

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIV Сем.

№ 167.

№ 11.

**Содержаніе:** О безконечности, (продолженіе). *М. Попруженко.* — О новомъ изложеніи ученія объ электричествѣ и магнитизмѣ, (окончаніе). *Э. К. Штацинскаго.* — Задачи объ аккумуляторахъ. *А. Королькова.* — Разныя извѣстія. — Задачи № № 497 — 503. — Рѣшенія задачъ (2 сер.) № № 240, 344, 368, 375. — Справ. табл. № XVII. — Библиографическій листокъ новѣйшихъ нѣмецкихъ изданій. — Обзоръ научныхъ журналовъ. *Д. Е.*

## О БЕЗКОНЕЧНОСТИ.

(Продолженіе\*).

### XIII.

Какъ-бы то ни было, — тѣмъ или другимъ способомъ обставить научно теорію фиктивной безконечности, конечно, возможно. Я далеку отъ всякаго намѣренія представить какую-бы то ни было попытку въ этомъ родѣ, прежде всего потому, что сомнѣваюсь въ ея пользѣ. Мои бѣглыя замѣчанія относительно приемовъ г. Попова были направлены какъ къ тому, чтобы отмѣтить неудовлетворительность нѣкоторыхъ способовъ трактованія безконечности, такъ и съ цѣлю показать читателю, что самая теорія эта, по крайней мѣрѣ съ педагогической точки зрѣнія, не такъ-то ужъ проста.

Теперь умѣстно поставить себѣ вопросъ, зачѣмъ нужны эти условныя безконечности, что мы выиграемъ отъ введенія ихъ? „Символъ безконечности ( $\infty$ ),—говоритъ г. Поповъ,\*\*)—введенъ въ математику не безцѣльно. Цѣли введенія его тѣ же, что и другихъ символовъ:  $\sqrt{-1}$ , отрицательное число, дробный показатель и т. п., т. е. обобщеніе положеній“. Остается только пожалѣть о томъ, что г. Поповъ не сказалъ, какія именно обобщенія онъ имѣетъ въ виду, и такимъ образомъ утвержденіе его осталось совершенно голословнымъ. Обобщеніе положеній—это, конечно, весьма почетная цѣль, но обобщенія обобщеніямъ

\*) См. „Вѣстникъ Оп. Физика“ № 166.

\*\*) Поповъ. Нѣсколько замѣчаній на статью г. Попруженко, стр. 303.

БИБЛИОТЕКА  
ш. Комм.  
Просвѣщеніи



рознь: вводить цѣлую сложную символику для того, чтобы подравнять нѣсколько теоремъ—это, мнѣ кажется, пріемъ, заслуживающій полного осужденія и съ научной и особенно съ педагогической точки зрѣнія.

Г. Поповъ обобщилъ теорему: „предѣлъ частнаго равенъ предѣлу дѣлимаго, дѣленнаго на предѣлъ дѣлителя“ на случай, когда послѣдній предѣлъ равенъ 0, и можетъ быть еще нѣсколько положеній въ такомъ родѣ. Но просто станешь въ комическое положеніе при сравненіи полученнаго выигрыша съ выгодами отъ дробныхъ показателей, отрицательныхъ чиселъ и пр. Да и обобщеніе даже въ этой теоремѣ не полное: все таки придется оговорить случай, когда дѣлимое или дѣлитель вовсе не имѣютъ предѣловъ (напримѣръ, если дѣлитель равенъ  $\sin x$  и  $x$  безгранично увеличивается). Или и въ этомъ случаѣ ввести новый символъ? Но, Боже мой, куда же мы придемъ съ этою кучею символовъ и съ этимъ нагроможденіемъ условій?

Въ качествѣ аргумента въ пользу условной безконечности указываютъ еще на аналогію ея съ нулемъ, но давно извѣстно, что аналогія не доказательство, и въ данномъ случаѣ она убѣждаетъ только въ томъ, что условные предѣлы возможны и существуютъ въ наукѣ, но въ этомъ никто и не сомнѣвается. <sup>1)</sup>

#### XIV. <sup>2)</sup>

Мнѣ остается сказать еще нѣсколько словъ о злоупотребленіи терминомъ „безконечность“ во многихъ нашихъ учебникахъ и о нѣкоторыхъ связанныхъ съ нимъ условныхъ выраженіяхъ.

У *Краевича* <sup>3)</sup> читаемъ: „съ уменьшеніемъ дѣлителя частное безгранично увеличивается и, когда дѣлитель сдѣлается нулемъ, частное обратится въ безконечно большое число“.

У *Малинина* <sup>4)</sup> „когда наконецъ дѣлитель обратится въ нуль, то частное сдѣлается больше всякаго числа, какое только можно себѣ представить; такое число называютъ безконечно большимъ или безконечностью и обозначаютъ знакомъ  $\infty$ . Итакъ  $\frac{3}{0}$ ,  $\frac{5}{0}$ ,  $\frac{a}{0}$ , вообще всякая дробь, у которой знаменатель есть 0, равна безконечности“.

<sup>1)</sup> Существуютъ еще и другія неудобства введенія новаго символа. Одно изъ нихъ сопряжено съ самымъ его названіемъ: „безконечность“ и безъ того задержанный и искаженный терминъ, а тутъ еще новое его значеніе.

А названіе въ педагогическомъ и даже научномъ дѣлѣ имѣетъ большое значеніе: оно можетъ породить цѣлую смуту понятій, и въ данномъ случаѣ смута эта явится особенно легко. Разсматривается, напримѣръ, площадь прямоугольника, длина котораго безпредѣльно увеличивается и ищется предѣлъ этой площади.

Съ одной стороны предѣлъ этотъ фикція, а съ другой — какъ будто нѣчто реальное—безконечная полоска.

<sup>2)</sup> Въ этотъ параграфъ вошло нѣсколько замѣчаній, впрочемъ въ измѣненной формѣ, изъ статьи моей „О дѣленіи на нуль“. Педагогическій Сборникъ 1891 г. № 12.

<sup>3)</sup> Руководство алгебры, 3-е изданіе, стр. 130.

<sup>4)</sup> Руководство алгебры, изданіе 7-е, стр. 104.



У Сомова:<sup>5)</sup> „ $\frac{b}{0}$  больше всякаго числа, какое только можно себѣ представить; слѣдовательно это выраженіе есть безконечность“.

У Давидова:<sup>6)</sup> „выраженіе  $\frac{A}{0}$  можно разсматривать какъ величину безконечно большую, и потому будемъ имѣть  $\frac{A}{0} = \infty$ “.

По поводу этихъ разсужденій замѣтимъ прежде всего, что дѣлѣть можно только на число или на величину, а 0 не есть ни то, ни другое, — онъ знакъ, стало быть на нуль дѣлѣть нельзя.<sup>7)</sup> Если же непременно желательно, то надо бы оговориться сначала, въ какомъ смыслѣ понимается дѣленіе, на почву какихъ *условій* оно поставлено.

Объ этомъ ни одинъ изъ цитированныхъ авторовъ не заикается, но изъ вышеприведенныхъ способовъ объясненія (увеличеніе частнаго при уменьшеніи дѣлителя) приходится заключить, что дѣленіе понимается въ обычномъ смыслѣ: частное, помноженное на дѣлителя, даетъ дѣлимое.

Это опредѣленіе стоитъ однако въ прямомъ противорѣчій съ тѣмъ положеніемъ, что всякое число, помноженное на нуль, даетъ нуль.

Чтобы выйти изъ противорѣчія, надо принять, что:

$$\infty \cdot 0 = A,$$

гдѣ  $A$  какое угодно число. Въ такомъ случаѣ  $\infty$  явится уже чистымъ символомъ, и тогда спрашивается, на какомъ основаніи „она больше всякаго числа, какое только можно себѣ представить“. Какъ ни кинь, все выходитъ клинь, — изъ противорѣчій выйти нельзя. Поэтому слѣдовало-бы прямо объявить, что дѣленіе на нуль невозможно.

Если же частныя условія какой-либо задачи приводятъ къ результату  $a/0$ , то надо признать, что, при данныхъ условіяхъ, искомая величина не существуетъ. Такъ, если шла рѣчь о точкѣ встрѣчи двухъ линій, отвѣчаемъ: нѣтъ точки встрѣчи; если искали время, необходимое для наполненія бассейна, говоримъ: бассейнъ никогда не наполнится; если спрашивали, когда одинъ курьеръ догонитъ другого, говоримъ: никогда, и т. д.

<sup>5)</sup> Начальная алгебра, изданіе 5-е, стр. 139.

<sup>6)</sup> Начальная алгебра, изданіе восьмое, стр. 177.

<sup>7)</sup> Извѣстныя равенства:

$$a + 0 = a$$

$$a : 0 = 0.$$

доказываютъ только то, что для извѣстныхъ дѣлей нашли полезнымъ ввести условія относительно дѣйствій съ 0.



Эта пресловутая бесконечность при дѣленіи на нуль пустила такіе глубокіе корни въ нашей учебной литературѣ, что я считаю необходимымъ подкрѣпить вышеизложенныя замѣчанія ссылками на авторитеты и на такія сочиненія, въ которыхъ детально разработана теорія дѣйствій.

„Дробь, знаменатель которой есть 0,—говоритъ *Бертранъ*, \*)—не представляетъ ничего“.

„Если  $\theta$  равна нулю,—говоритъ *Томпсонъ*, \*\*—) то выраженіе  $\sin \frac{\theta}{0}$  теряетъ смыслъ“.

Въ прекрасно обработанной алгебрѣ *Padé*, \*\*\*) рекомендованной *Tannery*, читаемъ: „Si  $b$  est nul, le produit  $bq$  est, quel que soit le nombre  $q$ , égal à zéro. Ce produit ne peut donc être égal à  $a$ , si  $a$  n'est pas zéro, et, au contraire, il est toujours égal à  $a$ , si  $a$  est zéro. On se rend ainsi compte de l'inconvénient qu'il y aurait à attribuer au symbole  $\frac{a}{b}$  un sens, quand  $b$  est nul. Si l'on convenait qu'alors il représente un certain nombre, ou bien ce nombre ne satisferait pas à l'égalité

$$a = bq,$$

ou bien il y en aurait un infinité d'autres qui y satisferaient avec lui; pour appliquer les théorèmes démontrés précédemment, il faudrait toujours exclure ce cas particulier de  $b$  nul; si donc l'extension donnée à la définition du symbole  $\frac{a}{b}$  n'était pas superflue, elle serait au moins gênante.

—Aussi n'attribue-t-on au symbole  $\frac{a}{b}$  aucun sens quand  $b$  est nul, et est-

\*) *Бертранъ*. Алгебра. Перевелъ и значительно дополнилъ Билибинъ, стр. 271.

\*\*) *Томпсонъ*. Дифференціальное вычисленіе, стр. 7.—По поводу этой цитаты очень почтенныя лица возражали мнѣ такъ: „ $\sin \theta$  есть совершенно опредѣленная функція отъ  $\theta$ , именно:

$$\frac{\sin \theta}{\theta} = 1 - \frac{\theta^2}{3!} + \frac{\theta^4}{5!} - \frac{\theta^6}{7!} \text{ и т. д. (A)}$$

и какъ таковая она имѣетъ совершенно опредѣленное значеніе при  $\theta = 0$ , именно  $\frac{\sin \theta}{\theta} = 1$ “. Тутъ очевидное недоразумѣніе, ибо вторая часть формулы A равна первой всегда, за исключеніемъ случая  $\theta = 0$ . При этомъ послѣднемъ предположеніи дѣленія мы дѣлать не имѣемъ права и остаемся при неизмѣняющемъ смыслъ результатѣ  $\frac{0}{0}$ . Другой вопросъ—къ какому предѣлу стремится  $\frac{\sin \theta}{\theta}$  по мѣрѣ приближенія  $\theta$  къ 0,—разумѣется, можетъ быть рѣшенъ на основаніи формулы (A).

\*\*\*). *Padé*. Premières leçons d'algèbre élémentaire avec une préface de Jules Tannery, стр. 35.



il toujours sous-entendu, quand on parle de fractions algébriques, que les dénominateurs sont tous différents de zéro“.

Stolz \*) выражается такъ: „Wenn  $A = B = 0$ , so kann  $\frac{A}{B}$  jede beliebige Zahl sein. Der Quotient  $0:0$  ist *vieldeutig und daher unbrauchbar*.

Die Gleichung  $X \cdot 0 = A$ , wo  $A \geq 0$ , hat keine Lösung unter den rationalen Zahlen. Man könnte nun meinen, dass das System derselben noch einer Erweiterung fähig sei. Nach Nr. 7 würde man zunächst festsetzen, indem  $A \cdot 0 = 0 \cdot B$ , dass die Quotienten  $A:0$ , was auch  $A$  ausser 0 sein mag, einander gleich seien. Hierauf wäre die Multiplication von  $A:0$  mit einer rationalen Zahl  $B$  durch die Formel

$$(A:0) \cdot B = A:B:0$$

zu definiren, welche aber für  $B = 0$   $0:0$ , also nichts brauchbares liefert. Wir sehen daher von der Schaffung neuer Grössen  $A:0$  ab und erklären die *Division durch die Zahl 0 für unmöglich*“.

Y Schüler'a: \*\*) „Die zweite Form  $\frac{a}{0}$  verlangt dem Begriffe der Division gemäss, dass man  $a$  in ein Product verwandle, dessen einer Factor die Null ist. Dies ist unmöglich; denn die Null an sich kann niemals ein Factor von irgend einer Grösse sein. Das Verlangen, mit der Null in eine Zahl zu dividiren, hat also gar keine mögliche Bedeutung in der Arithmetik“....

„Wir sprechen daher aus:

*Mit der Null darf nicht dividirt werden in eine Zahl.*

Die dritte Form  $\frac{0}{0}$  betrachtet im Sinne der Division, gestatten dieselbe. Denn der Dividendus 0 kann in ein Product verwandelt werden, welches den Divisor als Factor enthält. Denn wenn  $a$  irgend eine Zahl von beliebiger Ordnung ist, so hat man

$$0 = a \cdot 0.$$

Es ist daher auch

$$\frac{0}{0} = \frac{a \cdot 0}{0} = a.$$

Da  $a$  aber jeden speciellen positiven oder negativen Werth annehmen kann, so hat der Quotient  $\frac{0}{0}$  unendlich viele Werthe; er hat *unendlich viele* Bedeutung, d. h. er hat keine *bestimmte* Bedeutung. Formen aber, welche

\*) Stolz. Vorlesungen über allgemeine Arithmetik. Crp. 52.

\*\*) Schüler. Die Arithmetik und Algebra in philosophischer Begründung, стр. 122 и 123.



in der Arithmetik eine bestimmte Bedeutung nicht haben, sind zu verwerfen. Die Form  $\frac{0}{0}$  an sich sagt also gar nichts; an sich existirt sie für uns nicht.<sup>1)</sup>

## XVI.

Какъ-же быть: слѣдуетъ-ли совсѣмъ отказаться отъ употребленія знакоположенія

$$\frac{a}{0} = \infty$$

или приписать ему какой либо условный смыслъ? Я лично, съ педагогической точки зрѣнія, предпочелъ-бы первое, но въ виду традицій и зависимости математики—учебнаго предмета отъ математики—науки, можно остановиться на компромиссѣ и принять слѣдующее условіе: знакоположеніе  $\frac{a}{0} = \infty$  выражаетъ сложную мысль: 1) частное отъ дѣ-

ленія  $a$  на 0 не существуетъ; 2) дробь,—числитель которой  $a$ , а знаменатель безгранично уменьшается,—безгранично увеличивается.

Такое толкованіе нашло уже себѣ мѣсто въ нашихъ лучшихъ учебникахъ: *Киселева*,<sup>2)</sup> *Шапошникова*,<sup>3)</sup> *Гутора*,<sup>4)</sup> *Тихомірова*,<sup>5)</sup> и др. Оно логически правильно, кратко и удобопримѣнимо. Единственная опасность, здѣсь представляющаяся, заключается въ томъ, что условность потеряется изъ вида, и выраженіе будетъ толковаться въ буквальномъ смыслѣ. Я полагаю, что педагоги-практики вполнѣ признаютъ законность этого опасенія.

<sup>1)</sup> Съ исторической точки зрѣнія интересно было бы прослѣдить, когда и при какихъ условіяхъ возникло впервые знакоположеніе:

$$\frac{a}{0} = \infty$$

Къ сожалѣнію, по имѣющимся у меня источникамъ, я этого сдѣлать не могу.

Замѣчу только, что *Баскаро*, индусскій математикъ 12-го вѣка, выражается по этому поводу такъ: „дѣлимое 3, дѣлитель 0; результатъ дѣленія  $\frac{3}{0}$ , который есть

безконечность, называется частное отъ нуля. Онъ не претерпѣваетъ измѣненій. Величина, которую называютъ частное отъ нуля, не можетъ ни увеличиться, ни уменьшиться, какія бы большія сложенія и вычитанія мы не производили, подобно тому какъ во времени, не имѣющему ни начала ни конца, цѣлая серія существованій (бытіе)“ (*Ващенко-Захарченко*. Истор. матем. стр. 423).

<sup>2)</sup> *Киселев*. Элементарная Алгебра, 4-е изд., стр. 93, 94.

<sup>3)</sup> *Шапошников*. Учебникъ Алгебры, 2-е изд., стр. 108, 109.

<sup>4)</sup> *Гуторъ*. Курсъ Алгебры, 2 издан. стр. 65, 66.

<sup>5)</sup> *Тихоміровъ*. Начальная Алгебра, стр. 95.



Я, напримѣръ, знаю многихъ (и не только учениковъ), серьезно утверждающихъ, что параллельныя линіи встрѣчаются въ двухъ безконечно-удаленныхъ точкахъ. Это прямо указываетъ на то, что всякіе символизмы и условности можно вводить въ педагогическую практику только съ большими и настойчивыми оговорками.

Такъ какъ прямыя линіи представляютъ собою отличный примѣръ какъ тѣхъ фиктивныхъ построений, къ которымъ прибѣгаетъ математика — наука, такъ и тѣхъ оговорокъ и предосторожностей, которыя обязательны для математики — учебнаго предмета, то я позволю себѣ нѣсколько остановиться на этомъ предметѣ.

М. Попруженко (Орenburgъ).

(Окончаніе слѣдуетъ).

## О НОВОМЪ ИЗЛОЖЕНІИ

### УЧЕНІЯ ОБЪ ЭЛЕКТРИЧЕСТВѢ И МАГНИТИЗМѢ.

Сообщеніе Э. К. Шпачинскаго въ засѣданіи Мат. Отд. Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей по вопросамъ Элем. Математики и Физики 18-го декабря 1892 г.

(Окончаніе\*).

Указавъ, что въ курсѣ элементарной электро-физики на первый планъ должно быть выдвинуто уясненіе качественной стороны явленій во всей ихъ реальности, мы задались вопросомъ: въ какомъ-же отношеніи приходится признать устарѣлымъ нынѣ принятое изложеніе этого отдѣла физики, если, повидимому, оно удовлетворяетъ вышесказанному условію?

Дѣлаетъ-ли это изложеніе устарѣлымъ принимаемая понинѣ въ его основу *гипотеза о двухъ электрическихъ жидкостяхъ*, кой въ дѣйствительности, быть можетъ, не существуютъ вовсе? Я думаю, что нѣтъ. Причина не въ этомъ. Въ одномъ изъ прежнихъ засѣданій нашего общества\*\*) проф. Шведовъ вполне разъяснилъ дидактическое значеніе „невѣсомыхъ“ жидкостей въ курсѣ физики, какъ образныхъ представлений, облегчающихъ изученіе предмета (подобно тому какъ изображеніе силъ „прямыми линіями“ облегчаетъ рѣшеніе многихъ трудныхъ вопросовъ статики), независимо отъ реальности или мнимости ихъ существованія\*\*\*). Я не буду поэтому останавливаться на этомъ вопросѣ,

\*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 157.

\*\*) Въ засѣданіи 13 января 1889 г., въ сообщеніи: „О составѣ понятій, входящихъ въ физику“.

\*\*\*). См. статью проф. Шведова: „Дидактическое значеніе невѣсомыхъ жидкостей“ въ № 64 „В. О. Ф.“ (сем. VI стр. 65).



ограничившись лишь замѣчаніемъ, что въ наше время тѣмъ болѣе нѣтъ оснований вполне отказываться отъ этой удобной въ преподаваніи гипотезы, что, съ нѣкоторыми поправками, она—можетъ стать—ближе къ истинѣ, чѣмъ это намъ казалось лѣтъ 15—20 тому назадъ, и что, во всякомъ случаѣ, она имѣетъ за собою всѣ преимущества передъ *гипотезой объ одной электрической жидкости*, оставившей неизгладимые, къ сожалѣнію, слѣды въ современной терминологіи, въ названіяхъ *положительнаго и отрицательнаго электричества*. Напоминая слишкомъ явно аналогію съ алгебраическими  $+$  и  $-$ , съ понятіями объ избыткѣ и недостаткѣ, эти злополучные термины невольно приучаютъ смотрѣть на электростатическія и электродинамическія явленія съ предвзятой точки зрѣнія и, лишая отрицательное электричество его равноправности, способствуютъ приобрѣтенію привычки слѣдить во всѣхъ процессахъ только за положительнымъ электричествомъ и воображать, что этого достаточно.

Послѣ всего сказаннаго, можемъ теперь приступить къ категорическому отвѣту на разбираемый вопросъ о томъ, что слѣдуетъ признать устарѣлымъ въ общепринятомъ изложеніи элементарнаго курса электрофизики, и къ чему, въ общихъ чертахъ, должна быть прежде всего сведена его желательная реформа.

Устарѣлымъ, по моему мнѣнію, надо признать: во 1) неявно принимаемую *гипотезу о дѣйствіи электрическихъ и магнитныхъ силъ на разстояніи* безъ всякаго участія промежуточной между взаимодействующими тѣлами среды;

во 2-хъ) явное *игнорированіе* въ теченіе всего курса той-же, или—по крайней мѣрѣ—*такой-же среды какъ* всепроницающій свѣтовой эфиръ, давно введенной въ элементарную оптику и въ ученіе о лучистой теплотѣ, хотя принятіе существованія такой среды за фактъ столь-же необходимо для уясненія передачи электрической энергіи, какъ и тепловой;

и въ 3-хъ) совершенно *извращенное толкованіе роли проводниковъ и изоляторовъ* въ электрическихъ явленіяхъ.

Я не намѣренъ особенно распространяться о существенномъ значеніи 1-го пункта, такъ какъ всѣмъ извѣстно, надѣюсь, какъ нелогично допущеніе взаимодействия тѣлъ на разстояніи, и какъ для физики вообще было-бы желательно сбросить съ себя это вѣковое иго метафизическихъ концепцій. Въ специальныхъ курсахъ физики, повторяю, ради установленія различныхъ сложныхъ соотношеній между физическими объектами, мы не умѣемъ пока обходиться безъ этой гипотезы дѣйствія на разстояніи. Пусть же, съ должными оговорками, она тамъ и будетъ принята тѣми, кто въ состояніи вполне понять эти оговорки,—но въ элементарномъ курсѣ должно озаботиться прежде всего о реальной правдивости всѣхъ основныхъ представленій, а потому грѣшно, на мой взглядъ, начинать курсъ электричества съ утвержденія, будто наелектризованныя тѣла *притягиваются либо отталкиваются* сами по себѣ, и всѣ сюда относящіеся начальные классные опыты, при производствѣ



которыхъ обыкновенно не говорится ни слова о роли среды, обуславливающей всѣ видимыя движенія, по всей справедливости заслуживаютъ названія *фокусовъ*, ибо при ихъ воспроизведеніи учитель физики, какъ истый престижитаторъ, нарочно умалчиваетъ о томъ, что существенно, потому только, что оно не очевидно.

Я предвижу, мнѣ кажется, одно изъ возраженій касательно того же 1-го пункта. Мнѣ могутъ замѣтить, что если захотимъ такъ тщательно избѣгать ложныхъ представлений о взаимодействіи тѣлъ на разстояніи, то и въ ученіи о дѣйствіи силы тяжести пришлось бы ученикамъ 4-го, 5-го классовъ говорить о какихъ-то давленіяхъ невидимой среды, коими обуславливаются явленія всемірнаго тяготѣнія массъ. Съ одной стороны—да, съ другой—нѣтъ, ибо здѣсь есть не только общее сходство, но и весьма существенное различіе. Я хочу этимъ сказать, что, съ одной стороны, не вижу никакихъ основаній боиться произнести слово „эфиръ“ или „невидимая, всепроницающая среда“ хотя бы и передъ учениками 4-го или 5-го класса: чѣмъ раньше они узнаютъ о существованіи въ природѣ такой среды, тѣмъ лучше. А для того, чтобы такое утвержденіе не казалось имъ слишкомъ голословнымъ, чтобы ученики не только *узнали*, но и *повѣрили*, что такая неосязаемая, невидимая среда существуетъ въ дѣйствительности,—для этого именно и должно обратить ихъ вниманіе на опыты паденія тѣлъ на землю, какъ на *очевидное* доказательство. Но—съ другой стороны—разъ дано уже понятіе о томъ, что тяготѣніе и—въ частности—стремленіе всѣхъ вѣсмыхъ тѣлъ приблизиться къ центру земли, есть слѣдствіе воздѣйствія нѣкоторой невѣсомой всемірной среды,—въ дальнѣйшемъ изложеніи нѣтъ уже надобности отказываться отъ общепринятаго и удобнаго метода, основаннаго на образномъ представленіи этого стремленія „силою“ тяготѣнія или тяжести, потому что *такое представленіе не можетъ повлечь въ недоразумѣнія*, благодаря тому, что оно и вполне законно, и логично. Дѣйствительно, знаменитый въ исторіи физики опытъ Галилея, доказавшій, вопреки предвзятому мнѣнію послѣдователей Аристотеля, что *всѣ тѣла падаютъ одинаково*, опытъ, который мы имѣемъ возможность демонстрировать передъ учениками не только при помощи длинной стеклянной трубки, изъ которой выкачанъ воздухъ, но также и на машинѣ Атвуда\*), приводить, въ сущности, къ такимъ двумъ заключеніямъ: 1) что нѣкоторая масса *M* падаетъ на землю одинаково, какъ въ томъ случаѣ когда она движется одна, такъ и въ томъ, когда къ ней присоединена какая нибудь вмѣстѣ съ нею падающая другая масса *m*, и 2) что всякая масса *M* падаетъ на землю одинаково въ теченіе всего періода своего паденія, т. е. что въ данномъ случаѣ, когда разстояніе отъ центра земли измѣняется слишкомъ незначительно, сила тяжести не зависитъ отъ скорости паденія\*\*). Основываясь на этихъ

\*) См. подробнѣе объ этомъ статью проф. Н. Шиллера: „Роль машины Атвуда въ воображаемомъ опытномъ доказательствѣ 2-го закона Ньютона“ въ № 100 „В. О. Ф.“ (сем. IX стр. 61).

\*\*) Обоихъ этихъ выводовъ, помимо опыта, предвидѣть нельзя, и при помощи однихъ умозаключеній они доказательству не подлежатъ, что—повидимому—упустили



двухъ положеніяхъ, мы и имѣемъ право *всѣхъ тѣлъ* считать *пропорциональнымъ ихъ массамъ*; слѣдовательно та сила, которую мы воображаемъ приложенною къ центру тяжести нѣкотораго тѣла массы  $M$ , какъ по величинѣ такъ и по направленію *никогда не мѣняется*, независимо отъ того, будетъ-ли къ нему присоединено какое нибудь другое тѣло массы  $m$  или нѣтъ, и будетъ-ли масса  $M$  находиться въ состояніи паденія на землю или въ состояніи—равновѣсія. \*)

Совершенно иныя условія имѣемъ при взаимодействіяхъ такъ называемыхъ электрическихъ и магнитныхъ массъ. Оба вышеприведенные вывода изъ закона Галилея тутъ уже не примѣнимы. Такъ, напримѣръ, притяженіе магнитомъ  $N$  нѣкотораго куска желѣза  $A$  будетъ неодинаково въ тѣхъ двухъ случаяхъ когда этотъ кусокъ притягивается къ магниту одинъ, и —когда, вмѣстѣ съ нимъ, притягивается еще другой кусокъ  $B$ , присоединенный къ  $A$ . Точно также, напримѣръ, взаимодействие двухъ проводниковъ, по которымъ циркулируютъ токи, будетъ неодинаково въ тѣхъ двухъ случаяхъ, когда эти проводники находятся въ положеніи равновѣсія и въ состояніи перемѣщенія.

Отсюда, между прочимъ, видно, почему графическое изображеніе столь капризныхъ силъ, какъ электрическія и магнитныя притяженія и отталкиванія, было бы вовсе неудобно и почему образное представленіе о дѣйствіи наэлектризованныхъ и магнитныхъ тѣлъ на разстояніи, помимо промежуточной среды, должно бы сопровождаться такими трудными усложненіями, что въ элементарномъ курсѣ гораздо проще отказаться отъ него вовсе, какъ отъ такого представленія, которое, само по себѣ будучи фиктивнымъ, не имѣетъ, къ тому же, никакихъ преимуществъ наглядности и удобопонятности.

Второй упрекъ, дѣлаемый мною теперешнимъ учебникамъ электрофизики,—полное игнорированіе въ теченіе всего курса той среды, проникающей всѣ проводники и изоляторы, безъ которой были бы немыслимы электрическія и магнитныя явленія, — не требуетъ, какъ кажется, никакихъ особенныхъ поясненій. Нѣтъ основаній, повторять, умалчивать о существенномъ агентѣ всѣхъ этихъ явленій, тѣмъ болѣе, что учащіеся, при изученіи отдѣловъ о свѣтѣ и теплотѣ, пришли уже къ познанію существованія такого агента. Надо только строго держаться границы, заданной намъ самими фактами, не увлекаясь ника-

изъ виду самъ Галилей, стараясь первый изъ вышеприведенныхъ выводовъ доказать методомъ приведенія къ нелѣпости.

Второй выводъ, строго говоря, не точенъ, не только потому что при паденіи тѣла разстояніе его измѣняется, но еще и въ томъ смыслѣ, что —какова бы ни была причина тяготѣнія—можно всегда вообразить такую предѣльную скорость паденія, при которой падающее тѣло *не будетъ уже получать новаго ускоренія*.

\*) Тутъ стало бытъ, какъ дифференцированіе такъ и интегрированіе—вполнѣ понятны и умѣстны; потому что, какъ доказано опытомъ Галилея, для тяготеющихъ массъ, какъ дѣленіе на произвольно малые элементы и —соотвѣтственно этому—дѣленіе равнодѣйствующей силы притяженія на воображаемыя составныя, такъ и обратное дѣйствіе суммированія массъ и —приложенныхъ къ нимъ силъ,—совершенно логично и законно.



кими гипотезами, напрасно стремящимися предъугадать строение этой среды и рисующими фантастическія картины самаго механизма электрическихъ явленій. \*) Назвавъ такую среду *эфиромъ*, мы не знаемъ, какъ, и не знаемъ почему онъ движется въ тѣхъ либо другихъ случаяхъ. Вслѣдствіе такого незнанія, для насъ пока безразлично, существуетъ-ли такой эфиръ одинъ, или ихъ въ природѣ нѣсколько, или много, или бесконечно много. Сколько бы ихъ ни было, такихъ всемірныхъ агентовъ, намъ приходится пока соединить ихъ въ одно собирательное понятіе „невѣсомой матеріи“, о которой знаемъ безспорно только то, что она существуетъ и что она способна воздѣйствовать на вѣсомую матерію, обнаруживаясь тогда ощутимымъ для насъ образомъ посредствомъ выполненія различнаго вида механической работы. Эфиръ — это носитель міровой энергіи, стоящій на стражѣ вѣчной неизмѣнности ея запаса. Быть можетъ, онъ не таковъ, но въ физикѣ мы только такимъ его знаемъ, понимаемъ и принимаемъ.

Третій пунктъ возраженія, имѣющій въ вопросѣ о реформѣ учебниковъ самое существенное для нашего времени значеніе, относится къ элементарному толкованію роли проводниковъ и непроводниковъ въ явленіяхъ электрическихъ. Все активное значеніе, какъ извѣстно, приписывается первымъ; послѣднимъ же — лишь пассивная роль берегателей, или изоляторовъ. Такое полное извращеніе представленій, очевидно, есть прямое слѣдствіе принятія въ основу гипотезы о взаимодѣйствіи тѣлъ на разстояніи. Разъ мы ставимъ учащихся на такую точку зрѣнія, что нѣкоторыя два разноименно наэлектризованныя тѣла А и В стремятся сами ко себѣ ко взаимному сближенію, тогда, дѣйствительно, нѣтъ логическаго основанія обращать ихъ вниманіе на состояніе того непроводника, коимъ тѣла А и В разъединены и окружены. *Не видя* же его сами, такъ какъ первоначальные электрическіе и магнитные фокусы продѣлываются обыкновенно въ воздухѣ, ученики, весьма естественно, не могутъ додуматься до постиженія существенной роли этого *третьяго*, невидимаго тѣла, да никогда и не задумываются надъ всѣмъ этимъ, привыкнувъ весьма скоро повторять за учителемъ и за учебникомъ всѣ эти несообразности о симпатіяхъ и антипатіяхъ электричества, о его *связываніи*, переливаніи по проволокамъ и пр. пр. Разъ допущена такая капитальная ошибка, какъ внесеніе въ основы науки гипотезы о взаимодѣйствіи на разстояніи, — надо быть послѣдовательнымъ и держаться ея до конца. И вотъ, благодаря этой послѣдовательности, можно теперь изучить весьма добросовѣстно, по любому изъ нашихъ учебниковъ электрофизики, весь элементарный курсъ, и ни разу почти не услышать правды, ни разу не обратить даже вниманія на то, что главная роль во всѣхъ электрическихъ процессахъ принадлежитъ изоляторамъ или *діэлектрикамъ*.

\*) Въ недавно изданномъ учебникѣ физики А. Бероникова (1892 г.) именно эта ошибка и допущена, ибо авторъ ввелъ для объясненія *нѣкоторыхъ* явленій электричества гипотезу Эдлунда (§ 20 стр. 273—275), не выдерживающую никакой критики и способную на первыхъ же порахъ вселить въ молодые умы совершенно неправильныя представленія о роли невѣсимаго агента въ электрическихъ и магнитныхъ явленіяхъ.



Единственнымъ, сколько мнѣ извѣстно, мѣстомъ въ нашихъ учебникахъ, гдѣ это слово „діэлектрикъ“ произносится, и гдѣ иногда дѣлается краткій и неясный намекъ на роль изоляторовъ въ электрическихъ явленіяхъ,—есть тотъ особнякомъ стоящій §, въ которомъ, согласно съ рутиной, идетъ рѣчь объ опытахъ Фарадея надъ опредѣленіемъ *индуктивной способности*. Но § этотъ, повторяю, не имѣетъ рѣшительно никакой связи съ остальнымъ курсомъ электричества и гальванизма, и поэтому кажется втиснутымъ въ наши руководства, благодаря какой то случайности. Вотъ, напримѣръ, одинъ изъ новѣйшихъ и достаточно полныхъ учебниковъ элементарной физики *Кошелькова*; во 2-мъ его изданіи (1892 г.), во II-ой части, курсу статическаго электричества удѣлено очень много мѣста (34 параграфа, 78 страницъ), съ обстоятельнымъ изложеніемъ теоріи потенциала. Но лишь въ § 29-омъ (см. стр. 76), озаглавленномъ: „*Значеніе изолятора. Діэлектрикъ. Опредѣленіе индуктивной способности діэлектрика*“, — находимъ впервые слѣдующія слова: „Разсматривая въ предыдущихъ параграфахъ индуктивное дѣйствіе наэлектризованныхъ тѣлъ на окружающіе ихъ проводники, мы предполагали, что электрическая сила дѣйствуетъ на *разстояніи* совершенно такъ, какъ дѣйствуетъ, напр., притяженіе земли на камень, находящійся въ нѣкоторомъ разстояніи отъ поверхности земли. Дѣйствіе же воздуха и прочихъ изоляторовъ, находящихся между наэлектризованными тѣлами и проводниками, состояло какъ бы только въ томъ, чтобы препятствовать переходу электричества съ наэлектризованныхъ тѣлъ на проводники, т. е. предполагалось, что изоляторы обладаютъ только однимъ свойствомъ непроводимости электричества.—Но такой взглядъ на изоляторы не вѣренъ. Можно показать на опытѣ, что изоляторы въ явленіяхъ электрической индукціи играютъ болѣе серьезную роль“.—Но если „*такой взглядъ не вѣренъ*“, и авторъ знаетъ это, то почему же онъ притерживается его во всѣхъ предыдущихъ, а главное—во всѣхъ послѣдующихъ параграфахъ? Впрочемъ, виноваты! Въ книжкѣ есть еще одна фраза, намекающая на сущность явленій, а именно въ § 34-мъ и послѣднемъ, описывая опытъ съ разборной лейденской банкой, авторъ заканчиваетъ электростатику словами (см. стр. 101): „Эти опыты показываютъ, что въ діэлектрикахъ при электрической индукціи происходятъ какія то измѣненія, обуславливающія какъ остаточный зарядъ, такъ и различную индуктивную способность. Такимъ образомъ, при электрической индукціи надо всегдѣ имѣть въ виду свойства діэлектрика.—По возвращеніямъ Фарадея болѣе и болѣе приобретающимъ вѣсъ въ физикѣ, діэлектрикъ при явленіяхъ электрической индукціи играетъ главную роль“. Нечего и говорить, что эти запоздалыя заключительныя слова, какъ бы важны они ни были, никакой уже пользы учащимся принести не могутъ, или—въ крайнемъ случаѣ—вызываютъ въ нихъ лишь недоумѣніе, зачѣмъ же ихъ учили такъ долго тому, что ложно, — да и по отношенію къ самому преподавателю, эти слова учебника, одобреннаго какъ классное руководство, являются лишь какъ бы случайнымъ воспоминаніемъ нѣкоторой другой физики, физики Фарадея, до коей ему, учителю, официально нѣтъ никакого дѣла.



Цитируя эти нѣсколько строкъ, я былъ далекъ, конечно, отъ мысли подвергать критикѣ именно учебникъ г. Кошелькова. Напротивъ, отдѣлъ электрофизики изложенъ въ этомъ руководствѣ съ рѣдкою полнотою, и теоретическимъ разъясненіямъ и основнымъ опытамъ отведено много мѣста. По всей вѣроятности, учебникъ этотъ если не лучше, то во всякомъ случаѣ не хуже всѣхъ другихъ, нынѣ принятыхъ въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, и я позволилъ себѣ сослаться на него, лишь какъ на образчикъ нашихъ школьныхъ руководствъ, изданный, въ добавокъ, въ текущемъ (1892) году.

Итакъ, подводя итогъ всему сказанному, приходимъ къ такому выводу: подъ новымъ изложеніемъ ученія объ электричествѣ и магнетизмѣ слѣдуетъ нынѣ понимать такое, которое приучило бы учащихся не полагаться при объясненіи явленій природы на метафизическія толкованія дѣйствій на разстояніи, не довольствоваться сведеніемъ такого объясненія къ фиктивнымъ причинамъ, ничего общаго съ міромъ дѣйствительнымъ не имѣющимъ, и помогло бы тѣмъ изъ нихъ, кто надѣленъ даромъ любознательности, направить вниманіе и усилія въ ту надлежащую сторону, съ которой, благодаря современнымъ успѣхамъ электрофизики, имѣемъ основанія ожидать въ недалекомъ будущемъ разрѣшенія вѣковой загадки: „что такое электричество?“

## ЗАДАЧИ ОБЪ АККУМУЛЯТОРАХЪ.

Изъ «*Problèmes sur l'électricité*», R. Weber'a.

*Примѣчаніе.* Задачники часто грѣшатъ искусственностью своихъ заданий. Врядъ ли можно оправдывать этотъ недостатокъ трудностью выбора задачъ, ибо практическая жизнь даетъ для нихъ неисчерпаемый матеріалъ, полный живого содержанія. Задачи по физикѣ въ особенности могутъ быть тѣсно связаны съ дѣйствительностью. Недавно появившаяся книга *Robert'a Weber'a*, проф. физики въ Невшатель, (*Problèmes sur l'électricité, recueil gradué, comprenant toutes les parties de la science électrique*. 2-е изд. Парижъ. 1892) служить нагляднымъ примѣромъ того, какъ можно воспользоваться заданіями, даваемыми самою практикою, для составленія простыхъ и увлекательныхъ задачъ. Для ознакомленія читателей Вѣстника съ этою интересною и въ высшей степени полезною книгою я помѣщаю для образца ея задачи объ аккумуляторахъ. Все ученіе объ электричествѣ изложено въ большомъ числѣ (683) очень послѣдовательно составленныхъ задачъ.

А. Корольковъ.

1. Какую работу накопилъ вторичный элементъ Плате, свинецъ котораго вѣситъ 15 kg., если при полномъ разряженіи онъ выдѣляетъ въ вольтметрѣ 0,18 gr. мѣди? Предполагается, что можно воспользоваться только  $\frac{2}{3}$  заряда, не боясь понизить электровозбудительную силу ниже 2 вольтъ.

*Ответъ.*—Такъ какъ 1 кулонъ выдѣляетъ 0,000307 gr. мѣди, то количество электричества, содержавшагося въ элементѣ, равно 0,18: 0,000307 = 514 кулоновъ. При эл. в. силѣ въ 2 вольта это количество электричества соотвѣтствуетъ возмож-



ной работѣ  $514 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2$  джоулей  $= 685,3 \cdot 10^7$  эрговъ  $= 70,4$  mkg. — На 1 kgr. свинца накапливается энергіи

$$\frac{70,4}{15} = 4,66 \text{ mkg.} = 45,7 \text{ джоулей.}$$

2. Динамомашинa и 7 аккумуляторовъ расположены послѣдовательно; динамом. даетъ токъ въ 5 амперовъ; аккумуляторы имѣютъ каждый 80 амперочасовъ емкости. Сколько времени нужно заряжать эту батарею?

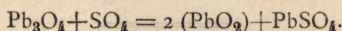
*Отвѣтъ.* — При послѣдовательномъ расположеніи черезъ каждый аккумуляторъ проходитъ токъ въ 5 амперъ, и потому въ часъ аккумуляторъ получаетъ 5 амперочасовъ. Полный зарядъ потребуетъ  $80:5 = 16$  часовъ, если не принимать во вниманіе потерь.

3. Во все время заряджанія и полного разряджанія Даніелевскаго аккумулятора ( $\text{Cu} - \text{CuSO}_4 : \text{ZnSO}_4 - \text{Zn}$ ) замѣчали силу тока каждыя 5 минутъ. Отсюда нашли количество электричества, потраченного на заряджаніе,  $Q = 4147$  амперосекундъ и количество отданнаго электричества  $Q_1 = 2845$  амперосекундъ. Найти отдачу.

$$\text{Отдача} = \frac{Q_1}{Q} = \frac{2845}{4147} = 68,6 \%.$$

4. Найти количество электричества, необходимаго для формировація положительнаго электророда аккумулятора Фора-Селонъ-Фолькмаръ?

*Отвѣтъ.* — Предположимъ, что на положительной пластинкѣ совершается слѣдующая реакція



Если вся поверхность состоитъ изъ  $\text{Pb}_3\text{O}_4$ , то выдѣленіе Н и О будетъ очень слабо. Аккумуляторъ получитъ наибольшій зарядъ, когда весь слой  $\text{Pb}_3\text{O}_4$  обратится въ  $\text{PbO}_2$ . Пусть  $m_1$  есть масса  $\text{Pb}_3\text{O}_4$ , которой молекулярный вѣсъ будетъ

$3 \cdot 207 + 4 \cdot 16 = 685$ . Свинца въ этой массѣ будетъ  $\frac{621}{685} m_1$  грамм.; треть этой массы, т. е.  $\frac{207}{685} m_1$  г. соединится съ  $\text{SO}_4$ , для чего понадобится масса  $\text{SO}_4$ , равная

$\frac{207}{685} m_1 \cdot \frac{96}{207} = \frac{96}{685} m_1$  г. Количество электричества, необходимаго для выдѣленія

этой массы будетъ  $Q = \frac{96}{685} m_1 \cdot \frac{1}{0,005}$  Эл. Магн. Ед.  $= 28,03 m_1$  Э. М. Е.; ибо

1 Э. М. Е. выдѣляетъ 0,000104 gr. Н или  $\frac{1}{2} (32 + 4 \cdot 16) \cdot 0,000104$  gr.  $\text{SO}_4$ . Если  $m_1$  выразить въ килограммахъ, то  $Q = 28030 m_1$  Э. М. Е.

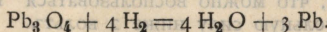
5. Каковъ наибольшій теоретическій зарядъ аккумулятора Фора-Селонъ-Фолькмаръ, состоящаго изъ 8 свинцовыхъ положительныхъ пластинъ по 2 kg. каждая?

*Отвѣтъ.* — Если бы пластины состояли цѣликомъ изъ  $\text{Pb}_3\text{O}_4$ , то по предыдущему

$$Q = 28030 \cdot 16 \text{ Э. М. Е.} = 0,45 \cdot 10^6 \text{ Э. М. Е.} = 0,45 \cdot 10^7 \text{ кулоновъ.}$$

6. Вычислить теоретическое количество электричества, необходимаго для формировація отрицательнаго электрода аккумулятора Фолькмаръ?

*Отвѣтъ.* — Формированіе отрицательнаго электрода совершается, по предположенію, по формулѣ



Обозначая черезъ  $m_2$  gr. массу отрицательнаго электрода, найдемъ, что въ ней должно содержаться  $\frac{64}{685} m_2$  gr. кислорода. Чтобы возстановить эту массу, не-



обходимо  $\frac{1}{8} \cdot \frac{64}{685} m_2$  гр. водорода. Количество электричества, нужное для выдѣления этого водорода, равно

$$Q = \frac{1}{68} m_2 \frac{1}{0,000104} = 111,8 m_2 \text{ Э. М. Е.} = 1118 m_2 \text{ кулоновъ.}$$

7. Вычислить теоретическую затрату работы, необходимой для полного заряжанія аккумулятора Фора-Селонь-Фолькмара?

*Ответъ.*—Работа равняется произведенію электровозбудительной силы на напряженность тока въ каждый элементъ времени; поэтому полная работа  $W = \Sigma(EJ) = E\Sigma J$ ; ибо  $E$  остается постоянной.  $\Sigma J$  есть ничто иное, какъ полное количество электричества  $Q$ , необходимое для заряжанія аккумулятора; въ задачѣ № 4 нашли, что  $Q = 28,03 m_1$  Э. М. Е. Отсюда

$$W = 28,03 \cdot E m_1 \text{ эргъ} = 28,03 \cdot 10^{-7} E m_1 \text{ джоулей.}$$

8. Какую работу нужно затратить, чтобы зарядить аккумуляторъ съ 8 свинцовыми пластинками, по 2 kg. каждая. Электровозбудительная сила 2,05 Вольта?

*Ответъ:*

$$W = 28,03 \cdot 16000 \times 2,05 \cdot 10^8 \text{ Э. М. Е.} = 9193,84 \cdot 10^{10} \text{ эргъ} =$$

$$= 9193,84 \cdot 10^{10} \times 102 \cdot 10^{-10} \text{ kg.} = 937772 \text{ kgm.} = 3,5 \text{ лошади-часовъ или} = 2,55 \text{ килоуаттъ-часовъ} = 9193840 \text{ джоулей.}$$

9. Во что обойдется  $n$  аккумуляторовъ, необходимыхъ для освѣщенія  $L$  лампами Сименса (Э.с = 100 Вольтъ,  $J = 0,6$  Ампера); аккумуляторъ обходится въ  $f$  франковъ?

*Ответъ.*—Лампа Сименса поглощаетъ  $100 \times 0,6$  Уаттъ, а  $L$  лампъ требуютъ  $W = 60L$  Уаттъ. Полагая, что на нагреваніе проводниковъ затратится 10% всей энергіи, найдемъ, что требуемая энергія  $W = 66L$  Уаттъ. Сила тока, требуемая отъ аккумуляторовъ, равна  $0,6L$ . Теплота, потраченная на нагреваніе самихъ аккумуляторовъ пропорціональна квадрату силы тока  $(0,6^2 L^2)$  и пропорціональна ихъ внутреннему сопротивленію  $nr$  ( $r = \frac{1}{40}$  Ома). Отсюда

$$W_1 = (0,6L)^2 nr = 0,36 L^2 \frac{n}{40} = 0,009 n L^2 \text{ Уаттъ.}$$

Каждый аккумуляторъ даетъ разность потенциаловъ въ 2 Вольта; поэтому вся батарея въ  $n$  аккумуляторовъ даетъ  $2n$  Вольтъ; сила тока, требуемая отъ батареи равна  $0,6L$ , а потому энергія ихъ выразится черезъ  $2n \times 0,6L$  Уаттъ. Сравнивая обѣ энергіи, получимъ

$$66L + 0,009 n L^2 = 2n \times 0,6L, \text{ откуда } n = \frac{66}{1,2 - 0,009L}.$$

Одинъ аккумуляторъ обходится въ  $f$  франковъ; поэтому общій расходъ будетъ

$$S = nf = \frac{66f}{1,2 - 0,009L}.$$

Продолжительность освѣщенія этими лампами и этими аккумуляторами обуславливается ихъ емкостью; и, значитъ, и ихъ цѣною  $f$ . Пусть аккумуляторъ, стоящій  $f$  франковъ, имѣетъ емкость  $C$  амперо-часовъ =  $3600C$  амперо-секундъ.  $L$  лампъ требуютъ въ секунду  $0,6L$  амперо-секундъ. Поэтому продолжительность освѣщенія  $t$  найдемъ такимъ образомъ

$$t = \frac{3600C}{0,6L} \text{ сек.} = \frac{6000 C}{L} \text{ сек.} = \frac{1,66 C}{L} \text{ часовъ.}$$

10. Батарея аккумуляторовъ, имѣющихъ на борнахъ разность потенциаловъ въ 115 Вольтъ, 0,12 Омъ внутренняго сопротивленія даетъ токъ совершенно доста-



точный для всѣхъ потребностей. Если соединительные проводники имѣютъ 0,3 Омъ сопротивленія, то спрашивается какое число лампъ Эдисона ( $E = 100$  Вольтъ,  $R = 120$  Омъ) можно ввести въ цѣпь такъ, чтобы токъ въ каждой изъ нихъ былъ 0,82 ампера?

*Отвѣтъ.*—Пусть  $l$  число лампъ; число амперовъ, даваемыхъ батареею, должно равняться числу амперовъ, требуемыхъ для лампъ, откуда:

$$0,12 + 0,3 + \frac{115}{l} = 1,0,82; l = 48 \text{ или } 49 \text{ лампъ.}$$

11. Аккумуляторъ въ 5 пластинокъ имѣетъ емкость въ 48 амперочасовъ и даетъ при разрядѣ токъ до 7 амперъ при 2 Вольтахъ. Пластины (двѣ + и три—) имѣютъ дѣйствующую поверхность въ 13,18 см.<sup>2</sup>. Определить наименьшіе размѣры и емкость подобнаго же аккумулятора, который могъ бы доставить 0,4 ампера въ цѣпи, имѣющей 10 Омъ сопротивленія.

*Отвѣтъ.*—По формулѣ Ома  $E = 0,4 \cdot 10 = 4$  Вольтъ. Следовательно, надо взять два аккумулятора соединенныхъ послѣдовательно.

Данный аккумуляторъ имѣетъ дѣйствующую поверхность  $8 \times 234 \text{ см.}^2 = 1872 \text{ см.}^2$ ; поэтому разрядъ его равенъ  $\frac{7}{1872} = 0,0037$  амп. на см.<sup>2</sup>. 0,4 ампера требуютъ

дѣйствующую поверхность въ  $\frac{0,4}{0,0037} = 108 \text{ см.}^2$ . Построимъ аккумуляторъ съ 4 дѣйствующими поверхностями (1 пластинка положительная и 2 отрицательныхъ).

Поверхность пластинки будетъ  $\frac{108}{4} = 27 \text{ см.}^2$ , а размѣры  $= 3 \times 9 \text{ см.}^2$ .

Емкость аккумулятора будетъ  $48 \cdot \frac{108}{1872} \text{ амп. час.} = 2,75 \text{ амп. часа} = 9900 \text{ куломбъ.}$

Запасенная энергія будетъ  $2 \times 9900 \cdot \text{Вольт} \cdot \text{куломбъ} = 19800 \text{ Джоулей} = 2020 \text{ мкг.}$

*Примѣч.* Просматривая сборникъ, я натолкнулся только на 2 неправильно рѣшенныхъ задачи: № 54 о потенциаль и № 477 объ аккумуляторахъ.

А. Л. К.

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

❖ Интересное наблюдение надъ спутниками Юпитера сдѣлано американскимъ астрономомъ Пикерингомъ. Ему удалось наблюдать спутники Юпитера при исключительно благоприятныхъ обстоятельствахъ въ перуанской провинціи Атакама, въ ночь съ 3-го на 4-е апрѣля (н. с.), т. е. наканунѣ полного солнечнаго затмѣнія. Воздухъ былъ необыкновенно прозраченъ. Всматриваясь въ движеніе спутниковъ Юпитера черезъ телескопъ, взятый съ обсерваторіи Ликъ, Пикерингъ подмѣтилъ, что каждый изъ нихъ представляетъ скопленіе множества мелкихъ эллипсоидовъ, удерживающихся вмѣстѣ очевидно силой взаимнаго притяженія. Открытіе это, конечно, требуетъ еще подтвержденій. Напомнимъ по этому поводу, что по всей вѣроятности то же строеніе имѣетъ и кольцо Сатурна, такъ какъ доказано, что оно не можетъ быть однороднымъ сплошнымъ твердымъ тѣломъ, не можетъ быть и жид-



кимъ. Подтвержденій открытія Пикеринга слѣдуетъ ждать, конечно, съ единственной въ мірѣ обсерваторіи Ликъ, поставленной въ весьма благоприятныя условія для такихъ наблюденій благодаря своему высокому положенію надъ уровнемъ моря.

❖ **Необыкновенный снѣгъ** выпалъ 30-го января сего года въ штатѣ Огіо близъ г. Милледживили. Рано утромъ всѣ окрестныя поля были покрыты снѣжными комьями, имѣвшими видъ цилиндрическихъ трубочекъ длиною отъ 3 до 5 дюймовъ и отъ 1 до 2 дюйм. въ діаметрѣ. Трубочки эти были настолько нѣжны и хрупки, что ихъ нельзя было взять въ руки, не сломавъ. Явленіе это было замѣчено всего на 900 кв. десятинахъ. Получены извѣстія о такомъ же явленіи изъ сосѣднихъ штатовъ, изъ окрестностей Фастта и Клинтонна. Наканунѣ дулъ сильный вѣтеръ, къ ночи онъ еще значительно усилился. Температура была — 40°.

## ЗАДАЧИ.

**№ 497.** На сторонахъ  $AC$  и  $AB$  даннаго треугольника  $ABC$  отложены  $CD = m$  и  $BE = p$  ( $m < AC$  и  $p < AB$ ). Определить разстоянія точки пересѣченія прямыхъ  $CE$  и  $BD$  отъ сторонъ треугольника. Указать два способа рѣшенія этой задачи.

*Н. Николаевъ (Пенза).*

**№ 498.** Точка  $H$  есть ортоцентръ треугольника  $ABC$ ;  $M$ —какая нибудь точка въ той же плоскости;  $H_a, H_b, H_c$  суть точки симметричныя  $H$  относительно прямыхъ  $AM, BM, CM$ . Доказать, что четыре окружности  $AMH_a, BMH_b, CMH_c$  и  $ABC$  проходятъ черезъ одну точку.

(Займств.) *Д. Е. (Ив.-Вознес.).*

**№ 499.** Данъ гармоническій четырёхугольникъ  $ABCD$ , котораго диагональ  $AC = 2\sqrt{AB \cdot BC}$ . Показать, что прямыя  $AD, BD$  и  $CD$  составляютъ геометрическую прогрессію и определить знаменателя этой прогрессіи.

*И. Вонсикъ (Спб.).*

**№ 500.** Даны двѣ окружности и точка  $P$  въ ихъ плоскости. Провести къ окружностямъ двѣ параллельныя между собою касательныя такъ, чтобы разстоянія ихъ отъ данной точки  $P$  находились въ данномъ отношеніи.

(Займств.), *В. Г. (Одесса).*



№ 501. Рѣшить уравненіе

$$\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x = m,$$

не рѣшая квадратнаго уравненія.

*В. Перельвейсѣй (Полтава).*

№ 502. Изъ точки О, середины основанія равнобедреннаго треугольника, проведена произвольная прямая, пересѣкающая одну изъ равныхъ сторонъ въ точкѣ А и продолженіе другой въ точкѣ В. Изъ точекъ А и В опущены перпендикуляры АХ и ВУ на основаніе. Показать, что

$$\frac{1}{OX} + \frac{1}{OY} = \frac{2}{a},$$

гдѣ  $a$  есть половина основанія равнобедреннаго треугольника.

*П. Свѣшниковъ (Троицкѣ).*

№ 503. Однородный лучъ свѣта, падая перпендикулярно къ грани призмы съ преломляющимъ угломъ въ  $30^\circ$ , по выходѣ изъ призмы отклоняется на  $30^\circ$ . Найти: 1) показателя преломленія вещества призмы, 2) наименьшее отклоненіе луча при прохожденіи его сквозь другую призму изъ того же вещества, но съ преломляющимъ угломъ въ  $60^\circ$ .

(Заимств.) *Д. Е. (Ив.-Вознес.).*

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 240 (2 сер.). Тѣло, имѣющее массу въ  $m$  гр. и удѣльную теплоту  $c$ , движется со скоростью  $v$  см. въ секунду. Определить, на сколько градусовъ могло бы оно нагрѣться при внезапной остановкѣ.

При остановкѣ движущагося тѣла живая сила его  $mv^2/2$  переходитъ въ теплоту. Очевидно, что

$$\frac{mv^2}{2} \text{ граммсант.} = \frac{mv^2}{2 \cdot 10^7} \text{ килограммом.} = \frac{mv^2}{2 \cdot 10^7 \cdot 424} \text{ калорій,}$$

а такъ какъ вѣсъ тѣла въ килограммахъ равенъ  $\frac{mg}{1000}$ , то искомое число градусовъ равно

$$t = \frac{mv^2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^7 \cdot 424 \cdot m \cdot g \cdot c} = \frac{1,2v^2}{10^8 c}.$$

*П. Оедосеевъ (Троицкѣ).*



**№ 344** (2 сер.). Найти стороны треугольника, которые выразились бы тремя последовательными целыми рациональными числами, и въ которомъ уголъ, лежащій противъ большей стороны, былъ бы вдвое больше угла противъ меньшей стороны.

1. Пусть въ  $\triangle ABC$   $AB = x$ ,  $BC = x + 1$ ;  $CA = x + 2$  и  $\angle ABC = 2 \angle ACB$ . Пусть  $BD$  биссекторъ угла  $ABC$ . Очевидно, что  $\triangle ABC \sim \triangle ABD$ ; поэтому  $BC:BD = AC:AB$ , т. е.  $(x + 1):BD = (x + 2):x$ , откуда

$$BD = \frac{(x + 1)x}{x + 2}.$$

На основаніи известной теоремы можемъ написать  $BC:AB = CD:AD$ , откуда найдемъ

$$CD = \frac{(x + 1)(x + 2)}{2x + 1}.$$

Замѣчая, что  $BD = CD$ , легко найдемъ  $x = 4 = AB$ ;  $BC = 5$ ;  $AC = 6$ .

2. Пусть  $\angle ACB = \alpha$ ,  $\angle ABC = 2\alpha$ . Имѣемъ  $(x + 2):x = \sin 2\alpha : \sin \alpha$ , откуда  $(x + 2):2x = \cos \alpha$ , а такъ какъ  $0 < \alpha < 45^\circ$ , то

$$1 > \frac{x + 2}{2x} > \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ т. е. } 4,8 > x > 2.$$

$x$  не можетъ равняться тремъ, такъ какъ тогда получился бы равнобедренный прямоугольный треугольникъ. Поэтому  $x = 4 = AB$ ,  $BC = 5$ ,  $AC = 6$ . Легко показать, что углы такого треугольника удовлетворяютъ требованію задачи.

*В. Перемышевъ* (Полтава); *Х. Едмиъ* (Кременчугъ); *И. Вонсикъ* (Воронежъ); *А. П. Пенза*; *В. Буханицевъ* (Борисоглѣбскъ); *П. Ситниковъ*, *А. Мельниковъ*, *А. Гуминскій* (Троицкъ); *О. Озаровская* (Сиб.); *К. Щиголовъ* (Курскъ).

**№ 368** (2 сер.). Найти формулу для объема двояко-выпуклой чечевицы, у которой измѣрены радіусы кривизны  $r_1$  и  $r_2$  и толщина  $d$ .

Обозначая стрѣлку, соответствующую дугѣ радіуса  $r_2$ , черезъ  $x$ , и рассматривая искомый объемъ какъ сумму объемовъ двухъ сферическихъ сегментовъ, получимъ:

$$V = \pi x^2 (r_2 - x/3) + \pi (d - x)^2 \left( r_1 - \frac{d - x}{3} \right) \dots \dots (1).$$

Для опредѣленія  $x$  весьма легко получается соотношеніе:

$$r_1^2 - (r_1 - d + x)^2 = r_2^2 - (r_2 - x)^2,$$



откуда

$$x = \frac{2r_1 d - d^2}{2(r_1 + r_2)}$$

Подставляя это значеніе въ (1), получимъ послѣ преобразований

$$V = \frac{\pi d^2 [d^2 - 4d(r_1 + r_2) + 12r_1 r_2]}{12(r_1 + r_2 - d)}.$$

Я. Тепляковъ (Радомысль); А. П. (Пенза); П. Ивановъ (Одесса), В. Шишалоуъ (с. Середя); К. Исаковъ (Манглись).

**№ 375 (2 сер.).** Показать, что зависимость между стороною  $a_n$  правильного вписаннаго въ кругъ радіуса  $r$  многоугольника, стороною  $a_{3n}$  правильного вписаннаго въ тотъ же кругъ многоугольника тройного числа сторонъ и радіусомъ круга выражается уравненіемъ:

$$a_{3n}^3 - 3r^2 a_{3n} + r^2 a_n = 0.$$

Если дуга, стягиваемая хордой  $a_{3n}$ , содержитъ  $2x$  градусовъ, то  $a_n = 2r \cdot \text{sn } 3x$ ;  $a_{3n} = 2r \cdot \text{sn } x$ , откуда

$$\frac{a_n}{a_{3n}} = \frac{\text{sn } 3x}{\text{sn } x} = \frac{3 \text{sn } x - 4 \text{sn}^3 x}{\text{sn } x} = 3 - 4 \text{sn}^2 x,$$

а такъ какъ

$$\text{sn } x = \frac{a_{3n}}{2r},$$

то

$$a_{3n}^3 - 3r^2 a_{3n} + r^2 a_n = 0.$$

М. Аюпаниъ (Спб.); О. Озаровская (Спб.); К. Каприелли, П. Ивановъ (Одесса); Я. Тепляковъ (Радомысль); В. Буханиковъ (Борисоглбскъ); В. Шишалоуъ (Ив.-Вознес.); К. Щиголовъ (Курскъ).

БИБЛИОТЕКА

ш. Комм. Ин-та  
Просвещения

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 19-го Юля 1893 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова.



Обложка  
щется



Обложка  
щется