

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 261.

Содержаніе: Катодные лучи и лучи Рёнтгена (Продолженіе). *J. Perrin'a.* — Рѣшеніе биквадратнаго уравненія. *С. Гурмана.* — Рецензіи: Курсъ физики О. Д. Хвольсона. Т. I. СПб. 1897. Э. *Шпачинскаго.* — Научная хроника: О магнетизмѣ магнитнаго желѣзника. *В. Г.* О теплопроводности льда. *А.* Вліяетъ-ли сопротивленіе воздуха на высоту фонтана? *В. Г.* — Разныя извѣстія. — Задачи №№ 487 — 492. — Рѣшенія задачъ 2-ой серіи № 301; 1-ой серіи № 302; 2-ой серіи № 325. — Обзоръ научныхъ журналовъ: *Mathesis.* 1897. № 1. *Д. Е.* — Полученныя рѣшенія задачъ. — Объявленія.

### Катодные лучи и лучи Рёнтгена.

(Продолженіе \*).

#### III.

#### Опыты вытекающіе изъ предыдущихъ.

1. Такъ какъ катодные лучи заряжены, то, проникая въ электрическое поле, они испытываютъ его вліяніе; они должны, напр., притягиваться тѣломъ, заряженнымъ положительно, и отталкиваться тѣломъ, заряженнымъ отрицательно.

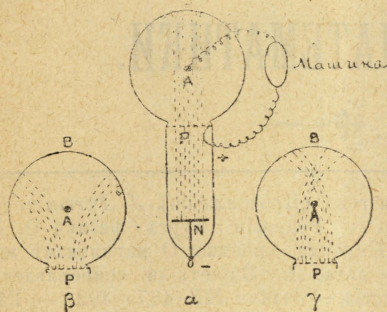
Круксъ полагалъ, что онъ наблюдалъ уже дѣйствія этого рода; мы видѣли, что его опыты надъ отталкиваніемъ параллельныхъ катодныхъ лучей не убѣдительны, и *a priori* ничто не указываетъ, что это отталкиваніе должно быть измѣримымъ.

Напротивъ, если энергія катодныхъ лучей обязана своимъ происхожденіемъ отталкиванію катодомъ, то очевидно, что и траекторія и энергія этихъ лучей можетъ быть по произволу измѣняема. Если на ихъ пути создать паденіе потенціала, сравнимое съ тѣмъ, которое они претерпѣли вблизи катода. Эти измѣненія совершенно подобны тѣмъ кореннымъ измѣненіямъ въ движеніи тѣла, предоставленнаго только дѣйствию тяжести, которыя наблюдаются, когда тѣло скатывается или поднимается по склону возвышенности, если, конечно, высота ея сравнима съ высотой, которую тѣло уже прошло.

\*) См. № 257.

Предположенія эти вполнѣ оправдываются. Въ этой области я произвелъ сперва два качественныхъ опыта \*).

Лучи, исходящіе изъ катода (фиг. 4), пронизываютъ металлическую сѣтку Р, служащую анодомъ, проходятъ вблизи проволоки А, перпендикулярной къ плоскости фигуры, и достигаютъ дна ампулы В, бросая на него тѣнь металлической сѣтки.



Фиг. 4.

Проволока А служитъ однимъ изъ полюсовъ электрической машины, сѣтка Р — другимъ ея полюсомъ. Такимъ образомъ между А и Р можно установить постоянную разность потенциаловъ, величина и направленіе которой остаются совершенно произвольными.

Когда эта разность равна нулю, лучи не отклоняются; этотъ случай изображенъ на фиг. 4,  $\alpha$ .

Когда А служитъ отрицательнымъ полюсомъ машины и машину приводятъ въ медленное движеніе, то лучи, проходящіе съ обѣихъ сторонъ точки А, медленно расходятся, какъ двѣ челюсти; этотъ случай изображенъ на фиг. 4,  $\beta$ . Челюсти эти вдругъ захлопываются, лишь только машина разряжается.

Если же, наоборотъ, проволока А заряжена положительно, то оба пучка, отдѣляющихся этой проволокой, заворачиваются вокругъ нея, какъ показано на фиг. 4,  $\gamma$ , возвращаясь къ первоначальному положенію лишь только машина разряжается.

Такимъ образомъ катодные лучи остаются прямолинейными только въ тѣхъ областяхъ, гдѣ электрическое поле слабо и, слѣдовательно, тотъ фактъ, что въ трубкахъ съ разряженными газами они приблизи-

\*) Гольдштейнъ уже отмѣтилъ отталкиваніе, претерпѣваемое катодными лучами вблизи электрода, соединеннаго съ отрицательнымъ полюсомъ обмотки, но, насколько мнѣ извѣстно, не истолковалъ явленія.

Послѣ Majorana (*Lincoi*, 1897) указалъ на отталкиваніе лучей катодомъ и на притягиваніе ихъ анодомъ, пользуясь трубкой, весьма сходной съ моею, и правильно истолковывая явленіе. Вспомогательные анодъ и катодъ были у него соединены съ полюсами обмотки.

Наконецъ Deslandres (*Comptes rendus*, 1897) тоже изучилъ нѣсколько аналогичныхъ случаевъ, повидимому полагая, что здѣсь пучки катодныхъ лучей дѣйствуютъ другъ на друга замѣтнымъ образомъ; это, конечно, невѣрно. Недавно г. Deslandres прекраснымъ опытомъ доказалъ, что существуетъ нѣсколько родовъ катодныхъ лучей, неодинаково отталкиваемыхъ однимъ и тѣмъ же катодомъ.

Не смотря на это, я все же описалъ свои опыты во первыхъ потому, что, являясь прямымъ слѣдствіемъ электризаціи лучей, доказанной мною впервые, они были произведены до опубликованія только что указанныхъ работъ, и во вторыхъ потому, что я предпочитаю статическій методъ, которымъ я пользовался и который даетъ возможность распоряжаться притяженіемъ и отталкиваніемъ по желанію, допуская измѣреніе введенной разности потенциаловъ; при этомъ методѣ, наконецъ, вспомогательный электродъ не испускаетъ электричества (что исключаетъ побочныя явленія).

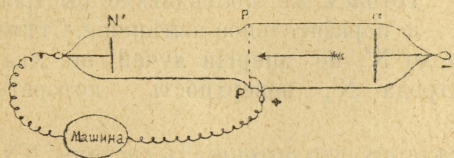
тельно прямолинейны, приводить къ заключенію, что послѣ сильнаго паденія потенціала у катода лучи вступаютъ такъ сказать въ равнину, гдѣ потенціалъ измѣняется мало.

Разность потенціаловъ  $AP$ , легко измѣряемая, должна быть въ нѣскольکو тысячъ вольтъ, чтобы отклоненіе было видно ясно.

Газъ, заключенный въ ампулѣ  $ВАР$ , остается совершенно темнымъ и въ немъ не происходитъ никакихъ разрядовъ, пока разность потенціаловъ  $AP$  слишкомъ мала, чтобы преодолѣть сопротивление газа. Если разность эту слишкомъ увеличить, то машина разряжается вдругъ сквозь самую трубку.

**2. Измѣреніе паденія потенціала у катода.** — Аналогичный опытъ далъ мнѣ возможность приблизительно измѣрить паденіе потенціала, которому катодные лучи обязаны своей энергіей.

Лучи, исходящіе изъ катода  $N$ , пронизываютъ анодъ  $P$ , состоящій



Фиг. 5.

изъ металлической сѣтки, соединенной съ положительнымъ полюсомъ электрической машины. Затѣмъ они направляются къ вспомогательному электроду  $N''$ , покрытому флуоресцирующимъ составомъ и соединенному съ отрицательнымъ полюсомъ машины.

Присоединеніе значительной емкости гарантируетъ постоянство разности потенціаловъ  $P$  въ моментъ разряда bobины; разность потенціаловъ измѣряется при помощи абсолютнаго электрометра: я пользовался электрометромъ *Abraham'a* и *Lemoine'a*.

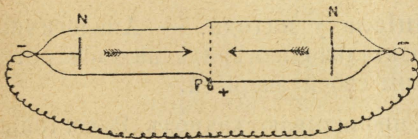
Когда эта разность равна нулю, лучи, исходящіе изъ  $N$ , возбуждаютъ яркую флуоресценцію въ  $N'$ . Но лишь только машина приведена въ дѣйствіе, яркость флуоресценціи постепенно уменьшается и наконецъ флуоресценція совершенно исчезаетъ при нѣкоторой разности потенціаловъ, которую легко измѣрить съ точностью до одной десятой. Она вдругъ появляется, лишь только машину разряжаютъ.

Объясненіе очевидно: электрическое поле, возбужденное между  $N'$  и  $P$ , противодействуетъ движенію катодныхъ лучей, и, когда оно становится достаточно сильнымъ, лучи прибываютъ въ  $N'$  съ нулевой скоростью. Паденіе потенціала  $PN'$  тогда меньше или равно обратному начальному паденію потенціала, испытанному лучами у катода. Такимъ же образомъ тѣло, подверженное только дѣйствію тяжести, можетъ подняться на высоту, меньшую или равную высотѣ паденія.

Сила поля, которое надо возбудить между  $N'$  и  $P$  чтобы достигъ полнаго потуханія лучей въ  $N'$ , значительно измѣняется въ зависимости отъ различныхъ причинъ, въ частности отъ степени разрѣженія. Я наблюдалъ это потуханіе при разности потенціаловъ, равной 30 000 вольтъ. Разность потенціаловъ, которую должна дать bobина между  $N$  и  $P$ , чтобы ея разрядъ могъ пройти сквозь трубку, грубо измѣренная при помощи длины искры въ отвѣвленіи, была въ этотъ моментъ меньше 50 000 вольтъ.

Такимъ образомъ нѣкоторые изъ катодныхъ лучей претерпѣвали паденіе потенціала, большее 30 000 вольтъ и меньшее 50 000. Съ другой стороны возможно, что они имѣли еще замѣтную скорость и тогда, когда уже не могли возбудить флуоресценціи. Однимъ словомъ я полагаю, что легко получить катодные лучи, черпающіе свою энергію въ паденіи потенціала въ 40000 вольтъ или, иными словами, способные дать при остановкѣ 40000 джаулей на затраченный кулонъ. \*)

3. Очень простой качественный опытъ является результатомъ того факта, что лучи не могутъ перейти паденія потенціала, равнаго тому, которое ихъ вызвало. Для этого я воспользовался предыдущей трубкой (фиг. 5); я соединилъ сперва N съ P и тогда лучи, исходящіе изъ N, ярко освѣщали N'. Тогда я соединилъ N' не съ P, а съ N (фиг. 6). Тотчасъ же послѣдовало быстрое и поразительное измѣненіе. Стѣн-



Фиг. 6.

ки трубки флуоресцировали вплоть до N', но энергіи лучей не хватало, чтобы достигъ самаго электрода N', поверхность котораго оставалась совершенно темной.

Этотъ опытъ указываетъ сверхъ того, что потенціалъ системы NN' измѣняется очень мало въ теченіе того времени, которое нужно одному изъ зарядовъ, образующихъ лучи, чтобы перенестись отъ N до N'; если бы этого не было, то заряды являлись бы въ N', не потерявъ всей своей скорости, и флуоресценція не исчезала бы тамъ вполне. Это время вѣроятно весьма коротко по отношенію къ продолжительности испусканія лучей. Иными словами, исходящіе изъ N при каждомъ прерываніи первичной цѣпи бобины заряды расположились бы по очень длинному по отношенію къ разстоянію NN' цилиндру, если бы они не встрѣчали препятствія. Электрическая плотность на такомъ длинномъ цилиндрѣ можетъ быть мала, и этимъ объясняется незначительность отталкиванія параллельныхъ лучей.

#### IV.

### Теоретическія слѣдствія.

1. Прежде чѣмъ высказывать какую бы то ни было гипотезу, я считаю полезнымъ замѣтить, что разъ электризація катодныхъ лучей установлена—ихъ отклоненіе магнитнымъ полемъ даетъ превосходное доказательство эквивалентности между кондукціонными и конвекціонными токами. Рентгенъ, затѣмъ Роуландъ доказали, что движущійся электрический зарядъ чувствителенъ по отношенію къ магнитному полю.

\*) Сдѣлавъ на пластинкѣ N' отверстія булавкой, можно было бы составить изъ нея основаніе EG цилиндра EFGH на фиг. 3. Тогда измѣненіе количествъ электричества, введенныхъ въ цилиндръ Фарадея въ то время, какъ потенціалъ падаетъ, дало бы возможность точно изучитъ явленіе.

2. Эта электризація повидимому съ трудомъ можетъ быть согласована съ теоріей волнообразнаго движенія.

Уже и къ существованію магнитныхъ дѣйствій эта теорія плохо приспособлена; можно бы во всякомъ случаѣ допустить, что лучи иначе распространяются въ намагниченномъ эфирѣ, чѣмъ въ ненамагниченномъ; можно бы даже сравнить это явленіе съ вращательной магнитной поляризацией.

Но, по крайней мѣрѣ при нынѣшнемъ состояніи нашихъ знаній, не представляютъ себѣ, чтобы вибраціи могли переносить электричество. На этотъ разъ затрудненіе оказывается важнымъ, а теорія сильно скомпрометированной.

3. Напротивъ, теорія истеченія, которой я руководствовался при своихъ изслѣдованіяхъ, какъ нельзя лучше согласуется съ электризаціей лучей. Во всякомъ случаѣ она не является здѣсь необходимымъ слѣдствіемъ, и нельзя навѣрное утверждать, будто переносъ электричества всегда сопровождается переносомъ матеріи.

Однако это вѣроятно, и если теорія истеченія можетъ опровергнуть всѣ возраженія, которыя она вызвала, она должна быть признана дѣйствительно пригодной.

Прежде всего замѣтимъ, что совершенно безразлично, будутъ-ли лучи направлены нормально къ катоду или нѣтъ. Вообще всякая особенность въ ихъ формѣ окажется объяснимой, если взять въ расчетъ, что летящія отъ катода частицы, заряженныя электричествомъ, претерпѣваютъ дѣйствіе электрическаго поля, гдѣ онѣ движутся. Точно такъ же и движеніе тѣла, катящагося по неровной почвѣ, можетъ быть объяснено, если въ каждой точкѣ траекторіи извѣстенъ уклонъ почвы и скорость тѣла.

Что же касается возраженій Ленарда, то они въ значительной мѣрѣ теряютъ свою силу, если взять въ расчетъ, что летящія отъ катода частицы могутъ пронизывать тонкіе листки, которыми онъ пользовался. То обстоятельство, что такіе листки выдерживаютъ давленіе, ничего не доказываетъ, ибо катодныя частицы могутъ сильно отличаться отъ газовыхъ молекулъ. Въ частности онѣ обладаютъ скоростью, приблизительно въ тысячу разъ превышающею ту скорость, которою кинетическая теорія газовъ надѣляетъ газовыя молекулы; вслѣдствіе этого они, на единицу массы обладаютъ энергіей въ миллионъ разъ большей энергіи газовыхъ молекулъ, и, понятно, легко могутъ проникнуть сквозь стѣнку, непроницаемую для газа.

Разъ катодныя частицы вышли изъ окошка, которое закрывало трубку Ленарда, онѣ должны двигаться тѣмъ легче, чѣмъ меньше матеріи онѣ встрѣчаютъ на пути, и понятно, что Ленардъ имѣлъ при очень низкихъ давленіяхъ очень чистые лучи: этотъ фактъ, вполне согласный съ теоріей истеченія, не напоминаетъ, какъ думалъ Ленардъ, тѣхъ фактовъ, которые опредѣляютъ природу звука или свѣта.

Если, наоборотъ, увеличить давленіе газа, гдѣ движутся лучи, которые предполагаются матеріальными, то и не удивительно, что они разсѣиваются и ослабляются, встрѣчая препятствія со стороны равной имъ массы.

Но за то когда давленіе возрастаетъ такимъ образомъ, лучи должны повидимому замедляться, а потому и легче отклоняться магнитомъ \*). Но мы видѣли, что отклоненіе это остается постояннымъ, по меньшей мѣрѣ до того предѣла, когда разсѣяніе увеличивается настолько, что затрудняетъ измѣренія; напр. въ водородѣ оно не измѣняется при измѣненіи давленія отъ 0,<sup>cm</sup> 001 до 40<sup>cm</sup>. Въ этомъ кроется дѣйствительное затрудненіе, которое заставитъ дать въ нѣкоторыхъ пунктахъ болѣе точную форму слишкомъ грубому образу, уподобляющему катодныя лучи наэлектризованнымъ ядрамъ. Напримѣръ еще не сдѣлано никакихъ предположеній относительно встрѣчъ катодныхъ частицъ съ молекулами. Быть можетъ допустить, что во время такой встрѣчи молекула является препятствіемъ крайне твердымъ, поглощающимъ мало энергіи. Тогда летящая частица можетъ быть замѣтно отклонена отъ своего пути, не потерявъ много скорости. Иначе говоря, прежде чѣмъ скорость лучей значительно уменьшится, ихъ разсѣяніе можетъ воспрепятствовать измѣреніямъ.

4. Наконецъ, мы уже выскажемъ новую гипотезу, допустивъ, что катодныя частицы суть іоны, продукты распаденія нѣкоторыхъ молекулъ въ тѣхъ областяхъ, гдѣ электрическое поле наиболѣе сильно; іоны эти поглотили бы, какъ и при электролизѣ, 100000 кулоновъ на граммъ-эквивалентъ.

Пусть  $M$  есть электрическій зарядъ, поглощенный летящей частицей, а  $V$  — паденіе потенціала, дающее ей энергію; пусть  $m$  есть ея масса, а  $v$  — скорость. Какъ указалъ J.-J. Thomson, уравненіе

$$MV = \frac{1}{2} mv^2$$

выражаетъ, что энергія сохраняется, если не считать тренія.

Если катодныя частицы суть іоны, то отношеніе  $M:m$  постоянно \*\*). Но каково бы ни было отношеніе  $M:m$ , то же уравненіе показываетъ, что скорость измѣняется пропорціонально корню квадратному изъ  $V$ . Поэтому я думаю, что скорость эта много зависитъ отъ условій опыта. Будучи меньше 200 километровъ въ секунду для нѣкоторыхъ лучей, она достигаетъ, быть можетъ, нѣсколькихъ тысячъ километровъ для другихъ.

Обладая такими чудовищными скоростями, катодныя частицы ударяютъ въ стѣнки трубки съ громадной силой; въ точкахъ удара развивается теплота и яркая флуоресценція. Мы встрѣтимъ далѣе, въ формѣ лучей Рентгена, другую часть утраченной энергіи.

(Продолженіе слѣдуетъ).

\*) Радіусъ кривизны былъ бы пропорціоналенъ скорости (J.-J. Thomson, *Recent Researches in Electricity*, p. 137).

\*\*) Экспериментальная повѣрка кажется мнѣ возможной; J.-J. Thomson показалъ, что можно измѣрить  $v$ ; мнѣ кажется, что при тѣхъ же условіяхъ, можно бы измѣрить  $V$  методомъ, который я далъ. Отношеніе  $M:m$  было бы тогда извѣстно и, если бы результатъ согласовался съ гипотезой, одновременно была бы установлена и матеріальность лучей и общность законовъ Фарадея относительно электролиза.

## Рѣшеніе биквадратнаго уравненія.

Слѣдую терминологіи проф. *L. Matthiessen*'а <sup>1)</sup> я буду называть биквадратнымъ уравненіемъ всякое уравненіе четвертой степени. Въ русскихъ учебникахъ элементарной алгебры биквадратнымъ уравненіемъ называется почему то только трехчленное уравненіе 4-той степени съ однимъ неизвѣстнымъ:

$$ax^4+bx^2+c=0. \quad (1)$$

Въ № 251 В. О. Ф. и Э. М. <sup>2)</sup> мною было показано рѣшеніе обобщеннаго возвратнаго биквадратнаго уравненія:

$$Ax^4+Bx^3+Cx^2+Bkx+Ak^2=0. \quad (2)$$

Теперь я покажу, какъ къ такому виду можетъ быть преобразовано всякое биквадратное уравненіе.

Пусть дано самое общее биквадратное уравненіе:

$$Ax^4+Bx^3+Cx^2+Dx+E=0. \quad (3)$$

Положимъ, что

$$x=y+z; \quad (4)$$

тогда уравненіе (3) приметъ видъ:

$$Ay^4+Py^3+Qy^2+Ry+S=0, \quad (5)$$

гдѣ

$$\left. \begin{aligned} P &= 4Az + B, \\ Q &= 6Az^2 + 3Bz + C, \\ R &= 4Az^3 + 3Bz^2 + 2Cz + D, \\ S &= Az^4 + Bz^3 + Cz^2 + Dz + E. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (6)$$

Полагая теперь

$$\left. \begin{aligned} R &= Pu, \\ S &= Au^2, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

приведемъ уравненіе (5) къ требуемому виду:

$$Ay^4+Py^3+Qy^2+Puy+Au^2=0. \quad (8)$$

Уравненія (7) послужатъ для опредѣленія  $z$  и  $u$ . Именно исключая  $u$  изъ уравненій (7), получаемъ:

$$AR^2-P^2S=0. \quad (9)$$

<sup>1)</sup> Ord. Prof. Ludwig Matthiessen. Grundzüge der antiken und modernen Algebra der litteralen Gleichungen. Zweite, wohlfeile Ausgabe. Leipzig. B. G. Teubner. 1896 §§ 199-282, 303-331, 350-353, 370-376.

<sup>2)</sup> См. мою статью: „Рѣшеніе уравненія:

$$Ax^4+Bx^3+Cx^2+Bkx+Ak^2=0“.$$

Исключая отсюда  $P$ ,  $R$  и  $S$  при помощи уравнений (6), получимъ послѣ упрощеній слѣдующее, называемое *разрѣшающимъ*, кубическое уравненіе для опредѣленія  $z$ :

$$az^3 + bz^2 + cz + d = 0, \quad (10)$$

гдѣ

$$\left. \begin{aligned} a &= 8A^2D + B^3 - 4ABC, \\ b &= 16A^2E + 2ABD + B^2C - 4AC^2, \\ c &= 8ABE + B^2D - 4ACD, \\ d &= B^2E - AD^2. \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

Что же касается  $u$ , то изъ уравнений (7) имѣемъ:

$$u = \frac{R}{P}. \quad (12)$$

Рѣшеніе кубическаго уравненія было дано мною въ № 255 В. О. Ф. и Э. М. <sup>3)</sup>. Опредѣливъ одинъ изъ корней уравненія (10) и найдя изъ уравнений (6) и (12) соответствующія значенія для  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  и  $u$ , рѣшаемъ уравненіе (8) и, опредѣливъ четыре корня его, находимъ изъ уравненія (4) четыре искомыя значенія для  $x$ .

С. Гирманъ (Варшава).

## РЕЦЕНЗИИ.

**Курсъ Физики. О. Д. Хвольсона. Томъ первый: Введеніе. Механика. Нѣкоторые измѣрительные приборы и способы измѣренія. Ученія о газахъ, жидкостяхъ и твердыхъ тѣлахъ.—Стъ 377 рисунками въ текстѣ. (630 стр. большого форм. in 8<sup>o</sup>, 13 таблицъ). С.-Петербургъ. Изданіе К. Л. Риккера 1897 г. Цѣна 5 рублей.**

Книгоиздательская фирма К. Л. Риккера, зарекомендовавшая себя съ наилучшей стороны въ теченіе послѣднихъ лѣтъ изданіемъ весьма цѣнныхъ и полезныхъ сочиненій \*), обогатила въ минувшемъ году нашу

<sup>3)</sup> См. мою статью: „Рѣшеніе кубическаго уравненія“. В. О. Ф. и Э. М. № 255. XXII-го сем. № 3, стран.: 74—79.

\*) Каковы, напримѣръ, если ограничимся только областью физико-математическихъ наукъ: *Очеркъ исторіи физики* Ф. Розенбергера 3 тома, *Руководство къ практикѣ физическихъ измѣреній* Ф. Колрауша перев. Н. Дрентельна, *Популярныя рѣчи Г. Гельмгольца* пер. подъ ред. О. Хвольсона и С. Терешина 2 части, *Введеніе въ ученіе объ электричествѣ* А. Кольбе 2 части, *Популярныя лекціи о гальваническомъ токъ и его примѣненіяхъ* Г. Вебера перев. Н. Дрентельна, *Курсъ физики* (лекціи) О. Хвольсона 2 выпуска, *Современная теорія состава электролитическихъ растворовъ* С. Аррениуса пер. Н. Дрентельна, *О теоріи растворовъ* А. Горстмана пер. Н. Дрентельна, *Практическое руководство къ примѣненію электричества въ промышленности* Е. Кадія и Л. Дюбюсть пер. К. Де-Шарьеръ (три изданія), *Справочная книга для электротехниковъ* К. Гравинкеля и К. Штреккера перев. Д. Голова, *Пережные электрическіе токи* Т. Блекслея пер. подъ ред. В. Лебединскаго, *Практическое ру-*

литературу новымъ капитальнымъ трудомъ — „Курсомъ Физики“ проф. С.-Петербургскаго университета О. Д. Хвольсона, имя котораго пользуется столь заслуженною извѣстностью въ ученыхъ и учебныхъ сферахъ. Это имя гарантируетъ достоинство и популярность книги, которая въ виду этого не нуждается ни въ рекомендаціяхъ, ни въ подробной оцѣнкѣ.

Судя по первому тому этого полнаго и вполне современнаго учебника, онъ соотвѣтствуетъ университетскому курсу физики. Но, благодаря включеннымъ въ него въ надлежащихъ мѣстахъ дополненіямъ изъ области математики и механики, онъ можетъ служить пособіемъ не только для студентовъ, но и вообще для лицъ, желающихъ обстоятельно познакомиться съ современными физическими ученіями. Въ особенности преподаватели физики въ нашихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ должны живо заинтересоваться появленіемъ этого новаго полнаго руководства, ожидая найти въ таковомъ не только такъ называемыя „последнія слова“ науки, но—что еще важнѣе для нихъ—разъясненія многихъ старыхъ словъ, различныхъ недомолвокъ, различныхъ quasi-облегчающихъ неточностей и пр., получившихъ съ давнихъ поръ всѣ права гражданства въ элементарныхъ курсахъ физики.

Съ другой стороны, вспомнимъ, что у насъ нѣтъ еще методики физики, что взгляды специалистовъ на преподаваніе этого важнаго предмета, долженствующаго обнимать „начала натуральной философіи“, далеко нельзя считать установившимися. При такомъ положеніи вещей единственнымъ руководящимъ пособіемъ для начинающихъ учителей физики являются по необходимости такъ называемые „полные“ или „университетскіе“ курсы. Составители этихъ послѣднихъ должны имѣть это въ виду, они не могутъ забывать, что нѣкоторые изъ тѣхъ студентовъ, для которыхъ такіе курсы главнымъ образомъ предназначаются, станутъ вскорѣ сами преподавателями физики въ средне-учебныхъ заведеніяхъ и будутъ далѣе пропагандировать тѣ болѣе или менѣе правильные научные приемы, кои были ими усвоены.

Съ этой, и только съ этой чисто педагогической точки зрѣнія смотря на первый томъ „Курса Физики“ проф. Хвольсона, я позволяю себѣ завести здѣсь рѣчь не столько объ этой новой книгѣ, которая — повторяю — въ подробныхъ рецензіяхъ не нуждается, сколько по поводу этой книги, пользуясь заявленною авторомъ въ предисловіи готовностью выслушать чужія мнѣнія и—удобнымъ случаемъ обратить вниманіе читателей на нѣкоторые вопросы, не кажушіеся мнѣ маловажными. При этомъ я остановлюсь исключительно на 2-мъ отдѣлѣ упо-

---

ководство къ построенію динамо-машинъ съ постояннымъ токомъ Л. Боровича, *Астрономія въ общепонятномъ изложеніи* С. Ньюкомба и Р. Энгельмана пер. Н. Дрентельна 4 вып., *Звѣздный атласъ для небесныхъ наблюденій* Я. Мессера, *Подвижная карта звѣзднаго неба съ объясненіями* его же, *Микроскопъ* А. Циммермана пер. А. Ильина, *Краткій учебникъ органической химіи* А. Бернтсена пер. Л. Явейна и А. Тило, *Химическая технология* Р. Вагнера, обр. Ф. Фишеромъ, пер. В. Тизенгольца, *Основанія теоретической химіи* Л. Мейера пер. Н. Дрентельна, *Задачи химіи нашего времени* В. Майера пер. Н. Дрентельна, *Основы термодинамики и ея значеніе для теоретической химіи* Г. Яна пер. Н. Дрентельна, *Дифференціальное и интегральное исчисленія* А. Пароменскаго, и мн. др.

мянутой книги, посвященномъ механикѣ, по той причинѣ, что именно въ этомъ необходимомъ во всякій курсъ физики введеніи встрѣчаются въ большинствѣ случаевъ самые опасные подводные камни этого курса, о которые разбираются попытки установленія правильныхъ рейсовъ для нашихъ блуждающихъ преподавателей.

Авторъ не дѣлитъ механики, какъ это общепринято, на „кинематику“ и „динамику“ и, повидимому, избѣгаетъ даже употребить оба эти термина. Тѣмъ не менѣе, *de facto*, онъ придерживается этого дѣленія при изложеніи началъ механики, ибо всю первую главу второго отдѣла (стр. 48—64) посвящаетъ кинематикѣ. Поэтому данное въ 1-мъ § этой главы опредѣленіе „матеріальной точки“ является несвоевременнымъ: нѣтъ, какъ мнѣ кажется, ни надобности, ни выгоды говорить о матеріальной точкѣ слишкомъ рано, потому во 1-хъ, что для выясненія начальныхъ понятій о скорости, ускореніи и проч. смѣло можно пользоваться движеніемъ „геометрической точки“, съ каковымъ воображеніе учащихся свыклось уже при изученіи геометріи, и не вводить пока новой фикціи—массы безъ протяженія, и во 2-хъ потому, что, данное въ надлежащемъ мѣстѣ, опредѣленіе матеріальной точки перестаетъ быть страннымъ и не вызываетъ недоразумѣній, въ родѣ тѣхъ, какія проф. Хвольсонъ желаетъ, напримѣръ, разъяснить словами: «Всякое физическое тѣло можетъ быть раздѣлено мысленно на безконечное число безконечно малыхъ элементовъ, изъ которыхъ каждый можетъ быть принятъ за *матеріальную* точку, между тѣмъ, какъ элементъ геометрическаго тѣла, понятно, не можетъ быть принятъ за «точку *геометрическую*. Эта разница является слѣдствіемъ того, что «матеріальная точка содержитъ (!) матерію, по существу не могущую «не занимать пространства.» (стр. 49) \*). Я полагаю бы, поэтому, что вводить понятіе о матеріальной точкѣ слѣдуетъ не равнѣ установленія второго закона Ньютона: такъ какъ въ понятіе объ условномъ измѣреніи силъ, на основаніи этого закона, вовсе не входитъ *объемъ*, занимаемый массами, на которыя силы дѣйствуютъ, то въ динамикѣ совершенно безразлично какой *объемъ* будемъ приписывать массамъ, а потому, не заботясь о немъ вовсе, можемъ изучать дѣйствіе силъ на такія *точки*, которыя не *содержатъ* матеріи, а лишь *связаны* съ нѣкоторымъ опредѣленнымъ ея количествомъ. При такомъ взглядѣ, *матеріальная точка* представляется намъ не какъ „безконечно малый элементъ физическаго тѣла“, а какъ геометрическая точка, связанная съ массою этого элемента и находящаяся гдѣ нибудь внутри его объема.

Во 2-мъ § (стр. 49), говоря объ элементахъ движенія, авторъ употребляетъ, согласно установившейся рутинѣ, терминъ *пройденный путь* для обозначенія *разстоянія* *с* движущейся точки отъ начальной точки траекторіи, хотя самъ же считаетъ этотъ терминъ „имѣющимъ въ механикѣ значеніе, не всегда совпадающее съ буквальнымъ его смысломъ“. Если такъ, то не проще ли, вмѣсто всякихъ оговорокъ,

\*) Подобныя недоразумѣнія, къ сожалѣнію, приводятъ къ тому, что физики и математики, какъ мнѣ нерѣдко приходилось въ томъ убѣждаться, не всегда понимаютъ другъ друга, когда говорятъ о „безконечно-малыхъ“.

сразу отказаться отъ такого бесспорно неудобнаго термина и ту функцію времени, о которой идетъ рѣчь [ $s=f(t)$ ], называть „разстояніемъ отъ начальной точки“?

Въ томъ же § (стр. 50—51) встрѣчается весьма важное въ дидактическомъ отношеніи нововведеніе, на которое преподавателямъ слѣдуетъ обратить вниманіе: вопреки рутинѣ, авторъ не даетъ опредѣленія *скорости равномернаго движенія*, причисляя ее, совершенно основательно, къ „понятіямъ первоначальнымъ, не поддающимся опредѣленію и въ таковомъ не нуждающимся“ (ранѣе о томъ же упоминалось уже въ § 6 первой главы). Дѣйствительно, понятіе о скорости такъ неразрывно связано съ понятіемъ о времени, что общепринятое въ учебникахъ опредѣленіе скорости какъ длины пути, проходимаго при равномерномъ движеніи въ единицу времени, неосновательно вдвойнѣ: разъ потому, что само понятіе объ единицѣ времени немыслимо безъ представленія о равномерности нѣкотораго движенія, и во 2-хъ потому, что, какъ говорить проф. Хвольсонъ (стр. 51), скорость такого движенія только „численно равна пути, пройденному въ единицу времени, т. е. она *измѣряется* этимъ путемъ (но не скорость равна пути и т. д.; скорость есть величина *sui generis* и потому не можетъ равняться пути).“ Тутъ же сдѣлана ссылка на § 7 1-го отдѣла, стр. 23, гдѣ по этому поводу сказано: „Одна физическая величина *измѣряется* другою — означаетъ, что при нѣкоторомъ особомъ, но не необходимомъ выборѣ единицъ этихъ двухъ величинъ, ихъ численныя значенія дѣлаются равными“.

Вообще нельзя не благодарить автора разсматриваемой книги за то, что онъ стремится отучить будущихъ физиковъ отъ безцеремоннаго пріема изображать зависимости между неоднородными величинами, отъ употребленія слова „равно“ тамъ гдѣ слѣдуетъ говорить „пропорціоноально“. Во всей книгѣ проф. Хвольсона коэффиціентъ такой пропорціоноальности (C) указанъ явно, и всякій разъ, когда онъ принимается за единицу, разъясняется, что это равносильно условному выбору единицъ. Въ „учебной“ книгѣ такой пріемъ составляетъ одно изъ существенныхъ ея достоинствъ, тѣмъ болѣе, что въ большинствѣ другихъ нашихъ учебниковъ игнорированіе этого коэффиціента придаетъ физическимъ формуламъ болѣе узкій смыслъ, чѣмъ онѣ имѣютъ.

Возвращаясь еще къ тому же § 2 о скорости, я долженъ констатировать одного недоразумѣнія, которое какъ будто умышленно поддерживается всѣми, сколько мнѣ извѣстно, учебниками, начинающими изложеніе механики съ кинематики, а въ томъ числѣ и новымъ учебникомъ проф. Хвольсона. Вопросъ касается вообще введенія въ рациональную механику ученія о векторахъ, и въ частности — геометрическаго сложения и разложенія скорости и силъ. Обыкновенно составители тѣхъ курсовъ физики, въ коихъ изложеніе началъ кинематики предшествуетъ установленію основныхъ принциповъ динамики, забываютъ, что они излагаютъ *ньютоновскую*, такъ сказать, кинематику, т. е. ту теорію движенія, которая пѣликомъ основана на двухъ первыхъ законахъ Ньютона, по скольку таковыми характеризуется наше реальное пространство по отношенію къ движенію. Упускаютъ изъ виду, что уже въ нашемъ представленіи о прямолинейномъ равномерномъ движеніи гео-

метрической точки, а слѣдовательно и въ понятіи о скорости, содержится неявно принципъ инерціи, точно также какъ въ представленіи о сложении и разложеніи движеній и скоростей содержится принципъ независимости дѣйствія силъ, вытекающій изъ 2-го закона Ньютона какъ слѣдствіе. Оба первые закона Ньютона имѣютъ двоякій смыслъ: динамическій и кинематическій: закономъ инерціи не только устанавливается самонедѣляемость массъ, но и того пространства, въ которомъ происходитъ рассматриваемое движеніе; въ этомъ принципѣ, слѣдовательно, заключается и чисто кинематическая аксіома: „существующее въ пространствѣ движеніе точки должно продолжаться неопредѣленно по тому же направленію и съ тою же скоростью“. Доказать эту аксіому, основываясь только на аксіомахъ эвклидовой геометріи, очевидно, нельзя, ибо можно вообразить какое нибудь иное пространство, напри- мѣръ пространство ускоряющее или замедляющее движеніе, въ которомъ однакожъ эвклидовская геометрія будетъ оставаться въ силѣ. Точно также 2-ой законъ Ньютона имѣетъ два слѣдствія: динамическое—принципъ независимости дѣйствія силъ, и кинематическое — принципъ относительнаго движенія; этого послѣдняго, приводящаго къ геометрическому сложению скоростей, тоже нельзя доказать, основываясь только на аксіомахъ геометріи и вышеуказанной 1-ой аксіомѣ кинематики, потому что можно вообразить такое эвклидово пространство, въ которомъ сложение скоростей происходитъ не по теоремѣ параллелограмма, а по какому нибудь иному закону. — Итакъ, кинематика какъ чисто умозрительная наука, какъ *геометрія движенія*, можетъ быть построена на тѣхъ либо другихъ условныхъ допущеніяхъ: построенная на геометрическихъ аксіомахъ Эвклида и на тѣхъ двухъ кинематическихъ аксіомахъ, которыя заключаются въ двухъ первыхъ законахъ Ньютона, она превращается въ общеизвѣстную *ньютоновскую кинематику*. Но точно также какъ существуютъ неэвклидовскія геометріи, можно было бы создать сколько угодно неньютоновскихъ кинематикъ, въ зависимости отъ тѣхъ аксіомъ, какія были бы приняты для характеристики кинематическихъ свойствъ пространства.

Въ виду изложеннаго, мнѣ казалось бы, что, предпосылая изученію дѣйствія силъ на реальныя массы установленіе основныхъ законовъ движенія, рассматриваемаго независимо отъ причинъ, его вызывающихъ, и отъ того, что движется, слѣдовало бы начинать таковое съ тѣхъ двухъ кинематическихъ аксіомъ, о которыхъ говорилось выше. Не думаю, чтобы такое требованіе могло казаться болѣе педантичнымъ, чѣмъ, напри- мѣръ, требованіе излагать XI аксіому Эвклида во всякомъ систематическомъ курсѣ геометріи раньше изложенія теоріи параллельныхъ линій. Хотя, съ другой стороны, — повторю — мнѣ неизвѣстенъ ни одинъ учебникъ физики, въ которомъ при изложеніи кинематики это требованіе было бы выполнено. Въ большинствѣ случаевъ авторы считаютъ *очевидными* оба основныя положенія кинематики \*), забывая, по-

\*) Такъ напр. проф. Н. Шиллеръ въ своемъ учебникѣ „Основанія Физики“ (Гл. I § 1 стр. 15), объясняя разложеніе даннаго движенія точки въ пространствѣ на три составляющія движенія по прямоуглымъ осямъ координатъ, говоритъ только:

видимому, что въ этой ссылкѣ на „очевидность“ заключается въ сущности ссылка на „наблюденіе“ или „опытъ“, въ каковыхъ *раціональная* кинематика, какъ таковая, не нуждается.

Къ сожалѣнію, и новый учебникъ проф. Хвольсона не представляетъ въ этомъ отношеніи исключенія. Желая подготовить читателя къ геометрическому сложенію скоростей (въ § 3), авторъ говоритъ въ концѣ 2-го § только слѣдующее (стр. 52): „За *направленіе* (\*) средней

„скорости  $\frac{ds}{dt}$  можно (\*\*) принять направленіе весьма малой хорды  $\Delta s$ ;

„направленіе скорости  $v$  (т. е. предѣла  $\frac{ds}{dt}$ ) въ данный моментъ *есть* (\*\*)

„направленіе касательной къ траекторіи.— Направленіе скорости совпадаетъ *такимъ образомъ* (\*\*) съ направленіемъ самаго движенія. —

„Скорость, *имѣя направленіе, есть векторъ* (\*\*) и потому (ссылка на §, „гдѣ вкратцѣ изложена теорія векторовъ) можетъ быть изображена

„стрѣлкою и т. д.“—Здѣсь двѣ недомолвки. 1) Въ то первоначальное понятіе, какое имѣемъ о скорости, не входитъ представленіе о *направленіи скорости*;

весьма часто мы относимъ это понятіе и къ такимъ болѣе сложнымъ нежели движеніе явленіямъ, которыхъ теченіе не вызы-  
ваетъ въ насъ представленія о направленіи (скорость соображенія,

скорость работы, времяпрепровожденія и пр.), и потому въ понятіяхъ „сворѣ“ и „медленнѣ“, относимыхъ къ явленіямъ перемѣщенія,

сравниваются лишь абсолютныя величины скоростей, направленіе же всецѣло относимъ къ самому перемѣщенію. Отнять, такъ сказать, на-  
правленіе отъ движенія и приписать его скорости этого движенія—это

уже научный пріемъ, а не очевидность; какъ бы этотъ пріемъ не казался намъ удобнымъ, нельзя однакожъ считать его обязательнымъ.

Если, слѣдовательно, мы вводимъ въ наши разсужденія новое условіе, причисляя „скорость“ къ величинамъ, прямолинейно направленнымъ,

и дѣлаемъ это только ради того, чтобы эту величину *sui generis* имѣть право изображать отрѣзкомъ прямой линіи (а не въ силу логической

необходимости), то надо установить это условіе совершенно опредѣленно, какъ постулатъ. 2) Принятіе этого 1-го условія (считать направленіе

скорости совпадающимъ съ направленіемъ движенія) не влечетъ еще за собою необходимости приписывать скорости свойства „вектора“; изъ того

что намъ удобно было придать скорости опредѣленное въ каждый мо-

---

„Возможность такого разложенія вытекаетъ очевидно изъ нашего способа представлять себѣ положеніе точки и ея движеніе“.

Проф. О. Хвольсонъ въ прежней своей книгѣ: „Ученіе о движеніи и о силахъ“ (Лекція. 2-е изд. 1893 г., § 10, стр. 53), объясняя построеніемъ сложеніе данныхъ скоростей, тоже говоритъ: „Очевидно, что, отложивъ  $A_1B_1=AB$ , мы получимъ точку  $B_1$ ...“ (т. е. четвертую вершину параллелограмма, построеннаго на данныхъ скоростяхъ).

Проф. П. Зяловъ въ своемъ „Курсѣ Физики“ (Часть I, 1895 г., § 9, стр. 11) для объясненія сложенія скоростей ссылается прямо на опытъ движенія шарика въ движущейся трубкѣ.—И т. д.

(\*) Курсивъ автора.

(\*\*) Курсивъ мой.

мевтъ направленіе, еще не слѣдуетъ, что вмѣстѣ съ тѣмъ скорость должно считать „векторною“ величиною, ибо этимъ послѣднимъ терминомъ опредѣляется такая лишь величина, которая имѣетъ не только направленіе въ пространствѣ, но и свойство не мѣнять своего абсолютнаго значенія при параллельномъ ея перемѣщеніи въ пространствѣ. Слѣдовательно, говоря: „скорость есть векторъ“, мы вводимъ второе и весьма существенное условіе, приписывая скорости совершенно новыя и необязательныя свойства, вполнѣ тождественныя съ тѣми, какія пришло бы ей приписать, выходя изъ тѣхъ двухъ основныхъ принциповъ кинематики, которые заключаются въ первыхъ двухъ законахъ Ньютона.—Такимъ образомъ приходимъ теперь къ достаточно вѣроятному рѣшенію вопроса: почему упомянутыя основныя аксіомы кинематики игнорируются авторами учебниковъ? Потому, полагаю, что обѣ онѣ содержатся неявно въ одной коротенькой фразѣ: „скорость есть векторъ“, приводя которую въ своемъ курсѣ раньше или позже, авторы упускаютъ изъ виду, что теорія векторовъ, принимаемая ими какъ нѣчто готовое и нерѣдко заранѣе уже читателями усвоенное, представляетъ въ сущности не что иное, какъ геометрическое отвлеченіе первыхъ двухъ законовъ динамики Ньютона и вытекающихъ изъ нихъ слѣдствій.—Безъ сомнѣнія, условіемъ „скорость есть векторъ“ можно замѣнить принципъ сложенія движеній и скоростей, точно также какъ положеніемъ: „сила есть векторъ“ можно замѣнить принципъ независимости дѣйствія силъ, но при такомъ способѣ изложенія необходимо, по моему мнѣнію, отмѣтить всю условность этихъ положеній, а не вводить ихъ мимоходомъ, какъ нѣчто до очевидности обязательное.

Позволяю себѣ слѣлать еще нѣкоторыя указанія, относящіяся къ тому же второму отдѣлу.

На стр. 62 угловая скорость вращенія земли показана равною

$$\theta = \frac{2\pi}{24.60.60} = 0,0000764.$$

Здѣсь двѣ ошибки: во 1-хъ частное отъ дѣленія  $2\pi$  на 24.60.60, т. е. на 86400, равно не 764, а лишь 727 десятимилліонныхъ, а во 2-хъ, для опредѣленія угловой скорости вращенія земли въ секунду (общепринятаго средняго времени, а не звѣзднаго) надо  $2\pi$  дѣлить на число среднихъ секундъ въ звѣздныхъ суткахъ, т. е. не на 86400, а на 86164, что даетъ для этой скорости величину 0,0000729.—Обѣ эти оплошки повторяются еще разъ на стр. 77.

На стр. 65 (строка 4 сверху): *инерція* названа „особымъ свойствомъ матеріи. Это не точно: инерція не есть „свойство“ матеріи (ибо инерціею матерія не отличается отъ не матеріи; геометрическія тѣла, напримѣръ, мы себѣ представляемъ тоже инертными), а лишь отсутствіе свойства.

То что выше было сказано о „скорости“ - векторѣ, можно было бы повторить и о „силѣ“ - векторѣ. Условность этого послѣдняго положенія недостаточно, напримѣръ, выяснена въ § 3 главы 2-ой (стр. 65 — 66) при изложеніи второго закона Ньютона, и отъ учащихся ускользаетъ одно изъ существенныхъ его слѣдствій — условіе *считать всѣ*

силы прямолинейно дѣйствующими. Между тѣмъ это условіе весьма характерно для ньютоновской динамики: замѣнивъ его какимъ нибудь другимъ, напримѣръ, принявъ, что дѣйствіе силы направлено не по прямой линіи, а по окружности круга (что представило бы болѣе общій случай, обнимающій въ частности и дѣйствіе по окружности безконечно большаго радіуса), мы бы имѣли совершенно иную динамику, уже не ньютоновскую, но тоже „раціональную“ и — быть можетъ — даже приложимую къ рѣшенію нѣкоторыхъ физическихъ вопросовъ, напр. изъ области электродинамики.

§ 4 той же 2-ой Главы, (стр. 66—69), озаглавленный: „Масса. Единица силы. Плотность,“ — разработавъ прекрасно и вполне самостоятельно. Тутъ уже ничто не напоминаетъ обычнаго рутиннаго изложенія и внесенныя въ него поправки весьма существенны въ дидактическомъ отношеніи. Авторъ, напр. разъясняетъ, что опредѣленіе „массы“ какъ „количества матеріи, не можетъ быть допущено, ибо для „разнородныхъ матерій самое представленіе о равныхъ или неравныхъ „количествахъ матеріи а priori отсутствуетъ,“ и устанавливаетъ соотношеніе: „масса тѣла измѣняется количествомъ содержащейся въ немъ матеріи.“ Введена также поправка въ принципъ сохраненія матеріи“ (изложенный раньше въ § 16 отдѣла I, стр. 35—36), который было бы правильнѣе „называть принципомъ сохраненія массы, ибо то, что „остается неизмѣннымъ при всѣхъ физическихъ и химическихъ явленіяхъ, есть масса тѣлъ, принимающихъ участіе въ этихъ явленіяхъ.“

Въ одномъ лишь случаѣ терминологія автора кажется мнѣ недостаточно точною. Раньше подъ словомъ „масса“ понималось лишь то, на что дѣйствуетъ сила; здѣсь же, въ указанномъ § (стр. 66) говорится, что „инертностью или массою“ называется „особое индивидуальное свойство тѣлъ.“ Это нѣсколько сбивчиво: мы не привыкли, напр., говорить: „движется инертность“ и предпочитаемъ сказать: „движется масса.“ Разъ мы ввели два термина, лучше ихъ не отождествлять, а придать каждому его специальное значеніе. Такъ напр. авторъ говоритъ: „условимся называть равными такіа количества разнородныхъ матерій, которыя обладаютъ одинаковыми массами;“ въ этой фразѣ мнѣ бы казалось болѣе удобнымъ замѣнить послѣднее слово терминомъ „инертность“ и сказать: „.... которыя обладаютъ одинаковою инертностью“, т. е. вообще для поясненія динамическаго значенія „массы“ называть ее не „инертностью,“ а только „мѣрою инертности.“ Самъ проф. Хвольсонъ въ прежней своей книгѣ: „Ученіе о движеніи и о силахъ“ (2-ое изд. 1893 г. стр. 135) говоритъ по этому поводу: „величина, которою опредѣляется инертность тѣла, .... называется массою тѣла.“ Прежняя редакція мнѣ кажется лучше новой.

Также кажется мнѣ сбивчивымъ то, что авторъ говоритъ о „плотности“ какъ въ этомъ § 4, такъ и раньше въ § 9 „Введенія“ (стр. 30) и въ § 6 (стр. 14). Настаивая на томъ, что понятіе объ „удѣльномъ вѣсѣ“ является излишнимъ, проф. Хвольсонъ говоритъ вполне справедливо (стр. 14): „нельзя одобрить совершенно излишняго раздвоенія одной и той же по внутреннему ея значенію физической величины на двѣ, изъ которыхъ одна считается за число именованное, а другая за

„число отвлеченное.“ Но вслѣдъ за тѣмъ онъ прибавляетъ: „Какъ на примѣръ, укажемъ на плотность и удѣльный вѣсъ. Иногда говорятъ, что плотность *есть* вѣсъ или есть масса единицы объема, а удѣльный вѣсъ *есть* отвлеченное число, равное отношенію вѣса или массы къ вѣсу или массѣ воды и т. д. Все это не только излишне, но и прямо основано на ошибочномъ толкованіи физическихъ формулъ.“ Конечно это было бы и излишне и ошибочно, если бы плотность опредѣлялась какъ *вѣсъ или масса* единицы объема, а удѣльный вѣсъ — какъ *отвлеченное число*; правда, въ нашихъ учебникахъ физики (Ковалевскаго § 49, Краевича § 11, Малинина § 21 и пр.) сохраняется такое опредѣленіе удѣльнаго вѣса, но это еще не доказываетъ, что удѣльный вѣсъ *должно* понимать какъ число отвлеченное. Такъ напр. въ учебникѣ Jamin'a (Т. I 1888 г. р. 46) прямо сказано: „On appelle *poids spécifique* d'un corps homogène le poids de l'unité de volume de ce corps. La *densité* est la masse de l'unité de volume,“ и мѣ въ нигдѣ не приходилось встрѣчать опредѣленіе плотности какъ *вѣса* единицы объема. Самъ же проф. Хвольсонъ, говоря (стр. 69) о той плотности, которая измѣняется *массой* единицы объема (а не *есть* масса и т. д.), т. е. о той, которая изображена у него формулой  $\delta = C \frac{m}{v}$ , указываетъ на то, что „ее не слѣдуетъ смѣ-

шивать съ тою плотностью (стр. 30), которая измѣняется *вѣсомъ* единицы объема,“ т. е. съ тою, которая опредѣляется зависимостью:

$\delta = C \frac{p}{v}$ . Если, слѣдовательно, авторъ самъ признаетъ за плотностью

двойное значеніе то отчего же не назвать этой второй плотности, по примѣру другихъ авторовъ, „удѣльнымъ вѣсомъ“? Я не понимаю выгоды отъ исключенія изъ физики этого послѣдняго термина, къ которому всѣ привыкли, и отъ раздвоенія понятія о плотности.

Позволю себѣ указать еще на тѣ §§ того же отдѣла, въ которыхъ авторъ, къ сожалѣнію, вовсе не отступаетъ отъ рутиннаго изложенія и не вводитъ, вслѣдствіе этого, поправокъ въ тотъ отдѣлъ элементарной механики, который—по моему—весьма нуждается въ таковыхъ. Въ § 11 стр. 78 приводится обычное опредѣленіе *точки приложения* силы, какъ той точки „на которую она непосредственно дѣйствуетъ.“ Быть можетъ, привычка употреблять эту формулировку мѣшаетъ намъ оцѣнить всю ея бесполезность. При геометрической интерпретаціи динамическихъ вопросовъ представленіе о „точкѣ приложения силы,“ конечно, необходимо, потому что при условіи считать силу *прямолинейнымъ векторомъ* необходимо избрать нѣкоторую точку, отъ которой этотъ векторъ можно было бы воображать отложеннымъ; но въ этомъ случаѣ „точка приложения силы“ является не болѣе, какъ „начальной точкою вектора.“ Нужна-ли эта начальная точка помимо этого и можетъ-ли она имѣть какое либо конкретное значеніе при физическомъ толкованіи дѣйствія силъ,—въ этомъ именно я и сомнѣваюсь. Когда говорятъ, что нѣкоторая сила  $f$  дѣйствуетъ на всю массу  $m$ , сообщая ей напр. ускореніе  $g$ , то подъ этимъ понимаютъ, что на всѣ частицы тѣла, коего масса есть  $m$ , дѣйствуютъ соотвѣтственно пропорціональныя массамъ этихъ частицъ силы, сообщающія *всѣмъ части-*

памъ (каковы бы онѣ ни были) одинаковыя ускоренія  $g$ ; слѣдовательно существуетъ столько точекъ приложеній сколько есть частицъ. Которую же изъ нихъ выбрать за точку приложенія всей силы  $f$ , предполагая, что съ ней связана вся масса тѣла  $m$ ? Очевидно, это безразлично, а значитъ представленіе о точкѣ приложенія силы лишено въ этомъ случаѣ всякой опредѣленности. А потому сводящееся къ этому представленію опредѣленіе неизмѣняемаго твердаго тѣла, данное авторомъ въ томъ же § 11, не можетъ въ сущности дать учащемуся никакого понятія о такомъ тѣлѣ. Дѣйствительно, неизмѣняемымъ тѣломъ здѣсь названо такое, „въ которомъ внутреннія перемѣщенія и вызванныя ими измѣненія разстоянія АВ (гдѣ А и В суть точки приложенія двухъ равныхъ и противоположныхъ по направленію силъ) или вовсе отсутствуютъ или столь малы, что имъ можно пренебречь“; но если, какъ говоритъ авторъ, „на физическое твердое тѣло дѣйствуютъ двѣ силы, равныя по величинѣ и противоположныя по направленію,“ то—на основаніи вышесказаннаго—каждая изъ этихъ силъ дѣйствуетъ по своему направленію на каждую изъ частицъ этого физическаго тѣла, что представится геометрически двумя пучками параллельныхъ векторовъ, приложенныхъ ко всѣмъ частицамъ, и такъ какъ на каждую изъ частицъ дѣйствуютъ двѣ равныя и прямопротивоположныя силы, то всѣ онѣ останутся въ равновѣсіи, и ничто въ этомъ случаѣ не приводитъ къ представленію о внутреннихъ перемѣщеніяхъ, о сжатіи тѣла или его разсѣженіи. Точно такъ же непонятною является извѣстная теорема о перенесеніи внутри неизмѣняемаго тѣла точки приложенія силы по направленію ея дѣйствія, ибо изъ всего сказаннаго раньше о дѣйствіи силъ на нѣкоторую массу, слѣдуетъ, что сила, какъ векторъ, можетъ быть переносима параллельно самой себѣ и — стало быть — начальную точку этого вектора можно воображать гдѣ угодно внутри объема занимаемаго массой, а не по одной лишь прямой.

Всѣ эти противорѣчія возникаютъ, очевидно, изъ за нежеланія дать въ надлежащемъ мѣстѣ курса элементарной механики опредѣленій свободныхъ о несвободныхъ матеріальныхъ точекъ, отъ коихъ только и можно перейти къ опредѣленію неизмѣняемаго твердаго тѣла. Идти окольнымъ путемъ и ради этого выдумывать ненужное въ сущности ученіе о точкѣ приложенія силы, — это и составляетъ одно изъ тѣхъ quasi - облегчающихъ неточностей, которыя сбиваютъ не только учащихся, но и учащихся. Укажу, для примѣра, на общеизвѣстную теорему сложения параллельныхъ силъ, дѣйствующихъ на неизмѣняемое твердое тѣло \*). Теорема эта доказывается обыкновенно такъ: внутри замкнутого

\*) Теорема этой проф. Хвольсонъ не доказываетъ ни въ разсматриваемой книгѣ, ни въ ранѣе вышущемъ имъ университетскомъ курсѣ „Ученіе о движеніи и о силахъ“ (Изд. 2-ое 1893 г.), отсылая въ обоихъ случаяхъ читателя къ „элементарнымъ“ учебникамъ физики. Это напрасно, ибо эта именно теорема и представляетъ одинъ изъ тѣхъ опасныхъ подводныхъ камней, о которыхъ я упоминалъ выше. — Замѣчу еще кстати, что и въ самой формулировкѣ этой теоремы повторяется неточность большинства учебниковъ: сказано (стр. 80) „точка приложенія (равнодѣйствующей параллельныхъ силъ АС и ВD) дѣлитъ разстояніе АВ и т. д.“, вмѣсто того, чтобы сказать: „направленіе равнодѣйствующей дѣлитъ и т. д.“, ибо равнодѣйствующая параллельныхъ силъ никакой определенной „точки приложенія“ не имѣетъ, а имѣетъ лишь опредѣленное направленіе. Та же неточность встрѣчается при опредѣленіи центра системы параллельныхъ силъ (стр. 81), центра инерціи тѣла (стр. 84) и пр.

контура берутъ двѣ точки, напр. А и В, принимаемыя за точки приложенія двухъ параллельныхъ, но неравныхъ силъ, которыя и изображаются въ видѣ двухъ параллельныхъ и неравныхъ отрѣзковъ, напр. АР и ВQ. Если учащійся усвоилъ себѣ приемъ изображенія силъ прямолинейными отрѣзками, онъ будетъ выправѣ спросить: что же означаютъ въ данномъ случаѣ отрѣзки АР и ВQ? По направленію—они означаютъ, очевидно, направленія дѣйствія силъ на тѣло, а по длинѣ—они *должны* (согласно условію, принятому раньше при геометрическомъ представленіи силъ) означать выраженные въ извѣстномъ масштабѣ произведенія массъ, находящихся подъ дѣйствіемъ этихъ силъ, на сообщаемыя ими соотвѣтственно ускоренія. Но—на какія же массы дѣйствуютъ обѣ данныя силы? При упоминаемомъ выводѣ этой теоремы вопросъ этотъ *всегда* замалчивается; и не мудрено, ибо для этого искусственнаго вывода необходимо принимать, что обѣ данныя силы АР и ВQ дѣйствуютъ, каждая, на *всю массу* даннаго неизмѣняемаго тѣла, а наврядъ-ли удалось-бы разъяснить учащимся, какимъ это образомъ одна и та же масса можетъ въ одно и то же время быть въ точкѣ А и въ точкѣ В, и почему двѣ параллельныя силы, дѣйствующія на одну и ту же массу, не сливаются своими направленіями. Помимо того тутъ возникаетъ еще и другой вопросъ: если наши отрѣзки АР и ВQ не равны, а силы, изображаемыя ими, дѣйствуютъ каждая на одну и ту же массу, то значить отрѣзки эти должны быть пропорціональны ускореніямъ, соотвѣтственно сообщаемымъ данными силами этой массѣ; если же ускоренія, сообщаемыя точкамъ А и В, не одинаковы, то почему же тѣло, которому принадлежатъ эти точки не разорвется на двѣ части при дѣйствіи на него такихъ двухъ неравныхъ силъ, или не прійдетъ во вращательное движеніе?

Приведеннаго примѣра достаточно, чтобы наглядно обнаружить всѣ неудобства общепринятаго въ нашихъ учебникахъ метода изложенія этого отдѣла механики, метода, въ которомъ искусственнымъ замалчиваніемъ и маскированіемъ трудностей хотять дать понятіе о дѣйствіи силъ на неизмѣняемую систему, не установивъ предварительно понятія о центрѣ инерціи массъ. Къ сожалѣнію, и проф. Хвольсонъ является сторонникомъ этого метода: сославшись напр. на выясненное (будто-бы) понятіе о центрѣ параллельныхъ силъ въ элементарныхъ учебникахъ физики (стр. 80, 81), онъ считаетъ возможнымъ опредѣлить въ § 15 этого отдѣла (стр. 84) центръ инерціи тѣла какъ „точку приложенія равнодѣйствующей всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на это тѣло, „когда оно помѣщено въ равномѣрномъ динамическомъ полѣ“.

Ограничиваясь сдѣланными здѣсь по поводу появленія новаго „Курса Физики“ замѣчаніями, сиѣшу оговориться: изъ того, что проф. Хвольсонъ въ нѣкоторыхъ §§ этого курса не сдѣлалъ тѣхъ поправокъ, о которыхъ была рѣчь выше, еще не слѣдуетъ, что онъ обязанъ былъ ихъ сдѣлать. Автору всякой новой книги можно ставить въ вину лишь тѣ ошибки, которыя онъ въ ней *сдѣлалъ*, но отнюдь не то, чего онъ въ ней *не сдѣлалъ*, тѣмъ болѣе что было бы положительно невозможно удовлетворить въ этомъ отношеніи вкусамъ и ожиданіямъ всѣхъ читателей. Поэтому, еще разъ повторяю, я не имѣлъ въ виду писать здѣсь подробной рецензіи объ учебникѣ проф. Хвольсона, не считая себя достаточно для этого компетентнымъ, а хотѣлъ лишь, въ качествѣ пре-

подавателя физики, указать, какіе изъ отдѣловъ курса элементарной механики слѣдовало бы, по моему мнѣнію, реформировать. Если же, въ силу поговорки: „большому кораблю — большое плаваніе“, я считаю при этомъ, что это слѣдовало бы сдѣлать именно профессору Хвольсону въ его университетскомъ „Курсѣ Физики“, то это лишь обнаруживаетъ мое высокое мнѣніе о немъ, какъ о физикѣ-педагогѣ.

Удѣливъ такъ много мѣста бесѣдѣ о томъ, чего проф. Хвольсонъ въ своей книгѣ не сдѣлалъ, мнѣ по необходимости приходится сказать лишь нѣсколько словъ о томъ, что имъ сдѣлано. Говорю — по необходимости — ибо въ противномъ случаѣ мнѣ бы пришлось писать не статью, а цѣлую книгу, которая, къ тому же, оказалась бы совершенно ненужной, такъ какъ всѣ читатели предпочтутъ, очевидно, съ достоинствами новаго учебника познакомиться по немъ же, а не по чьимъ бы то ни было отзывамъ и перепечаткамъ.

Итакъ, скажу кратко: начиная съ Главы III (стр. 89) и до конца (стр. 616) книга представляетъ прекрасное и достаточно полное руководство для студентовъ и весьма полезное пособіе для преподавателей физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Глава III „Работа и Энергія“ изложена прекрасно; въ опредѣленіи единицы работы сдѣлана необходимая и важная оговорка (отсутствующая во многихъ учебникахъ): „безъ измѣненія начальной скорости“ (стр. 91), выяснено различіе между „работою“ и „мощностью“, перечислены всѣ виды энергіи какъ кинетической, такъ и потенциальной и относительно послѣдней сдѣлано вполнѣ современное замѣчаніе (стр. 109): „весьма вѣроятно, что потенциальной энергіи въ мірѣ вовсе не существуетъ“. И т. д. Въ IV главѣ авторъ опять возвращается къ кинематикѣ и излагаетъ „Гармоническое колебательное движеніе“, въ V-ой — „Лучистое распространеніе колебаній“. Глава VI посвящена „Всемирному тяготѣнію“, глава VII — „Элементарному ученію о потенциалѣ“, глава VIII — „Силѣ тяжести“ и глава IX — весьма существенная — „Размѣрамъ физическихъ величинъ“ и ученію объ единицахъ. (По этому спеціальному предмету авторомъ были изданы раньше: „Объ абсолютныхъ единицахъ“ 1887 г. и „О метрической системѣ мѣръ и вѣсовъ“ 1884). Въ концѣ этого II Отдѣла приведены указанія по литературѣ элементарной механики, энергетике, ученія о колебательныхъ движеніяхъ и ученія объ единицахъ.

Отдѣлъ III — объ измѣрительныхъ приборахъ и способахъ измѣренія — заключаетъ въ себѣ десять главъ, съ указаніями литературы. Рисунки заимствованы по большей части изъ „Курса наблюдательной физики“ О. О. Петрушевскаго (о чемъ и заявлено въ предисловіи).

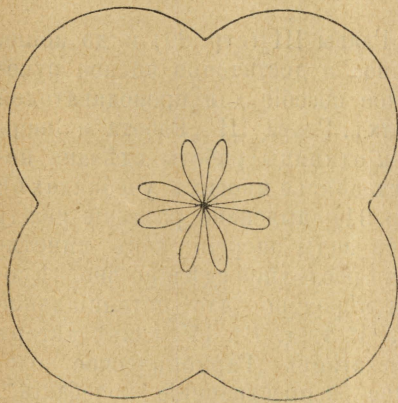
Въ отдѣлѣ IV изложено „Ученіе о газахъ“ (въ шести главахъ) въ его современномъ состояніи; приведены результаты новѣйшихъ изслѣдованій и въ каждой главѣ указана литература предмета. То же приходится сказать и объ отдѣлѣ V, посвященномъ современному состоянію ученія о жидкостяхъ и растворахъ и раздѣленномъ на десять главъ, и объ отдѣлѣ VI и послѣднемъ, гдѣ изложено ученіе о твердыхъ тѣлахъ въ четырехъ главахъ. Въ концѣ книги приложено 13 таблицъ.

Въ заключеніе позволю себѣ высказать пожеланіе, чтобы ничто не помѣшало проф. Хвольсону издать дальнѣйшіе томы этого капитальнаго сочиненія.

Эр. Шпагинскій.

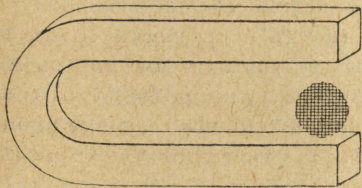
## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**О магнетизмъ магнитнаго желѣзняка.**—Магнитный желѣзнякъ встрѣчается иногда въ природѣ въ видѣ красивыхъ кристалловъ правильной системы; въ формѣ октаэдровъ и додекаэдровъ. Распределение магнетизма въ этихъ кристаллахъ было изучено г. Р. Weiss'омъ, который получилъ очень интересные результаты. Онъ вырѣзывалъ изъ кристалловъ очень тонкія пластинки по различнымъ направленіямъ по отношенію къ осямъ кристалла и изслѣдовалъ магнитныя свойства во всѣхъ направленіяхъ плоскости пластинки, а также въ направленіи, перпендикулярномъ къ этой плоскости. Фиг. 1 изображаетъ интенсив-



Фиг. 1.

сѣтки вырѣжемъ дискъ, то и тамъ найдемъ для распределения магнетизма въ плоскости диска—розетку съ четырьмя максимумами и съ четырьмя не очень рѣзко выраженными минимумами между ними, а въ плоскости, перпендикулярной къ плоскости пластинки, — правильный вѣникъ о 8-и лепесткахъ. Легко убѣдиться, что въ плоскости диска максимумы намагничиванія расположены по діагоналямъ петель сѣтки. Дѣйствительно, если дискъ помѣстить между полюсами подковообразнаго магнита, въ положеніи, указанномъ на фиг. 2, т. е. такъ, чтобы про-



Фиг. 2.

волоки были параллельны прямой, соединяющей полюсы, то дискъ, будучи предоставленъ самъ себѣ, вращается и устанавливается такъ, что діагональ становится параллельной прямой, соединяющей полюсы. Тѣ же результаты получаются, если дискъ подвергнуть деформации, напр. растянувъ его въ такой эллипсѣ, чтобы діагонали были направ-

лены по осямъ эллипса; тогда эллипсъ установится такъ, что концы его осей будутъ направлены къ полюсамъ магнита, а никогда не установится въ какомъ либо изъ промежуточныхъ положеній. (La Nature). В. Г.

**О теплопроводности льда.** — (*Paolo Straneo. Atti. della Real. Accad. dei Lincei. Rendiconti. 1897. VI*). Результаты, полученные до настоящего времени различными наблюдателями, измѣрившими теплопроводность льда, до такой степени разнятся другъ отъ друга, что эта разниа никоимъ образомъ не можетъ быть приписана нечистотѣ льда, надъ которымъ производились измѣренія. Такъ, для этого коэффициента Науманнъ нашелъ значеніе 0,34, Де-ла-Ривъ—0,14, Форбесъ—0,134 и 0,128, смотря по направленію, Митчелъ—0,30. Это разногласіе побудило автора произвести возможно тщательное опредѣленіе этого коэффициента.

Изъ изслѣдуемаго льда вырѣзывался кубъ, который охлаждался въ керосинѣ до—21°. Затѣмъ кубъ этотъ быстро переносился въ приемникъ, гдѣ на одну изъ его граней направлялся токъ керосина, температура котораго лежала лишь на нѣсколько градусовъ ниже нуля. Черезъ 4 минуты и затѣмъ черезъ каждые 10 секундъ опредѣлялась температура нѣкоторой точки внутри куба. Для опредѣленія температуры употреблялся термоэлектрический элементъ, котораго второй спай помещался въ керосинъ при 0°. Изъ полученныхъ такимъ образомъ данныхъ вычислялась затѣмъ теплопроводность льда.

Измѣренія, произведенныя надъ различными сортами льда, показывали, что теплопроводность его колеблется между 0,30 и 0,31 (принимая за единицы сантиметръ, граммъ, минуту и градусъ термометра Цельсія). Только для такого льда, который легче колется въ направленіи, перпендикулярномъ къ поверхности замерзавшей воды, теплопроводность оказалась равной въ среднемъ 0,32 въ направленіи, перпендикулярномъ къ поверхности воды. Изъ этого льда вырѣзывались для изслѣдованія цилиндрики по двумъ различнымъ направленіямъ.

А.

**Вліяетъ-ли сопротивленіе воздуха на высоту фонтана?** — (*G. van der Mensbrugge. Bull. de l'Acad. Royale Belgique. XXXIV*). Какъ извѣстно, если жидкость бьетъ струей вверхъ изъ узкаго отверстія, то всегда высота струи нѣсколько меньше разности уровней жидкости въ питающемъ сосудѣ и въ отверстіи. Въ числѣ причинъ, мѣшающихъ струѣ достигнуть уровня жидкости въ резервуарѣ, обыкновенно указываютъ на сопротивленіе воздуха, хотя до настоящаго времени не было опытовъ, которые доказывали бы это. *G. van der Mensbrugge* получимъ на этотъ вопросъ отрицательный отвѣтъ, произведя слѣдующіе опыты.

Большой стеклянный сосудъ переходилъ внизъ въ длинную стеклянную трубку, конецъ которой загнутъ вверхъ. Сосудъ вмѣстѣ съ трубкой помещенъ въ герметически закрытомъ стеклянномъ цилиндрѣ, въ которомъ воздухъ можетъ быть при помощи помпы доведенъ до желаемой степени разрѣженія. Отверстіе трубки, откуда бьетъ фонтанъ, можетъ быть открываемо и закрываемо снаружи.

При діаметрѣ отверстія въ 1 mm и высотѣ водяного столба, производящаго давленіе, въ 38 см, высота фонтана равнялась 27 см подъ атмосфернымъ давленіемъ. Высота эта не измѣнилась замѣтно, когда давленіе внутри цилиндра было доведено до 10 см ртутнаго столба.

Измѣренія производились при помощи зрительной трубки. Но за то по виду струя въ этомъ послѣднемъ случаѣ сильно отличалась отъ предыдущей: тогда какъ при атмосферномъ давленіи внутри цилиндра струя вскорѣ по выходѣ изъ отверстія разбивалась на рядъ отдѣльныхъ капелекъ, при давленіи въ 10 см она оставалась сплошною до самой вершины. Тотъ же результатъ получился при діаметрѣ отверстія въ 0,5 mm, только высота фонтана равнялась всего лишь 20 см.

Распаденіе струи на отдѣльные капли замѣтно уменьшалось уже при давленіи въ 30 см и совершенно исчезало при 14,6 см. Подобные результаты получились и для нѣкоторыхъ другихъ жидкостей.

Такимъ образомъ сопротивление воздуха не оказываетъ замѣтнаго вліянія на высоту фонтана, бьющаго вверхъ изъ небольшого отверстія.

В. Г.

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

❖ Профессоръ математической физики *Eugenio Beltrami* избранъ въ президенты Академіи dei Lincei въ Римѣ.

❖ Профессоръ математики въ Римѣ *L. Cremona* избранъ въ члены-корреспонденты Парижской Академіи Наукъ.

❖ Недавно въ Лондонѣ образовалось общество, президентомъ котораго избранъ проф. Сильванусъ П. Томпсонъ и которое получило названіе «Общества Рентгена». Въ первомъ засѣданіи его проф. Томпсонъ произнесъ рѣчь, въ которой напомнилъ вкратцѣ обстоятельства, сопровождавшія открытіе X-лучей, а затѣмъ говорилъ объ работахъ, гдѣ открытіе это примѣнялось на практикѣ, и о тѣхъ усовершенствованіяхъ методовъ изслѣдованія, которыя явились результатомъ открытія Рентгена. Далѣе проф. Томпсонъ перешелъ къ значенію X-лучей въ области медицины вообще и хирургіи въ частности и физиологическому ихъ дѣйствию. Между прочимъ онъ остановился на вопросѣ о томъ, могутъ ли быть эти лучи непосредственно воспринимаемы глазомъ, и привелъ рядъ фактовъ, доказывающихъ, что иногда X-лучи несомнѣнно производятъ слабое впечатлѣніе на глаза. Такъ, если помѣстить человѣка въ абсолютную темноту, то онъ получаетъ впечатлѣніе свѣта, повернувъ глаза по направленію къ дѣйствующей трубкѣ, закрытой алюминіевымъ экраномъ; если передъ его зрачками помѣстить кусокъ платины, снабженной вертикальной щелью, то онъ видитъ вертикальную черту. Это явленіе, наблюдаемое не у всѣхъ людей, проф. Рентгенъ объясняетъ флуоресценціей свѣтчатой оболочки. Въ заключеніе проф. Томпсонъ напомнилъ, что въ настоящее время издаются уже три журнала (въ Англіи, Америкѣ и Германіи), посвященныхъ исключительно лучамъ Рентгена. (Электрич.).

❖ Въ Терамо, близъ Коллурани (Италія) открыта недавно новая астрономическая обсерваторія. Обсерваторія расположена на холмѣ высокою въ 40 метровъ, что даетъ возможность производить наблюденія у самаго горизонта, и снабжена превосходнымъ рефракторомъ съ отверстіемъ объектива въ 0,14 m и фокуснымъ разстояніемъ 6,15 m.

❖ *Peate* въ *Greenville'n* (Пенсильванія) закончилъ недавно приготовленіе зеркала для гигантскаго телескопа въ Обсерваторіи Вашингтонскаго Университета. Зеркало это, имѣющее въ діаметрѣ 1,525 m., было начато въ апрѣлѣ 1895 года и въ два года подготовлено къ серебрѣнію. Оно сдѣлано чрезвычайно тщательно: г. *Peate* увѣряетъ, что еще до серебрѣнія можно было очень ясно видѣть обыкновенную иглу или волосъ на разстояніи 300 метровъ. Зеркало это получило и особое названіе: *Mammouth*.

❖ Скончались: 22 декабря астрономъ *Эдуардъ Линдеманъ* въ Пулковской Обсерваторіи 55 лѣтъ отъ роду; 2 декабря президентъ Академіи dei Lincei въ Римѣ, математикъ *Francesco Brioschi* 72 лѣтъ отъ роду; 20 января математикъ *C. L. Dogson* въ Оксфордѣ 65 лѣтъ отъ роду.

# ЗАДАЧИ.

**№ 487.** На основаніи  $AC$  треугольника  $ABC$  дана точка  $D$ . Черезъ эту точку провести прямую, дѣлящую площадь треугольника въ крайнемъ и среднемъ отношеніи.

*Л. Магазаникъ (Бердичевъ).*

**№ 488.** Черезъ точку  $J$ , представляющую центръ шара, вписаннаго въ тетраэдръ  $SABC$ , проведена плоскость, дѣлящая объемъ тетраэдра пополамъ. Доказать, что эта же плоскость дѣлитъ поверхность тетраэдра на двѣ равныя части.

*П. Свѣшниковъ (Уральскъ).*

**№ 489.** Доказать, что если

$$a+b+c=1,$$

гдѣ  $a$ ,  $b$  и  $c$  числа положительныя, то

$$\sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} < 5.$$

(Заемств.) *Я. Полушкинъ (с. Знаменка).*

**№ 490.** Медіаны треугольника составляютъ арифметическую прогрессию; при какихъ условіяхъ этотъ треугольникъ будетъ прямоугольнымъ, тупоугольнымъ и остроугольнымъ?

(Заемств.) *Д. Е. (Иваново-Вознесенскъ).*

**№ 491.** Платиновый шаръ, взвѣшенный въ ртути, теряетъ 50 граммовъ своего вѣса при  $0^\circ$  и 49,5415 граммовъ при  $60^\circ$ . Опредѣлить коэффициентъ кубическаго расширенія платины, зная, что коэффициентъ абсолютнаго расширенія ртути равенъ  $\frac{1}{5550}$ , а ея плотность при  $0^\circ$  — 13,6.

(Заемств.) *М. Г.*

**№ 492.** По двумъ взаимно перпендикулярнымъ прямымъ по направленію къ точкѣ  $O$  ихъ пересѣченія движутся равномерно двѣ точки: точка  $A$  — со скоростью 4-хъ сант. и точка  $B$  — со скоростью 3-хъ сант. въ секунду. Въ нѣкоторый моментъ разстояніе  $OA = 75$  сант. и разстояніе  $OB = 50$  сант. Найти minimum разстоянія  $AB$ .

*С. Гирманъ (Варшава).*

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 301 (2 сер.).** Опредѣлить въ цѣлыхъ числахъ ребра прямоугольнаго параллелоипеда, у котораго объемъ и сумма всѣхъ реберъ выражаются однимъ и тѣмъ же числомъ, при условіи, чтобы всѣ три измѣренія параллелоипеда были различны.

Условіе задачи приводитъ насъ къ рѣшенію въ цѣлыхъ и положительныхъ числахъ уравненія

$$xyz=4(x+y+z), \quad (1)$$

гдѣ  $x, y, z$ —измѣренія параллелоипеда.

Всѣ три измѣренія не могутъ быть одновременно больше четырехъ; въ самомъ дѣлѣ, если  $x=4+x', y=4+y', z=4+z'$ , гдѣ  $x', y', z'$ —положительныя числа, то

$$xyz=(4+x')(4+y')(4+z') > 4[(4+x')+(4+y')+(4+z')] = 4(x+y+z),$$

въ чемъ легко убѣдиться, раскрывъ скобки въ обѣихъ частяхъ неравенства. Итакъ одно изъ измѣреній, напр.  $x$ , имѣетъ одно изъ значеній 1, 2, 3, 4.

Полагая  $x=1$ , получимъ изъ уравненія (1):

$$yz=4(1+y+z),$$

откуда

$$y=\frac{4(z+1)}{z-4}=4+\frac{20}{z-4} \quad (2);$$

слѣдовательно  $z-4$  равно одному изъ дѣлителей числа 20.

Поэтому

$$z-4=1; 2; 4; 5; 10; 20,$$

откуда

$$z=5; 6; 8; 9; 14; 24,$$

а  $y$  соотвѣтственно равно (см. 2)

$$24, 14, 9, 8, 6, 5.$$

Отбирая различныя пары рѣшеній для  $y$  и  $z$ , имѣемъ для  $x, y, z$  слѣдующія соотвѣтственныя значенія:

$$1, 5, 24$$

$$1, 6, 14$$

$$1, 8, 9.$$

Подобнымъ же образомъ, полагая  $x=2$ , получимъ рѣшенія:

$$2, 3, 10$$

$$2, 4, 6.$$

Предполагая  $x=3; 4$ , не получаемъ новыхъ рѣшеній, а старыя—3, 2, 10 и 4, 2, 6.

*Б. Щиголевъ* (Курскъ); *И. Вонсикъ* (Воронежъ); *П. Ивановъ* (Одесса); неполное рѣшеніе дала *В. Россовская* (Курскъ).

**№ 302** (1 сер.). Извѣстно, что въ каждомъ треугольникѣ можно построить три вписанные квадрата. Доказать, что если каждую точку,

лежащую на сторонѣ треугольника и дѣлящую пополамъ сторону соответственнаго вписаннаго квадрата, соединимъ прямою линіей съ противоположной вершиною треугольника, то три такія прямыя пересекутся въ одной точкѣ.

Стороны вписанныхъ квадратовъ, основанія которыхъ лежатъ соответственно на сторонахъ треугольника  $a, b, c$ , назовемъ соответственно черезъ  $x, y, z$ , а точки, лежащія на сторонахъ треугольника  $a, b, c$  и дѣлящія пополамъ стороны вписанныхъ квадратовъ, назовемъ соответственно черезъ  $M_1, M_2, M_3$ . Назовемъ черезъ  $D$  вершину вписаннаго квадрата, основаніе котораго лежитъ на сторонѣ  $a$ , а именно ту изъ двухъ вершинъ, которая лежитъ между точками  $B$  и  $M_1$ . Тогда

$$BD = x \cotg B,$$

$$BM_1 = x \cotg B + \frac{x}{2} = x \left( \cotg B + \frac{1}{2} \right). \quad (1)$$

$$\text{Подобнымъ же образомъ: } CM_2 = y \left( \cotg C + \frac{1}{2} \right), AM_3 = z \left( \cotg A + \frac{1}{2} \right) \quad (2),$$

а также

$$M_1C = x \left( \cotg C + \frac{1}{2} \right); M_2A = y \left( \cotg A + \frac{1}{2} \right), M_3B = z \left( \cotg B + \frac{1}{2} \right) \quad (3).$$

Изъ равенствъ (1), (2), (3) имѣемъ:

$$\begin{aligned} BM_1 \cdot CM_2 \cdot AM_3 &= M_1C \cdot M_2A \cdot M_3B = \\ &= xyz \left( \cotg A + \frac{1}{2} \right) \left( \cotg B + \frac{1}{2} \right) \left( \cotg C + \frac{1}{2} \right), \end{aligned}$$

откуда по теоремѣ, обратной теоремѣ Чева, находимъ, что прямыя  $AM_1, BM_2, CM_3$ , проходятъ черезъ одну точку.

*А. Плетневъ (Воронежъ); С. Влажко (Москва); Н. С. (Одесса).*

**№ 325** (2 сер.). Даны двѣ непересекающіяся окружности, одна внѣ другой; изъ произвольной точки  $A$  одной окружности проведены касательныя къ другой. Середина хорды  $BC$ , соединяющей точки касанія, пусть будетъ  $D$ . Определить геометрическое мѣсто точки  $D$ .

Пусть  $O'$  центръ первой окружности,  $O$  — центръ второй. Соединимъ точку  $A$  первой окружности съ центромъ  $O$  прямой. Точка встрѣчи  $D$  прямыхъ  $BC$  и  $OA$  и будетъ точкой искомаго геометрическаго мѣста. Изъ прямоугольнаго треугольника  $OBA$  имѣемъ:

$$OB^2 = OD \cdot OA = R^2, \quad (1)$$

гдѣ  $R$  радіусъ окружности  $O$ . Проведемъ теперь изъ точки  $O$  касательную къ окружности  $O'$ ; пусть  $A_1$  будетъ точка касанія этой касательной. Построимъ точку  $D_1$  искомаго геометрическаго мѣста, отвѣчающую точкѣ  $A_1$  окружности  $O'$ . Точка  $D_1$  лежитъ на отрѣзкѣ  $OA_1$ , причемъ

$$OD_1 \cdot OA_1 = R^2 \quad (2).$$

Пусть теперь нѣкоторая сѣкущая, проходящая черезъ точку  $O$ , встрѣчаетъ окружность  $O'$  въ двухъ точкахъ  $A$  и  $A'$ , которымъ отвѣчаютъ двѣ точки  $D$  и  $D'$  искомаго геометрическаго мѣста, лежащія на прямой  $OA$ ; тогда имѣютъ мѣсто равенства

$$OD \cdot OA = R^2 \quad (1 \text{ bis})$$

и 
$$OD' \cdot OA' = R^2. \quad (3)$$

По свойству касательной

$$OA \cdot OA' = OA_1^2. \quad (4)$$

Для уравненія (1 bis) и (3) на уравненіе (4), найдемъ:

$$\frac{OD}{OA'} = \frac{R^2}{OA_1^2}, \quad \frac{OD'}{OA} = \frac{R^2}{OA_1^2}.$$

Поэтому (см. уравненіе 2)

$$\frac{OD}{OA'} = \frac{OD'}{OA} = \frac{OD_1}{OA_1} = \frac{R^2}{OA_1^2}. \quad (5)$$

Построимъ теперь на отрѣзкѣ  $OO'$  точку  $M$  такъ, чтобы выполнялось равенство:

$$\frac{OM}{OO'} = \frac{OD_1}{OA_1}. \quad (6)$$

Тогда (5)

$$\frac{OD}{OA'} = \frac{OD'}{OA} = \frac{OD_1}{OA_1} = \frac{OM}{OO'},$$

откуда слѣдуетъ, что треугольники  $OMD$ ,  $OMD'$ ,  $OMD_1$  подобны соответственно треугольникамъ  $OMA'$ ,  $OMA$ ,  $OMA_1$ .

Поэтому

$$\frac{OM}{OO'} = \frac{MD}{O'A'} = \frac{MD'}{O'A} = \frac{MD_1}{O'A_1}.$$

Слѣдовательно

$$MD = MD' = MD_1,$$

т. е. искомое геометрическое мѣсто есть окружность, центръ которой есть точка  $M$ , а радіусъ  $MD_1$ .

В. Буханицевъ (Ворисоглѣбскъ); П. Хамбниковъ (Тула).

## ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

### MATHESES.

1897. — № 1.

Une courbe oubliée. La conchoïde de R. de Sluse. Par M. Gino Loria.. Кривая 3-го пор., извѣстная подъ названіемъ конхоиды Sluse'a, обратила на себя вниманіе геометровъ съ времени опубликованія переписки между Sluse'омъ и Huygens'омъ. Sluse предложилъ слѣдующее построеніе этой кривой по точкамъ: задается точка  $O$ , прямая  $r$  и постоянная величина  $k^2$ ; чрезъ точку  $O$  проводится произвольная прямая, пересѣкающая прямую  $r$  въ точкѣ  $M$ ; если отъ точки  $M$  въ направленіи  $OM$  отложить отрѣзокъ  $MP$  такъ, чтобы  $OM \cdot MP = k^2$ , то геометрическое мѣсто

точки Р и будетъ конхоида Sluse'a. Если точку О и перпендикуляръ изъ О на прямую линію  $r$  принять за полюсъ и ось полярныхъ координатъ  $\rho$  и  $\varphi$ , то ур-ніе разсматриваемой конхоиды въ полярныхъ координатахъ будетъ.

$$a(\rho \cos \varphi - a) = k^2 \cos^2 \varphi,$$

гдѣ  $a$ —разстояніе точки О отъ прямой  $r$ . Въ прямоугольныхъ координатахъ (Декарта) ур-ніе это имѣетъ видъ:

$$a(x-a)(x^2+y^2) = k^2 x^2.$$

Если отрѣзокъ  $MP' = MP$  отложить отъ М въ сторону точки О, то геометрическое мѣсто точки Р' изобразится ур-ніемъ

$$a(x-a)(x^2+y^2) = -k^2 x^2;$$

такимъ образомъ, въ общемъ случаѣ ур-неніе конхоиды Sluse'a и имѣетъ видъ (1), если подъ  $k$  подразумѣвать дѣйствительную величину  $k$  или мнимую  $k\sqrt{-1}$ .

Вмѣсто вышеуказаннаго построенія кривой авторъ предлагаетъ слѣдующее: на перпендикулярѣ изъ О на прямую  $r$  берется точка С, отстоящая отъ О на разстояніе  $\frac{k^2}{2a}$ ; около этой точки описывается окружность  $\Gamma$ , проходящая чрезъ О, и прямая, пересекающая прямую  $r$  и окружность  $\Gamma$  въ М и N; на этой прямой по обѣ стороны отъ точки М откладываются отрѣзки MP и MP', равные ON; геометрическимъ мѣстомъ точекъ Р и Р' будетъ конхоида Sluse'a.

Прямая  $r$ , очевидно, есть асимптота конхоиды; точка О при  $k^2 < 0$  будетъ отдѣльной точкой этой кривой, а при  $k^2 < 0$  эта точка будетъ узловъ точкой возврата или отдѣльной точкой кривой, смотря по тому, будетъ-ли  $k^2$  больше, равно, или меньше  $-a^2$ . Въ всякомъ случаѣ О есть двойная точка кривой.

Комбинируя ур-ніе (1) съ ур-ніемъ произвольной прямой OM

$$y = \lambda x,$$

можно выразить конхоиду Sluse'a ур-яни:

$$x = a + \frac{k^2}{a(1+\lambda^2)}, \quad y = a\lambda + \frac{k^2\lambda}{a(1+\lambda^2)}$$

Авторъ заканчиваетъ статью нѣкоторыми выводами изъ этихъ ур-ній относительно точекъ перегиба кривой и указываетъ на связь ея съ *цискоидой Диоклеса*.

**Développement de  $\sqrt{x}$  en fraction continue.** Par M. A. Boutin. Если при цѣломъ  $x$  разложить  $\sqrt{x}$  въ непрерывную дробь.

$$\sqrt{x} = a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \dots + \frac{1}{2a + \frac{1}{b + \dots}}}}$$

то (не считая цѣлой части  $a$ ) знаменатели этой дроби  $b, c, \dots, 2a$  повторяются и образуютъ періодъ  $b, c, \dots, 2a$ , такъ-что символически можно положить

$$\sqrt{x} = (a, b, c, \dots, 2a).$$

Давая въ этомъ равенствѣ для  $x$  значенія отъ 1 до 200 включительно, Boutin выводитъ изъ полученныхъ результатовъ слѣдующія заключенія, требующія особыхъ, теоретическихъ, доказательствъ:

$$\sqrt{a^2+1} = (a, 2a),$$

$$\sqrt{a^2+2} = (a, a, 2a),$$

$$\sqrt{a^2-1} = (a-1, 1, 2a-2),$$

$$\sqrt{a^2-2} = (a-1, 1, a-2, 1, 2a-2),$$

$$\sqrt{4a^2+4} = (2a, a, 4a),$$

$$\sqrt{4a^2+a} = (2a, 4, 4a),$$

$$\sqrt{4a^2-a} = (2a-1, 1, 2, 1, 4a-2),$$

$$\sqrt{a^2+a} = (a, 2, 2a) \text{ и проч.}$$

**Une propriété des coniques.** *Pas M. J. Wastels.* Если чрезъ точку Р коническаго сѣченія провести нормаль и двѣ хорды РА и РВ, составляющія равные углы съ нормалью, то касательныя къ той-же кривой въ А и В пересѣкаются на нормали. Обратнo: если А и В суть точки касанія коническаго сѣченія съ прямыми, проведенными изъ одной точки нормали въ Р, то хорды РА и РВ, составляютъ равные углы съ нормалью.

**Notes mathématiques.** I. *Deux questions de concours* I. Если члены ряда  
 $1, 2, 3, \dots, (n-2), (n-1), n$   
 умножить на соотвѣтственные члены ряда

$$(2n-1), (2n-3), (2n-5), \dots, 5, 3, 1,$$

то сумма полученныхъ произведеній будетъ:

$$S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{(2n+1)(n+1)n}{1 \cdot 2 \cdot 3}.$$

II. Если члены арифметической прогрессіи

$$\div 1 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 13 \dots$$

расположить въ ряды:

$$1,$$

$$5 \cdot 9 \cdot 13,$$

$$17 \cdot 21 \cdot 25 \cdot 29 \cdot 33, \text{ и т. д.}$$

такъ чтобы въ каждомъ ряду было двумя членами больше, чѣмъ въ предыдущемъ, то сумма членовъ каждого ряда равна будетъ кубу числа членовъ этого ряда.

2) *Sur une propriété des coniques.* (J. N.)

3) *Sur la définition de la multiplication.* (A. Listray.)

4) *Sur la question 949.* (G. de Rocquigny.)

**Solutions de questions proposées.** №№ 985, 994, 1003, 1005, 1015, DXCVIII.

Здѣсь, между прочимъ, доказана слѣдующая теорема (№ 1015):

Если  $H_1, H_2, H_3$  суть основанія высотъ тр-ка ABC, то, обозначивъ  
 чрезъ  $A_1, B_1, B_2$  проэкціи  $H_1$  на AB и AC,

$$" B_1, B_2 \quad " \quad H_2 \quad " \quad BC \quad " \quad BA,$$

$$" C_1, C_2 \quad " \quad H_3 \quad " \quad CA \quad " \quad CB,$$

получимъ

$$a^2 \cdot H_1 A_1 A_2 + b^2 H_2 B_1 B_2 + c^2 H_3 C_1 C_2 = \frac{S^3}{R^2},$$

гдѣ  $a, -b, c$  суть стороны тр-ка ABC, S—его площадь и R—радіусъ описаннаго круга. (J. Jonesco)

**Questions d'examen.** №№ 776—780.

**Questions proposées.** №№ 1101—1106.

**Publications récentes.**

Д. Е.

**ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ** отъ слѣдующихъ лицъ: С. Розенблатъ (Житомиръ) 441 (3 сер.); Я. Полушкина (с. Знаменка) 580 (2 сер.), 423, 426, 475, 476, 480, (3 сер.); Ф. Шнейдера (Вѣлостокъ) 447, 465, (3 сер.); Сибиряка (Томскъ) 453, 464, 465, 469, 468 (3 сер.); Черныя (Николаевъ) 468, 470, 474 (3 сер.); Е. Знаменкаго (Кіевъ) 439, 455, 456, 460, 469, 472, 474 (3 сер.); Б. Аршикова (Курскъ) 404, 416, 442, 444 (3 сер.); М. Бритмана (Коломна) 424 (3 сер.); Л. Магазаника (Бердичевъ) 427, 428, 429, 430, 431, 469, 470, 473, 474, 480 (3 сер.); Я. Полушкина (с. Знаменка) 428, 429, 430, 431 (2 сер.); 548, 557 (2 сер.); И. Поповскаго (Умань) 427, 428, 429, 480, 431 (3 сер.).

Редакторъ В. А. Циммерманъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою. Одесса, 13-го Марта 1898 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

Обложка  
щется

Обложка  
щется