№ 423.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый

В. А. Гернетомъ

подъ редакціей

Привать-Доцента В. Ф. Кагана.

XXXVI-го Семестра № 3-й.

ОДЕССА.
Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.
1906.

http://vofem.ru

MATHESIS

Издательство научныхъ и популярно-научныхъ сочиненій изъ области физико-математическихъ наукъ.

1. Г. **АБРАГАМЪ**, проф. **СБОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ**, составленный при участіи многихъ профессоровъ и преподавателей физики. Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*. Часть I: Работы въ мастерской. Различные рецепты—Геометрія. Механика—Гидростатика. Гидродинамика. Капиллярность - Теплота—Числовыя таблицы.
Ученымъ комитетомъ допущено въ ученическія библіотеки среднихъ учебныхъ заведеній, учительскихъ семинарій и городскихъ, по Положенію 31 мая 1872 г., училищъ, а равно и въ безплатныя народныя читальни и библіотеки.
XVI+272 стр. Со многими (свыше 300) рисунками. Цѣна 1 р. 50 к.

2. Г. **АБРАГАМЪ**, проф. **СБОРНИКЪ ЭЛЕМЕНТАРНЫХЪ ОПЫТОВЪ ПО ФИЗИКѢ.** Переводъ съ французскаго подъ редакціей Приватъ-доцента *Б. П. Вейнберга*. Часть II: Звукъ—Свѣтъ—Электричество—Магнитизмъ.
LXXV+434 стр. Со многими (свыше 400) рисунками. Цѣна 2 р. 75 к.

3. С. **АРРЕНІУСЪ**, проф. **ФИЗИКА НЕБА.** Разрѣшенный авторомъ и дополненный по его указаніямъ переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*. Содержаніе: Неподвижныя звѣзды—Солнечная система—Солнце—Планеты, ихъ спутники и кометы—Космогонія.
VIII+250 стр. Съ 66 черными и 2 цвѣтными рисунками въ текстѣ и 1 черной и 1 цвѣтной отдѣльными таблицами. Цѣна 2 руб.
Ученымъ Комитетомъ М. Н. П. допущено въ ученическія, старшаго возраста, библіотеки среднихъ учебныхъ заведеній, а равно и въ безплатныя народныя библіотеки и читальни.

4. **УСПѢХИ ФИЗИКИ**, сборникъ статей о важнѣйшихъ открытіяхъ послѣднихъ лѣтъ въ общедоступномъ изложеніи. Подъ редакціей „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики". Содержаніе: *Винеръ*, Расширеніе нашихъ чувствъ—*Пильчиковъ*, Радій и его лучи—*Дебіернъ*, Радій и радіоактивность—*Рихарцъ*, Электрическія волны—*Слаби*, Телеграфированіе безъ проводовъ—*Шмидтъ*, Задача объ элементарномъ веществѣ (основанія теоріи электроновъ).
IV+157 стр. Съ 41 рисункомъ и 2 таблицами. Цѣна 75 коп.

5 **АУЭРБАХЪ**, проф. **ЦАРИЦА МІРА И ЕЯ ТѢНЬ.** Общедоступное изложеніе основаній ученія объ *энергіи и энтропіи*. Пер. съ нѣмецкаго. Съ предисловіемъ *Ш. Э. Гильома*, Вице-Директора Международнаго Бюро Мѣръ и Вѣсовъ.
VIII+56 стр. Цѣна 50 к.

6. С. **НЬЮКОМЪ**, проф. **АСТРОНОМІЯ ДЛЯ ВСѢХЪ.** Переводъ съ англійскаго. Съ предисловіемъ Приватъ-доцента *А. Р. Орбинскаго*
XXIV+285 стр. Съ портретомъ Автора, 64 рисунками въ текстѣ и 1 таблицей. Цѣна 1 р. 50 к.

7. Г. **ВЕБЕРЪ** и І. **ВЕЛЬШТЕЙНЪ**. **ЭНЦИКЛОПЕДІЯ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ. Томъ I. Энциклопедія элементарной алгебры,** обраб. проф. *Веберомъ*. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей Приватъ-доцента *В. Ф. Кагана*. Книга I. **Основанія ариѳметики**, гл. I—X. Книга II. **Алгебра**, гл. XI—XIX. Книга III. **Анализъ**, гл. XX—XXVI. **Выпускъ I.** Стр. 1—256. Главы I—XII. **Цѣна 1 р. 50 к.**
Выпускъ II печатается.

8. Дж. **ПЕРРИ**, проф. **ВРАЩАЮЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ.** Публичная лекція съ 63 рисунками. Переводъ съ англійскаго. VII+96 стр. **Цѣна 60 к.**

9. К. **ШЕЙДЪ**, проф. **ПРОСТЫЕ ХИМИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ для юношества** Переводъ съ нѣмецкаго, подъ редакціей Лаборанта Новороссійскаго Университета *Е. С. Ельчанинова*.

10. А. **РИГИ**, проф. **СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРІЯ ФИЗИЧЕСКИХЪ ЯВЛЕНІЙ.** (Радіоактивность, іоны, электроны). Переводъ съ итальянскаго.

СЪ ТРЕБОВАНІЯМИ ОБРАЩАТЬСЯ:

Одесса, Типографія М. Шпенцера, ул. Новосельскаго 66.

XXXVI Сем. № 3.

Вѣстникъ Опытной Физики и элементарной математики.

№ 423.

Форма и спектръ атомовъ.

Проф. Ф. Линдемана въ Мюнхенѣ.

Химія учитъ насъ, что всѣ земныя вещества можно составить приблизительно изъ семидесяти такъ называемыхъ элементовъ; точное число ихъ здѣсь не имѣетъ значенія и при дальнѣйшемъ усовершенствованіи методовъ наблюденія это число, вѣроятно, еще увеличится. Но мы не можемъ не отнестись съ глубокимъ вниманіемъ къ тому факту, что многообразіе всѣхъ веществъ какъ органической, такъ и неорганической природы, кажущееся безконечнымъ, можно построить изъ такого малаго и, что важнѣе всего, изъ конечнаго числа различныхъ веществъ.

Въ чемъ состоитъ различіе этихъ веществъ? Химикъ даетъ намъ эти различія на основаніи своего анализа, на основаніи цвѣта осадковъ при извѣстныхъ реакціяхъ, на основаніи формы кристалловъ этихъ осадковъ и т. д.; но все это указываетъ только на характерные признаки ихъ различныхъ элементовъ. Вопросъ же о внутренней природѣ остается безъ отвѣта. Пожалуй, можно усомниться, нужно ли вообще отвѣчать на этотъ вопросъ; естествоиспытателю, въ противоположность философу, достаточно показать, что отличія между этими элементами существуютъ и что существуютъ средства строго классифицировать ихъ. Естествоиспытатель охотно ограничивается этимъ; а еслибы онъ захотѣлъ пойти и дальше, то линія, за которой онъ уже не получитъ отвѣта, можетъ быть, отодвинется, но никогда не исчезнетъ окончательно. Однако, заманчиво испытать и это: можетъ быть, намъ удастся вопросъ о качественныхъ различіяхъ вещества формулировать количественно, напр. свести его на чисто геометрическій вопросъ формы. Въ аналитической же геометріи всякая задача формы безъ труда выражается количественно. А вмѣстѣ съ тѣмъ поставленный вопросъ формулируется математически точнѣе и упрощается.

Представленія о фактическомъ единствѣ всѣхъ веществъ распространены всюду давно; механика и астрономія постоянно оперируютъ надъ понятіями вѣса и массы, не дѣлая при этомъ никакихъ различій между разными химическими элементами; постулируя такимъ образомъ свойства, общія всѣмъ веществамъ, эти науки неявно допускаютъ идею единства вещества.

Атомы химиковъ являются наименьшими частицами вещества, какія только существуютъ самостоятельно и какія могутъ вступать въ соединенія съ другими атомами. Это не мѣшаетъ тому, чтобы сами они состояли изъ еще меньшихъ частицъ, получить которыя отдѣльно мы, однако, не можемъ. Въ самое послѣднее время, какъ полагаютъ, и здѣсь сдѣланъ шагъ впередъ: можно думать, что подъ дѣйствіемъ электрическихъ силъ въ такъ называемыхъ Гейслеровыхъ, Круксовыхъ или Гитторфовыхъ трубкахъ дѣйствительно происходитъ расщепленіе атомовъ, что такъ называемые катодные лучи не что иное, какъ пути раздробленныхъ молекулъ. А опыты съ загадочнымъ радіемъ, повидимому, приводятъ къ тому, что эти суб-атомы перегруппировываются такъ, что изъ одного элемента образуется другой—изъ радія образуется гелій. Что бы ни вышло изъ этихъ еще не вполнѣ достовѣрныхъ опытовъ, несомнѣнно то, что эти послѣднія физическія умозрѣнія сильно содѣйствовали новому оживленію и болѣе широкому распространенію идеи о существенномъ единствѣ всего вещества.

Если математикъ пожелаетъ подвергнуть поставленный выше вопросъ разработкѣ своими спеціальными методами, то, первымъ дѣломъ, изъ всего разнообразія химическихъ признаковъ онъ выберетъ такой, который можно выражать количественно и который относится только къ самому атому (не къ группѣ атомовъ, какъ напр. форма кристалла). Каждый элементъ обладаетъ совершенно опредѣленнымъ спектромъ, состоящимъ изъ извѣстнаго числа строго опредѣленныхъ линій, и по этому спектру можно съ увѣренностью узнать элементъ; другими словами, въ газообразномъ и раскаленномъ состояніи (гдѣ атомы движутся свободно, каждый отдѣльно) каждый элементъ (а, значитъ, и каждый отдѣльный атомъ этого элемента) излучаетъ свѣтъ, который при разсматриваніи въ спектроскопъ даетъ не сплошное изображеніе, окрашенное въ различные цвѣта, какое даетъ, напр., свѣтъ солнца, а извѣстное число отдѣльныхъ линій; положеніе этихъ линій можно опредѣлить чрезвычайно точно, и каждая изъ нихъ соотвѣтствуетъ совершенно опредѣленной длинѣ волны свѣтового колебанія, которая точно опредѣляетъ его окраску. Эти длины волнъ суть числа, слѣдовательно, количественныя величины, которыми должны вполнѣ опредѣляться всѣ качественныя свойства даннаго элемента.

Изъ этихъ чиселъ и будетъ исходить математикъ. Передъ нимъ стоитъ теперь такая задача: въ совершенно пустомъ пространствѣ, заполненномъ только свѣтовымъ эфиромъ, носится матеріальная частица, изъ которой исходитъ рядъ колебаній, каждое съ точно опредѣленной длиной волны; эти колебанія распространяются по всѣмъ направленіямъ и ощущаются зрѣніемъ, какъ свѣтъ опредѣленной окраски; какими свойствами должна обладать сама частица, чтобы давать свѣтовыя колебанія только съ этими опредѣленными длинами волнъ или группами волнъ и не давать никакихъ другихъ? Математическому изслѣдованію въ качествѣ такихъ свойствъ могутъ подлежать только форма частицы и распредѣленіе вещества внутри ея, т. е. плотность и упругость этого вещества. Но для осуществленія такого изслѣдованія постановка вопроса должна быть обратная: дана вещественная частица опредѣленной формы, плотности и упругости, свободно носящаяся въ свѣтовомъ эѳирѣ; какого рода будутъ исходящія изъ нея свѣтовыя колебанія, т. е. какія длины волнъ будутъ имѣть, такъ сказать, ея характеристическія колебанія (Eigenschwingungen)?

При такой постановкѣ вопроса дѣло сводится къ совершенно опредѣленной математической задачѣ изъ теоріи дифференціальныхъ уравненій въ частныхъ производныхъ: вещество внутри частицы приводится въ колебательное движеніе (напр., вслѣдствіе столкновеній съ другими частицами); эти колебанія передаются въ окружающій свѣтовой эѳиръ сквозь поверхность частицы, причемъ эта поверхность нигдѣ не нарушаетъ непрерывности волны; этимъ математически опредѣляется иногда конечное, иногда безконечно-большое число возможныхъ длинъ волны, которымъ отвѣчаетъ столько же отдѣльныхъ и совершенно опредѣленныхъ линій въ спектрѣ.

Теперь нужно только измѣнять плотность, упругость, форму и величину частицъ и осмотрѣть, не придемъ ли мы этимъ путемъ къ законамъ распредѣленія спектральныхъ линій извѣстныхъ элементовъ, установленнымъ экспериментально. Эта математическая задача, однако, настолько сложна, что болѣе точной обработкѣ поддается только ограниченное число частныхъ случаевъ, да и здѣсь уравненія до такой степени сложны, что въ большинствѣ случаевъ приходится довольствоваться только такимъ общимъ разборомъ найденныхъ математическихъ рѣшеній, который даетъ лишь общій типъ законовъ распредѣленія спектральныхъ линій. Съ другой стороны, однако, многіе элементы вполнѣ удовлетворительно характеризуются уже и этимъ типомъ.

Наиболѣе простымъ случаемъ является слѣдующій: разсматриваемый атомъ имѣетъ форму шара и равномѣрно заполненъ веществомъ извѣстной плотности и упругости; какія свѣтовыя волны будетъ давать этотъ шаръ? Здѣсь провести вычисленія удается довольно далеко; найденныя спектральныя линіи распредѣляются въ спектрѣ на самомъ дѣлѣ по такому простому закону, какого на опытѣ не далъ до сихъ поръ ни одинъ элементъ. Такимъ образомъ, хотя во многихъ задачахъ математической физики достаточно принимать атомы за шарообразные (особенно въ большей части задачъ кинетической теоріи газовъ), но едва ли существуютъ атомы совершенно точной шарообразной формы.

Однако, формулы для шара даютъ намъ результатъ, приложимый на практикѣ. Именно, для двухъ шаровъ, состоящихъ изъ вещества одинаковой плотности и упругости, но отличающихся величиною, получается слѣдующій законъ: если извѣстны спектральныя линіи свѣта, излучаемаго однимъ изъ шаровъ, то спектральныя линіи другого шара можно найти, умноживъ длину волны каждой извѣстной линіи перваго шара на отношеніе радіусовъ этихъ шаровъ. Если же эти шары имѣютъ одинаковую плотность, то отношеніе ихъ радіусовъ равно кубическому корню изъ отношенія вѣсовъ этихъ шаровъ, т. е. атомныхъ вѣсовъ тѣхъ элементовъ, атомы которыхъ представляютъ собой эти шары. Въ этой формѣ нашъ законъ получаетъ совершенно общее значеніе: если два атома имѣютъ одинаковую форму, одинаковую плотность и одинаковую упругость, если они такимъ образомъ подобны другъ другу и различаются только величиною, то длины волнъ спектральныхъ линій этихъ атомовъ относятся между собою, какъ кубическіе корни изъ ихъ атомныхъ вѣсовъ. При помощи этого закона, по линіямъ одного элемента можно найти линіи другого.

Этотъ законъ не трудно провѣрить на опытѣ; нужно только для этой цѣли сравнить существующія хорошія таблицы спектральныхъ линій различныхъ элементовъ. Въ результатѣ получается, что спектры слѣдующихъ группъ металловъ частью хорошо, а частью приближенно удовлетворяютъ этому закону:

1) цинкъ, кадмій и ртуть.

2) магній, кальцій, барій и стронцій.

3) серебро, мѣдь и золото.

Элементы этихъ группъ сходны по своимъ химическимъ свойствамъ. Поэтому естественно предположить и относительно атомовъ элементовъ каждой группы, что они сходны другъ съ другомъ. Слѣдуетъ замѣтить, однако, что сходство химическихъ свойствъ вообще не позволяетъ еще заключить о сходствѣ въ формѣ атомовъ. Доказательствомъ могутъ служить щелочные металлы (литій, натрій, калій, цезій, рубидій): спектральныя линіи этихъ сходныхъ элементовъ совершенно не подчиняются упомянутому закону. Чѣмъ же обусловлено это различіе, чѣмъ обусловлено различіе между упомянутыми тремя группами? Одно изъ двухъ: либо эти атомы построены изъ различныхъ веществъ, либо различны ихъ формы.

Мы остановимся на предположеніи, что вещество во всѣхъ нихъ однородно, и будемъ мѣнять форму. Вмѣсто шара возьмемъ сначала вытянутый (т. е. приблизительно яйцеобразный) эллипсоидъ вращенія, который можно получить, вращая какой-нибудь эллипсъ вокругъ его большой оси. Математическая теорія указываетъ, что спектральныя линіи такого свѣтящагося эллипсоида опредѣляются тремя числовыми величинами и что, слѣдовательно, ихъ можно соединять въ группы по тремъ различнымъ категоріямъ. Эти числа являются корнями нѣкоторыхъ трансцендентныхъ уравненій; ихъ можно вычислить при помощи длинъ осей эллипсоида, его плотности и упругости; впрочемъ, нужно замѣтить, что практически это вычисленіе едва ли выполнимо.

Первое изъ этихъ трехъ чиселъ опредѣляетъ группу связанныхъ другъ съ другомъ линій, такъ называемую серію линій;

http://vofem.ru

различнымъ возможнымъ значеніямъ перваго числа отвѣчаетъ извѣстный рядъ такихъ серій. Второе число опредѣляетъ подгруппу линій въ каждой серіи, и, наконецъ, третье число въ каждой подгруппѣ опредѣляетъ отдѣльную линію. Та форма, въ которой это третье число входитъ въ вычисленія, указываетъ намъ дальше, что величины, обратныя длинамъ волнъ для отдѣльныхъ линій указанныхъ подгруппъ, отличаются между собою на постоянныя величины, т. е. на величины, которыя зависятъ отъ природы даннаго эллипсоида. Это даетъ характерный типъ распредѣленія линій, хорошо извѣстный намъ изъ каталоговъ спектральныхъ линій и встрѣчающійся у упомянутыхъ щелочныхъ металловъ. Рюдбергъ, Кайзеръ и Рунге вывели для нихъ изъ наблюденій извѣстныя закономѣрности, которыя въ существенномъ совпадаютъ съ тѣмъ, что было только что указано для спектра удлиненнаго эллипсоида вращенія, при чемъ формулы, полученныя изъ опытовъ, по типу согласуются съ тѣми, которыя даетъ математическая теорія. Послѣднія получаются путемъ выраженія интеграловъ линейныхъ дифференціальныхъ уравненій при помощи полусходящихся рядовъ. Дѣйствительное исчисленіе всѣхъ ихъ особенностей пока остается невыполнимымъ вслѣдствіе сложности формулъ.

Итакъ, дѣлая обратное заключеніе, мы можемъ считать, что атомы щелочныхъ металловъ (Li, Na, K, Cs, Rh) имѣютъ форму удлиненныхъ эллипсоидовъ вращенія; для каждаго отдѣльнаго элемента длины осей этихъ эллипсоидовъ совершенно опредѣленны; эллипсоиды различныхъ элементовъ этой группы между собою несходны. [1])

(Продолженіе слѣдуетъ).

[1]) Математическій выводъ упоминаемыхъ здѣсь и далѣе результатовъ данъ въ двухъ статьяхъ, напечатанныхъ мною въ извѣстіяхъ Баварской академіи наукъ за 1901 и 1903 годы. Выводъ болѣе точныхъ формулъ при помощи полусходящихся рядовъ, а также изученіе колебаній колецъ и дисковъ будетъ данъ въ имѣющемъ появиться продолженіи указанныхъ выше статей.

http://vofem.ru

О ЧЕВІАНАХЪ,

пересѣкающихся въ одной точкѣ треугольника.

Дм. Ефремова (Иван.-Возн.).

*(Окончаніе *).*

21. **Теорема IV.** *Если AA' и AA'' суть изотомическія чевіаны тр-ка ABC, то*

$$A'A''(b^2-c^2)=a(\overline{AA'}^2-\overline{AA''}^2).$$

Дѣйствительно, такъ какъ по теоремѣ *Stewart*'а

$$b^2 BA'+c^2 CA'=\overline{AA'}^2.a+aBA'.CA'$$

и

$$b^2 BA''+c^2 CA''=\overline{AA''}^2.a+aBA''.CA'',$$

по условію же теоремы

$$BA'=CA'' \text{ и } CA'=BA'',$$

вслѣдствіе чего

$$BA'.CA'=BA''.CA'',$$

то, вычитая второе равенство изъ перваго, и принимая во вниманіе, что (фиг. 3)

$$BA'-BA''=CA''-CA'=A'A'',$$

находимъ, что

$$A'A''(b^2-c^2)=a(\overline{AA'}^2-\overline{AA''}^2).$$

Представивъ это равенство въ видѣ

$$\frac{\overline{AA'}^2-\overline{AA''}^2}{A'A''}=\frac{b^2-c^2}{a},$$

можно выразить эту теорему еще слѣдующимъ образомъ: *отношеніе разности квадратовъ изотомическихъ чевіанъ тр-ка къ разстоянію между ихъ основаніями равно отношенію разности квадратовъ прилежащихъ къ нимъ сторонъ тр-ка къ третьей сторонѣ его.*

22. Эта теорема даетъ возможность вычислить длину одной изъ двухъ *изотомическихъ* чевіанъ, когда другая извѣстна, подобно тому, какъ по теоремѣ *Штейнера* [1]), опредѣляется одна изъ двухъ *изогональныхъ* чевіанъ по заданной другой.

Напр., если $AA'=l_1$ и AA'' суть внутренняя биссектриса и

---

[1]) См. „Нов. геом.“ Дм. Ефремовъ (V, 15).

*) См. № 422 „Вѣстника“.

http://vofem.ru

антибиссектриса тр-ка, то (фиг. 4)

$$BA' = CA'' = \frac{ac}{b+c}$$

и

$$CA' = BA'' = \frac{ab}{b+c};$$

поэтому

$$A'A'' = BA'' - BA' = \frac{a(b-c)}{b+c},$$

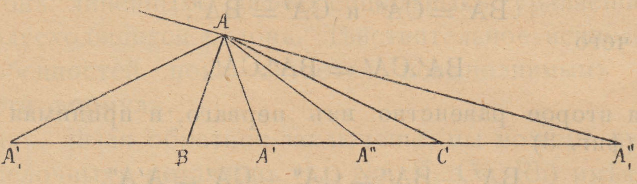
откуда

$$\overline{AA''}^2 - l_1^2 = \frac{b^2-c^2}{a} \cdot \frac{a(b-c)}{b+c} = (b-c)^2,$$

откуда

$$\overline{AA''}^2 = l_1^2 + (b-c)^2 = bc - \frac{a^2bc}{(b+c)^2} + (b-c)^2 =$$

$$= b^2 - bc + c^2 - \frac{a^2bc}{(b+c)^2}.$$



Фиг. 4.

23. Для внѣшнихъ биссектрисы $AA'_1 = l'_1$ и антибиссектрисы AA''_1 (фиг. 4)

$$BA'_1 = CA''_1 = \frac{ac}{b-c}$$

и

$$CA'_1 = BA''_1 = \frac{ab}{b-c};$$

поэтому

$$A'_1A''_1 = BA'_1 + BA''_1 = \frac{a(b+c)}{b-c};$$

слѣдовательно,

$$\overline{AA''_1}^2 - l'^2_1 = \frac{b^2-c^2}{a} \cdot \frac{a(b+c)}{b-c} = (b+c)^2,$$

откуда

$$\overline{AA''_1}^2 = l'^2_1 + (b+c)^2 = -bc + \frac{a^2bc}{(b-c)^2} + (b+c)^2 =$$

$$= b^2 + bc + c^2 + \frac{a^2bc}{(b-c)^2}.$$

http://vofem.ru

24. Положимъ еще, что разсматриваемыя изотомическія чевіаны $A\alpha$ и $A\alpha_1$ проходятъ чрезъ соотвѣтственныя точки *Жергона* Г и *Нагеля* N (фиг. 2).

Для этого случая

$$B\alpha = C\alpha_1 = p - b, \quad C\alpha = B\alpha_1 = p - c$$

и

$$\alpha\alpha_1 = b - c;$$

поэтому

$$\overline{A\alpha_1}^2 - \overline{A\alpha}^2 = \frac{(b^2 - c^2)(b - c)}{a},$$

откуда

$$\overline{A\alpha_1}^2 = \overline{A\alpha}^2 + \frac{(b^2 - c^2)(b - c)}{a} =$$

$$= \frac{b^2(p - c) + c^2(p - b)}{a} - (p - b)(p - c).$$

25. Перейдемъ теперь къ теоремамъ, лежащимъ въ основаніи особаго метода вычисленія *степени* точки относительно окружности, описанной около тр-ка. Какъ извѣстно, *степенью* какой-нибудь точки M относительно окружности радіуса R называется разность $d^2 - R^2$, гдѣ $d = OM$ есть разстояніе точки отъ центра окружности. Изъ этого слѣдуетъ, что если какая нибудь прямая, проведенная чрезъ точку M, пересѣкаетъ окружность въ точкахъ A и B, то *степень* точки M относительно этой окружности будетъ

$$d^2 - R^2 = \mp MA.MB,$$

при чемъ во второй части этого равенства при $d < R$ удерживается знакъ $-$, а при $d > R$ — знакъ $+$.

Теорема V. *Если чевіана AA' тр-ка ABC проходитъ чрезъ точку M, то степень этой точки относительно окружности, описанной около тр-ка, выражается формулой*

$$\overline{AM}^2 - \frac{AM}{a.AA'}(b^2.BA' + c^2.CA').$$

Пусть прямая AA' пересѣкается съ окружностью ABC въ точкѣ D (фиг. 5). Если точка M находится внутри этой окружности, то, обозначивъ степень ея относительно той же окружности чрезъ P, получимъ

$$P = -AM.MD =$$

$$= -AM(AD - AM) = \overline{AM}^2 - AM.AD.$$

Такъ какъ

$$AD = AA' + A'D$$

и

$$AA'.A'D = BA'.CA',$$

http://vofem.ru

такъ что

$$A'D = \frac{BA'.CA'}{AA'},$$

то

$$AD = AA' + \frac{BA'.CA'}{AA'};$$

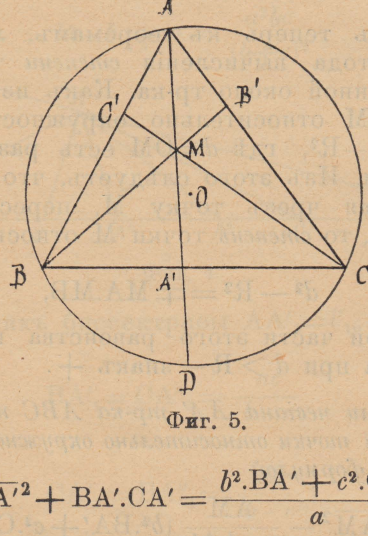
поэтому

$$P = \overline{AM}^2 - AM.\left(AA' + \frac{BA'.CA'}{AA'}\right) =$$

$$= \overline{AM}^2 - \frac{AM}{AA'}(\overline{AA'}^2 + BA'.CA').$$

Но, по теоремѣ *Stewart*'а (IV),

$$b^2.BA' + c^2.CA' = \overline{AA'}^2.a + a.BA'.CA',$$



Фиг. 5.

или

$$\overline{AA'}^2 + BA'.CA' = \frac{b^2.BA' + c^2.CA'}{a};$$

слѣдовательно,

$$P = \overline{AM}^2 - \frac{AM}{a\,AA'}(b^2.BA' + c^2.CA'),$$

что и требовалось доказать.

Проведя чрезъ M чевіаны BB′ и CC′ и примѣняя къ нимъ доказанную теорему, получимъ

$$P = \overline{AM}^2 - \frac{AM}{aAA'}(b^2.BA' + c^2.CA') =$$

$$= \overline{BM}^2 - \frac{BM}{bBB'}(c^2.CB' + a^2.AB') =$$

http://vofem.ru

$$=\overline{CM}^2-\frac{CM}{c.CC'}(a^2.AC'+b^2.BC').$$

Если руководствоваться замѣчаніемъ къ теоремѣ I относительно знаковъ при отрѣзкахъ AM, BM, CM и BA′, CA′, ..., то формулы эти остаются справедливыми при какомъ угодно положеніи точки M относительно тр-ка и описанной окружности. Въ этомъ можно убѣдиться, слѣдуя тому же плану доказательства въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ.

26. Изъ послѣдней теоремы, какъ слѣдствіе, получается слѣдующая *теорема De Puydt'*а. *)

Теорема VI. *Если чевіаны AA′, BB′, CC′ тр-ка ABC пересѣкаются въ одной точкѣ M, то степень P этой точки относительно описанной окружности опредѣляется изъ формулы*

$$3P=\overline{AM}^2+\overline{BM}^2+\overline{CM}^2-\left(a^2\frac{AM}{AA'}+b^2\frac{BM}{BB'}+c^2\frac{CM}{CC'}\right);$$

Доказательство основано на преобразованіи предыдущихъ формулъ. Такъ какъ (3)

$$\frac{AM}{AA'}=1-\frac{MA'}{AA'}=1-\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{\Delta-\Delta_1}{\Delta}$$

и

$$\frac{CA'}{BA'}=\frac{\Delta_2}{\Delta_3},$$

такъ что

$$\frac{a}{BA'}=\frac{CA'+BA'}{BA'}=\frac{\Delta_2+\Delta_3}{\Delta_3},$$

то

$$\frac{AM}{AA'}=\frac{\Delta_2+\Delta_3}{\Delta},$$

$$\frac{CA'}{a}=\frac{\Delta_2}{\Delta_2+\Delta_3}\ \text{ и }\ \frac{BA'}{a}\,\frac{\Delta_3}{\Delta_2+\Delta_3};$$

поэтому

$$\frac{AM}{a.AA'}(b^2.BA'+c^2.CA')=\frac{\Delta_2+\Delta_3}{\Delta}\left(b^2\frac{\Delta_3}{\Delta_2+\Delta_3}+c^2\frac{\Delta_2}{\Delta_2+\Delta_3}\right)=$$

$$=b^2\frac{\Delta_3}{\Delta}+c^2\frac{\Delta_2}{\Delta}=b^2\cdot\frac{MC'}{CC'}+c^2\frac{MB'}{BB'}$$

и формулы предыдущей теоремы принимаютъ видъ

$$P=\overline{AM}^2-\left(b^2\cdot\frac{MC'}{CC'}+c^2\cdot\frac{MB'}{BB'}\right)=$$

*) Теорема эта, предложенная *Puydt'*омъ въ видѣ задачи, была доказана г. *Abramescu* съ помощью *барицентрическихъ координатъ*. (*Mathesis*. 1906. № 1, p. 36).

http://vofem.ru

$$= \overline{BM}^2 - \left(c^2 \cdot \frac{MA'}{AA'} + a^2 \cdot \frac{MC'}{CC'}\right) =$$

$$= \overline{CM}^2 - \left(a^2 \cdot \frac{MB'}{BB'} + b^2 \cdot \frac{MA'}{AA'}\right).$$

Изъ этихъ равенствъ чрезъ сложеніе находимъ, что

$$3P = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 + \overline{CM}^2 -$$

$$- a^2\left(\frac{MB'}{BB'} + \frac{MC'}{CC'}\right) - b^2\left(\frac{MC'}{CC'} + \frac{MA'}{AA'}\right) - c^2\left(\frac{MA'}{AA'} + \frac{MB'}{BB'}\right);$$

но (2)

$$\frac{MA'}{AA'} + \frac{MB'}{BB'} + \frac{MC'}{CC'} = 1;$$

поэтому

$$\frac{MB'}{BB'} + \frac{MC'}{CC'} = 1 - \frac{MA'}{AA'} = \frac{MA}{AA'},$$

$$\frac{MC'}{CC'} + \frac{MA'}{AA'} = 1 - \frac{MB'}{BB'} = \frac{MB}{BB'},$$

$$\frac{MA'}{AA'} + \frac{MB'}{BB'} = 1 - \frac{MC'}{CC'} = \frac{MC}{CC'};$$

слѣдовательно,

$$3P = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 + \overline{CM}^2 - \left(a^2 \frac{MA}{AA'} + b^2 \frac{MB}{BB'} + c^2 \frac{MC}{CC'}\right),$$

что и требовалось доказать.

Здѣсь опять слѣдуетъ не упускать изъ виду, что при доказательствѣ теоремы отрѣзки MA′, MB′, MC′ считаются отрицательными, когда они суть продолженія чевіанъ за точки A′, B′, C′; въ окончательномъ же результатѣ считаются отрицательными отрѣзки AM, BM, CM, когда они суть продолженія тѣхъ же чевіанъ за точки A, B, C.

27. Послѣднія двѣ теоремы, давая способъ вычисленія степени точки въ плоскости тр-ка относительно описаннаго круга, тѣмъ самымъ даютъ способъ опредѣленія разстоянія отъ разсматриваемой точки до центра этого круга, ибо изъ формулы, опредѣляющей степень

$$P = d^2 - R^2 = \overline{MO}^2 - R^2,$$

слѣдуетъ, что

$$\overline{MO}^2 = P + R^2.$$

Положимъ, напр., что точка M находится на внутренней биссектрисѣ тр-ка AA′; въ этомъ случаѣ

$$BA' = \frac{ac}{b+c},\ CA' = \frac{ab}{b+c}$$

и потому (теор. V)

$$P = \overline{AM}^2 - \frac{AM}{a.AA'}\left(\frac{ab^2c + abc^2}{b+c}\right) = \overline{AM}^2 - \frac{AM}{AA'}\,bc.$$

Если точка M совпадаетъ съ основанiемъ A′ биссектрисы, то

$$\frac{AM}{AA'} = 1 \text{ и } \overline{AM}^2 = l_1{}^2 = bc - \frac{a^2bc}{(b+c)^2};$$

поэтому для точки A′

$$P = l_1{}^2 - bc = -\frac{a^2bc}{(b+c)^2},$$

откуда

$$\overline{A'O}^2 = R^2 - \frac{a^2bc}{(b+c)^2}.$$

Если точка M совпадаетъ съ центромъ вписаннаго круга I, то (18)

$$\overline{AM}^2 = \overline{AI}^2 = bc\,\frac{p-a}{p}$$

и

$$\frac{AM}{AA'} = \frac{AI}{AA'} = 1 - \frac{IA'}{AA'} = 1 - \frac{a}{2p} = \frac{b+c}{2p};$$

поэтому для точки I

$$P = bc\,\frac{p-a}{p} - bc\,\frac{b+c}{2p} = -\frac{abc}{2p} = -2Rr;$$

отсюда получаемъ извѣстную формулу *Эйлера*

$$\overline{IO}^2 = R^2 - 2Rr = R(R-2r).$$

Предположивъ, что точка M совпадаетъ съ центромъ внѣвписаннаго круга I_1, такимъ же образомъ найдемъ, что

$$P = 2Rr_1 \text{ и } \overline{I_1O}^2 = R(R+2r_1).$$

28. Пусть точка M находится на внутренней антибиссектрисѣ AA″ тр-ка ABC. Такъ какъ при этомъ

$$BA'' = \frac{ab}{b+c} \text{ и } CA'' = \frac{ac}{b+c},$$

то

$$P = \overline{AM}^2 - \frac{AM}{a.AA''}\cdot\frac{a}{b+c}(b^3+c^3) =$$

$$= \overline{AM}^2 - \frac{AM}{AA''}(b^2 - bc + c^2).$$

При совпаденiи точки M съ центромъ внутреннихъ антибиссектрисъ I′ (22, 12)

$$\overline{AA''}^2 = b^2 - bc + c^2 - \frac{a^2bc}{(b+c)^2} =$$

$$= \frac{(b^2-bc+c^2)(b+c)^2 - a^2bc}{(b+c)^2}$$

и

$$\frac{AM}{AA''} = \frac{AI'}{AA''} = 1 - \frac{I'A''}{AA''} = 1 - \frac{bc}{ab+bc+ca} =$$

$$= \frac{a(b+c)}{ab+bc+ca},$$

откуда

$$\overline{AI'}^2 = a^2 \frac{(b^2-bc+c^2)(b+c)^2 - a^2bc}{(ab+bc+ca)^2};$$

подставивъ эти выраженія въ формулу для P, найдемъ, что для точки I′

$$P = -\frac{b^3+c^3-a^3}{(ab+bc+ca)^2} \cdot abc$$

и

$$\overline{I'O}^2 = R^2 - \frac{b^3+c^3-a^3}{(ab+bc+ca)^2} \cdot abc.$$

29. Такъ какъ

$$B\alpha = p - b \quad \text{и} \quad C\alpha = p - c,$$

то для точекъ, лежащихъ на чевіанѣ $A\alpha$, проходящей чрезъ точку *Жергона*,

$$P = \overline{AM}^2 - \frac{AM}{a.A\alpha}[b^2(p-b) + c^2(p-c)],$$

гдѣ (20)

$$\overline{A\alpha}^2 = \frac{b^2(p-b) + c^2(p-c) - a(p-b)(p-c)}{a}.$$

Положивъ здѣсь $AM = A\alpha$, находимъ, что для точки α (точки касанія стороны тр-ка BC и вписанной въ него окружности I)

$$P = -(p-b)(p-c)$$

и

$$\overline{\alpha O}^2 = R^2 - (p-b)(p-c).$$

Если точка M совпадаетъ съ точкою *Жергона* Г, то (14)

$$\frac{A\Gamma}{\Gamma\alpha} = \frac{a(p-a)}{(p-b)(p-c)}$$

и

$$\frac{A\alpha}{\Gamma\alpha} = \frac{A\Gamma}{\Gamma\alpha} + 1 = \frac{a(p-a)}{(p-b)(p-c)} + 1 =$$

http://vofem.ru

$$=\frac{a(p-a)+(p-b)(p-c)}{(p-b)(p-c)};$$

потому

$$\frac{\mathrm{AM}}{\mathrm{A}\alpha}=\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{A}\alpha}=\frac{a(p-a)}{a(p-a)+(p-b)(p-c)}$$

и

$$\overline{\mathrm{AM}}^2=\overline{\mathrm{A\Gamma}}^2=\frac{a^2(p-a)^2}{[a(p-a)+(p-b)(p-c)]^2}\,\overline{\mathrm{A}\alpha}^2.$$

Подставивъ эти выраженія въ формулу для P, при помощи равенствъ *)

$$a(p-a)+(p-b)(p-c)=r(4\mathrm{R}+r)$$

и

$$a\,(p-a)+b^2(p-b)+c^2(p-c)=4\triangle(\mathrm{R}+r),$$

найдемъ, что для точки *Жергона* Γ

$$\mathrm{P}=-4\triangle p\,\frac{\mathrm{R}+r}{(4\mathrm{R}+r)^2},$$

а потому

$$\Gamma\mathrm{O}^2=\mathrm{R}^2-4\triangle p\,\frac{\mathrm{R}+r}{(4\mathrm{R}+r)^2}.$$

30. Для точки *Нагеля* N, лежащей на чевіанѣ $\mathrm{A}\alpha_1$

$$\mathrm{B}\alpha_1=p-c,\quad \mathrm{C}\alpha_1=p-b$$

и потому

$$\mathrm{P}=\overline{\mathrm{AN}}^2-\frac{\mathrm{AN}}{a.\mathrm{A}\alpha_1}\,[b^2(p-c)+c^2(p-b)].$$

Такъ какъ

$$\frac{\mathrm{AN}}{\mathrm{A}\alpha_1}=\frac{a}{p}$$

и (24)

$$\overline{\mathrm{A}\alpha_1}^2=\frac{b^2(p-c)+c^2(p-b)-a(p-b)(p-c)}{a},$$

то

$$\overline{\mathrm{AN}}^2=\frac{a[b^2(p-c)+c^2(p-b)-a(p-b)(p-c)]}{p^2};$$

подставивъ эти выраженія въ формулу для P, получимъ

$$\mathrm{P}=-\frac{a^2(p-b)(p-c)+b^2(p-c)(p-a)+c^2(p-a)(p-b)}{p^2}=$$

$$=-r^2\left(\frac{a^2}{r_2r_3}+\frac{b^2}{r_3r_1}+\frac{c^2}{r_1r_2}\right)=$$

$$=-r^2\,\frac{a^2r_1+b^2r_2+c^2r_3}{r_1r_2r_3};$$

*) *Alasia.* La recente geometria. 1900. p. 313, 314.

http://vofem.ru

но *)

$$a^2r_1+b^2r_2+c^2r_3=4p^2(R-r);$$

поэтому для точки *Нагеля* N

$$P=-\frac{4p^2r^2(R-r)}{r_1r_2r_3}=-4R(R-r)$$

и

$$\overline{NO}^2=R^2-4r(R-r)=(R-2r)^2,$$

т. е.

$$NO=R-2r.$$

31. Замѣтимъ еще въ заключеніе, что знаніе *степени* точки относительно окружности, описанной около тр-ка, даетъ возможность вычислить площадь *подарнаго* тр-ка этой точки относительно главнаго тр-ка. Ибо, если обозначить чрезъ $\triangle(M)$ площадь подарнаго тр-ка точки M относительно тр-ка ABC, а чрезъ (P) абсолютную величину степени этой точки относительно описанной окружности, то

$$\frac{\triangle(M)}{\triangle}=\frac{(P)}{4R^2},$$

гдѣ $\triangle$—площадь тр-ка ABC, а R—радіусъ описаннаго круга **). Напр., для центра вписаннаго круга I

$$\triangle(I)=\text{пл.}\,\alpha\beta\gamma \text{ и } (P)=2Rr;$$

поэтому

$$\text{пл.}\,\alpha\beta\gamma=\frac{r}{2R}\cdot\triangle.$$

Для центра внѣ-вписаннаго круга I_1

$$\triangle(I_1)=\text{пл.}\,\alpha_1\beta_1\gamma_1 \text{ и } (P)=2Rr_1;$$

поэтому

$$\text{пл.}\,\alpha_1\beta_1\gamma_1=\frac{r_1}{2R}\triangle.$$

Пользуясь вышенайденными выраженіями (29, 30) для степеней точки *Жергона* (Γ) и *Нагеля* (N), изъ той же пропорціи находимъ, что

$$\triangle(\Gamma)=\frac{p(R+r)}{R^2(4R+r)^2}\triangle^2,$$

$$\triangle(N)=\frac{R-r}{R}\triangle.$$

Эти формулы приводятся здѣсь какъ примѣры множества другихъ подобныхъ имъ, получающихся тѣмъ же способомъ.

*) Ib. p. 313.

**) „Нов. Геом.“ Дм. Ефремовъ. VIII, 11.

http://vofem.ru

Батареи высокаго напряженія для электростатическихъ измѣреній.

Н. Малова.

Для заряженія электрометровъ, электроскоповъ часто бываетъ необходимо имѣть батарею постояннаго, вполнѣ опредѣленнаго напряженія. Сухой столбикъ Замбони не вполнѣ удовлетворяетъ этому требованію, такъ какъ дѣйствіе его значительно измѣняется въ зависимости отъ температуры и гигрометрическаго состоянія воздуха. Батареи изъ аккумуляторовъ или обыкновенныхъ сухихъ элементовъ довольно дороги и, кромѣ того, обладаютъ значительнымъ вѣсомъ, что служитъ препятствіемъ къ употребленію ихъ во многихъ случаяхъ, какъ напримѣръ, при изслѣдованіи атмосфернаго электричества въ воздушныхъ шарахъ. Въ виду этого являлась потребность въ батареѣ, которая обладала бы значительнымъ постояннымъ напряженіемъ и, кромѣ того, была бы легка. Такимъ условіямъ удовлетворяютъ двѣ батареи: г. Крюгера (Physik. Zeitschr. 7 стр. 182) и г. Гервега (Phys. Zeitschr. 7 стр. 663), описаніе которыхъ и составляетъ предметъ этой статьи.

Батарея Крюгера состоитъ изъ 100 малыхъ элементовъ, типа нормальнаго элемента Вестона. Берется стеклянная трубочка, вышиной въ нѣсколько сантиметровъ, шириною 5 мм. Впаянная въ нижнюю часть трубочки платиновая проволока соприкасается съ амальгамой кадмія, покрывающей дно трубки. Съ верху амальгамы находится мелкій порошокъ сѣрнокислаго кадмія, а надъ нимъ слой ваты, пропитанной насыщеннымъ растворомъ сѣрнокислаго кадмія. Надъ ватой—паста изъ сѣрнокислой ртути, а въ ней нѣсколько капель чистой ртути, куда и погружается вторая платиновая проволока. Каждый такой элементъ заливается такъ называемымъ морскимъ клеемъ. Напряженіе такого элемента, равное приблизительно 1,02 вольта, не мѣняется отъ температуры. Сто такихъ трубокъ Крюгеръ укрѣпляетъ въ смолѣ, въ ящикѣ, размѣромъ $13\times11\times5$ сантм., и такимъ образомъ располагаетъ батареей, съ напряженіемъ около 102 вольтъ. Вслѣдствіе большого внутренняго сопротивленія, непродолжительное замыканіе на короткую не причиняетъ батареѣ вреда.

Увеличивая сѣченіе трубокъ до 1—2 снт. и уменьшая слой ваты, можно понизить внутреннее сопротивленіе и располагать, по крайней мѣрѣ на короткое время, силой тока, равной 10^{-4} ампера. Размѣры ящика отъ этого увеличатся незначительно: $20\times25\times5$ снт. Такая батарея, изготовляемая фирмой Spindler und Hoyer въ Геттингенѣ, стоитъ только 50 марокъ.

Вторая батарея, построенная Гервегомъ (Herweg), можетъ развить напряженіе до 240 вольтъ. Она также отличается постоянствомъ своего дѣйствія и, кромѣ того, имѣетъ еще тѣ преимуще-

http://fizfen.ru

ства, что легко можетъ быть сдѣлана простымъ мастеромъ, и что стоимость ея не превышаетъ 6—8 марокъ.

Въ плиткѣ парафина, размѣромъ $16 \times 27 \times 2$ снтм., при помощи бурава сдѣлано 336 (14×24) углубленій, діаметромъ $^1/_2$ снт. и глубиной отъ 1 до $1^1/_2$ снтм. Въ эти углубленія погружаются электроды батареи, сдѣланные слѣдующимъ образомъ. Берутся мѣдная и цинковая полоски, шириной каждая до $1^1/_2$ снтм., и спаиваются между собой по длинѣ такъ, чтобы въ мѣстахъ спая каждая полоска находила на другую на 1 мм. Затѣмъ спаянную полосу разрѣзаютъ по линіи, перпенди улярной къ линіи спая, и такимъ образомъ получаютъ мѣдно-цинковую пластинку, шириной не болѣе 2 ммтр. Этимъ пластинкамъ придаютъ форму U и погружаютъ въ углубленія такъ, чтобы мѣдный конецъ находился въ одномъ углубленіи, а цинковый въ другомъ, ближайшемъ. Такимъ образомъ, получается 334 соединенныхъ послѣдовательно мѣдно-цинковыхъ элемента. Къ каждому изъ двухъ свободныхъ концовъ припаивается тонкая мѣдная проволока, соединяемая затѣмъ съ клеммами, укрѣпленными на парафинѣ. Углубленія наполняютъ до $^3/_4$ ихъ объема дестиллированной водой и затѣмъ все заливаютъ расплавленнымъ парафиномъ, нагрѣвъ предварительно поверхность батареи. При заливаніи парафиномъ слѣдуетъ обратить вниманіе на то, чтобы при выходѣ нагрѣтаго воздуха не образовались въ парафинѣ маленькіе канальцы, чрезъ которые впослѣдствіи можетъ испаряться вода. Эти канальцы совершенно уничтожаются при вторичномъ нагрѣваніи и заливаніи парафиномъ.

Приготовленная такимъ образомъ парафиновая плитка помѣщается въ деревянный ящикъ, заливается кипящимъ парафиномъ, и ящикъ закрывается крышкой. Размѣры батареи: $17 \times 28 \times 4^1/_2$ снтм. Такая батарея, по прошествіи нѣсколькихъ дней послѣ ея приготовленія, обладаетъ постояннымъ напряженіемъ до 240 вольтъ.

Изслѣдуя напряженіе батареи при различныхъ температурахъ, Гервегъ нашелъ, что съ измѣненіемъ температуры на 1^0, напряженіе мѣняется на 1,1 вольтъ, что составляетъ 0,5% всего напряженія, которымъ обладаетъ батарея.

Разсматривая вліяніе замыканія батареи на короткую, Гервегъ нашелъ, что оно не причиняетъ вреда батареѣ даже въ томъ случаѣ, если продолжается до четверти часа.

Простота устройства этой батареи и ея низкая цѣна, не превосходящая, какъ было указано выше, 6—8 марокъ, дѣлаютъ ее доступной даже самымъ скромнымъ физическимъ кабинетамъ нашихъ среднихъ и низшихъ учебныхъ заведеній.

http://vofem.ru

РЕЦЕНЗІИ.

G. Papelier. *Начала анализа безконечно-малыхъ въ элементарномъ изложеніи.* Перев. съ франц. подъ ред. проф. А. П. Котельникова съ *Историческимъ очеркомъ анализа безконечно-малыхъ* проф. А. В. Васильева. Выпускъ I (70+92 стр.). Казань, 1906 г. Ц. 1 р.

Подъ такимъ названіемъ выходитъ переводъ сочиненія проф. Орлеанскаго лицея G. Papelier „*Précis d'algèbre et de trigonométrie*" (Paris, 1903), сочиненія, предназначеннаго къ употребленію въ спеціально-математическихъ классахъ французскихъ среднихъ учебныхъ заведеній. Изъ двухъ выпусковъ, на которые предположено раздѣлить русское изданіе, вышелъ пока только первый, начинающійся статьей заслуж. проф. Казан. Ун. А. В. Васильева „Историческій очеркъ развитія идеи анализа безконечно-малыхъ". Этотъ очеркъ представляетъ цѣнное добавленіе къ сочиненію г-на Papelier и, написанный живымъ выразительнымъ языкомъ, читается съ большимъ интересомъ. Почтенный авторъ раскрываетъ передъ читателемъ всѣ главнѣйшія стадіи развитія столь плодотворной идеи безконечно-малыхъ, знакомя сначала съ ученіями и школами древней Греціи, выдвинувшими методъ „исчерпанія", замѣчательныя приложенія котораго далъ Архимедъ, переходя затѣмъ къ методу „недѣлимыхъ" (эпоха возрожденія), могущество котораго было обнаружено работами Кеплера и Кавальери, къ вопросу о касательныхъ, о maximum'ѣ и о minimum'ѣ (Декартъ, Ферматъ) и завершая наконецъ обстоятельнымъ обзоромъ изслѣдованій Лейбница и Ньютона, появившихся въ знаменитое въ исторіи математики десятилѣтіе (1666—1676) и положившихъ твердое основаніе современному состоянію высшаго анализа. Легкая и доступная форма этого „Историческаго очерка", при глубинѣ содержанія и обиліи матеріала, не оставляетъ желать ничего лучшаго для тѣхъ цѣлей, съ которыми предпринято изданіе.

Вторая половина выпуска отдана переводу „*Précis*", который начинается прямо съ livre II французскаго оригинала, имѣющей предметомъ своимъ элементы анализа безконечно-малыхъ.[1]) Послѣ общихъ свойствъ функцій и ихъ классификаціи, излагаются свойства функцій показательной, логариѳмической, тригонометрическихъ, при чемъ достойна вниманія удачная мысль автора—изложить въ этомъ мѣстѣ теоретическую тригонометрію. Теорія строкъ, которая слѣдуетъ дальше, представляетъ прекрасный образецъ краткости, ясности и въ то же время полноты, достаточной для начальнаго ознакомленія съ основами высшаго анализа. Далѣе идетъ глава о производныхъ и дифференціалахъ; на-

[1]) Livre I содержитъ такіе вопросы (напр. комбинаторный анализъ, формула бинома), которые можно найти во всѣхъ учебникахъ элементарной алгебры, принятыхъ въ нашихъ ср. уч. зав., и потому безъ ущерба могла быть опущена за исключеніемъ теоріи детерминантовъ, отнесенной ко второму выпуску русскаго изданія.

конецъ, послѣдняя глава 1-го выпуска—функціи первообразныя и интегралы—еще не закончена переводомъ.

Конецъ livre II сочиненія г-на Papelier (разложеніе въ строки, неопредѣленныя формы и пр.) войдетъ въ составъ выпуска 2-го. Тамъ же будетъ помѣщена livre III—теорія уравненій, заключающая въ себѣ, между прочимъ, и ученіе о симметрическихъ функціяхъ, о разложеніи въ раціональныя дроби.

Послѣдняя часть „*Précis*"—тригонометрія содержитъ 4 главы: 1) дѣленіе угловъ, 2) двучленное уравненіе, 3) уравненіе 3-й и 4-й степени, 4) основныя формулы сферической тригонометріи. Кромѣ того, для русскаго изданія авторъ прислалъ нѣкоторыя дополненія [1]), которыя, судя по предисловію, будутъ заключать между прочимъ ученіе объ интегрированіи дифференціальныхъ уравненій.

Сочиненіе г-на Papelier не представляетъ собой ученаго трактата, но, написанное опытнымъ педагогомъ, вполнѣ строго и съ глубокимъ знаніемъ дѣла изложившимъ все необходимое для первоначальнаго ознакомленія съ предметомъ, можетъ служить хорошимъ начальнымъ руководствомъ какъ для лицъ, имѣющихъ намѣреніе отдаться спеціальному изученію математики, такъ и для лицъ, которыя въ цѣляхъ самообразованія ищутъ доступнаго изложенія основъ высшаго анализа. Въ настоящее время, когда начала анализа безконечно-малыхъ уже завоевываютъ себѣ право гражданства въ нашихъ реальныхъ училищахъ, русское изданіе „*Précis*", окажется полезнымъ учащимъ и учащимся этихъ заведній.

Сочувственный пріемъ, который встрѣтила книга г. Papelier въ самой Франціи, гдѣ, вообще говоря, не ощущается недостатка въ сочиненіяхъ подобнаго рода, лучше всего свидѣтельствуетъ о ея несомнѣнныхъ достоинствахъ; а что такой пріемъ вполнѣ соотвѣтствуетъ ея внутреннимъ качествамъ, показываетъ слѣдующій отзывъ извѣстнаго профессора Льежскаго Университета J. Neubeg'a (Mathesis, 1904, № 5 p. 113):

„L'ouvrage mérite bien le titre choisi par l'auteur: c'est un excellent *Précis*, qui expose les matières des cours de mathématiques spéciales dans un langage sobre et clair; les notions difficiles (limites, infiniment petits, continuité, convergence, signes des quantités géométriques, etc.) y sont élucidées avec un réel talent, sans longueurs inutiles et fatigantes".

Имя проф. А. П. Котельникова, редактирующаго русское изданіе, служитъ надежной гарантіей въ томъ, что переводъ достойнымъ образомъ воспроизводитъ оригиналъ.

Е. Григорьевъ (Казань).

[1]) Интересно отмѣтить, что самъ г-нъ Papelier знаетъ хорошо русскій языкъ и выступаетъ иногда въ математической литературѣ съ переводами русскихъ сочиненій. См., напр., его переводъ въ *L'Enseignement Mathématique* (1906, № 3) статьи проф. В. Бобынина: „Méthode expérimentale dans la science des nombre et principaux résultats obtenus". Вмѣстѣ съ г. Humbert'омъ г. Papelier редактируетъ журналъ „Revue de Mathématiques Spéciales".

http://vofem.ru

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 789 (4 сер.). Изъ вершинъ вписаннаго въ кругъ четыреугольника опущено четыре пары перпендикуляровъ на его стороны. Доказать что четыре прямыя, соединяющія основанія каждой пары перпендикуляровъ, выходящихъ изъ одной и той же вершины (прямыя Симсона), пересѣкаются въ одной точкѣ.

В. Шлыгинъ (ст. Урюпинская).

№ 790 (4 сер.) Биссектрисы угловъ при основаніи треугольника пересѣкаютъ стороны BC и AB соотвѣтственно въ точкахъ M и N. Произвольно взятыя на дугахъ между сторонами угла ABC и вмѣщающей этотъ уголъ D и D' соединены съ точками A, B и C, причемъ биссектрисы образовавшихся угловъ ADB и BDC, $AD'B$ и $BD'C$ пересѣкаютъ противоположныя стороны AB и BC соотвѣтственно въ точкахъ K и L, K' и L'. Доказать справедливость равенствъ.

В. Захаровъ (Вольскъ).

№ 791 (4 сер.). Русскій эмигрантъ помѣстилъ нѣкоторую сумму рублей во французскій банкъ, платящій 2% годовыхъ и взимающій за размѣнъ иностранныхъ денегъ $\frac{1}{2}\%$ размѣниваемой суммы. Черезъ 3 года вкладчикъ, возвращаясь въ Россію, истребовалъ свой капиталъ и при разсчетѣ получилъ столько же рублей, сколько и внесъ. Въ какомъ отношеніи измѣнился курсъ рубля.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 792 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\left(\frac{x}{a+x}\right)^3+\frac{bx^2}{a+x}+ab+1=0.$$

Е. Григорьевъ (Казань).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 624 (4 сер.). *Дано, что въ треугольникѣ* ABC *двѣ его медіаны перпендикулярны. Доказать, что*

$$s=\frac{2m_a m_b m_c\sqrt{2}}{3\sqrt{m_a^2+m_b^2+m_c^2}}.$$

гдѣ s*—площадь*, m_a, m_b, m_c*—медіаны треугольника.*

Пусть G—точка встрѣчи медіанъ. Предположимъ, что медіаны m_a и m_b перпендикулярны, а потому треугольникъ AGB прямоугольный. Обозна-

http://vofem.ru

чимъ средину стороны AB чрезъ M и опустимъ изъ точекъ C и G перпендикуляры CD и GE на AB. По свойству медіанъ $AG=\frac{2}{3}m_a$, $GM=\frac{1}{3}m_c$. Изъ подобія треугольниковъ MGE и MCD слѣдуетъ, что $\frac{GE}{CD}=\frac{GM}{CM}=$ $=\frac{\frac{1}{3}m_c}{m_c}=\frac{1}{3}$, откуда $GE=\frac{1}{3}CD$. Поэтому площадь ABC втрое болѣе площади прямоугольнаго треугольника AGB. Слѣдовательно

площ. $ACB=s=3$ площ. $AGB=\frac{3AG.BG}{2}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}m_a\cdot\frac{2}{3}m_b=\frac{2}{3}m_am_b$ (1).

Изъ перпендикулярности медіанъ m_a и m_b вытекаетъ, что $m_c^2=m_a^2+m_b^2$ (2).

(Это соотношеніе вытекаетъ изъ равенства $\overline{AG}^2+\overline{BG}^2=\overline{AB}^2$, или $\left(\frac{2}{3}m_a\right)^2+\left(\frac{2}{3}m_b\right)^2=c^2$, въ связи съ извѣстными формулами, выражающими m_a^2, m_b^2, m_c^2 черезъ стороны a, b, c треугольника; см. рѣшеніе задачи № 620 въ № 411 „Вѣстника“). Слѣдовательно (см. (2)) $2m_c^2=m_a^2+m_b^2+m_c^2$, откуда $m_c\sqrt{2}=\sqrt{m_a^2+m_b^2+m_c^2}$, $\frac{m_c\sqrt{2}}{\sqrt{m_a^2+m_b^2+m_c^2}}=1$ (3)). Поэтому (см. (1), (3))

$$s=\frac{2}{3}m_am_b\cdot\frac{m_c\sqrt{2}}{\sqrt{m_a^2+m_b^2+m_c^2}}=\frac{2m_am_bm_c\sqrt{2}}{3\sqrt{m_a^2+m_b^2+m_c^2}}.$$

Н. Плахово (Знаменка); *Д. Колянковскій* (с. Степановка); *Г. Оганянцъ* (Гомадзоръ); *Н. Агрономовъ* (Вологда); *А. Доброгаевъ* (Немировъ); *А. Турчаниновъ* (Брестъ).

№ 629 (4 сер.). *Даны окружность* O *и уголъ* ABC. *Въ извѣстномъ направленіи провести сѣкущую, опредѣляющую въ окружности хорду* xy *и въ углѣ отрѣзокъ* vu *такъ, чтобы отношеніе* xy:vu *было данной величины.*

Предположимъ, что задача рѣшена. Опустимъ изъ центра O данной окружности перпендикуляръ Ot на прямую xy, а изъ точки B перпендикуляръ BD на прямую Ot. Изъ произвольной точки m на сторонѣ AB даннаго угла проведемъ прямую, параллельную BD; пусть она встрѣчаетъ прямыя BC, Ot, Dx соотвѣтственно въ точкахъ n, p, q. Изъ параллельности прямыхъ vy, mp и BD (полагая, что изъ двухъ точекъ u и v точка u лежитъ на BC) находимъ:

$$\frac{mn}{vu}=\frac{Bn}{Bu}=\frac{Dq}{Dx}=\frac{pq}{tx}=\frac{pq}{xy:2}=\frac{2pq}{xy},\text{ откуда}$$

$$pq=\frac{mn\,xy}{2vu}\quad(1).$$

Пусть $xy:vu=\alpha:\beta$, гдѣ α и β, согласно съ условіемъ, суть данные отрѣзки. Тогда (см. (1))

$$pq=\frac{mn.\alpha}{2\beta}\quad(2).$$

Изъ равенства (2) вытекаетъ построеніе по методу подобія (сравн. зад. № 617, условіе которой помѣщено въ № 392, а рѣшеніе въ № 410 „Вѣстника“): проводимъ прямую Ot, перпендикулярную къ заданному направленію

http://vofem.ru

искомой сѣкущей, и опускаемъ изъ B перпендикуляръ BD на прямую Ot; изъ произвольной (но отличной отъ B) точки m на сторонѣ AB даннаго угла опускаемъ перпендикуляръ mp на Ot; пусть n—точка встрѣчи прямой mp съ BC. Построивъ длину $\frac{mn.\alpha}{2\beta}$ (см. (2)), какъ четвертую пропорціональную къ даннымъ прямымъ mn, α и 2β, откладываемъ на прямой pm отрѣзокъ $pq = \frac{mn.\alpha}{2\beta}$ и проводимъ прямую Dq. Пусть x—точка встрѣчи этой прямой съ окружностью; прямая, проведенная черезъ x перпендикулярно къ Ot, есть искомая. Задача имѣетъ два, одно или ни одного рѣшенія смотря по тому, будетъ ли Dq пересѣкать окружность O, касаться ея или вовсе не встрѣчать ея.

Г. Оганянцъ (Эривань); *Н. С.* (Одесса).

№ 665 (4 сер.). *Построить треугольникъ* ABC, *зная разность сторонъ* b—c, *разность высотъ* $h_c - h_b$ *и радіусъ* r *вписаннаго круга.*

Предположимъ, что задача рѣшена. Назовемъ центръ вписаннаго круга черезъ A', точку касанія вписаннаго круга со стороной BC черезъ D, средину стороны BC черезъ M, высоту h_b черезъ BN; кромѣ того, введемъ обозначенія

$$b - c = \delta,\quad h_c - h_b = \gamma \qquad (1).$$

Выражая двойную площадь треугольника двумя способами, имѣемъ $bh_b = ch_c$, откуда $\frac{b}{c} = \frac{h_c}{h_b}$, или, составляя производную пропорцію, (см. (1))

$$\frac{b-c}{h_c-h_b} = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{c}{h_b} = \frac{AB}{BN} \qquad (2).$$

Отложимъ на сторонѣ AB отрѣзокъ $AB'=\delta$ и опустимъ изъ точки B' перпендикуляръ $B'N'$ на прямую AC. Тогда, принимая во вниманіе подобіе треугольниковъ ABN и $AB'N'$, а также равенства (2), получимъ $\frac{AB}{BN} = \frac{AB'}{B'N'} = \frac{\delta}{B'N'} = \frac{\delta}{\gamma}$, откуда $B'N'=\gamma$. Итакъ, построивъ прямоугольный треугольникъ $AB'N'$ по гипотенузѣ $AB'=\delta$ и катету $B'N'=\gamma$, мы получимъ фигуру, подобную треугольнику ABN, а потому уголъ CAB искомаго треугольника можетъ равняться лишь одному изъ двухъ смежныхъ угловъ, образуемыхъ прямыми AN' и AB'; называя меньшій изъ этихъ двухъ угловъ черезъ α и вводя обычное обозначеніе: $\angle CAB = A$, имѣемъ:

$$A = \alpha \text{ или } A = \pi - \alpha \qquad (3)\ ^{*)}.$$

Изъ равенствъ $\angle CA'B = \pi - \frac{B}{2} - \frac{C}{2} = \pi - \frac{\pi - A}{2} = \frac{\pi + A}{2}$ вытекаетъ (см. (3)), что

$$\angle CA'B = \frac{\pi+\alpha}{2} \text{ или } \angle CA'B = \pi - \frac{\alpha}{2} \qquad (4).$$

По извѣстнымъ формуламъ $CD=p-c$, $DB=p-b$, гдѣ p—полупериметръ искомаго треугольника, имѣемъ (см. (1)) $CD-DB=p-c-p+b=b-c=\delta$ (5). Кромѣ того, по условію, $A'D=r$. Итакъ, въ треугольникѣ $CA'B$ извѣстны высота $A'D=r$, уголъ A' при вершинѣ (см. (4)) и разность отрѣзковъ основанія $CD-DB=\delta$ (см. (5)); построеніе треугольника $CA'B$ по этимъ даннымъ можно считать извѣстнымъ [см. зад. № 659 (4 сер.), условіе которой напечатано въ № 399, а рѣшеніе въ № 421 „Вѣстника“]. Дѣйствительно, отложивъ

*) Въ предѣльномъ случаѣ $\delta = \gamma$ и $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

http://vofem.ru

на продолженіи $A'M$ отрѣзокъ $MA''=A'M$, находимъ изъ параллелограмма $CA'BA''$ (см. (4)):

$$\angle A'BA''=\pi-\angle CA'B=\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2} \text{ или же } \angle A'BA''=\frac{\alpha}{2} \quad (6).$$

Кромѣ того (см. (5)) $MD=MB-DB=\frac{CD+DB}{2}-DB=\frac{CD-DB}{2}=\frac{\delta}{2}$ (7).

Изъ равенствъ (6) и (7) вытекаетъ построеніе: по катетамъ $A'D=r$ и (см. (7)) $MD=\frac{\delta}{2}$ строимъ прямоугольный треугольникъ $A'MD$ и откладываемъ на продолженіи гипотенузы $A'M$ отрѣзокъ $MA''=A'M$; построивъ вышеуказаннымъ способомъ уголъ α (см. (3)), описываемъ на отрѣзкѣ $A'A''$ сегменты, вмѣщающіе (см. (6)) углы $\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}$ и $\frac{\alpha}{2}$; продолжаемъ MD до встрѣчи въ точкѣ B съ дугой одного изъ этихъ сегментовъ (такимъ образомъ задача имѣетъ вообще два рѣшенія), описываемъ изъ точки A' радіусомъ $A'D$ окружность и проводимъ къ ней изъ точки C и B касательныя до пересѣченія ихъ въ точкѣ A. Треугольникъ ABC есть искомый (легко видѣть, что вышеупомянутыя касательныя изъ точекъ C и B пересѣкаются со стороны точки A', такъ какъ онѣ образуютъ съ этой стороны съ BC углы, сумма которыхъ равна (см. (4)) $2\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)=\pi-\alpha<\pi$ или $2\cdot\frac{\alpha}{2}=\alpha<\pi\right)$.

С. Конюховъ (Никитовка); *Н. С.* (Одесса).

№ 666 (4 сер.) *Доказать, что если* p *и* 2p+1 *числа простыя и* p $\geqslant$ 5, *то* 4p+1 *число составное.*

Выраженіе $\frac{(2p+2)(2p+1).2p}{1.2.3}=\frac{2p(2p+1)(p+1)}{3}$ (1), представляя собою число сочетаній изъ $2p+2$ по 3, равно числу цѣлому. Такъ какъ p и $2p+1$ суть, согласно съ условіемъ, простыя числа, большія 3, и такъ какъ 2 тоже есть число, взаимно простое съ 3, то (см. (1)) $p+1$ кратно 3, а потому и число $4(p+1)-3=4p+1$ тоже есть число, кратное 3 и, согласно съ условіемъ $p\geqslant 5$, не меньшее 21; слѣдовательно $4p+1$ есть число составное.

Н. Доброгаевъ (Немировъ); *Г. Лебедевъ* (Харьковъ); *Э. Лейнъкъ* (Рига); *А. Турчаниновъ* (Одесса)

Поправка.

Въ статьѣ „о логариѳмахъ Непера".

Въ № 412 на стр. 88 въ строкѣ 5-ой напечатано d_1 $2d_1$ $3d_1$ — возрастающую геометрическую, а должно быть

d_1 $2d_1$ $3d_1$ — ариѳметическую.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

http://vofem.ru

(2-й годъ изданія). ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1906 ГОДЪ (2-й годъ изданія).

на еженедѣльный, иллюстрированный, художественно-литературный журналъ

2 р. въ годъ.	**„РОДНАЯ НИВА“**	2 р. въ годъ.

По цѣнѣ — 2 рубля въ годъ — доступенъ каждому.

„Родная Нива“, начавъ свое существованіе во время особенно сильнаго подъема гражданскаго чувства въ народѣ, въ моментъ большой жажды сознательнаго отношенія къ окружающей дѣйствительности, поставила себѣ главною задачею возможно полное, живое и непремѣнно правдивое освѣщеніе и словомъ и рисункомъ свѣтлыхъ и темныхъ сторонъ современной русской жизни. По мѣрѣ силъ и возможности выполняя эту задачу въ текущемъ году, безусловно то же направленіе редакція сохранитъ и въ будущемъ. Программа „Родной Нивы“ составлена съ такимъ разсчетомъ, чтобы небогатые, но жаждущіе знаній и просвѣщенія освобожденные люди нашли на страницахъ журнала и его приложеній все, что могутъ ждать и желать отъ изданія, по цѣнѣ доступнаго каждому. **Въ 1906 году „РОДНАЯ НИВА“** будетъ издаваться по прежнему, подъ редакціей **Виктора Рышкова.** Участіе въ журналѣ обѣщали писатели и поэты: В. Г. Авсѣенко, М. Н. Альбовъ, Е. И. Альфъ (Игнатьевъ), Р. Л. Антроповъ, Т. Ардовъ, Л. Н. Афанасьевъ, К. С. Баранцевичъ, Н. Н. Брешко-Брешковскій, А. Н. Будищевъ, П. В. Быковъ, А. А. Дрожжининъ, В. В. Жуковъ, З. Н. Журавская, А. Е. Заринъ, А. А. Измайловъ, С. С. Караскевичъ, Е. П. Карповъ, П. П. Конради, А. А. Коринфскій, Л. И. Косуновичъ, А. В. Кругловъ, В. П. Кузьмина (Иринушка), А. И. Купринъ, Е. М. Левшина, В. С. Лихачовъ, В. А. Мазуркевичъ, Б. Л. Модзалевскій, Б. П. Никоновъ, Н. А. Нормовъ, Н. Д. Носковъ, А. А. Осиповъ, Н. А. Пановъ, Н. Ѳ. Паозерскій (Садко), М. Ѳ. Паозерскій (свящ. Лубинскій), свящ. Григорій Петровъ, Н. И. Позняковъ, И. Н. Потапенко, Н. О. Пружанскій, Д. М. Ратгаузъ, С. Л. Рафаловичъ, П. А. Россіевъ, В. А. Рышковъ, Н. П. Рябовъ, А. П. Савицкая, М. П. Садовскій, А. И. Свирскій, Д. П. Сильчевскій, Н. В. Симбирскій, Г. Т. Сѣверцевъ (Полиловъ), В. А. Тихоновъ (Мордвинъ), Н. А. Тэффи, Л. Н. Урванцовъ, А. И. Фаресовъ, Е. И. Фортунато, К. М. Фофановъ, Ѳ. А. Червинскій, Н. Г. Шебуевъ, И. Л. Щегловъ (Леонтьевъ), Г. П. Эрастовъ и многіе другіе. Завѣдывать художеств. отдѣломъ будетъ, какъ и въ прошломъ году, художникъ С. В. Животовскій.

Въ 1906 году подписчики „Родной Нивы“ получатъ за 2 рубля:

52 №№ иллюстрированнаго журнала съ рисунками русскихъ и иностранныхъ художниковъ, формата прошлаго года, но по 12 страницъ въ каждомъ №, въ обложкахъ.

52 №№ приложеній по 16 страницъ въ 8-ю долю листа. Всего въ годъ 832 страницы.

Въ томъ числѣ:

12 №№ «Библіотека Родной Нивы». Въ 1906 году будутъ даны двѣ повѣсти: **„Послѣдняя шалость“ И. Н. Потапенко и „Во тьмѣ“, А. И. Свирскаго.**

12 №№ «Русскіе писатели и поэты». Въ 1906 году подъ редакціей **А. А. Измайлова** будутъ помѣщены біографіи, характеристики съ выдержками изъ произведеній, факсимиле и портреты: Пушкина, Лермонтова, Некрасова, Кольцова, Крылова, Гоголя, Достоевскаго, гр. Л. Толстого, Тургенева, Гончарова, Островскаго и Чехова.

12 №№ „СЕЛЬСКОЕ ХОЗЯЙСТВО РОДНОЙ НИВЫ“ подъ редакціей Н. Ѳ. Паозерскаго (Садко).

12 №№ „По городамъ и селамъ“. Это приложеніе будетъ посвящено жизни родной деревни, всѣмъ наиболѣе выдающимся явленіямъ провинціальнаго дня и нуждамъ современной свободной Россіи. Часть этого приложенія редакція предоставляетъ личному отклику подписчика и читателя журнала въ статьяхъ и корреспонденціяхъ и, какъ и въ прошломъ году, будетъ въ немъ давать подписчикамъ и читателямъ отвѣты по интересующимъ ихъ вопросамъ

и **4 №№ „Другъ семьи“,** въ которыхъ будутъ помѣщены общепонятно написанныя статьи о сохраненіи здоровья людей и домашнихъ животныхъ.

Стѣнной табель-календарь на 1906 годъ.

Кромѣ перечисленныхъ **53** приложеній всѣ подписчики получатъ въ 1906 году **еще два главныхъ приложенія без всякой доплаты:**

„Альбомъ современныхъ русскихъ общественныхъ дѣятелей“.

(Портреты съ краткими біографіями, на мѣловой бумагѣ въ обложкѣ).

Большую картину, исполненную по заказу „Родной Нивы“ красками (олеографія). Размѣръ картины 20 × 13 дюймовъ. **„СВОБОДНАЯ РОССІЯ“.**

Одинъ изъ № журнала и иллюстрированное объявленіе о журналѣ высылается безплатно.

Главная Контора: **С.-Петербургъ, Невскій пр., 112.**

Издатель *А. К. Касаткинъ.* Редакторъ *Викторъ Рышковъ.*

Ежемѣсячный журналъ искусствъ и литературы

„ВѢСЫ“

1906. Годъ изданія третій.

Задачи „Вѣсовъ“—знакомить съ **новѣйшими** теченіями литературы и искусствъ, какъ въ Россіи, такъ и въ другихъ странахъ. Въ 1906 г. программа журнала расширена и въ немъ будутъ печататься: романы, повѣсти, разсказы, драматическія произведенія, стихотворенія, статьи по вопросамъ общественнымъ и философскимъ, біографіи и характеристики современныхъ писателей и художниковъ. Кромѣ того, каждый № „Вѣсовъ“ даетъ подробный обзоръ культурной жизни всего міра, въ критическихъ замѣткахъ о новыхъ книгахъ, русскихъ и иностранныхъ, въ отчетахъ о художественныхъ выставкахъ, о замѣчательныхъ спектакляхъ и концертахъ, и т. п. „Вѣсы“ имѣютъ собственныхъ корреспондентовъ въ главныхъ городахъ Зап. Европы. Всѣ №№ „Вѣсовъ“ иллюстрированы оригинальными рисунками и виньетками.

Участіе въ „Вѣсахъ“ принимаютъ: К. Бальмонтъ, Валерій Брюсовъ, Андрей Бѣлый, Максъ Волошинъ, З. Гиппіусъ, Вяч. Ивановъ, Маркъ Криницкій, Н. Лернеръ, Д. Мережковскій, проф. В. Морфилъ, П. Перцовъ, Ст. Пшибышевскій, В. Ребиковъ, В. Розановъ, Ѳ. Сологубъ, Д. Философовъ и мн. др.

Подписная цѣна на годъ (12 книгъ) съ пересылкой по Россіи **пять** рублей. Подписка принимается въ редакціи: Москва, Театральная пл., д. Метрополь, кв. 23.

Редакторъ-издатель **С. А. Поляковъ.**