъ, нониусъ котораго позволяетъ непосредственно отсчитывать двѣ минуты дуги и оцѣнивать одну минуту.

Зеркальный эккеръ (фиг. 15) состоитъ изъ наклоненныхъ другъ къ другу зеркалъ, обращенныхъ отражающими сторонами также другъ къ другу (AB и CD на фиг. 16).



Фиг. 15.



Фиг. 16.

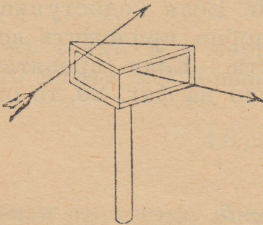
Если смотрѣть однимъ глазомъ въ направленіи стрѣлки непосредственно надъ этой системой (фиг. 15) и держать приборъ такъ, чтобы въ то же время видѣть отраженный отъ зеркалъ свѣтъ, то указанная на фиг. 16 двѣ линіи зрѣнія, изъ которыхъ одна отвѣчаетъ прямому лучу, другая дважды отраженному, образуютъ уголъ ровно вдвое большій, чѣмъ уголъ между самими зеркалами. Какъ извѣсто, этимъ свойствомъ зеркалъ пользуются также въ *отражательномъ секстантѣ*, столь важномъ для кораблевожденія. Такъ какъ этимъ приборомъ пользуются для построения прямыхъ угловъ, то зеркала въ немъ разъ навсегда устанавливаются подъ угломъ ровно въ 45 градусовъ. Такимъ образомъ отраженное изображеніе представляется неподвижнымъ, и онъ можетъ легко и вѣрно оцѣнивать его положеніе относительно непосредственно наблюдаемаго предмета.

Призматическій эккеръ для прямыхъ угловъ имѣетъ форму равнобедреннаго прямоугольнаго треугольника (фиг. 17 и 18); для уменьшенія потери свѣта гипотенуза его призмы поперебрена. Какъ и при зеркальномъ эккерѣ, здѣсь визируютъ одновременно поверхъ инструмента и сквозь него. Ходъ лучей, который измѣняется съ положеніемъ инструмента, приблизительно представленъ на фиг. 18. Какъ вы видите, мы имѣемъ здѣсь два преломленія и два отраженія. То обстоятельство, что здѣсь получается прямой уголъ къ непосредственно визируемой линіи и что здѣсь нѣтъ цвѣтового свѣторазсѣянія, представляетъ поучительный примѣръ въ преподаваніи физики.

Если нужна очень точная работа, то съемщикъ насаживаетъ вертикальный или призматическій эккеръ съ имѣющей при немъ надлежащей ручкой на деревянный шестъ (внизу съ желѣз-

нымъ башмакомъ, длиною въ $1\frac{1}{2}$ метра, который онъ втыкаетъ въ землю, или же просто кладетъ приборъ на палку съ плоско обрѣзаннымъ верхомъ.

Если нужно найти, напримѣръ, основаніе A' перпендикуляра AA' , изъ A на линію абсциссъ, то наблюдатель сперва опредѣляетъ положеніе точки A' на глазъ, ставитъ свой шестъ съ зеркальнымъ или призматическимъ эккеромъ по линіи абсциссъ, визируетъ непосредственно на A , а посредствомъ инструмента на вѣху на линіи абсциссъ, и наблюдаетъ ихъ оба одновременно. Если одна линія составляетъ продолженіе другой, то точка A' была выбрана правильно; а если эти изображенія лежатъ одно возлѣ другого, то нужно соотвѣтственно сдвинуть инструментъ въ сторону. Въмѣсто



Фиг. 17.



Фиг. 18.

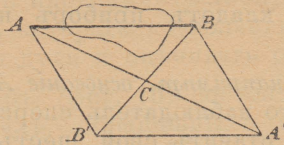
того, чтобы визировать на взятую вѣху по линіи абсциссъ, можно, слегка повернувъ инструментъ или немного сдвинувъ глазъ, визировать на вѣху по другую сторону и такимъ образомъ получить контроль для опредѣленія A' (и правильности инструмента). При обыкновенныхъ эккерахъ эта операція нѣсколько сложнѣе вслѣдствіе того, что при каждомъ новомъ положеніи A' инструментъ надо тщательно устанавливать такъ, чтобы одно изъ направленій визирования совпадало съ линіей абсциссъ.

При возстановленіи перпендикуляра руководитель становится у основанія его и даетъ указанія помощнику.

Какъ вы видите, наша система измѣреній въ прямоугольных координатахъ, не оставляющая ничего желать въ отношеніи удобства и наглядности, требуетъ самыхъ ничтожныхъ средствъ. Нужно только приспособленіе для измѣренія длинъ и для построенія прямыхъ угловъ.

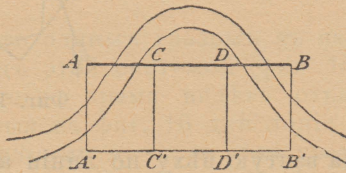
При дѣйствительныхъ примѣненіяхъ метода въ полѣ будутъ постоянно возникать частныя задачи, которыя дѣлаютъ этотъ предметъ еще интереснѣе и поучительнѣе. Очень часто, напримѣръ, будетъ случаться, что прямая между двумя точками, разстояніе между которыми нужно измѣрить, отчасти или совершенно недоступна. Выходовъ изъ этого можетъ быть, смотря по обстоятельствамъ, очень много. Если, напримѣръ, дорога отъ A въ B

(фиг. 19) преграждена прудомъ, то можно, надлежаще выбравъ



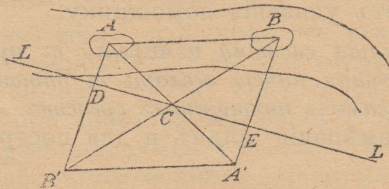
Фиг. 19.

точку C , построить параллелограммъ $ABA'B'$ на основаніи того, что его діагонали взаимно дѣлятся пополамъ; такимъ образомъ искомую длину можно получить въ видѣ отрезка $A'B'$ на удобномъ мѣстѣ. Построивъ въ A и B прямые углы, мы дадимъ параллелограмму форму прямоугольника, и въ такомъ случаѣ можно будетъ избѣжать употребленія діагоналей. Если недоступна только незначительная часть AB , то будетъ удобно приложить вспомогательное построеніе только къ этой части.—Если препятствіе образуется извилинами рѣки, какъ указано на фиг. 20, то отрезокъ



Фиг. 20.

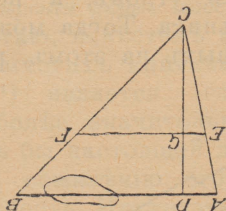
AB при помощи прямоугольника $ABB'A'$ можно перенести въ $A'B'$, воспользовавшись перпендикулярами CC' и DD' къ линіи AB и перпендикулярами $A'A$, $B'B$ къ линіи $C'D'$.—Если разстояніе AB совершенно недоступно, напримѣръ, когда A и B лежатъ на двухъ островахъ (фиг. 21), то можно достигнуть цѣли, подобравъ



Фиг. 21.

подходящую вспомогательную линію LL , опустивъ перпендикуляры AD и BE , раздѣливъ DE пополамъ въ точкѣ C и найдя A' , B' , какъ точки пересѣченія AC съ BE и BC съ AD . Тогда мы получимъ параллелограммъ $ABA'B'$, котораго сторона $A'B'$ дасть искомую длину.

Въ тѣхъ случаяхъ, которые мы разсматривали до сихъ поръ, искомая длина переносилась на другое мѣсто поля. Если воспользоваться простыми вычисленіями, то этого не потребуется. Если, напримѣръ, возставить перпендикуляръ DC (фиг 22) къ

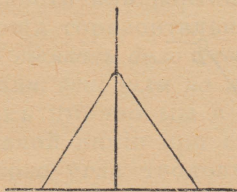


Фиг. 22.

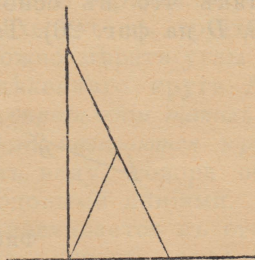
линіи AB въ точкѣ D и перпендикуляръ EF къ линіи DC въ точкѣ G , то длину AB можно получить изъ формулы

$$AB = EF \cdot \frac{CD}{CG}.$$

Въ связи съ этими примѣрами можно еще замѣтить, что прямой уголъ можно построить въ полѣ и безъ специальныхъ приборовъ при помощи однихъ только измѣреній длины. На практикѣ для этого часто пользуются прямоугольнымъ треугольникомъ со сторонами 3:4:5; вмѣсто него, можно воспользоваться также общеизвѣстными построеніями, указанными на фиг. 23 и 24.



Фиг. 23.

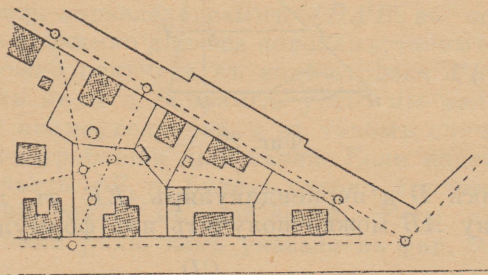


Фиг. 24.

§ 4. Введеніе различныхъ линій абсциссъ; ходовыя линіи.

Описанный выше простѣйшій способъ съемки съ непосредственнымъ приложеніемъ одной системы прямоугольныхъ координатъ, вообще оказывается неудобнымъ, какъ только снимаемое мѣсто становится больше. Вы тотчасъ поймете это, если представите себѣ случай, когда нужно перейти отъ одной улицы къ другой, сошедшей, но не параллельной, а сильно наклоненной къ первой.—Въ такихъ случаяхъ берутъ новую линію абсциссъ и точно

опредѣляютъ ея положеніе относительно прежней системы, ихъ, говоря технически, „связываютъ“. Эту связь можно установить, напримѣръ, опредѣливъ координаты двухъ точекъ новой линіи абсциссъ или магистрали въ старой системѣ. При сколько-нибудь значительныхъ разстояніяхъ (40 метровъ и больше) будетъ точнѣе избѣгать построенія прямыхъ угловъ, а пользоваться соединеніями при помощи треугольника. Тогда можетъ получиться сѣтъ магистралей, вродѣ указанныхъ на этомъ рисункѣ (25) пункти-



Фиг. 25.

ромъ. Точки связей отмѣчены здѣсь маленькими кружками.

Прибавляя къ уже существующей сѣти линій новыя линіи абсциссъ, можно, если понадобится, расширить область съемки какъ угодно.

Особенно важенъ при съемкахъ тотъ случай, когда каждая новая линія абсциссъ примыкаетъ въ опредѣленной точкѣ къ предыдущей, такъ что въ основѣ съемки получается ломанная линія (A, B, C, D на фиг. 26). Такая съемка называется съемкой



Фиг. 26.

„ходовыми линіями“. Углы, на которые измѣняется направленіе линій въ мѣстахъ перегиба, мы будемъ называть „углами излома“.

Что ходовыя линіи превосходно приспособлены для съемокъ улицъ, желѣзныхъ дорогъ, рѣкъ и каналовъ, понятно само собою; но, какъ мы вскорѣ пояснимъ, онѣ играютъ важную роль и при всѣхъ болѣе значительныхъ съемкахъ. — Ихъ приложеніе ставитъ намъ новую задачу: *опредѣленіе угловъ излома*. Это можно сдѣлать разнообразными способами, не выходя за предѣлы уже описанныхъ нами операций. Можно обходиться простыми измѣреніями длинъ; напр. въ треугольникѣ ABC можно измѣрить три стороны. Если при помощи экера, простого, зеркальнаго или

призматическаго, сдѣлать уголь α прямымъ, то два измѣренія длины дадутъ сейчасъ же синусъ, либо косинусъ, либо тангенсъ угла излома.—Всего лучше измѣрять эти углы непосредственно при помощи подходящаго инструмента. Я уже показывалъ вамъ удобный для этихъ цѣлей пантометръ (фиг. 14).

Но вообще при измѣреніи угловъ геодезисты пользуются „теодолитомъ“, который, я полагаю, извѣстенъ всѣмъ вамъ. Его изображенія можно найти во многихъ книгахъ, о которыхъ упоминается ниже. Теодолитъ ¹⁾ является главнымъ инструментомъ геодезиста при всѣхъ болѣе значительныхъ съемкахъ и во многихъ отношеніяхъ былъ бы настоящей драгоценностью въ школьномъ преподаваніи. Къ сожалѣнію, его пріобрѣтенію часто мѣшаетъ его высокая цѣнность. Инструменты, стоящіе передъ вами, стоятъ 400 и 600 марокъ; но нѣтъ необходимости затрачивать такъ много денегъ. Напр., фирма *Fennel Söhne* въ Касселѣ даетъ за 245 марокъ теодолитъ со всѣми принадлежностями и очень удобный для цѣлей преподаванія (у него есть кругъ высотъ, уровень для нивелировокъ и дальномѣрные нити). Его раздѣленные круги позволяютъ отсчитывать минуты дуги. Этотъ инструментъ предназначенъ собственно для работы въ путешествіяхъ, гдѣ не требуется особой точности, но для школы его точность совершенно достаточна.

По существу теодолитъ, какъ вамъ извѣстно, состоитъ изъ приспособленія, которое можетъ вращаться около вертикальной центральной оси и которое носитъ зрительную трубу, могущую вращаться около горизонтальной оси. Если эту часть закрѣпить, то перекрестныя нити зрительной трубы, при ея движеніи около горизонтальной оси, опишутъ опредѣленную вертикальную плоскость; поворачивая эту часть, можно переходить въ другія вертикальныя плоскости или вертикалы и можно мѣрять углы между ними при помощи горизонтальнаго раздѣленнаго круга. А при нашихъ плановыхъ съемкахъ дѣло и состоитъ въ опредѣленіи такихъ угловъ между вертикалами; эти углы на языкѣ геодезіи называются горизонтальными углами; ихъ именно мы и имѣли въ виду, говоря объ углахъ излома ломаной линіи при съемкѣ ходовыми линіями. Для опредѣленія такого угла теодолитъ устанавливается въ его вершинѣ и зрительная труба его наводится на сигналы, опредѣляющіе направление обѣихъ прилегающихъ сторонъ ломаной линіи.

Если дѣло идетъ о съемкѣ далеко простирающейся во всѣ стороны мѣстности, то для избѣжанія болѣе значительныхъ ошибокъ надо располагать систему нашихъ магистралей по хорошо обдуманному плану. Часто будетъ достаточно провести сомкну-

¹⁾ Это слово происходитъ, вѣроятно, отъ арабскаго *al-idhada*, означающаго „рука“ и сливающагося съ англійскимъ опредѣленнымъ членомъ *the*. Изобрѣтеніе этого инструмента, во всякомъ случаѣ, принадлежитъ англійскимъ механикамъ и слово *theodolitus* встрѣчается впервые въ одномъ англійскомъ источникѣ (1571).

тую ходовую линію—многоугольник—вокругъ данной мѣстности, связывая съ нимъ нужныя магистрали. При болѣе значительной поверхности нужно пользоваться сѣткою такихъ многоугольниковъ; большей частью въ такихъ случаяхъ рекомендуется класть въ основу съемки триангуляцію, о которой рѣчь будетъ дальше (§ 6).

§ 5. Изготовленіе наброска и ситуационнаго плана.

Во время измѣреній въ полѣ, безусловно необходимо зарисовывать отъ руки, на глазомѣръ эскизы, набросокъ мѣстности, который въ возможно большемъ масштабѣ и возможно точнѣе показывалъ бы всѣ отдѣльныя части съемки. Для этого можно брать цѣлыя листы обыкновенной писчей бумаги, рисуя на ихъ внутренней сторонѣ и пользуясь для подкладки твердой папкой, вродѣ указанной здѣсь на фиг. 27, которая въ то же время будетъ годиться и для сохраненія приборовъ. Двухъ простыхъ резинокъ будетъ достаточно, чтобы не дать имъ разсыпаться (фиг. 27).—Эти наброски затѣмъ собираются въ „полевой журналъ“.

При дальнѣйшемъ использованіи измѣреній, нужно прежде всего изготовить точный ситуационный планъ, который давалъ бы вѣрное изображеніе дѣйствительности и позволялъ бы непосредственно получить каждую длину, каждый уголъ и каждую поверхность.



Проще всего будетъ просто повторить на чертежной бумагѣ при помощи линейки, масштаба, прямо-угольника, циркуля и транспортира въ желаемомъ масштабѣ—1:100, 1:500, 1:1000, 1:5000 или въ какомъ либо другомъ—тѣ операціи, которыя дѣлались въ полѣ. Въмѣсто этого можно также вычислить координаты отдѣльныхъ точекъ въ какой-нибудь одной прямо-угольной системѣ координатъ. Такъ какъ при этомъ способѣ исключаются многія ошибки, то его нужно прилагать, по крайней мѣрѣ, къ главнымъ точкамъ съемочной сѣти—къ точкамъ излома ходовыхъ линій и точкамъ связей вспомогательныхъ магистралей.

Фиг. 27.

Нельзя достаточно горячо рекомендовать изготовленіе ситуационнаго плана для цѣлей преподаванія, хотя бы онъ долженъ былъ состоять изъ немногихъ штриховъ. Только онъ даетъ полную удовлетворенность и законченность съемкѣ, весьма значительно повышая ея цѣнность въ смыслѣ математической разработки.

Для плана нужно брать хорошую гладкую рисовальную бумагу, безусловно переносящую примѣненіе резинокъ. Листъ не натягивается на чертежную доску обычнымъ способомъ при помощи смачиванія, а свободно накладывается на нее, такъ какъ растягиваніе бумаги можетъ значительно повліять на цѣнность рисунка. Надо избѣгать также употребленія Т-образной линейки, которая прикладывается къ краю доски, такъ какъ это было бы недостаточно точно; вмѣсто этого на бумагу наносится со всей

возможной тщательностью сѣть координать съ клѣтками въ 5 или въ 10 сантиметровъ; ее можно также обвести жидкой тушью.

Въ настоящее время можно получить хорошіе миллиметровые масштабы—даже до 30 сантиметровъ длиною—за очень небольшія деньги. Нѣсколько удобнѣе пользоваться непосредственно такими линейками, цифры которыхъ относятся прямо къ выбранному вами масштабу. Деревянный масштабъ съ двумя различными шкалами при длинѣ въ 30 сантиметровъ стоитъ около 3 марокъ. На практикѣ часто прилагаются также металлические масштабы и металлические линейки и прямоугольники. Если желательно наносить углы, не пользуясь координатами, или вообще избѣгать построений при помощи линейки и циркуля, то нужно пользоваться очень хорошимъ транспортиромъ, который стоитъ 40 марокъ и больше.

Если относительное положеніе точекъ при съемкѣ было измѣрено излишнее число разъ, т. е. если было промѣрено больше линій и угловъ, чѣмъ было безусловно необходимо,—и къ этому всегда слѣдуетъ стремиться для контроля полевыхъ работъ—, то противорѣчія полученныхъ чиселъ нужно сгладить построеніемъ или вычисленіемъ, возможно тщательно взвѣсивъ всѣ обстоятельства. Для этой цѣли мы имѣемъ—прежде всего благодаря работамъ Гаусса—превосходные методы, въ изложеніе которыхъ я, однако, не могу входить здѣсь ближе.

Какой видъ имѣтъ болѣе крупный планъ, на который нанесены всѣ результаты полевой съемки, покажетъ вамъ этотъ литографированный (въ краскахъ) листъ, представляющій восьмое приложение къ „Руководству для съемки VIII“ прусскихъ межевыхъ учреждений. Вы можете, такимъ образомъ, имѣть его и у себя дома, если обратитесь въ ближайшее межевое учреждение. Ходовыя линіи здѣсь означены пунктиромъ изъ чарточекъ и точекъ — ······, а остальные магистрали простымъ пунктиромъ — — — — —. Точки излома и точки связей отмѣчены, какъ и на моемъ чертежѣ (фиг. 25), кружками, болѣе крупными для точекъ излома и меньшими для точекъ связей. Отвѣнный прямой уголъ обозначается здѣсь простой дугой между его сторонами, а измѣренный—двойной дугой. Длины нанесены такъ же, какъ и на моемъ прежнемъ рисункѣ (10). Проходъ сквозъ домъ обозначается диагональнымъ пунктирнымъ крестикомъ.—Въ высшей степени желательно обращать вниманіе на такія особенности даже при самыхъ небольшихъ школьныхъ съемкахъ, такъ какъ этимъ повышается содержательность плана.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Элементарное учение объ электрическомъ потенциалѣ.

П. Шепелева.

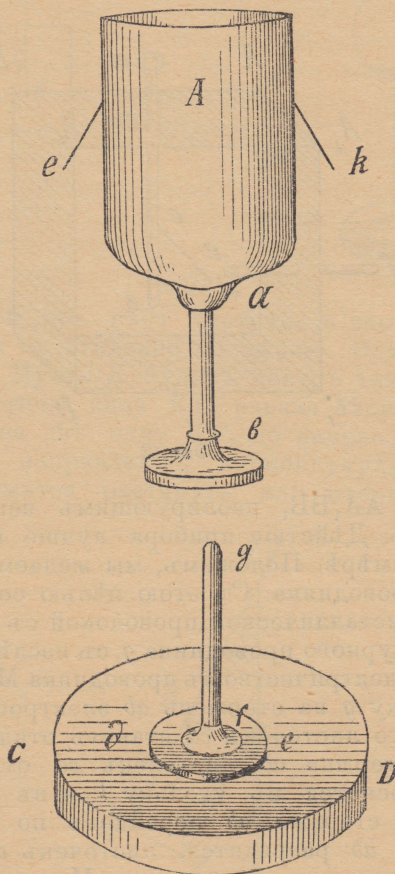
1. Количество электричества.

Возьмемъ полный металлическій сосудъ А (фиг. 1), стоящій на стеклянной подставкѣ *ab*. Къ стѣнкамъ этого сосуда приклеены аллюминіевые листочки *k* и *l*. Положимъ на электрофоръ CD металлическій дискъ *de* съ изолирующей ручкой *fg*. Пусть электрофоръ заряженъ отрицательнымъ электричествомъ. Прикоснувшись къ диску *de* пальцемъ, мы уведемъ его отрицательное электричество въ землю, такъ что на дискѣ *de* останется только положительное электричество. Взявъ теперь дискъ *de* за ручку *fg*, внесемъ его внутрь сосуда А и коснемся имъ стѣнокъ послѣдняго. Вслѣдствіе этого, дискъ *de* и сосудъ А образуютъ одинъ проводникъ, и такъ какъ электричество распредѣляется только по наружной поверхности проводника, то все электричество, бывшее на дискѣ *de*, перейдетъ на сосудъ А, отчего листки *k* и *l* отклонятся. Вынувъ затѣмъ дискъ *de* изъ сосуда А и поднося дискъ къ электроскопу, мы не замѣтимъ никакого отклоненія листочковъ электроскопа. Положимъ опять дискъ *de* на электрофоръ, прикоснемся къ диску пальцемъ и внесемъ его снова внутрь сосуда А. Дискъ опять потеряетъ все свое электричество, которое перейдетъ на наружную поверхность сосуда А. Подобную манипуляцію можно повторить много разъ, причемъ листочки *k* и *l* отклоняются отъ стѣнокъ сосуда А все на болѣйшій уголъ. Происходящій при этомъ процессъ мы можемъ уподобить переносу матеріи изъ одного мѣста въ другое. Не зная совершенно, что такое электричество, мы сдѣлаемъ естественное допущеніе, что, при повтореніи описанныхъ манипуляцій на сосудѣ А, увеличивается количество находящагося на немъ электричества, подобно тому, какъ увеличивается количество жидкости въ сосудѣ, если мы будемъ наливать въ него кружкой жидкость. Количество электричества, находящагося на проводникѣ, называется зарядомъ проводника или его электрическою массою.

2. Способы измѣренія заряда проводника.

Если бы мы могли быть увѣрены, что, перенося дискъ *de* съ электрофора CD (фиг. 1) на сосудъ А, мы каждый разъ сообщаемъ сосуду одно и то же количество электричества, то мы могли бы сказать, что, послѣ двухъ, трехъ и т. д. переносовъ, зарядъ сосуда въ 2, 3 и т. д. разъ болѣе заряда диска *de*. Зарядъ диска мы могли бы условно принять за единицу количества электричества, подобно тому, какъ масса воды въ объемѣ одного куб. сантиметра условно принята за единицу массы. вмѣстѣ съ этимъ мы получили бы способъ сообщать проводнику опредѣлен-

ный зарядъ. Такъ, чтобы сообщить проводнику А (фиг. 1) зарядъ, равный пяти избраннымъ единицамъ, надо помѣстить дискъ *de* на электрофоръ, прикоснуться къ диску пальцемъ и перенести затѣмъ дискъ внутрь проводника А. Повторивъ подобную манипуляцію пять разъ, мы сообщимъ проводнику А пять единицъ электричества. Неудобство этого способа состоитъ въ томъ, что, электризуя электрофоръ натираньемъ его лисьимъ хвостомъ, мы

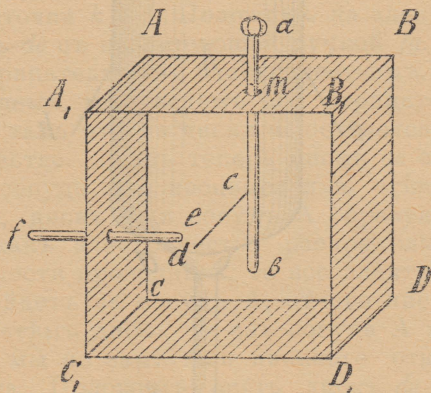


Фиг. 1.

не можемъ быть увѣрены, что заряжаемъ электрофоръ всякій разъ одинаково и, слѣдовательно, не можемъ быть увѣрены, что мы уносимъ дискомъ электрофора всякій разъ одинаковый зарядъ. Явленіе электростатической индукціи позволяетъ намъ осуществить болѣе совершеннымъ образомъ сообщеніе проводнику опредѣленнаго заряда. Это достигается при помощи такъ называемаго разряднаго электроскопа.

3. Разрядной электроскоп.

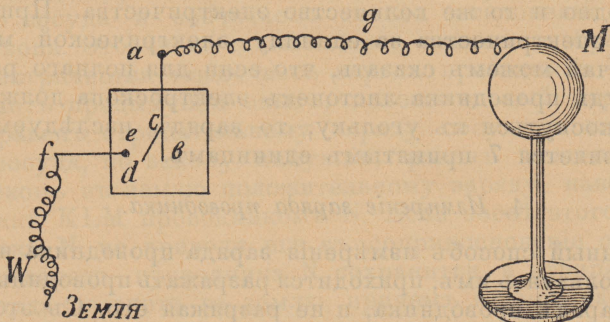
Разрядной электроскопъ устроенъ такъ.—Къ концу металлическаго стержня ab (фиг. 2) прикрѣпленъ золотой или алюминіевый листокъ cd , могущій вращаться вокругъ точки c . Противъ листка cd находится металлическій стержень fl , на концѣ котораго насаженъ уголекъ l . Все вмѣстѣ заключено въ оправу $ABCD, A_1B_1C_1D_1$, которой задняя и передняя стѣнки $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ стеклянные, а стѣнки AA_1 CC_1 и BB_1 DD_1 металлическія. Стержень ab отдѣ-



Фиг. 2.

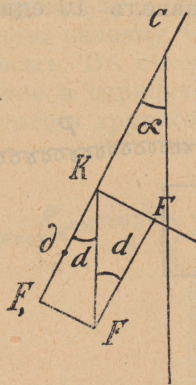
ленъ отъ стѣнки AA_1, BB_1 изолирующимъ веществомъ m , напримеръ—эбонитомъ. Дѣйствіе прибора лучше всего выяснится на слѣдующемъ примѣрѣ. Положимъ, мы желаемъ измѣрить зарядъ какого-нибудь проводника. Съ этою цѣлью соединяемъ стержень fl электроскопа металлической проволокой съ землею, а стержень ab , при помощи дурного проводника g , съ изслѣдуемымъ проводникомъ M (фиг. 3). Электричество съ проводника M потечетъ медленно по полупроводнику g на стержень ab электроскопа и начнетъ заряжать его, отчего листочекъ cd станетъ отклоняться. Съ увеличеніемъ заряда стержня ab листочекъ cd отклонится на такой уголъ, что прикоснется къ уголку l , и въ этотъ моментъ все электричество со стержня ab перейдетъ по проводнику fh въ землю. Стержень ab разрядится, листочекъ cd опадетъ, но такъ какъ онъ соединенъ съ проводникомъ M , то онъ снова начнетъ заряжаться до тѣхъ поръ, пока весь зарядъ проводника M не уйдетъ въ землю. Мы имѣемъ всѣ основанія принять, что, при каждомъ прикосновеніи листка cd къ стержню fl , уходитъ въ землю одно и то же количество электричества. Въ самомъ дѣлѣ, отклоненіе листочка происходитъ, во-первыхъ, оттого, что электричество, сидящее на листочкѣ cd , отталкивается электричествомъ, находящимся на части cb стержня ab , а во-вторыхъ, оттого, что по индукціи на стержнѣ fl развивается на концѣ l электричество, разнoименное съ зарядомъ стержня ab , а на концѣ f —электриче-

ство, одноименное съ зарядомъ ab . Последнее уходитъ по проводнику fh въ землю, а первое притягиваетъ электричество листочка cd и тѣмъ увеличиваетъ уголъ отклоненія послѣдняго. Всѣхъ листочка заставляють его переходить изъ отклоненнаго положенія въ отвѣсное. Въ моментъ прикосновенія листочка cd къ уголку l электрическія силы, отклоняющія листочекъ, равны



Фиг. 3.

силѣ, происходящей отъ вѣса листочка и заставляющей листочекъ возвращаться въ отвѣсное положеніе. Эту послѣднюю силу легко опредѣлить. Пусть K будетъ центръ тяжести листочка cd . Въ точкѣ K приложена сила KF , равная вѣсу p листочка. Разложимъ эту силу на двѣ: одну KF_1 по направленію листочка cd , и другую KF_2 по направленію, перпендикулярному листочку. Первая сила стремится растянуть или оторвать листочекъ и



Фиг. 4.

уничтожается сопротивленіемъ листочка разрыву и отрыванію, вторая же стремится вернуть листочекъ въ вертикальное положеніе. Пусть α есть уголъ отклоненія листочка отъ вертикали. Изъ $\triangle KF_2F$ *) находимъ:

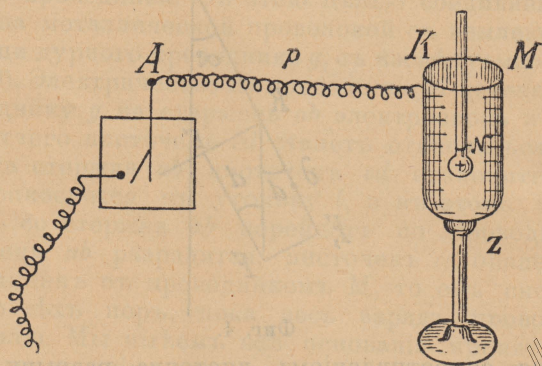
$$KF_2 = KF \sin \angle KFF_2 = KF \sin \alpha = p \sin \alpha.$$

*) На фигурѣ 4 уголъ помѣченъ неправильно буквой d вмѣсто α и слагающая KF_2 обозначена черезъ KF .

Такимъ образомъ, сила, заставляющая листочки вернуться въ вертикальное положеніе, зависитъ только отъ угла отклоненія листочка. Въ моменты прикосновенія листочка къ уголку отклоненіе листочка одно и то же, равно какъ одинаковы и остальные условія разряженія листочка. Поэтому можно быть увѣреннымъ, что, при каждомъ прикосновеніи листочка къ уголку, уходитъ въ землю одно и то же количество электричества. Примемъ это количество электричества за единицу электрической массы. Въ такомъ случаѣ можемъ сказать, что если для полного разряженія какого-нибудь проводника листочекъ электроскопа долженъ былъ 7 разъ прикоснуться къ уголку, то зарядъ изслѣдуемаго проводника равняется 7 принятымъ единицамъ.

4. Измѣреніе заряда проводника.

Описанный способъ измѣренія заряда проводника неудобенъ тѣмъ, что, пользуясь имъ, приходится разряжать проводникъ. Можно измѣрить зарядъ проводника, и не разряжая его. Съ этою цѣлью соединимъ разрядной электроскопъ А при помощи дурного проводника p съ полымъ проводникомъ KLM, изолированнымъ отъ земли (фиг. 5). Внесемъ внутрь полога проводника проводникъ N, зарядъ котораго мы желаемъ измѣрить. Пусть проводникъ N заряженъ положительнымъ электричествомъ. По индукціи на проводникѣ KLM разовьются оба рода электричества въ равныхъ количествахъ. Положительный индуктированный зарядъ, какъ свободный, потечетъ по дурному проводнику въ землю. Пусть при этомъ листочекъ электроскопа 10 разъ прикоснется къ уголку. Значитъ проводникъ N наведетъ 10 единицъ электричества и, ко-



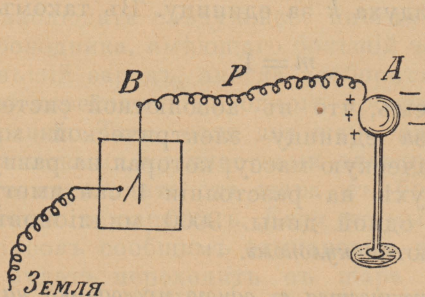
Фиг. 5.

нечно, 10 единицъ отрицательнаго, которое осталось на проводникѣ KLM. Если проводникъ N введенъ достаточно глубоко внутрь полога сосуда, то количество наведеннаго электричества не измѣняется при перемѣщеніи проводника N внутри полога сосуда. Опытъ показываетъ, что если мы приведемъ теперь въ со-

прикосновеніе проводникѣ N и сосудѣ KLM, то ни на томъ, ни на другомъ не останется электричества. Это значитъ, что положительный зарядъ проводника N равенъ отрицательному заряду сосуда. Но отрицательный зарядъ сосуда равенъ 10 единицамъ электричества. Таковъ же, слѣдовательно, и положительный зарядъ проводника N. Отсюда вытекаетъ слѣдующій способъ измѣренія заряда проводника N. Введемъ его внутрь полого проводящаго сосуда и сосчитаемъ число отклоненій листочковъ электроскопа. Это число показываетъ, сколько избранныхъ единицъ электричества заключаетъ зарядъ проводника N, ибо, какъ показываетъ предыдущій опытъ, положительный зарядъ проводника N равенъ отрицательному заряду сосуда, а отрицательный зарядъ сосуда, по закону индукціи, равенъ ушедшему черезъ электроскопъ въ землю положительному заряду, наведенному въ проводникѣ KLM проводникомъ N. Если послѣ этого мы вынемъ проводникъ N, не приводя его въ соприкосновеніе съ сосудомъ KLM, то зарядъ проводника N сохранится, а отрицательный зарядъ сосуда потечетъ въ землю, причемъ прямое наблюденіе показываетъ, что листочекъ электроскопа прикоснется столько же разъ къ уголку, сколько разъ онъ прикоснулся при теченіи въ землю наведеннаго положительнаго заряда. Это, между прочимъ, служитъ повѣркою законовъ индукціи.

5. Сообщение проводнику опредѣленнаго заряда.

Чтобы сообщить проводнику опредѣленный зарядъ, равный, на примѣръ, 7 единицамъ, соединяемъ проводникъ A съ электроскопомъ B при помощи дурного проводника *p*. Будемъ подносить къ проводнику A наэлектризованное тѣло, на примѣръ, натертую каучуковую или стеклянную палочку C. Пусть C заряжена положительнымъ электричествомъ. Въ такомъ случаѣ, на проводникѣ A наведется положительное и отрицательное электричество, на примѣръ по 15 единицъ того и другого. Положительное электри-



Фиг. 6.

чество, какъ свободное, потечетъ въ землю. Дадимъ листочку электроскопа 7 разъ прикоснуться къ уголку и затѣмъ удалимъ сначала проводникъ *p*, а потомъ палочку C. На проводникѣ A останется 16 единицъ отрицательнаго электричества и 8 единицъ

положительнаго, такъ какъ 7 единицъ положительнаго электричества ушли въ землю. 15 единицъ отрицательнаго электричества и 8 единицъ положительнаго электричества, соединившись, образуютъ 7 единицъ отрицательнаго электричества, т. е. столько единицъ, сколько разъ листочекъ электроскопа прикоснулся къ угольку.

6. *Взаимодѣйствіе электрическихъ массъ. Абсолютная единица электричества. Кулонъ.*

Изучая взаимодѣйствіе двухъ электрическихъ массъ m и m_1 , Кулонъ нашелъ, что сила, съ которою масса m притягиваетъ или отталкиваетъ массу m_1 , пропорціональна произведенію mm_1 этихъ массъ и обратно пропорціональна квадрату разстоянія r между ними. Называя эту силу черезъ F , мы напомнимъ

$$1) \quad F = f \frac{mm_1}{r^2},$$

гдѣ f коэффициентъ пропорціональности, зависящій отъ свойствъ среды, въ которой находятся электрическія массы. Такъ, если двѣ электрическія массы, отдѣленные другъ отъ друга воздухомъ, дѣйствуютъ другъ на друга съ какой-нибудь силою F , то тѣ же электрическія массы, помѣщенные на томъ же разстояніи другъ отъ друга, но отдѣленные другимъ газомъ или другимъ непроводникомъ, напримѣръ, стекломъ, будутъ дѣйствовать другъ на друга съ иною силою. Пусть двѣ электрическія массы, дѣйствующія другъ на друга, равны и притомъ подобраны такъ, что, будучи помѣщены въ воздухѣ на разстояніи 1 сантиметра, дѣйствуютъ другъ на друга съ силою 1 динъ. Въ такомъ случаѣ формула 1), въ которой надо положить $F=1$ динъ, $m=m_1$ и $r=1$ сантиметру, даетъ

$$1 = km^2.$$

Примемъ для воздуха k за единицу. Въ такомъ случаѣ

$$m = 1.$$

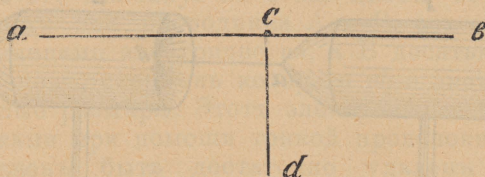
Отсюда заключаемъ, что въ абсолютной системѣ единицъ, принятой въ наукѣ, за единицу электрической массы нужно считать такую электрическую массу, которая на равную ей массу, помѣщенную въ воздухѣ на разстояніи 1 сантиметра отъ нея, дѣйствуетъ съ силою одной динъ. 3000 миллионъ ($3 \cdot 10^9$) такихъ единицъ называются *кулономъ*.

7. *Переходъ электричества съ одного проводника на другой.*

а) Законъ сохраненія электричества.

Переходъ электричества съ одного проводника на другой является причиною весьма разнообразныхъ и важныхъ явленій, изученіе которыхъ составляетъ существеннѣйшую часть ученія объ электричествахъ.

Пусть имѣется два проводника А и В, которымъ при помощи разряднаго электроскопа сообщены заряды: первому положимъ 20, а второму 40 единицъ электричества. Соединимъ ихъ какимъ-нибудь проводникомъ и затѣмъ разъединимъ. Такимъ проводникомъ можетъ служить негибкая проволока *ab*, сидящая на изолирующей ручкѣ *cd*. Измѣримъ при помощи разряднаго электроскопа заряды проводниковъ А и В. Опытъ показываетъ



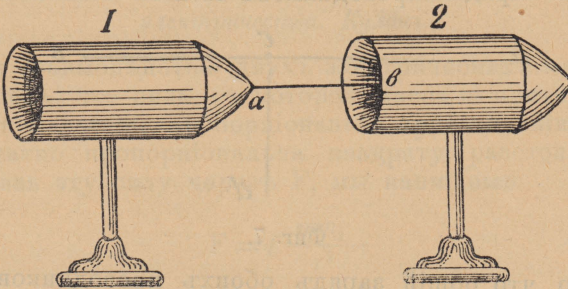
Фиг. 7.

прежде всего, что общій зарядъ обоихъ проводниковъ остается безъ измѣненій, т. е., если до соединенія проводниковъ на нихъ было 60 единицъ электричества, то и послѣ соединенія на нихъ обоихъ будетъ тоже 60 единицъ электричества. Этотъ результатъ совершенно общій: какіе бы проводники мы ни брали и сколько бы ихъ ни брали, всегда послѣ ихъ соединенія общій зарядъ ихъ остается равнымъ суммѣ зарядовъ, которые они имѣли до соединенія. Отсюда заключаемъ, что электричество не уничтожается, какъ и матерія. Это положеніе носитъ названіе закона сохраненія электричества.

- б) Переходъ электричества съ одного проводника на другой не опредѣляется ни зарядомъ, ни поверхностною плотностью электричества на проводникѣ.

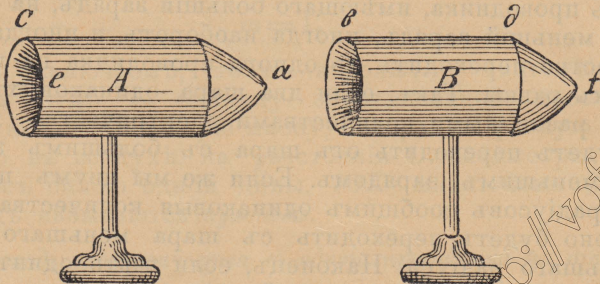
Исслѣдуя при помощи разряднаго электроскопа различные случаи перехода электричества съ одного проводника на другой, мы можемъ наблюдать слѣдующее: иногда электричество переходитъ съ проводника, имѣющаго большій зарядъ, на проводникъ, имѣющій меньшій зарядъ, иногда наоборотъ, и иногда, наконецъ, электричество переходитъ съ одного проводника на другой, хотя заряды ихъ равны. Такъ, если два шара одинаковыхъ радіусовъ заряжены различными количествами электричества, то электричество будетъ переходить отъ шара съ большимъ зарядомъ на шаръ съ меньшимъ зарядомъ. Если же мы двумъ шарамъ различныхъ радіусовъ сообщимъ одинаковыя количества электричества, то оно будетъ переходить съ шара меньшаго радіуса на шаръ большаго радіуса. Наконецъ, если взять одинъ шаръ достаточно малаго радіуса, а другой достаточно большаго, то электричество будетъ переходить съ меньшаго шара на большій, хотя бы зарядъ малаго шара былъ значительно меньше заряда большаго. Отсюда мы заключаемъ, что причиною перехода электричества съ одного проводника на другой во всякомъ случаѣ не служитъ величина заряда проводника.

Чтобы показать, что причиной перехода электричества не служит плотность электричества въ тѣхъ точкахъ поверхности проводниковъ, къ которымъ мы прикасаемся соединительной проволокой, возьмемъ два проводника формы, представленной на фиг. 8. Соединимъ проволокой точки *a* и *b*. Предварительно мы



Фиг. 8.

можемъ убѣдиться, что плотность въ *a* значительно больше, чѣмъ въ *b*. И тѣмъ не менѣе въ нѣкоторыхъ случаяхъ электричество, какъ показываетъ опытъ, переходитъ со второго проводника на первый. Мало того, опытъ показываетъ, что переходъ электричества съ одного проводника на другой совершенно не зависитъ отъ того, къ какимъ точкамъ поверхностей проводниковъ прикасаемся мы соединительной проволокой. Напримѣръ, пусть при нѣкоторыхъ зарядахъ проводниковъ электричество переходило съ проводника *A* на проводникъ *B*, когда соединены точки *a* и *b*. Опытъ показываетъ, что при тѣхъ же зарядахъ проводниковъ электричество будетъ переходить съ проводника *A* на *B*, если соединены точки *c* и *d*, или *l* и *f* и вообще, какія бы ни были

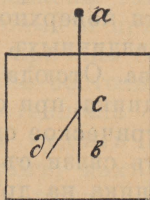


Фиг. 9.

соединены двѣ точки поверхностей этихъ проводниковъ, хотя плотности электричества на проводникахъ изображенной формы въ различныхъ точкахъ ихъ поверхностей далеко не одинаковы.

8. Сужденіе о причинѣ перехода электричества съ одного проводника на другой по отклоненію листочковъ электроскопа, соединеннаго съ проводникомъ и удаленнаго отъ послѣдняго.

Предыдущія разсужденія показываютъ, что причину перехода электричества съ одного проводника на другой нельзя видѣть ни въ одномъ изъ извѣстныхъ намъ доселѣ явленій или свойствъ заряженнаго проводника. Теперь надо дать способъ обнаруживать эту причину. Съ этою цѣлью обратимся къ опытамъ. Возьмемъ два проводника А и В, изъ которыхъ А заряженъ 20 единицами электричества, а В десятию. Возьмемъ теперь электроскопъ, стержень котораго *ab* и листочекъ *cd* имѣютъ возможно малые размѣры. Этотъ электроскопъ будемъ соединять съ проводниками при помощи тонкой проволоки, причемъ электроскопъ долженъ быть достаточно удаленъ отъ проводника. Пусть, при соединеніи этого электроскопа сначала съ проводни-



Фиг. 10.

комъ А, а потомъ и съ проводникомъ В, листочекъ электроскопа отклоняется на одинаковый уголъ. Въ такомъ случаѣ при соединеніи проводниковъ заряды ихъ не мѣняются и, слѣдовательно, никакого перехода электричества не происходитъ. Если же, при соединеніи электроскопа съ проводникомъ А, листочекъ электроскопа расходится на больший уголъ, чѣмъ при соединеніи съ проводникомъ В, то при соединеніи проводниковъ А и В электричество перейдетъ съ проводника А на В. Наоборотъ, электричество перейдетъ съ проводника В на А, если, при соединеніи электроскопа съ В, листочекъ электроскопа отклонится на больший уголъ, чѣмъ при соединеніи съ А. Повторяя подобные опыты съ различными проводниками, мы всегда будемъ наблюдать, что электричество переходитъ съ проводника, при соединеніи съ которымъ листочекъ удаленнаго отъ него электроскопа отклонится на больший уголъ, на проводникъ, при соединеніи съ которымъ листочекъ того же электроскопа отклоняется на меньшій уголъ. Если же электроскопъ показываетъ одинаковое отклоненіе листочка при соединеніи съ каждымъ изъ соединяемыхъ проводниковъ, то никакого перехода электричества не будетъ. Отсюда мы заключаемъ, что отклоненіе листочка электроскопа, удаленнаго отъ проводника, при соединеніи съ послѣднимъ, стоитъ въ связи съ причиной, обуславливающей переходъ электричества съ одного проводника на другой и можетъ слу-

жить для сужденія о послѣдней. Покажемъ теперь же, что отклоненіе листочка электроскопа, соединеннаго съ проводникомъ и удаленнаго отъ послѣдняго, не можетъ служить для сужденія ни о величинѣ заряда проводника, ни о поверхностной плотности электричества на проводникѣ. Въ самомъ дѣлѣ, опытъ показываетъ, что если мы сообщимъ одинаковые заряды проводникамъ различной формы или размѣровъ, то показанія электроскопа, соединеннаго съ ними, могутъ быть весьма различны. Можно взять шаръ такого малаго радіуса, что, при соединеніи съ нимъ электроскопа, листочекъ послѣдняго отклонится на большій уголъ, чѣмъ при соединеніи съ шаромъ большаго радіуса, хотя бы зарядъ малаго шара былъ гораздо меньше заряда большаго. Что показаніе удаленнаго отъ проводника электроскопа не зависитъ отъ поверхностной плотности проводника, вытекаетъ изъ того, что показаніе электроскопа остается однимъ и тѣмъ же, съ какою бы точкою поверхности проводника мы ни соединяли электроскопъ, хотя поверхностная плотность электричества на проводникѣ въ различныхъ точкахъ поверхности послѣдняго далеко не одинакова. Отсюда заключаемъ, что электроскопъ, удаленный отъ проводника, при соединеніи съ послѣднимъ, обнаруживаетъ особое электрическое свойство или состояніе проводника, стоящее притомъ въ связи съ причиной перехода электричества съ одного проводника на другой. То особое электрическое состояніе проводника, которое служитъ причиною перехода электричества съ одного проводника на другой, и о которомъ можно судить по отклоненію листочка электроскопа, соединеннаго съ проводникомъ и достаточно удаленнаго отъ послѣдняго, называется *потенціаломъ проводника*.

9. Аналогія между явленіями перехода электричества съ одного проводника на другой и явленіями перехода теплоты съ одного нагрѣтаго тѣла на другое.

Для лучшаго уясненія понятія о потенциалѣ оказывается весьма полезнымъ провести аналогію между явленіями перехода теплоты съ одного тѣла на другое и явленіями перехода электричества съ одного проводника на другой. Мы знаемъ, что причиной перехода теплоты служитъ разность температуръ тѣлъ, приведенныхъ въ соприкосновеніе. Температурою мы называемъ степень нагрѣтости тѣла и судимъ о ней прежде всего по собственному ощущенію тепла или холода. Мы, однако, не вполне полагаемся на свое ощущеніе, а стараемся во всѣхъ случаяхъ производить сравненіе температуръ тѣлъ термометромъ. Представимъ себѣ, что мы совершенно лишены способности чувствовать температуру, такъ что для сужденія о ней мы вынуждены были бы пользоваться только термометромъ. Въ такомъ случаѣ, изучая переходъ теплоты съ одного тѣла на другое, мы нашли бы, что теплота переходитъ съ того тѣла, при соприкосновеніи съ которымъ ртуть термометра поднимается выше, на то тѣло,

при соприкосновеніи съ которымъ ртуть поднимается ниже, и что, если термометръ, при соприкосновеніи съ обоими тѣлами, поднимается одинаково высоко, то никакого перехода теплоты не будетъ. Отсюда мы заключили бы, что показанія термометра стоятъ въ связи съ причиною перехода теплоты съ одного тѣла на другое, и что, слѣдовательно, по показанію термометра можно судить объ этой причинѣ. Далѣе, мы дали бы ей особое названіе, напримѣръ, температуры, приняли бы, что температура того тѣла выше, при соединеніи съ которымъ ртуть термометра поднимается выше, и высказали бы положеніе: теплота переходитъ отъ тѣла, имѣющаго болѣе высокую температуру, на тѣло, имѣющее болѣе низкую. Совершенно такъ же мы поступили при изученіи перехода электричества съ одного проводника на другой. Не обладая ни однимъ органомъ, способнымъ воспринимать электричество, мы основывали сужденіе о причинѣ перехода электричества на показаніяхъ электроскопа, такъ какъ опыты обнаружили связь между этими показаніями и причиною перехода электричества. Убѣдившись, что эта причина есть новое, до сихъ поръ не извѣстное намъ свойство или состояніе проводника, мы дали ей особое названіе, именно потенціала проводника. Такъ какъ о потенціалѣ проводника мы судимъ по отклоненію листочковъ электроскопа, то мы примемъ, какъ и въ случаѣ теплоты, что потенціалъ того проводника выше, при соединеніи съ которымъ листочекъ удаленнаго электроскопа расходится на болѣе большой уголъ, и, наконецъ, чтобы провести аналогію до конца, мы, пользуясь введеннымъ понятіемъ о потенціалѣ, кратко выскажемъ результаты нашихъ изслѣдованій такъ: причина перехода электричества съ одного проводника на другой есть разность потенціаловъ проводниковъ. Электричество переходитъ съ проводника, имѣющаго болѣе большой потенціалъ, на проводникъ, имѣющій меньшій потенціалъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Зависимость между соотвѣтственными радіусами кривизны двухъ взаимно-полярныхъ относительно окружности кривыхъ и общее выраженіе радіуса кривизны кривыхъ второго порядка.

С. Гирмана.

Пусть кривыя АВ и А'В' (см. черт.) взаимно-полярны относительно окружности CD центра О и радіуса R. Къ кривой АВ въ двухъ произвольно взятыхъ на ней точкахъ М и N проведемъ касательныя MT и NU и опустимъ на нихъ изъ точки О перпендикуляры ОР и ОQ, которые пересѣкутъ кривую А'В' въ

нѣкоторыхъ точкахъ M' и N' . Точки M' и N' будутъ соотвѣтственно полюсами прямыхъ MT и NU относительно окружности CD ; слѣдовательно

$$OP \cdot OM' = OQ \cdot ON' = R^2. \quad (1)$$

Пусть

$$\left. \begin{aligned} OM &= r, \quad OM' = r', \\ \angle OMT &= \varphi; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

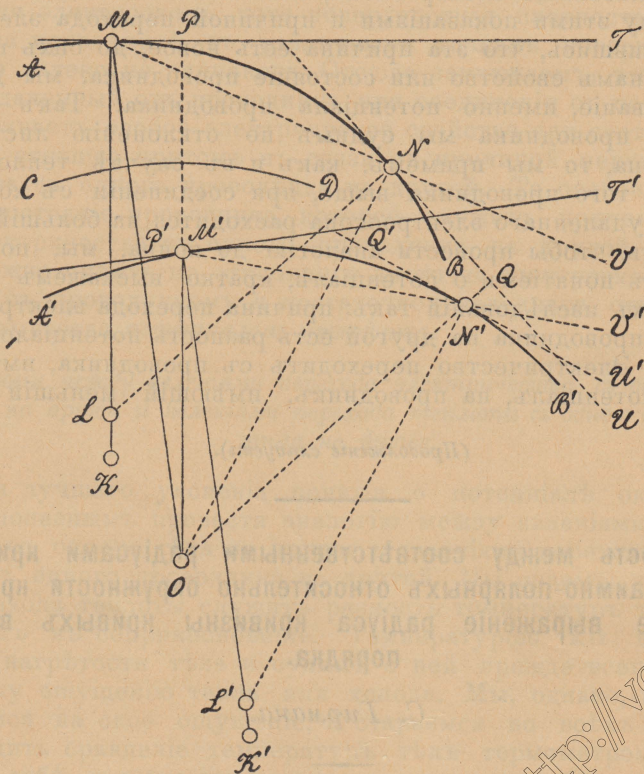
въ такомъ случаѣ

$$OP = r \sin \varphi$$

и, слѣдовательно,

$$rr' \sin \varphi = R^2. \quad (3)$$

Если въ точкахъ M' и N' проведемъ касательныя $M'T'$ и $N'U'$ къ кривой $A'B'$, то, вслѣдствіе взаимной полярности кривыхъ AB и $A'B'$, будетъ $M'T' \perp OM$ и $N'U' \perp ON$.



Прямая, проведенная чрезъ точку касанія перпендикулярно къ касательной, называется *нормалю* кривой въ этой точкѣ. Проведемъ въ точкахъ M и N нормали кривой AB , до ихъ пересѣче-

нія въ нѣкоторой точкѣ L , и въ точкахъ M' и N' нормали кривой $A'B'$ до ихъ пересѣченія въ нѣкоторой точкѣ L' . Проведемъ, наконецъ, сѣкущія MN и $M'N'$.

Изъ \triangle -овъ LMN и $L'M'N'$ слѣдуетъ, что

$$\frac{LM}{\sin \angle LNM} = \frac{MN}{\sin \angle MLN} \quad (4)$$

и

$$\frac{L'M'}{\sin \angle L'N'M'} = \frac{M'N'}{\sin \angle M'L'N'} \quad (5)$$

откуда

$$\frac{LM.L'M'}{\sin \angle LNM.\sin \angle L'N'M'} = \frac{MN.M'N'}{\sin \angle MLN.\sin \angle M'L'N'}. \quad (6)$$

Изъ \triangle -овъ OMN и $OM'N'$ слѣдуетъ, что

$$\frac{OM}{\sin \angle ONM} = \frac{MN}{\sin \angle MON} \quad (7)$$

и

$$\frac{OM'}{\sin \angle ON'M'} = \frac{M'N'}{\sin \angle M'ON'} \quad (8)$$

откуда

$$\frac{OM.OM'}{\sin \angle ONM.\sin \angle ON'M'} = \frac{MN.M'N'}{\sin \angle MON.\sin \angle M'ON'}. \quad (9)$$

Но

$$\angle MLN = \angle M'ON'$$

и

$$\angle M'L'N' = \angle MON,$$

слѣдовательно вторыя отношенія пропорцій (6) и (9) равны; поэтому равны и первыя отношенія ихъ. Слѣдовательно

$$\frac{LM.L'M'}{\sin \angle LNM.\sin \angle L'N'M'} = \frac{OM.OM'}{\sin \angle ONM.\sin \angle ON'M'} \quad (10)$$

или, замѣняя здѣсь всѣ углы соотвѣтственно смежными имъ, получаемъ

$$\frac{LM.L'M'}{\sin \angle LNV.\sin \angle L'N'V'} = \frac{OM.OM'}{\sin \angle ONV.\sin \angle ON'V'} \quad (11)$$

Положимъ теперь, что точка N , двигаясь по кривой AB , безпредѣльно приближается къ точкѣ M ; въ такомъ случаѣ, точка N' , двигаясь по кривой $A'B'$, будетъ безпредѣльно приближаться къ точкѣ M' , а точки L и L' , двигаясь соотвѣтственно по нормалямъ ML и $M'L'$, будутъ безпредѣльно приближаться соотвѣтственно къ нѣкоторымъ точкамъ K и K' , называемымъ *центрами кривизны* кривыхъ AB и $A'B'$ соотвѣтственно въ точкахъ

М и М', причемъ отрѣзки LM и L'M' и все углы, входящіе въ равенство (11), станутъ измѣняться, приближаясь къ нѣкоторымъ предѣламъ. Равенство (11) будетъ при этомъ постоянно оставаться вѣрнымъ; слѣдовательно оно останется вѣрнымъ и тогда, когда вмѣсто переменныхъ величинъ подставимъ ихъ предѣлы. Посмотримъ, чему равны эти предѣлы.

Отрѣзки KM и K'M' нормалей называются *радіусами кривизны* кривыхъ АВ и А'В' въ точкахъ М и М'. Пусть

$$\begin{aligned} KM &= \rho, & K'M' &= \rho'; \\ \lim LM &= KM = \rho, \\ \lim L'M' &= K'M' = \rho'. \end{aligned} \quad (12)$$

Такъ какъ

$$\angle LNV = \angle LMN + \angle MLN = \angle LMV + \angle MLN,$$

$$\angle ONV = \angle OMN + \angle MON = \angle OMV + \angle MON,$$

то

$$\begin{aligned} \lim \angle LNV &= \lim \angle LMV + \lim \angle MLN = \\ &= \angle KMT + 0 = \frac{\pi}{2} + 0 = \frac{\pi}{2}, \\ \lim \angle ONV &= \lim \angle OMV + \lim \angle MON = \\ &= \angle OMT + 0 = \varphi + 0 = \varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

Замѣчая, что

$$\angle OM'P' = \angle OMP = \varphi,$$

и разсуждая, какъ выше, найдемъ, что

$$\begin{aligned} \lim \angle L'N'V &= \frac{\pi}{2}, \\ \lim \angle ON'V &= \pi - \varphi. \end{aligned} \quad (14)$$

Замѣняя въ равенствѣ (11) переменныя величины ихъ предѣлами, на основаніи равенствъ (12), (13) и (14) получимъ

$$\frac{\rho\rho'}{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{rr'}{\sin \varphi \cdot \sin(\pi - \varphi)}, \quad (15)$$

или

$$\rho\rho' = \frac{rr'}{\sin^2 \varphi},$$

откуда

$$rr' = \rho\rho' \sin^2 \varphi. \quad (16)$$

Умножая обѣ части равенства (16) на $\sin \varphi$ и принимая во вниманіе равенство (3), получаемъ искомую зависимость

между радіусами кривизны ρ и ρ' :

$$\rho\rho'\sin^3\varphi = R^2.$$

Если кривая АВ будетъ окружность, то радіусъ кривизны ρ для всѣхъ ея точекъ будетъ равенъ ея радіусу, ибо всѣ нормали окружности пересѣкаются въ одной точкѣ, именно въ ея центрѣ. Въ такомъ случаѣ кривая АВ будетъ одна изъ кривыхъ второго порядка, симметрично расположенная относительно линіи центровъ окружностей АВ и CD и имѣющая одинъ изъ фокусовъ въ точкѣ О и параметръ, равный p , гдѣ

$$p = \frac{R^2}{\rho}. \quad (18)$$

Изъ равенства (17) слѣдуетъ, что

$$\rho' = \frac{R^2}{\rho\sin^3\varphi}, \quad (19)$$

откуда, принимая во вниманіе равенство (18), получаемъ искомое выраженіе для радіуса кривизны кривыхъ второго порядка

$$\rho' = \frac{p}{\sin^3\varphi}. \quad (20)$$

О скорости Рѣнтгеновскихъ лучей.

Г. Иванова.

Со времени открытія Рѣнтгеномъ особаго рода лучей, названныхъ самимъ ученымъ Х-лучами, за которыми, повидимому, останется названіе Рѣнтгеновскихъ лучей, физики не перестаютъ работать надъ выясненіемъ природы этихъ лучей.

Создавшаяся вскорѣ послѣ открытія Р.-лучей теорія разсматриваетъ послѣдніе, какъ рядъ независимыхъ пульсацій въ эфирѣ, исходящихъ изъ тѣхъ мѣстъ антикатада крутковой трубки, куда попадаютъ летящіе отъ катода частицы отрицательнаго электричества. Главнѣйшія свойства Р.-лучей хорошо объясняются этой теоріей, но все же до недавняго сравнительно времени отсутствовало хорошо поставленное экспериментальное доказательство того, что Р.-лучи распространяются со скоростью свѣта.

Правда, Блондло опубликовалъ въ 1900 и 1902 г.г. рядъ короткихъ сообщеній о своихъ работахъ по вопросу о скорости Р.-лучей; и, хотя онъ пришелъ къ ожидавшемуся результату (скорость Р.-лучей равна скорости свѣта), тѣмъ не менѣе отсутствіе въ его статьяхъ указаній на то, что при опытахъ были приняты во вниманіе всевозможныя побочныя обстоятельства, ко-

торыя могли внести свое вліяніе, заставило желать повторенія и расширенія его метода, а также примѣненія, если возможно, и другихъ методовъ.

Въ послѣднее время скорость *P*-лучей была вторично опредѣлена Э. Марксомъ по способу, схожему со способомъ Блондло въ томъ отношеніи, что скорость *P*-лучей опредѣляется не прямо, а сравнивается со скоростью свѣта.

Э. Марксъ пользуется, главнымъ образомъ, двумя свойствами *P*-лучей: а) способностью ихъ, падая на платиновую пластинку, заставлять послѣднюю испускать катодные лучи, б) способностью іонизировать воздухъ. Нужно замѣтить, что явленіе *b* всегда имѣетъ мѣсто, тогда какъ явленіе *a* наступаетъ только въ томъ случаѣ, когда платиновая пластинка, на которую падаютъ *P*-лучи, имѣетъ потенциалъ, низшій нѣкотораго опредѣленнаго (въ зависимости отъ степени разрѣженія воздуха, окружающаго платиновую пластинку) значенія. Если же *P*-лучи падаютъ на пластинку, потенциалъ которой выше такого опредѣленнаго потенциала, явленіе *a* не наступаетъ, зато явленіе *b* всегда наблюдается. Въ этомъ случаѣ нѣтъ истеченія отрицательнаго электричества отъ платиновой пластинки, но послѣдняя, благодаря своему высокому положительному потенциалу, притягиваетъ къ себѣ отрицательные іоны іонизированнаго воздуха.

Явленія *a* и *b* находятъ себѣ примѣненіе въ слѣдующей установкѣ.

Берутся двѣ Рѣнтгеновскія трубки. Верхняя включается въ цѣпь конденсатора Лехеровской системы. Понятно, что трубка испускаетъ *P*-лучи только тогда, когда катодъ находится въ отрицательной фазѣ электрическаго колебанія. Если обозначимъ черезъ *n* число колебаній въ секунду наиболѣе короткаго электрическаго колебанія данной системы, то *n* разъ въ секунду будетъ верхняя трубка испускать *P*-лучи, *n* разъ въ секунду упадутъ эти лучи на платиновый катодъ нижней трубки. Если въ моментъ, когда *P*-лучи достигаютъ платиноваго катода, послѣдній имѣетъ потенциалъ, низшій нѣкотораго опредѣленнаго для данной разрѣженности потенциала, наступаетъ явленіе *a*: катодъ пріемной трубки испускаетъ катодные лучи, которые, падая на находящійся противъ платиноваго катода Фарадеевскій цилиндръ, заряжаютъ его отрицательно, что обнаруживается соединеннымъ съ цилиндромъ электрометромъ. Если же въ пріемной трубкѣ разрѣженіе малое и если къ моменту прихода *P*-лучей къ катоду вокругъ послѣдняго имѣется сильное электрическое поле, скорость выбрасываемыхъ катодомъ электроновъ либо нуль, либо даже отрицательнаго знака. Отрицательные іоны воздуха устремляются къ катоду, и Фарадеевскій цилиндръ пріобрѣтаетъ положительный зарядъ.

Если испусканіе *P*-лучей, падающихъ на платиновый электродъ, происходитъ черезъ промежутки времени, равные періоду электрическаго колебанія данной системы, то *P*-лучи будутъ за-

Отсюда ясно, что, если передвиженіями моста вызвано измѣненіе показанія электрометра, то это измѣненіе можно компенсировать передвиженіемъ трубки. Отношеніе перемѣщенія трубки къ двойному перемѣщенію моста должно дать отношеніе скорости P -лучей къ скорости свѣта.

Продѣлавъ опыты, основанные на изложенномъ выше принципѣ, Э. Марксъ получилъ результаты, приведенные въ ниже-слѣдующей таблицѣ

Перемѣщеніе P -трубки въ mm.	151	118,5	107,6	97	93,8	80	66	62
Двойное перемѣщеніе моста въ mm.	156	116	101,4	100	92	81	68,6	59

Небольшія разницы въ числахъ Марксъ объясняетъ вліяніемъ нѣкоторыхъ побочныхъ явленій.

Такимъ образомъ, можно считать экспериментально доказаннымъ, что скорость P -лучей равна скорости свѣта; а это является важнымъ подтвержденіемъ правильности современнаго взгляда на P -лучи, какъ на явленіе въ свѣтовомъ эфирѣ.

Модель абберации свѣта.

Преподавателямъ космографіи въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ извѣстна та трудность, съ которою учащіеся (въ большинствѣ случаевъ) усваиваютъ сущность явленія абберации свѣта. А невозможность воспроизвести это явленіе лабораторнымъ путемъ не позволяетъ сдѣлать его, такъ сказать, осязательнымъ для учащихся. Въ подобныхъ случаяхъ оказываются полезными модели, которыя, воспроизводя аналогичное явленіе изъ другой области, помогаютъ воображенію легче нарисовать себѣ необходимую картину.

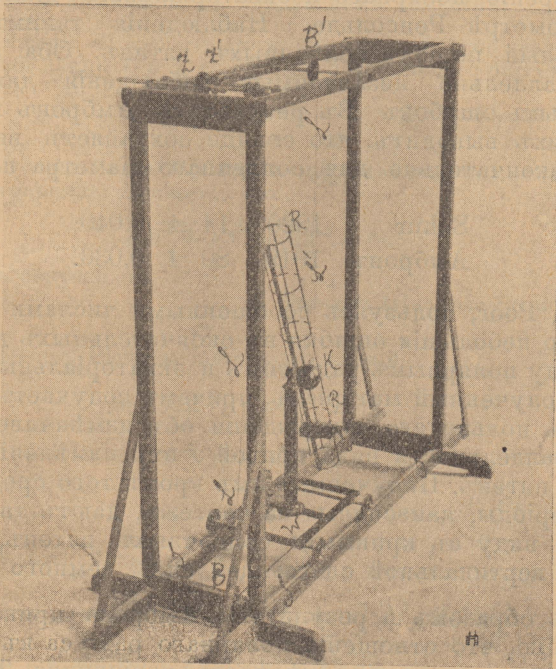
Модель абберации свѣта была сконструирована мною для Одесской Городской Народной аудиторіи.

Приборъ состоитъ изъ телѣжки W , катящейся по рельсамъ SS и несущей на себѣ проволочную трубу RR съ продольнымъ разрѣзомъ наверху, изъ двухъ сдѣляющихся зубчатыхъ колесъ Z и Z' , двухъ передаточныхъ блоковъ B и B' и шарика K . Веревка LL , увлекающая телѣжку, наматывается на валъ зубчатки Z , въ то время, какъ веревка $L'L$ сматывается съ вала зубчатки Z' ; валы зубчатокъ одинаковаго діаметра. Всѣ шарика K лишь немногимъ превышаетъ треніе во всѣхъ частяхъ прибора, которое сведено при выполненіи до возможнаго минимума.

Если мы обозначимъ скорости телѣжки W и шарика K соответственно черезъ v и v' , числа зубцовъ колесъ Z и Z' черезъ n и n' , а уголъ наклона оси трубы RR къ плоскости горизонта черезъ φ , то, для всякаго момента движенія, имѣемъ:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{v'}{v} = \frac{n}{n'}.$$

Опытъ состоитъ въ томъ, что предоставляютъ шарiku K



падать, благодаря чему телѣжка W начинаетъ катиться. Шарикъ K пройдетъ безпрепятственно черезъ трубу только въ томъ случаѣ, когда

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{n}{n'}.$$

Приборъ выполненъ препараторомъ Физ. Инст. Нов. Унив. П. И. Захаровымъ.

К. И.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Фигура солнца. Въ декабрьскомъ номерѣ *Astrophysical Journal* Ch. L. Роог помѣстилъ новую статью по вопросу о фигурѣ солнца. Поводомъ къ ней послужила работа Амбронъ: „Измѣреніе солнечнаго діаметра“, напечатанная въ сообщеніяхъ Геттингенской обсерваторіи. На этой обсерваторіи Амбронъ и Шуръ въ теченіе тринадцати лѣтъ съ 1890 по 1902 г. производили систематическое измѣреніе полярнаго и экваторіальнаго діаметра солнца на 6 д. гелиометрѣ Репсольда. Наблюденія такимъ образомъ охватили цѣлый періодъ солнечныхъ пятенъ. Оба наблюдателя дѣлали параллельно независимыя наблюденія для выясненія вліяній личныхъ ошибокъ. Въ результатѣ Амбронъ изъ разбора всѣхъ данныхъ выводилъ, что солнце сохраняетъ видъ сферы и получаетъ окончательно для солнечнаго діаметра на разстояніи единицы:

Schur 1920". 14 \pm 0.040

Амбронъ 1919 . 80 \pm 0.036.

Однако, Роог, пользуясь сообщенными числами и отмѣтивъ прежде всего небольшія ошибки въ окончательныхъ данныхъ разностей: между полярнымъ радіусомъ и экваторіальнымъ, перерабатываетъ полученный матеріалъ, причемъ получаетъ результаты, говорящіе въ пользу его утвержденія объ измѣнчивости фигуры солнца и параллельности вида кривой этихъ измѣненій съ видомъ солнечныхъ пятенъ. Получаемыя имъ кромѣ того среднія за трехмѣсячные періоды, нанесенныя на чертежъ, даютъ также кривую, близкую по виду съ кривыми: солнечныхъ пятенъ, магнитнаго склоненія и вертикальной слагающей силы земнаго магнетизма.

Такимъ образомъ и результаты Амбронъ приводятъ Роогъ къ заключенію, что отношеніе полярнаго радіуса къ экваторіальному переменнo и эта переменность періодична. Точная длина періода еще не опредѣленна, но, кажется, близка къ длинѣ періода солнечныхъ пятенъ. Амплитуда измѣненій около 0". 2; разность между наибольшей положительной и отрицательной величинами около 0". 5.

Однако, не смотря на категоричность заключеній автора, нельзя не отмѣтить, что величины, съ коими приходится ему оперировать, очень малы, а потому заключеніе Амбронъ, что всѣ эти уклоненія случайны и солнце сохраняетъ чувствительно свою сферичность, пожалуй, заслуживаетъ большаго вниманія.

Изв. Р. Астр. Общ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакция просит не помещать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакция не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакция проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 799 (4 сер.). Построить треугольникъ ABC по радиусу R круга описаннаго, зная длины l_i и l_e внутреннего и внѣшняго биссекторовъ угла A .

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 800 (4 сер.). Точка M взята на окружности, описанной около правильнаго треугольника. Доказать, что

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 + \overline{CM}^2 = 6R^2,$$

гдѣ R —радиусъ окружности.

Д. Ефремовъ (Иваново-Вознесенскъ).

№ 801 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^2(\sqrt{x} + 1) + y^2(\sqrt{y} + 1) = 0,$$

$$x(\sqrt{x} - 2) + y(\sqrt{y} - 2) = 0.$$

Г. Оганяницъ (Ялта);

№ 802 (4 сер.). Доказать, что число

$$5^{2n+1} + 3^2 \cdot 2^{n+1} \cdot (1 + 18^{n-1}) - 13^n$$

при n дѣломъ и положительномъ дѣлится на 46.

Э. Лейтисъ (Рига).

№ 803 (4 сер.). Данъ выпуклый четырехугольникъ $ABCD$, внутренніе углы котораго, прилежащіе къ сторонамъ AD , равны. На продолженіи AD въ обѣ стороны отъ A и D взяты точки E и F такъ, что $AE \cdot DF = AB \cdot CD$. Найти геометрическое мѣсто точки M встрѣчи прямыхъ BE и CF .

П. X.

№ 804 (4 сер.). Вычислить сумму n первыхъ членовъ ряда

$$1, \frac{6}{5}, \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 9}, \dots, \frac{6 \cdot 10 \cdot 14 \dots [2(2k-1)][2(2k+1)]}{5 \cdot 9 \cdot 13 \dots (4k-3) \cdot (4k+1)}$$

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ

№ 640 (4 сер.). Чашечный барометръ, въ пустоту котораго попалъ воздухъ, показываетъ 748 миллиметровъ для высоты ртути; при этомъ часть трубки, занятая воздухомъ, имѣетъ въ длину 122 миллиметра. Выдвинувши трубку на некоторую высоту, находятъ 750 миллиметровъ для высоты ртути, 141 миллиметръ для пространства надъ ртутью. Зная, что сѣченіе вполнѣ цилиндрической трубки барометра равно 4 квадратнымъ сантиметрамъ и что температура во время опыта равна 0° , определить 1) атмосферное давленіе x и 2) весь воздухъ, попавшаго въ барометрическую пустоту.

Назовемъ давленіе воздуха, занимающаго въ первой части опыта пространство трубки длиною въ 122 миллиметра, (выраженное въ миллиметрахъ ртутнаго столба) черезъ y , а давленіе того же воздуха, занимающаго во второй части опыта пространство трубки длиною въ 141 миллиметръ, черезъ z ; весь воздухъ, попавшаго въ барометръ, черезъ p , а весь одного кубическаго сантиметра воздуха при 0° и давленіи въ 760 миллиметровъ черезъ $\delta = 0,0013$ грамма. Такъ какъ въ каждой части опыта атмосферное давленіе x уравниваетъ весь ртутнаго столба и давленіе воздуха, попавшаго въ барометръ, то $x = 748 + y = 750 + z$ (1). Такъ какъ трубка, по предположенію, имѣетъ цилиндрическую форму, то объемы, занимаемые воздухомъ въ первой и во второй части опыта, относятся, какъ $\frac{122}{141}$; давленія же y и z , по закону Бойля-Мариотта, обратно пропорціональны объемамъ, такъ какъ температура во время опыта остается постоянной. Слѣдовательно $\frac{z}{y} = \frac{122}{141}$, откуда (см. (1)) $z = \frac{122}{141} y$,

$$748 + y = 750 + \frac{122}{141} y, \quad y = \frac{282}{19} \quad (2), \quad x = 748 + \frac{282}{19} = 762,8 \text{ милл.}$$

Такъ какъ плотность воздуха при постоянной температурѣ прямо пропорціональна его давленію, то, называя черезъ δ' плотность воздуха при давленіи y миллиметровъ и температурѣ 0° , получимъ (см. (2))

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{y}{760} = \frac{282}{19 \cdot 760}, \quad \text{откуда } \delta' = \frac{282 \cdot \delta}{19 \cdot 760} = \frac{282 \cdot 0,0013}{19 \cdot 760} \quad (3).$$

Согласно съ условіемъ, воздухъ, попавшій въ барометръ, занимаетъ въ первой части опыта объемъ въ 4,12,2 куб. сантиметра, а потому (см. (3))

$$p = \frac{4,12,2 \cdot 282 \cdot 0,0013}{19 \cdot 760} = 0,0125 \text{ грамма.}$$

Г. Оганянцъ (Москва); Н. С. (Одесса).

№ 664 (4 сер.). Три наклонныя плоскости AB , AC и CB образуютъ грани полой трехгранной призмы, ребра которой параллельны горизонту. Дано, что $\angle CAB = \alpha$ и что матеріальная точка, двигаясь по плоскостямъ AB и AC безъ тренія, употребляетъ для прохожденія этихъ плоскостей одно и то же время t . Определить длину плоскости CB .

Проведемъ перпендикулярное сѣченіе призмы и назовемъ его вершины, въ которыхъ сходятся пары плоскостей AB и AC , AB и BC , AC и BC , соответственно черезъ A' , B' , C' . Матеріальная точка, будучи помѣщена въ точкѣ A' на плоскости AB , будетъ двигаться подѣ влияніемъ силы тяжести по ея вертикали, т. е. по прямой $A'B'$, такъ что длиной наклонной плоскости AB служить прямая $A'B'$; точно также длинами наклонныхъ плоскостей AC и BC служатъ прямыя $A'C'$ и $B'C'$. При рѣшеніи задачи мы примемъ, что упомянутыя въ условіи движенія по плоскостямъ AB и AC обозначены и по ихъ направленіямъ, т. е. что каждое изъ движеній по прямымъ $A'B'$ и $A'C'$ совершается отъ A' къ B' и отъ A' къ C' ; другими словами, мы предположимъ, что каждая изъ точекъ B' и C' лежитъ ниже A' . Пусть въ точкѣ M на прямой $A'B'$ лежитъ матеріальная вѣсомая точка массы m ; разложимъ вѣсъ MP этой точки на двѣ силы— MQ , перпендикулярную къ $A'B'$ и уничтожающуюся сопротивленіемъ плоскости AB , и MR , параллельную $A'B'$. Проведемъ черезъ точку A' вертикальную прямую $A'Z$ и назовемъ острый уголъ между прямыми $A'B'$ и $A'Z$ черезъ Θ ; тогда, замѣчая, что $MP \parallel A'Z$ и называя ускореніе силы тяжести черезъ g , а ускореніе, сообщаемое силой тяжести матеріальной точкѣ при движеніи по $A'B'$ черезъ g_1 , имѣемъ

$$MR = mg, = MP \cdot \cos \angle PMR = mg \cos \Theta, \text{ откуда } g_1 = g \cos \Theta \quad (1).$$

Поэтому, по формулѣ равноускореннаго движенія, (см. (1))

$$A'B' = \frac{g_1 t^2}{2} = \frac{g \cos \Theta \cdot t^2}{2}, \text{ откуда } \frac{A'B'}{\cos \Theta} = \frac{g t^2}{2} \quad (2).$$

Проведа въ плоскости $ZA'B'$ черезъ B' прямую, перпендикулярную къ $A'B'$ и встрѣчающую $A'Z$ въ нѣкоторой точкѣ D , лежащей ниже A' (такъ какъ B' лежитъ ниже A'), имѣемъ (см. (2)) $\frac{A'B'}{\cos \Theta} = A'D = \frac{g t^2}{2}$ (3), откуда видно, что точка B' лежитъ на окружности, описанной на вертикальномъ отрѣзкѣ $A'D = \frac{g t^2}{2}$, какъ на діаметрѣ, и расположенной въ плоскости перпендикулярнаго сѣченія $A'B'C'$. Разсуждая подобнымъ же образомъ относительно точки C' , находимъ, что она лежитъ на той же окружности, что вполне согласно съ такъ называемымъ *таутохроническимъ* свойствомъ окружности, по которому вѣсомая точка, находящаяся въ высшей точкѣ окружности, расположенной въ вертикальной плоскости, достигаетъ периферіи въ одно и то же время, двигаясь по любой хордѣ. Уголъ $C'A'B'$, какъ линейный уголъ двуграннаго угла между плоскостями AB и AC , равенъ по условію α ; отношение хорды $B'C'$ къ синусу угла $C'A'B'$ равно діаметру $A'D$, т. е. (см. (3)) $\frac{B'C'}{\sin \alpha} = A'D = \frac{g t^2}{2}$, откуда $B'C' = \frac{g t^2 \sin \alpha}{2}$. Итакъ, искомаѣ длина наклонной плоскости BC равна $\frac{g t^2 \sin \alpha}{2}$. Къ тому же результату мы придемъ, допуская, что обѣ точки B' и C' лежатъ выше A' . Но если изъ точекъ B' и C' одна лежитъ выше, а другая ниже A' , то точки B' и C' лежатъ не на одной окружности діаметра $A'D$, а на двухъ разныхъ окружностяхъ этого діаметра, расположенныхъ въ одной вертикальной плоскости и касающихся въ точкѣ A' ; въ этомъ случаѣ длина $B'C'$ зависитъ вообще отъ наклона плоскости AB къ горизонту.

№ 671 (4 сер.). Построить треугольник ABC , зная сумму сторон его $b+c=m$, сумму высот $h_b+h_c=n$ и радиус вписанного в него круга r .

Предположим, что задача решена. Назовем центр вписанного в него круга через A' , точку касания стороны AB со вписанным кругом через P , высоту h_b через BN . Выразая двойкою площадь треугольника

ABC , находим $bh_b = ch_c$, откуда $\frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b}$, или, составляя производную пропорцию,

$$\frac{b+c}{h_b+h_c} = \frac{m}{n} = \frac{c}{h_b} = \frac{AB}{BN} \quad (1).$$

Отложив на прямой AB отрезок $AB'=m$ и опустив из точки B' перпендикуляр $B'N'$ на прямую AC , имеем из подобия треугольников ABN и $AB'N'$, (см. (1)) $\frac{AB'}{B'N'} = \frac{m}{B'N'} = \frac{AB}{BN} = \frac{m}{n}$, откуда $B'N'=n$. Следовательно, построив прямоугольный треугольник по гипотенузе $A'B'=m$ и катету $B'N'=n$, получим треугольник $A'B_1N_1'$, равный $AB'N'$, а потому, называя угол $N_1'A_1B_1'$ через α , находим, что угол CAB искомого треугольника равен α или $\pi-\alpha$. Итак,

$$A = \alpha \text{ или } \pi - \alpha \quad (2) *).$$

Называя через p полупериметр искомого треугольника, имеем по известной формуле $AP = p - a = \frac{b+c-a}{2} = \frac{m-a}{2}$, откуда $BC = a = m - 2AP$ (3),

Но отрезок AP есть второй катет прямоугольного треугольника, у которого один катет $A'P=r$ известен, а угол $A'AP$, противолежащий этому катету, равен (см. (2)) $\frac{A}{2} = \frac{\alpha}{2}$ или $\frac{A}{2} = \frac{\pi-\alpha}{2}$. Из произведенного нами анализа задачи вытекает построение. Строим прямоугольный треугольник по гипотенузе m и катету n . Называя угол, противолежащий катету n , через α , строим новый прямоугольный треугольник по катету r и противолежащему углу (см. (2)) $\frac{\alpha}{2}$ (или $\frac{\pi-\alpha}{2}$). Называя второй катет через k (или соотв. k'), получим (см. (3)) $a = m - 2k$ (или соотв. $a' = m - 2k'$) (4). Таким образом, в искомом треугольнике известны основание $BC = a$ (или a') (см. (4)), противолежащий угол (см. (2)) и сумма m двух других сторон, а потому построение можно закончить общеизвестным способом: на отрезке $BC = a$ (или a') описываем сегменты, вмещающие углы α и $\frac{\alpha}{2}$ (или $\alpha' = \pi - \alpha$ и $\frac{\alpha'}{2}$), дѣлаем из B на втором сегменте засѣчку M радиусом m ; пусть A — точка встрѣчи прямой BM съ другой первого сегмента. Треугольник ABC есть искомый. Задача вообще имѣет два рѣшенія, кромѣ случая, когда $\alpha = \alpha' = \frac{\pi}{2}$; если $m < n$, задача невозможна.

С. Котюховъ (Никитовка); Н. Пляхово (Знаменка); Н. Доброгосовъ (Немировъ).

№ 672 (4 сер.). По даннымъ диагоналямъ m и n ортогональнаго четырехугольника построить четырехугольникъ такъ, чтобы въ него можно было вписать и чтобы вмѣстѣ съ тѣмъ около него можно было описать кругъ.

Пусть диагонали $AC=m$ и $BD=n$ искомага ортогональнаго четырех-

*) Въ предѣльномъ случаѣ $m=n$, и $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

угольника $ABCD$ пересекаются въ точкѣ O . Назовемъ стороны AB, BC, CD, DA четырехугольника соответственно черезъ a, b, c, d . Согласно съ условіемъ, точки A, B, C и D лежатъ на одной окружности, и $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$.

Слѣдовательно, $\angle AOB = \frac{\sim AB + \sim CD}{2} = \frac{\pi}{2}$, откуда $\sim AB + \sim CD = \pi$ (1).

Отложивъ на продолженіи дуги BA дугу AD' , равную $\sim CD$, получимъ (см. (1)) $AD' = CD = c$, $\sim AB + \sim CD' = \sim AB + \sim CD = \pi$, а потому дуга BAD' опирается на діаметръ, такъ что $AB^2 + AD'^2 = a^2 + c^2 = 4R^2$ (2)), гдѣ R —радіусъ окружности, описанной около четырехугольника. Подобныя же разсужденія приводятъ къ равенству $b^2 + d^2 = 4R^2$, откуда (см. (2))

$$a^2 + c^2 = b^2 + d^2 \quad (3).$$

Въ четырехугольникѣ $ABCD$ можно также, по условію, вписать кругъ, а потому

$$a + c = b + d \quad (4).$$

Вычитая изъ возвышеннаго въ квадратъ равенства (4) равенство (3), находимъ $2ac = 2bd$; вычитая послѣднее равенство изъ уравненія (3), получимъ $(a-c)^2 = (b-d)^2$, откуда $a-c = b-d$ (5) или $a-c = d-b$ (6). Складывая равенства (4) и (5), а затѣмъ (4) и (6) и сокращая на 2, находимъ, что въ искомомъ четырехугольникѣ $a=b$ или $a=d$, т. е. одинъ изъ треугольниковъ ABC или BAD оказывается равнобедреннымъ. Если $AB=a=b=BC$, то высота BO равнобедреннаго треугольника ABC служитъ и медианой, а потому діагональ BD четырехугольника совпадаетъ съ діаметромъ описаннаго круга. Точно также, при $a=d$, AC оказывается діаметромъ. Если $AC=m < n=BD$ то BD есть діаметръ, если же $m=n$, то обѣ діагонали суть діаметры. Изъ всего сказаннаго вытекаетъ построеніе: на той изъ прямыхъ m и n , которая не меньше другой, (напримѣръ, на $AC=m$) строимъ окружность, какъ на діаметрѣ; проводимъ прямую L , параллельную AC , на разстояніи $\frac{n}{2}$ отъ нея, а затѣмъ изъ точки встрѣчи B прямой L съ окружностью проводимъ хорду BD , перпендикулярную къ AC . Четырехугольникъ $ABCD$ есть искомый.

Э. Лейтманъ (Рига); Н. С. (Одесса).

№ 673 (4 сер.). Решить систему уравненій

$$\checkmark \quad x + \sqrt{xy} + y = a, \quad x^3 + 2xy\sqrt{xy} + y^3 = a^3.$$

Вводя обозначенія $\sqrt{xy} = v$ (1), $x + y = t$ (2), записываемъ первое уравненіе въ видѣ $t + v = a$ (3), а второе въ видѣ

$$\begin{aligned} (x^3 + y^3) + 2xy\sqrt{xy} &= (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 2(\sqrt{xy})^3 = \\ &= (x+y)[(x+y)^2 - 3xy] + 2(\sqrt{xy})^3 = a^3, \text{ или (см. (1), (2))} \\ t(t^2 - 3v^2) + 2v^3 &= a^3 \quad (4). \end{aligned}$$

Подставивъ въ равенство (4) вмѣсто t его значенія $a-v$ изъ равенства (3), получимъ

$$(a-v)[(a-v)^2 - 3v^2] + 2v^3 = a^3,$$

или, послѣ раскрытія скобокъ, перенесенія a^3 изъ правой части въ лѣвую и приведенія,

$$4v^3 - 3a^2v = v(4v^2 - 3a^2) = 0, \text{ откуда}$$

$$v=0 \text{ (5) или } v^2 = \frac{3}{4}a^2, \text{ т. е. } v = \pm \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ (6).}$$

Изъ равенства (5) вытекаетъ (см. (1)), что $\sqrt{xy}=0$, $x^2y^2=0$, откуда $x=0$ или $y=0$. Но первое изъ данныхъ уравненій при $x=0$ даетъ $y=a$, а при $y=0$ $x=a$. Такимъ образомъ получаемъ два рѣшенія: $x_1=0$, $y_1=a$; $x_2=a$, $y_2=0$. Подставивъ изъ равенства (6) значеніе v въ уравненіе (3), получимъ (см. (2))

$$t = x + y = a \mp \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a(2 \mp \sqrt{3})}{2} \quad (7).$$

Изъ равенствъ же (1) и (6) имѣемъ $xy = v^2 = \frac{3}{4} a^2$ (8). Слѣдовательно (см. (7) и (8)), x и y суть корни одного изъ двухъ квадратныхъ уравненій

$$z^2 - \frac{a}{2} (2 + \sqrt{3}) z + \frac{3}{4} a^2 = 0, \quad z^2 - \frac{a}{2} (2 - \sqrt{3}) z + \frac{3}{4} a^2 = 0,$$

откуда

$$z = \frac{a(2 \pm \sqrt{3}) \pm \sqrt{a^2(2 \pm \sqrt{3})^2 - 12a^2}}{4} = \frac{a(2 \pm \sqrt{3} \pm \sqrt{-5 \pm 4\sqrt{3}})}{4},$$

$$\text{т. е. } x_3 = \frac{a(2 + \sqrt{3} + \sqrt{-5 + 4\sqrt{3}})}{4}, \quad y_3 = \frac{a(2 + \sqrt{3} - \sqrt{-5 + 4\sqrt{3}})}{4},$$

$$x_4 = \frac{a(2 + \sqrt{3} - \sqrt{-5 + 4\sqrt{3}})}{4}, \quad y_4 = \frac{a(2 + \sqrt{3} + \sqrt{-5 + 4\sqrt{3}})}{4},$$

$$x_5 = \frac{a(2 - \sqrt{3} + \sqrt{-5 - 4\sqrt{3}})}{4}, \quad y_5 = \frac{a(2 - \sqrt{3} - \sqrt{-5 - 4\sqrt{3}})}{4},$$

$$x_6 = \frac{a(2 - \sqrt{3} - \sqrt{-5 - 4\sqrt{3}})}{4}, \quad y_6 = \frac{a(2 - \sqrt{3} + \sqrt{-5 - 4\sqrt{3}})}{4}.$$

Н. Плахово (Знаменка); Н. Доброгосовъ (Немировъ); А. Турчаниновъ (Брестъ); Г. Лебедевъ (Харьковъ); Э. Лейтманъ (Рига).

№ 675 (4 сер.). Найти предѣлъ, къ которому стремится выраженіе

$$\frac{2\operatorname{tg}^2 x}{1 - \cos x}$$

въ то время, когда x стремится къ предѣлу 0.

Изобразивъ данное выраженіе въ видѣ $\frac{2\operatorname{tg}^2 x}{1 - \cos x} = \frac{2\sin^2 x}{\cos^2 x(1 - \cos x)}$
 $= \frac{2(1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x(1 - \cos x)} = \frac{2(1 + \cos x)}{\cos^2 x}$, применяя извѣстныя теоремы о предѣлѣ суммы, произведенія и частнаго и замѣчая, что, если x стремится къ предѣлу 0, $\cos x$ стремится къ предѣлу 1, находимъ, что искомый предѣлъ равенъ $\frac{2(1+1)}{1^2} = 4$.

С. Козюховъ (Никитовка); Н. Плахово (Знаменка); Н. Доброгосовъ (Немировъ); А. Турчаниновъ (Брестъ); Г. Лебедевъ (Харьковъ); Э. Лейтманъ (Рига); И. Боровицъ (Екатеринбургъ).

Редакторъ приватъ-доцентъ В. ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Типографія Бланкоиздательства М. Шенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1906^г АКАД. ГОДЪ (XIII-й годъ изданія).

„ФИЗИКЪ-ЛЮБИТЕЛЬ“

Журналъ по опытнымъ и прикладнымъ физическимъ наукамъ, выходящій ежемѣсячно (за исключеніемъ іюня и іюля) выпусками въ 32 страницы съ чертежами и рисунками.

Подписная плата:

за годъ съ августа по май (10 номеровъ) 3 руб., за $\frac{1}{2}$ года (5 номеровъ) 1 руб. 50 коп.

Адресъ редакціи и конторы журнала г. Николаевъ (Херс. губ.).

Можно выписывать открытымъ письмомъ, наложеннымъ платежемъ на первую книжку журнала, въ размѣрѣ годовой или полугодовой платы съ прибавкою 20 коп.

Учебнымъ заведеніямъ высылается по первому требованію, независимо отъ времени уплаты подписныхъ денегъ.

Журналъ за 1905/6 годъ (1-й годъ изданія) высылается за 3 руб. 30 к., для гг. подписчиковъ за 2 руб. 30 коп.

Редакторы-Издатели: } Кандидатъ Моск. Универс. К. А. Чернышевъ.
Инженеръ-Технологъ В. В. Рюминъ.

ИЗДАНІЯ ЖУРНАЛА „ФИЗИКЪ-ЛЮБИТЕЛЬ“

- 1) Изъ жизни Павла Николаевича Яблочкова. К. А. Чернышева. Съ 3 рис. и портретомъ. Цѣна 25 к.
- 2) Говорящая машина. Исторія изобрѣтенія фонографа и граммофона. Составилъ В. Р. Съ 8 рис. Цѣна 25 к.
- 3) Любительское приготовленіе картинъ для волшебнаго фонаря. К. Чернышева. 25 к.
- 4) Химія безъ лабораторіи. Составилъ В. Рюминъ. 25 к.
- 5) Замѣтки фотографа-любителя. Гр. Ф. 25 к.
- 6) Электричество въ домашнемъ быту. К. Ч. 25 к.
- 7) О. А. Бредихинъ. Очеркъ его жизни и дѣятельности. С. Костинскаго, старшаго астронома Пулковской Обсерваторіи. 25 к.
- 8) Эфирныя волны. К. Чернышева. 25 к.
- 9) Физическіе опыты и приборы. Вып. I. Простѣйшіе приемы обработки различныхъ матеріаловъ. Состав. И. Храпко и К. Чернышевъ. 25 к.
- 10) Тригонометрія для самообразованія. Д-ръ Эригъ 45 к.

Выписывающіе изъ конторы журнала за пересылку не платятъ. Суммы менѣ рубля—марками.

ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1907 ГОДЪ

ЗАДУШЕВНОЕ СЛОВО.

ДВА ЕЖЕНЕДѢЛЬНЫЕ иллюстрированные журнала для дѣтей и юношества, основанные С. М. МАКАРОВОЙ и издаваемые подъ редакціей П. М. ОЛЬЖИНА.

ПОДПИСНОЙ ГОДЪ НАЧАЛСЯ 1-го НОЯБРЯ 1906 г. — ПЕРВЫЕ № ВЫСЫЛАЮТСЯ НЕМЕДЛЕННО.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей

МЛАДШАГО ВОЗРАСТА

(отъ 6 до 9 лѣтъ) получать

52 №№ и 42 ПРЕМИИ.

Въ числѣ послѣднихъ: БОЛЬШУЮ ПАРТИНУ изъ 22 красн. „МАЛЕНЬКІЕ, ДА УДАЛЕНЬКІЕ“; 12 новелл. ИГРЪ И ЗАНЯТІЙ на раскраш. и черн. листахъ; „МАЛЕНЬКІЙ РУССКІЙ ИСТОРИКЪ“; 6 нн. „БИБЛИОТЕКИ МАЛЕНЬКАГО ЧИТАТЕЛЯ“ и мн. др.

Кромѣ того, при каждомъ изданіи будутъ высылаться: „ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ БИБЛИОТЕЧКА“ и „ДѢТСКІЯ МОДЫ“.

Подписная цѣна каждого изданія «Задумшевнаго Слова», со всеми объявленными преміями и приложеніями, съ доставкой и пересылкой, — за годъ **ШЕСТЬ рублей.**

Допускается разсрочка на 3 срока: 1) при подпискѣ, 2) къ 1 февраля и 3) къ 1 мая — по

Съ требованіями, съ обозначеніемъ изданія (возраста), обращаться: въ конторы «ЗАДУШЕВНАГО СЛОВА», при книжныхъ магазинахъ Т-на М. О. Водъфъ — С.-ПЕТЕРБУРГЪ: 1) Гостин. Дворъ, 18, или 2) Невскій пр., 13.

Гг. годовые подписчики журнала „З. Сл.“ для дѣтей

СТАРШАГО ВОЗРАСТА

(отъ 9 до 14 лѣтъ) получать

52 №№ и 37 ПРЕМИЙ.

Въ числѣ послѣднихъ: АНВАРЕЛЬНУЮ ПАРТИНУ — „ПОСЛѢДНЯЯ НАДЕЖДА“; „ИСТОРИЮ НАПОЛЕОНА“; худом. изд. „ЛЕРМОНТОВЪ ВЪ ИЛЛЮСТРАЦІЯХЪ“; 12 иллюстр. нн. ПОВѢСТЕЙ и РАЗСКАЗОВЪ для юношества и мн. др.

2 р.

ЗА ГОДЪ — 6 рублей, РАЗСРОЧНА — по 2 рубля.

Ежемесячный журналъ искусствъ и литературы

„ВѢСЫ“

1906. Годъ изданія третій.

Задачи „Вѣсовъ“ — знакомить съ новѣйшими теченіями литературы и искусствъ, какъ въ Россіи, такъ и въ другихъ странахъ. Въ 1906 г. программа журнала расширена и въ немъ будутъ печататься: романы, повѣсти, рассказы, драматическія произведенія, стихотворенія, статьи по вопросамъ общественнымъ и философскимъ, біографіи и характеристики современныхъ писателей и художниковъ. Кромѣ того, каждый № „Вѣсовъ“ даетъ подробный обзоръ культурной жизни всего міра, въ критическихъ замѣткахъ о новыхъ книгахъ, русскихъ и иностранныхъ, въ отчетахъ о художественныхъ выставкахъ, о замѣчательныхъ спектакляхъ и концертахъ, и т. п. „Вѣсы“ имѣютъ собственныхъ корреспондентовъ въ главныхъ городахъ Зап. Европы. Всѣ №№ „Вѣсовъ“ иллюстрированы оригинальными рисунками и выѣтками.

Участіе въ „Вѣсахъ“ принимаютъ: К. Бальмонтъ, Валерій Брюсовъ, Андрей Бѣлый, Максъ Волошинъ, З. Гиппиусъ, Вяч. Ивановъ, Маркъ Криницкій, Н. Лернеръ, Д. Мережковский, проф. В. Морфилъ, И. Нерцовъ, Ст. Пшибшевскій, В. Ребиновъ, В. Розановъ, Ф. Сологубъ, Д. Философовъ и мн. др.

Подписная цѣна на годъ (12 книгъ) съ пересылкой по Россіи пять рублей. Подписка принимается въ редакціи: Москва, Театральная пл., д. Метрополь, кв. 23.

Редакторъ-издатель С. А. Поляковъ.