Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 109.

X Сем. 15 Января 1891 г. № 1.

О СГУСТИТЕЛЬНОМЪ ГИГРОМЕТРѢ.

Въ курсахъ физики мнѣ не пришлось встрѣтить теоріи сгустительнаго гигрометра. Обыкновенно разсуждаютъ такъ: понижаемъ температуру воздуха у гигрометра до тѣхъ поръ, пока водяной паръ, находящійся въ воздухѣ, не дойдетъ до состоянія насыщающаго пара; по точкѣ росы находимъ упругость этого пара; а она то и равна упругости паровъ, имѣющихся въ воздухѣ. При этомъ бездоказательно принимается, что при охлажденіи воздуха упругость пара, находящагося въ немъ, не измѣняется. Настоящая замѣтка имѣетъ цѣлью пополнить послѣдній пробѣлъ.

Задача. Требуется опредѣлить упругость паровъ воды, находящихся въ воздухѣ, обладающемъ упругостью p и при температурѣ t. Пусть эта упругость паровъ равна x. Понижаемъ температуру влажнаго воздуха до такой температуры t', чтобы водяной паръ, заключающійся въ воздухѣ, дошелъ до состоянія насыщающаго пара. Пусть его упругость будетъ теперь F'. Докажемъ, что если при охлажденіи упругость воздуха не мѣняется, то $x=F'$. Доказательство основано на законѣ Маріотъ-Гей-Люссака и законѣ смѣсей газовъ Дальтона.

Пусть воздухъ заключенъ въ балонѣ объема v и находится въ сообщеніи съ внѣшнимъ воздухомъ. При охлажденіи воздухъ балона будетъ сжиматься давленіемъ внѣшняго воздуха и, благодаря этому, его упругость будетъ оставаться неизмѣнною. Положимъ, что при температурѣ t' (точка росы) объемъ взятаго воздуха сдѣлался равнымъ v'. Называя α коэффиціентъ расширенія влажнаго воздуха, имѣемъ

$$v=v'[1+\alpha(t-t')] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Пусть b парціальная упругость сухого воздуха при температурѣ t и b' его парціальная упругость при температурѣ t', имѣемъ по закону Дальтона

$$\left.\begin{aligned} p&=b+x \\ p&=b'+F' \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Сухой воздухъ сначала занималъ объемъ v, а потомъ v', по опредѣленію упругости газа въ смѣси и по закону Гей Люссака имѣемъ:

$$\frac{bv}{1+\alpha(t-t')}=b'.v' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Изъ уравненій (1) и (3) выводимъ

$$b=b'$$

слѣдовательно

$$x=F',$$

что и требовалось доказать *). Понятно, что теорія вполнѣ примѣнима къ любому изъ сгустительныхъ гигрометровъ.

Проф. *Слугиновъ* (Казань).

СИНТЕЗЪ и АНАЛИЗЪ ВЪ МАТЕМАТИКѢ.

Наврядъ ли въ нашей учебно-математической литературѣ найдется другой вопросъ, такъ незаслуженно игнорируемый преподавателями и такъ поверхностно, поэтому, усваиваемый учащимися, какъ тотъ, который поставленъ въ заглавіи настоящей статьи. О непопулярности этого вопроса можно до нѣкоторой степени судить уже по тому, что разъясненію сущности методовъ синтетическаго и аналитическаго—этихъ главныхъ орудій математики—не было посвящено до сихъ поръ ни одной страницы ни въ „Вѣстникѣ Оп. Физики и Элем. Математики", ни въ его предшественникахъ: „Журналѣ Элем. Математики" проф. В. П. Ермакова и „Математическомъ Листкѣ" А. И. Гольденберга. Въ элементарныхъ учебныхъ курсахъ объ этой темѣ еще не говорятъ, въ высшемъ, университетскомъ курсѣ математики—о ней уже не говорятъ. Такимъ образомъ вопросъ проскальзываетъ, и многіе изъ тѣхъ, кто по привычкѣ владѣетъ обоими методами, иногда не могутъ дать себѣ отчета о примѣнимости каждаго изъ нихъ въ отдѣльности, и философская сторона математическихъ доказательствъ и пріемовъ остается непонятой.—Въ виду этого мнѣ кажется умѣстнымъ побесѣдовать о „синтезѣ и анализѣ въ математикѣ" и попытаться убѣдить читателей, что вопросъ этотъ во 1-хъ не заключаетъ въ себѣ никакихъ особенныхъ трудностей и вполнѣ доступенъ пониманію учащихся, и во 2-хъ, что въ педагогическомъ отношеніи онъ имѣетъ немаловажное значеніе и заслуживаетъ, поэтому, вниманія со стороны каждаго преподавателя математики, будь онъ только учителемъ ариѳметики.

1. Тотъ способъ, которымъ пользуемся при составленіи послѣдовательнаго ряда логическихъ умозаключеній, доводящихъ какую либо неочевидную для насъ истину или ложь до очевидности, называется вообще *методомъ*.

*) Въ дѣйствительности α уравненія (1) нѣсколько больше α уравненія (3) и потому x немного больше F'.

Такихъ методовъ, играющихъ существенную роль въ развитіи наукъ умозрительныхъ вообще и математики въ частности, можетъ быть только два: *синтетическій* и *аналитическій*, и подобно тому какъ, напр., между двумя точками A и B можно провесть (или вообразить проведенною) нѣкоторую соединительную линію только по двумъ взаимно противоположнымъ направленіямъ: или отъ A къ B, или—наоборотъ—отъ B къ A,—такъ и между очевидностью и неочевидностью можно установить логическую связь лишь двоякимъ образомъ: либо *нисходя* отъ очевиднаго къ его непосредственнымъ слѣдствіямъ—это будетъ *синтезъ*, либо—наоборотъ—*восходя* отъ неочевиднаго къ его непосредственнымъ причинамъ—это будетъ *анализъ*.

2. Въ буквальномъ переводѣ *синтезъ* означаетъ „сложеніе", *анализъ*—„разрѣшеніе", но изъ вышесказаннаго ясно, что въ математикѣ эти термины имѣютъ не буквальное, а условное значеніе. Если напр. *химическій анализъ* дѣйствительно есть „разложеніе" заданнаго тѣла на его составныя части, а *химическій синтезъ*—„сложеніе" заданныхъ составныхъ частей въ одно химическое цѣлое, то въ математикѣ подобное толкованіе не имѣло бы, конечно, смысла, ибо здѣсь „анализомъ" называется всякій переходъ отъ заданнаго слѣдствія къ его причинѣ, не имѣющій ничего общаго съ идеей „разложенія", а „синтезомъ"—обратный переходъ отъ заданной причины къ ея слѣдствію, не имѣющій точно также ничего общаго съ пріемами „сложенія".

Эта условность обоихъ терминовъ, между тѣмъ, часто упускается изъ виду и, на основаніи привычки употреблять слово „анализировать" то въ смыслѣ „изслѣдовать", то въ смыслѣ „разлагать на составныя части", нерѣдко аналитическій методъ въ математикѣ ошибочно опредѣляютъ, какъ такой пріемъ, при которомъ заданное предложеніе (недоказанную еще теорему, или нерѣшенную еще задачу) „разлагаютъ" на другія, болѣе простыя предложенія. Дѣйствительно, такое разложеніе заданнаго вопроса на вопросы болѣе простые иногда практикуется, ибо въ значительной мѣрѣ облегчаетъ отысканіе того неизвѣстнаго предложенія, изъ котораго данное вытекаетъ какъ слѣдствіе, но сущность аналитическаго пріема заключается вовсе не въ такомъ разложеніи, или—лучше сказать—сведеніи къ вопросамъ болѣе легкимъ, а—напротивъ того—въ обобщеніи, т. е. въ переходѣ отъ слѣдствія къ причинѣ.

3. Существуетъ еще другое, болѣе грубое и, къ сожалѣнію, болѣе распространенное заблужденіе: „анализъ" смѣшиваютъ съ „алгеброй", а „синтезъ"—съ „геометріей". Иные воображаютъ, что если, напр., какая нибудь теорема доказывается только при помощи чертежа и чисто геометрическихъ соображеній (какъ напр. у древне-греческихъ геометровъ), безъ всякаго пособія алгебраической символистики, то такое доказательство есть непремѣнно „синтетическое", и наоборотъ—„аналитическимъ" методомъ доказательства считаютъ пренаивно тотъ, въ которомъ вводятъ для облегченія алгебраическіе символы и пользуются рѣшеніемъ уравненій.

Очень вѣроятно, что такіе (неудачные, надо сознаться) термины, какъ: „Аналитическая Геометрія", „Аналитическая Механика", „Высшій Анализъ", „Неопредѣленный Анализъ" и пр. не мало способствуютъ поддержанію этого заблужденія.

4. Для нагляднаго и возможно элементарнаго разъясненія сущности анализа и синтеза обратимся къ простому примѣру. Пусть требуется доказать спреведливость Пиѳагоровой теоремы для всякаго прямоугольнаго треугольника ABC, гдѣ $\angle B$ есть прямой, т. е. справедливость равенства

$$AB^2+BC^2=AC^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Аналитическое доказательство. Исходя изъ заданнаго положенія (1), ищемъ такого предложенія (2), изъ котораго (1) вытекало бы какъ необходимое слѣдствіе, а такъ какъ такихъ искомыхъ предложеній можно предположить безчисленное множество, то намъ не остается ничего другого, какъ *пробовать*, не будетъ ли какое нибудь *одно изъ нихъ* тѣмъ предложеніемъ (2), котораго ищемъ. Выборъ зависитъ вполнѣ отъ насъ, т. е. отъ нашего *знанія* и отъ нашего *искусства* пользоваться для анализа этимъ знаніемъ; при этомъ главною нашею задачею должны оставаться возможная *простота* и *краткость*. Попробуемъ же, на томъ основаніи, что лѣвая часть заданнаго равенства (1) имѣетъ видъ суммы, сдѣлать допущеніе, что это равенство есть *слѣдствіе* сложенія нѣкоторыхъ двухъ равенствъ такого вида

$$\left.\begin{array}{l} AB^2=x \\ BC^2=y \end{array}\right\} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2')$$

для чего необходимо, чтобы

$$x+y=AC^2. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\alpha')$$

Послѣднему условному равенству (α'), неопредѣленному, проще всего можно удовлетворить, вообразивъ гипотенузу AC раздѣленною нѣкоторой точкою D на два отрѣзка AD и DC, такъ что

$$AC=AD+DC; \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (\beta)$$

тогда

$$x+y=AC.AC=AC(AD+DC)=AC.AD+AC.DC\ldots\ldots(\alpha)$$

Возможно простыми рѣшеніями этого неопредѣленнаго уравненія будутъ слѣдующія два:

(1) $x=AC.AD;\quad y=AC.DC.$

(2) $x=AC.DC;\quad y=AC.AD.$

Въ первомъ случаѣ искомыя зависимости, которыхъ слѣдствіемъ была бы заданная Пиѳагорова теорема, имѣютъ видъ:

$$\left.\begin{array}{l} AB^2=AC.AD \\ BC^2=AC.DC \end{array}\right\} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

а во второмъ—эти зависимости будутъ:

$$\left.\begin{array}{l} AB^2=AC.DC \\ BC^2=AC.AD \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (2^*)$$

И такъ какъ заданное предложеніе (1) является непремѣннымъ слѣдствіемъ совмѣстнаго существованія предложеній (2), или совмѣстнаго существованія предложеній (2*), то доказательство Пиѳагоровой теоремы свелось такимъ образомъ на доказательство равенствъ (2) или равенствъ (2*). Остается слѣдовательно доказать, что на гипотенузѣ всякаго прямоугольнаго треугольника всегда можетъ быть найдена такая точка D, что площади прямоугольниковъ, построенныхъ на гипотенузѣ и каждомъ изъ ея отрѣзковъ, соотвѣтственно равны площадямъ квадратовъ, построенныхъ на обоихъ катетахъ.

Видимъ, что въ этомъ мѣстѣ путь нашего аналитическаго доказательства *развѣтвляется*, ибо идти дальше мы можемъ или, пытаясь доказать справедливость равенствъ (2), или—равенствъ (2*). Выборъ опять зависитъ отъ насъ, т. е. отъ того, какой путь *кажется намъ* проще и короче. Выбираемъ равенства (2), оставляя (2*) въ сторонѣ.

Знаніе свойствъ пропорцій прямо приводитъ насъ къ заключенію, что равенства (2) суть непосредственныя слѣдствія совмѣстнаго существованія двухъ пропорцій

$$\left.\begin{array}{l} AC : AB=AB : AD \\ AC : BC=BC : DC \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

(хотя мы могли бы пытаться доказать равенства (2) и другимъ способомъ, напр. чисто геометрическимъ пріемомъ: сведя сначала на доказательство равенства половинъ заданныхъ площадей, т. е. треугольниковъ и т. д.)

Эти же пропорціи проще всего допустить какъ слѣдствія подобія двухъ паръ треугольниковъ

$$\left.\begin{array}{l} \triangle ABC \backsim \triangle ABD \\ \triangle ABC \backsim \triangle BDC \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (4')$$

т. е. условія

$$\triangle ABC \backsim \triangle ABD \backsim \triangle BDC \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Такимъ образомъ приходимъ къ заключенію: если на гипотенузѣ прямоугольнаго треугольника всегда можетъ быть найдена такая точка D, соединивъ которую съ вершиною прямого угла B раздѣлимъ треугольникъ на два другіе треугольника, подобные каждый порознь данному и, стало быть, подобные другъ другу, то теорема Пиѳагора будетъ справедлива.

Но подобіе первой пары треугольниковъ ABC и ABD, имѣющихъ $\angle$A общій, было бы слѣдствіемъ условія

$$\angle ADB = \text{прямому} \quad \ldots\ldots\ldots (5')$$

а подобіе второй пары треугольниковъ ABC и BDC, имѣющихъ $\angle$C общій, было бы слѣдствіемъ условія

$$\angle BDC = \text{прямому} \quad \ldots\ldots\ldots (5'')$$

Слѣдовательно, если возможно условіе

$$\angle ADB = \angle BDC = \text{прямому}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

то возможны и условія подобія (4), и пропорціи (3), и равенства (2) и зависимосгь (1). Но равенства (5) *очевидно возможны* въ томъ единственномъ случаѣ, когда точка D есть основаніе перпендикуляра BD, опущеннаго изъ вершины прямого угла B на гипотенузу AC. Такимъ путемъ мы убѣдились въ справедливости заданнаго предложенія (1) и пришли еще къ *открытію* такого построенія, исходя изъ котораго, мы можемъ теперь *навѣрное*, идя въ обратномъ порядкѣ, прійти синтетическимъ методомъ къ установленію той-же Пиѳагоровой теоремы.

Синтетическое доказательство. Отступивъ перпендикуляръ BD изъ вершины прямого угла B на гипотенузу AC, имѣемъ (5); слѣдствіемъ этого будетъ подобіе треугольниковъ (4), которое въ свою очередь приводимъ къ пропорціямъ (3) т. е. къ равенствамъ (2); складывая эти послѣднія и принимая во вниманіе тождество (β), приходимъ къ равенству (1).

(Или: построивъ квадраты на AC, на AB и на BC и опустивъ перпендикуляръ BD на гипотенузу, продолжаемъ его и дѣлимъ квадратъ на AC на два прямоугольника и т. д. см. обыкновенное доказательство (Эвклида) въ учебникахъ геометріи).

5. Вышеприведенный примѣръ примѣненія анализа и синтеза достаточно наглядно обнаруживаетъ недостатки и преимущества каждаго изъ этихъ методовъ порознь. Синтетическій методъ, очевидно, проще и гораздо легче, но за то у́же, и требуетъ знанія напередъ съ чего начать; это главное его неудобство дѣлаетъ его непримѣнимымъ къ *новымъ* изслѣдованіямъ, напр. къ рѣшенію еще нерѣшенныхъ задачъ. Съ другой стороны удобопонятность построенія синтетическаго ряда умозаключеній и его стройность всегда давали и даютъ понынѣ этому методу преобладающее мѣсто въ систематическихъ курсахъ разныхъ отдѣловъ математики. Аналитическій методъ безспорно труднѣе, ибо всегда труднѣе бываетъ обратный переходъ отъ слѣдствія къ неизвѣстной его причинѣ, нежели прямой выводъ слѣдствія изъ заданной причины, но за то общнѣе и богаче, ибо при удачномъ примѣненіи и внимательномъ переходѣ отъ частнаго къ общему онъ нерѣдко приводитъ насъ не только къ правильному рѣшенію заданнаго *новаго* вопроса, но еще мимоходомъ, такъ сказать, къ такимъ вопросамъ, которые при иномъ пути изслѣдованія могли бы вовсе остаться нами незамѣченными. Этимъ объясняется огромное вліяніе анализа на расширеніе области той науки, въ которой онъ правильно примѣняется.

Такъ, напримѣръ, при аналитическомъ доказательствѣ теоремы Пиѳагора, рядомъ съ совмѣстными равенствами (2), мы наткнулись еще на совмѣстныя равенства

$$\left.\begin{aligned} AB^2 &= AC.DC \\ BC^2 &= AC.AD \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2^*)$$

Мы оставили ихъ въ сторонѣ, потому что доказательство выражаемыхъ ими предложеній не такъ просто, какъ для равенствъ (2). Но если бы мы пожелали подвергнуть спеціальному изслѣдованію эти мимоходомъ полученныя равенства, то безъ труда пришли бы къ заключенію, что на гипотенузѣ, кромѣ раньше найденной точки D, существуетъ другая точка—назовемъ ее черезъ D'—, удовлетворяющая условіямъ (2*) и такъ удаленная отъ одного изъ концовъ гипотенузы, какъ точка D удалена отъ другого. Соединивъ затѣмъ эту новую точку D' съ вершиною прямого угла B, мы бы могли, на основаніи условій (2*) и ранѣе доказанной теоремы Пиѳагора, прійти къ открытію различныхъ новыхъ теоремъ, напримѣръ такой

$$AC^2 = 3BD^2 + BD'^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (a)$$

т. е. что площадь квадрата, построеннаго на гипотенузѣ, равна утроенной площади квадрата, построеннаго на перпендикулярѣ BD, сложенной съ площадью квадрата, построеннаго на прямой BD', соединяющей вершину прямого углу B съ точкою D', расположенной на гипотенузѣ симметрично по отношенію къ точкѣ D,—или, напр. такой теоремы:

$$BD^2 + BD'^2 = AD^2 + DC^2, \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (b)$$

позволяющей намъ простымъ построеніемъ замѣнять сумму двухъ данныхъ квадратовъ суммою двухъ другихъ квадратовъ, и пр. пр.

Такія случайно установленныя теоремы, какъ (a) или (b), могли бы, повторяю, остаться нами вовсе незамѣченными, если бы аналитическій путь доказательства заданнаго предложенія или рѣшенія нѣкоторой задачи не привелъ насъ къ ихъ открытію.

Въ этомъ заключается огромное преимущество анализа передъ синтезомъ: первый, иногда неожиданно для насъ самихъ, открываетъ для насъ новые горизонты и возводитъ на такую высоту, съ которой ясно видна соподчиненность заданнаго исходного предложенія и сродныхъ съ нимъ другихъ нѣкоторымъ болѣе общимъ тезисамъ, второй—низводя насъ отъ даннаго къ цѣлому ряду его непосредственныхъ слѣдствій, удобенъ лишь тамъ, гдѣ желательно исчерпать вопросъ до мельчайшихъ его деталей. Если синтезъ, по вышеизложенной причинѣ можно назвать методомъ по преимуществу *учебнымъ*, то анализъ по всей справедливости слѣдуетъ считать методомъ *ученыхъ*.

6. Въ сочиненіяхъ по исторіи математики нерѣдко *изобрѣтеніе* аналитическаго метода приписывается знаменитому греческому философу Платону (330—347 до Р. Х.), до эпохи котораго древніе геометры будто пользовались только методомъ синтетическимъ. Это слѣдуетъ понимать такъ, что аналитическій методъ въ примѣненіи къ геометріи былъ впервые *формулированъ* въ „Академіи" Платона и, по всей вѣроятности, имъ самимъ; объ изобрѣтеніи же метода кѣмъ бы то ни было, конечно не можетъ быть и рѣчи, потому что оба метода разсужденія въ сущности нераздѣлены и возникли, хотя и безсознательно, тогда когда возникла потребность самаго разсужденія. Заслуга Платона заключается, слѣдовательно, въ томъ, что, смотря на геометрію съ чисто философской точки зрѣнія, онъ болѣе чѣмъ кто либо другой способствовалъ возведенію ея на степень науки строго умозрительной, освободивъ окончательно отъ всякой связи съ вопросами житейскими и отъ мистическаго элемента,

внесеннаго въ математику Пиѳагоромъ и его учениками. При этомъ двойственный путь построенія геометрическихъ доказательствъ не могъ остатьси имъ незамѣченнымъ, и можно считить, что сознательное примѣненіе анализа или синтеза въ геометріи началось съ эпохи Платона.— Онъ самъ, однакожъ, не оставилъ никакихъ сочиненій спеціально по математикѣ, и неизвѣстно съ точностью какъ именно былъ имъ опредѣленъ аналитическій методъ *). Ниже увидимъ, что еще Эвклидъ (около 315—255 до Р. Х.) смотрѣлъ на анализъ съ узкой точки зрѣнія и далъ неправильное опредѣленіе этого метода въ своихъ „Началахъ“ (см. Книга XIII, Замѣчаніе послѣ 1-го предложенія); вѣроятно, поэтому, что и въ Платоновской школѣ былъ извѣстенъ не общій случай восходящаго анализа, какъ мы его понимаемъ нынѣ, а лишь частный случай, при которомъ анализъ можетъ быть замѣненъ нисходящимъ процессомъ умозаключеній, подобно синтезу. Къ обстоятельному разъясненію этого вопроса мы перейдемъ въ слѣдующей бесѣдѣ. *III*.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

МЕХАНИЧЕСКОЕ ПРЕВРАЩЕНІЕ
умноженія въ сложеніе.

I.

Механическое превращеніе умноженія въ сложеніе съ записываніемъ частныхъ произведеній.

Для этого нужно заготовить достаточное количество одинаковыхъ по размѣрамъ полосъ. Полосы должны быть двухъ цвѣтовъ напр. бѣлыя и черныя. По двѣ полосы разныхъ цвѣтовъ соединяются въ одну сложную полосу. См. приложенные рисунки:

Фиг. 1, полоса бѣлаго цвѣта на обѣихъ сторонахъ.

Фиг. 2, полоса чернаго цвѣта на обѣихъ сторонахъ.

Фиг. 3, сложная полоса на одной сторонѣ напр. верхней.

Фиг. 4, сложная полоса на другой сторонѣ напр. нижней.

Каждая изъ сложныхъ полосъ раздѣлена на обѣихъ сторонахъ на 9 одинаковыхъ полей, такъ что въ каждомъ полѣ есть двѣ разноцвѣтныя половины: правая и лѣвая. Въ первомъ верхнемъ полѣ, въ правой половинѣ десяти полосъ, по порядку написаны цыфры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Цыфра 0 не пишется, а вездѣ, гдѣ нѣтъ другой цыфры, подразумѣвается 0.

Цыфру или цыфры втораго, третьяго и т. д. полей найдемъ, если съ числомъ предшествующаго поля сложимъ число перваго поля. При этомъ нужно замѣтить, что единицы всегда пишутся въ правую половину поля, десятки же въ лѣвую.

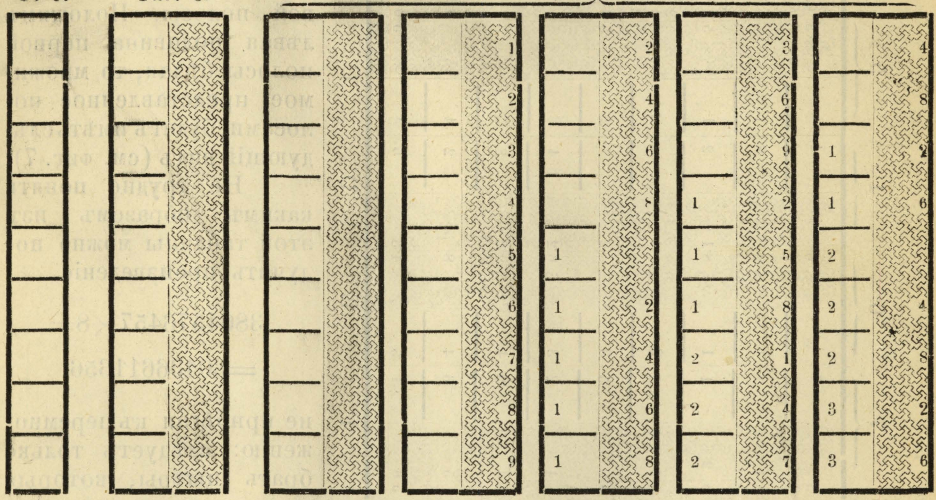
---

*) Незвѣстно даже кто далъ этому методу такое названіе. Вьетъ говоритъ, что названіе *анализъ* было введено въ науку не Платономъ, а—позже—Теономъ.

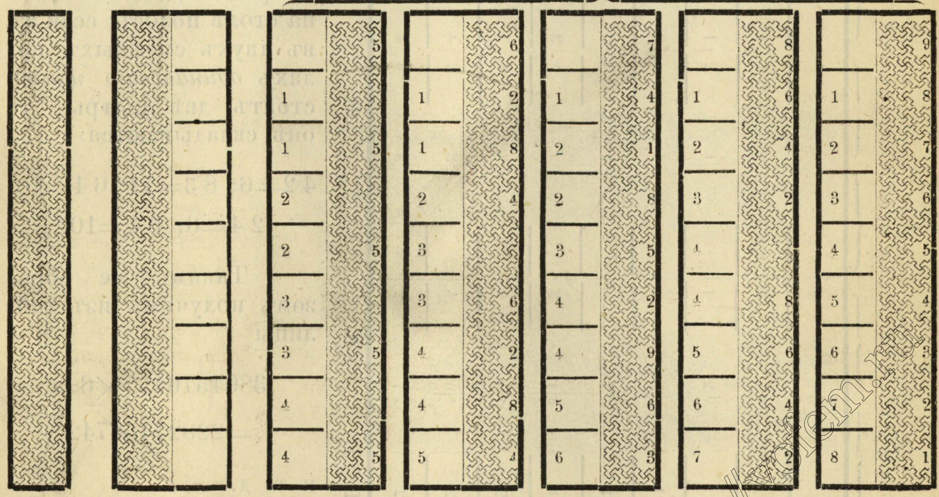
Слѣдовательно видъ десяти полосъ будетъ слѣдующій (см. фиг. 5 и 6). Такія же цыфры написаны на нижнихъ сторонахъ полосъ.

Такихъ десятковъ полосъ нужно заготовить себѣ достаточное количество, смотря по количеству знаковъ множимаго: если напр. множимое имѣетъ 6 знаковъ, то нужно заготовить 6 десятковъ такихъ полосъ;

Ф. 1. Фиг. 3. Фигура 5.



Ф. 2. Фиг. 4. Фигура 6.

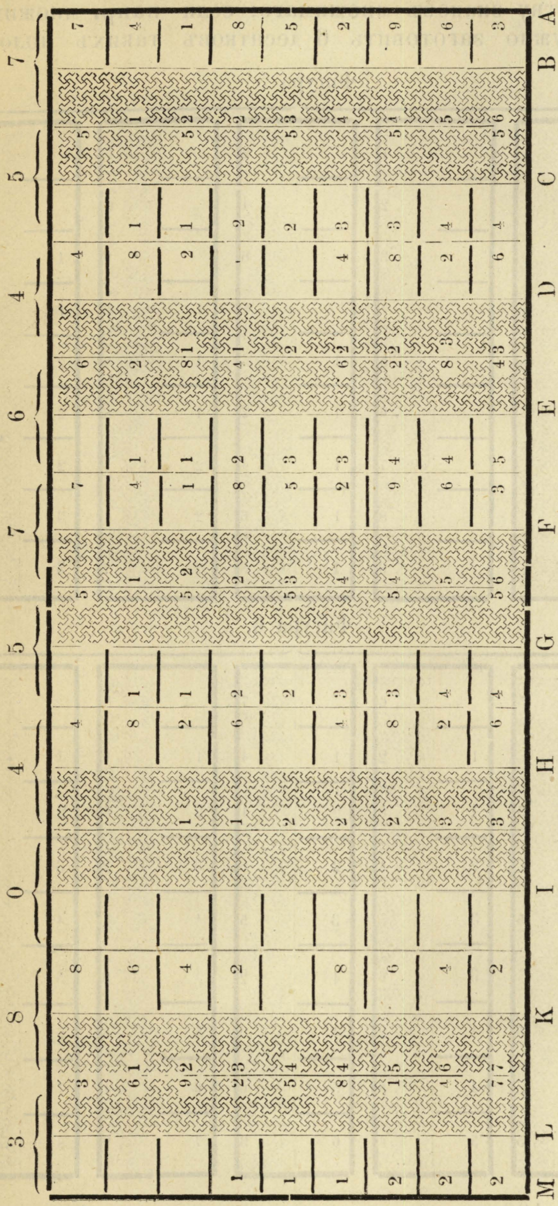


если же множимое имѣетъ 100 знаковъ, то нужно заготовить 100 десятковъ такихъ полосъ, хотя въ дѣло пойдетъ только десятая часть ихъ. Посредствомъ такихъ полосъ умноженіе производится слѣдующимъ образомъ.

Положимъ, мы должны найти произведеніе

$$3804576457 \times 7870045789768.$$

Мы беремъ полосы, въ верхнемъ полѣ которыхъ написаны цыфры 3, 8, 0, 4, 5, 7, 6, 4, 5, 7 и кладемъ ихъ по порядку на столъ такимъ образомъ, чтобы черный цвѣтъ примыкалъ къ черному цвѣту, и бѣлый къ бѣлому; при этомъ нужно замѣтить, что безразлично, какого цвѣта будетъ первая половина первой полосы. Положимъ лѣвая половина первой полосы бѣлая, то множимое, представленное полосами, будетъ имѣть слѣдующій видъ (см. фиг. 7).



Фиг. 7.

Не трудно понять какимъ образомъ изъ этой таблицы можно получить произведеніе

$$3804576457 \times 8 = 30436611656,$$

не прибѣгая къ перемноженію: слѣдуетъ только брать цыфры, которыя вписаны въ предпослѣдній рядъ полей лежащихъ на столѣ полосъ; если же въ двухъ смежныхъ поляхъ *одинаковаго цвѣта* стоятъ двѣ цыфры, то онѣ складываются:

$$4\ 2 = 6;\ 8\ 3 = 11;\ 6\ 4 = 10;$$

$$2\ 4 = 6;\ 6\ 4 = 10.$$

Такимъ же образомъ получимъ изъ таблицы

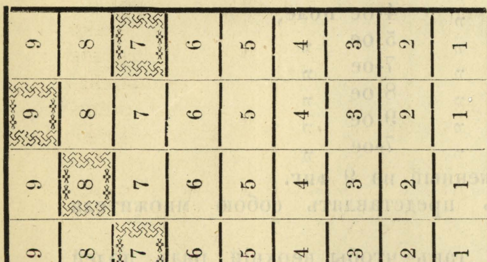
$$3804576457 \times 6 = 22827458742$$

и т. д.

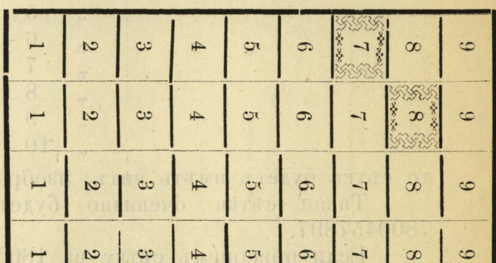
Фиг. 8.

9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Фиг. 9.



Фиг. 10.



II.

Механическое превращеніе умноженія въ сложеніе безъ записыванія цыфръ частныхъ произведеній.

Положимъ, мы должны найти произведеніе

$$3804576457 \times 7800457897.$$

Для этого устроимъ *сѣтку* (лучше всего изъ крѣпкой цвѣтной бумаги) слѣдующимъ образомъ:

Сѣтка должна состоять изъ полосъ одинаковой величины съ полосами выше описанными (фиг. 3 и 4). Такихъ полосъ сѣтка должна имѣть по крайней мѣрѣ столько, сколько знаковъ имѣетъ множитель. Каждая полоса сѣтки раздѣлена на 9 одинаковыхъ полей. На каждомъ полѣ самаго верхняго ряда написана цыфра 9, на поляхъ слѣдующаго ряда—цыфра 8 и т. д.

Слѣдовательно сѣтка будетъ имѣть слѣдующій видъ (фиг. 8)*).

Каждое поле каждой полосы можно или открыть или закрыть. Открытое поле на фиг. 9 и 10 мы обозначили штрихами.

Откроемъ въ	1	полосѣ	7-ое поле.
„	2	„	8-ое „
„	3	„	ничего,
„	4	„	ничего,
„	5	„	4-ое поле,
„	6	„	5 ое „
„	7	„	7-ое „
„	8	„	8-ое „
„	9	„	9-ое „
„	10	„	7-ое „

то сѣтка будетъ имѣть видъ, изображенный на 9 фиг.

Такая сѣтка очевидно будетъ представлять собою множителя 7800457897.

Если повернемъ сѣтку на 180°, такъ чтобы верхній рядъ полей пришелъ внизъ, а нижній вверхъ, то сѣтка будетъ имѣть видъ и положеніе, изображенное на фиг. 10.

Находящуюся въ послѣднемъ положеніи сѣтку (фиг. 10) подвинемъ надъ выше описанными полосами, представляющими множимое 3804576457, до точки B (фиг. 7); то цыфра, видная въ открытое поле, будетъ представлять *единицы* произведенія; если сѣтку подвинемъ до C, то цыфры, видныя въ открытыя поля, вмѣстѣ сложенныя, дадутъ *десятки* произведенія; если сѣтку подвинемъ до D, то цыфры, видныя въ открытыя поля, сложенныя вмѣстѣ, дадутъ *сотни* произведенія и т. д., пока не получится все произведеніе.

Произведеніе получается въ точности.

Произведеніе можно получить и въ обратномъ порядкѣ.

Ошибка при перемноженіи *не мыслима*, потому что произведеніе получается при посредствѣ одного сложенія.

Г. А. Фишеръ (Москва).

---

*) Чтобы помѣстить чертежи сѣтокъ на одной страницѣ, полосы сѣтокъ пришлось изобразить вдвое ўже.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Кажущееся перемѣщеніе земныхъ полюсовъ. Вопросъ о томъ, остается ли въ наше время положеніе земной оси, а слѣдовательно и экватора, абсолютно неизмѣннымъ, недавно заинтересовалъ астрономовъ и былъ поставленъ на очередь. Сомнѣнія на этотъ счетъ существовали давно, и разрѣшеніе ихъ затруднялось тѣмъ обстоятельствомъ, что предполагаемыя отклоненія земной оси отъ ея нормальнаго положенія не превосходили долей секунды и могли, поэтому, быть отнесены къ ошибкамъ наблюденій.—Въ 1889 году, однакожъ, въ Берлинѣ, Потсдамѣ и Прагѣ были предприняты специальныя и возможно точныя опредѣленія географической широты обсерваторій этихъ пунктовъ, и результаты ихъ высказали согласно, что колебанія земной оси, повидимому, существуютъ несомнѣнно и достигаютъ $\pm {}^1/_4{}''$ отъ нормальнаго положенія, т. е. земные полюсы перемѣщаются почти на 7 или 8 метровъ въ сторону. Какъ ни незначительны подобныя колебанія оси въ практическомъ смыслѣ, но, представляясь въ теоретическомъ отношеніи новою, неожиданно возникшей загадкой, они заинтересовали многихъ астрономовъ и вызвали новыя гипотезы. Такъ *Radau*, изслѣдовавъ этотъ вопросъ съ точки зрѣнія теоретической механики, приходитъ къ заключенію, что подобныя отклоненія земной оси могли бы быть слѣдствіемъ метеорологическихъ явленій; если бы, напр., на одномъ полушаріи накопилось почему бы то ни было на 2000 куб. километровъ воды больше, чѣмъ ее бываетъ обыкновенно, то—по вычисленіямъ *Radau*—геогр. широта измѣнилась бы максимально почти на 0,2″.—*Gaillot* (въ прошломъ году) обратилъ вниманіе на то обстоятельство, что подобныя отклоненія могутъ быть лишь кажущимися и зависѣть отъ непостоянства астрономической рефракціи, вводимой въ вычисленія при опредѣленіи широты мѣста. Въ самое послѣднее время *Dom Lamey*, принимая ту-же гипотезу, объяснилъ непостоянство рефракціи приливами и отливами нашей атмосферной оболочки. А такъ какъ и этотъ послѣдній вопросъ до настоящаго времени не можетъ считаться окончательно рѣшеннымъ, то можно ожидать, что въ недалекомъ будущемъ точныя астрономическія наблюденія надъ кажущимся перемѣщеніемъ земной оси дадутъ рѣшительный отвѣтъ на существующія теперь сомнѣнія относительно воздушныхъ приливовъ и отливовъ.

♦ **Недостатокъ фонографа Эдиссона** какъ прежней, такъ и новой конструкціи, заключается между прочимъ въ измѣненіи гласныхъ звуковъ. Недавно *Hermann* повторилъ опыты надъ воспроизведеніемъ гласныхъ фонографомъ новаго устройства (съ педалью), цилиндрику котораго сообщалась та либо другая скорость вращенія. Если при нѣкоторой нормальной скорости вращенія произносить передъ фонографомъ какія нибудь слова или отдѣльныя гласныя, то при той-же скорости фонографъ ихъ будетъ повторять безъ измѣненія и—какъ извѣстно—въ томъ же самомъ тонѣ. Но, когда при воспроизведеніи звуковъ скорость вращенія будетъ больше нормальной, то не только ихъ тонъ повышается, но—какъ замѣтилъ Hermann—гласная *Э* начинаетъ все болѣе и болѣе напоминать гласную *И*, и точно также *У* приближается по характеру къ *О*. Можно достигнуть такой скорости, при которой уже нельзя отличить *Э* отъ *И* и *У* отъ *О*, при чемъ всѣ гласныя становятся похожи на средній звукъ между *ӓ* и *ӧ*. Наибольшимъ постоянствомъ отличается гласная *А*, но и она при достаточномъ увеличеніи скорости переходитъ въ этотъ средній звукъ.—Еще легче всѣ гласныя теряли свой отличительный характеръ и переходили въ звукъ *ӧ*, когда онѣ воспроизводились при уменьшенной (сравнительно съ нормальною) скорости вращенія.

✦ **Электризація воздуха водою.** Паденіе воды черезъ воздухъ, въ видѣ капель или струекъ, электризуетъ воздухъ отрицательно. Давно было извѣстно, что во время дождя положительное атмосферное электричество переходитъ чаще всего въ отрицательное. Теперь гг. *Maclean* и *Goto* провѣрили это многочисленными опытами и пришли къ вышеприведенному результату. Такъ какъ опыты эти производились въ обыкновенномъ воздухѣ, заключающемъ, какъ всегда, разныя пылинки, то вопросъ объ электризаціи идеально чистаго воздуха при паденіи воды остается пока нерѣшеннымъ. *Ш.*

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Вышелъ № 1-ый новаго журнала **„Метеорологическій Вѣстникъ“** (Январьская книжка), объ основаніи котораго во время послѣдняго VIII-го съѣзда русскихъ естествоиспытателей мы сообщали годъ тому назадъ. Нельзя не порадоваться, что наконецъ и Россія имѣетъ свой спеціальный метеорологическій органъ, редакція котораго, какъ надѣемся, сумѣетъ привлечь къ сотрудничеству всѣхъ любителей, не жалѣющихъ труда на изученіе *геофизическихъ координатъ* (по удачному выраженію проф. Клоссовскаго) своей страны, и этимъ способствовать постепенному увеличенію числа такихъ любителей, что и должно составлять, по нашему мнѣнію, главную задачу „Метеорологическаго Вѣстника“.

Говоря объ этой задачѣ, я позволю себѣ привесть здѣсь нѣсколько словъ, сказанныхъ въ 1887 г., когда о „Метеор. Вѣстникѣ“ не было еще и помину*). „Къ „сожалѣнію, мы всѣ, безпечные жители Россіи, не перешагнули еще той примитив„ной ступени цивилизаціи, на которой всякій, мнящій себя гражданиномъ страны, „считаетъ наблюденіе за различными явленіями природы, напр. метеорологическими, „аэроэлектрическими и пр., исключительно обязанностью своего правительства, т. е. „спеціалистовъ-наблюдателей, получающихъ жалованіе и инструкціи. Мы пренаивно „думаемъ, что Петербургъ, а не мы, долженъ позаботиться объ изученіи климата, „почвы и природныхъ богатствъ нашей родной губерніи, что петербургскіе чинов„ники обязаны разставлять на нашихъ домахъ громоотводы, во время предупреждать „насъ о землетрясеніяхъ, буряхъ, наводненіяхъ, спасать отъ пожаровъ, эпидемій и „пр. пр.—Удивительно-ли послѣ этого, что наши мѣстныя общества естествоиспыта„телей остаются среди насъ вполнѣ изолированными и напоминаютъ собою скорѣе „искусственно выхоленное въ оранжереѣ рѣдкостное растеніе, нежели здоровое „дерево, сросшееся съ своей почвой и питающееся ея плодотворными соками“.

Доказать несправедливость подобнаго упрека, т. е. увеличить число людей, проникнутыхъ сознаніемъ необходимости добровольныхъ и безвозмездныхъ приношеній на алтарь той науки, предметомъ которой служитъ кропотливое изученіе

*) См. мою брошюру „О землетрясеніяхъ“, Кіевъ, 1887.

мѣстныхъ геофизическихъ условій,—можетъ только популярность новаго „Метеор. Вѣстника“, которой мы ему прежде всего желаемъ, вполнѣ увѣренные, что при столь солидныхъ научныхъ силахъ, какія сконцентрированы въ редакціонномъ его комитетѣ *), эта популярность можетъ имѣть только благотворное вліяніе.

Въ первомъ номерѣ „Метеор. Вѣстника“ помѣщенъ списокъ „учредителей“ журнала **) и въ передовой статьѣ „Отъ Редакціи“ изложена въ краткихъ словахъ исторія его основанія, а также разъяснена программа, состоящая изъ слѣдующихъ отдѣловъ: 1) Научныя и популярныя статьи по всѣмъ частямъ метеорологіи, по гидрологіи и по земному магнитизму, 2) Разныя извѣстія, 3) Обзоръ русской и иностранной литературы, 4) Ежемѣсячные и годовые обзоры погоды и 5) Вопросы и отвѣты.—Затѣмъ помѣщены статьи: *А. В. Клоссовскаго*: „Отвѣты современной метеорологіи на запросы практической жизни“, *А. А. Тилло*: „О среднихъ мѣсячныхъ изобарахъ въ Евр. Россіи на основаніи наблюденій съ 1836 по 1885 г. (съ картою), *М. М. Поморцева*: „Результаты метеор. наблюденій, произведенныхъ во время полета воздушнаго шара 11-го сент. 1890 г. въ Спб.“ Въ отдѣлѣ „Разныхъ Извѣстій“: 1) Глубины Чернаго моря, 2) Центральное метеор. учрежденіе Соед. Штатовъ, 3) Обсерваторія на Монбланѣ. Въ „Обзорѣ русской и иностр. литературы“ указаны главнѣйшія статьи съ краткимъ ихъ содержаніемъ изъ 1) „Meteor. Zeitschr. von Dr. Hann u. Dr. Köppen“ за сент. и окт. 1890 г. 2) „Ann. de la Soc. Meteor. de France“ за апр., май, іюнь, іюль, авг. и сент. 1890 г., 3) „Nature“ (англ.) за окт. 1890 г. 4) „Лѣтописи Гл. Физ. Обс. за 1889 г.“, 5) „Bull. Meteor. de l'Obs. d'Upsal“ за 1889 г. 6) „Jahrb. des Norw. Meteor. Instituts“ за 1888 г., 7) *Г. Я. Близнинъ*: „Влажность почвы по наблюденіямъ Елисаветградской метеор. станціи.“ и 8) *Ratzel*: „Die Schneedecke, besonders im deutschen Gebirge“.—Въ заключеніе приложенъ обстоятельный „Обзоръ Погоды“ за декабрь мѣсяцъ 1890 г. (по нов. ст.), съ таблицею замерзанія водъ въ 1890 г. и двумя картами.

„Метеор. Вѣстникъ“ выходитъ ежемѣсячными книжками, каждая отъ 2 до 3 печ. листовъ. Подп. цѣна, съ перес. во всѣ города Россіи—5 р. Адресъ: С.-Петербургъ, въ Императорское Русское Географическое Общество, въ редакцію „Метеор. Вѣстника“. *Ш.*

ЗАДАЧИ.

№ 151. Первыя девять цыфръ, напечатанныя каждая на отдѣльной табличкѣ, были розданы тремъ мальчикамъ, какъ карты, каждому по три. Изъ этихъ цыфръ каждый мальчикъ долженъ былъ составить наименьшее трехзначное число, произнесть его въ слухъ и записать. Послѣ первой сдачи оказалось, что у каждаго мальчика сумма цыфръ была одинакова. При второй сдачѣ каждый изъ нихъ получилъ по одной цыфрѣ, уже бывшей у него при первой сдачѣ, и опять сумма цыфръ у всѣхъ тро-

*) Составъ комитета слѣдующій: Предсѣд. А. А. Тилло и И. В. Мушкетовъ; члены: П. И. Броуновъ, бар. Ф. Ф. Врангель, А. И. Воейковъ, Н. А. Гезехусъ, К. Н. Жукъ, Р. А. Колли, А. В. Клоссовскій, Д. А. Лачиновъ, Н. Д. Пильчиковъ, М. М. Поморцевъ, М. А. Рыкачевъ, Б. И. Срезневскій, Р. Н. Савельевъ и І. Б. Шпиндлеръ.

**) Учредителями считаются лица, внесшія или обязавшіяся внести не менѣе 25 рублей, независимо отъ подписной платы. Всѣхъ учредителей къ Новому году состояло 97.

ихъ оказалась одинаковой. —Когда затѣмъ мальчикамъ было предложено сложить записанныя каждымъ изъ нихъ трехзначныя числа, то еще оказалось, что у каждаго получилось въ суммѣ одно и то же число 516.— Какія цыфры были у мальчиковъ при 1-ой и при 2-ой сдачѣ?

Ш.

№ 152. Данъ кругъ діаметра AB. Черезъ B проведена касательная къ кругу, черезъ A—произвольная хорда AC. Изъ C опущенъ на діаметръ AB перпендикуляръ CD. Продолживъ этотъ перпендикуляръ внѣ круга, откладываемъ на немъ отъ основанія D отрѣзокъ DE равный по длинѣ хордѣ AC. Изъ точки E проведемъ къ кругу двѣ касательныя и продолжимъ таковыя до пересѣченія съ касательною, проведенною черезъ B, въ двухъ точкахъ M и N.—Показать, что отрѣзокъ MN равенъ діаметру круга AB. *Н. Николаевъ* (Пенза).

№ 153. Доказать, что основанія перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ какой нибудь вершины теугольника, на биссекторы внутреннихъ и внѣшнихъ угловъ при двухъ другихъ вершинахъ, находятся на одной прямой. (Заимств.) *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

№ 154. Показать, что

$$\frac{1}{\operatorname{Sin}2a}+\frac{1}{\operatorname{Sin}4a}+\frac{1}{\operatorname{Sin}8a}+\ldots\ldots+\frac{1}{\operatorname{Sin}2^n a}=\operatorname{Ctg}a-\operatorname{Ctg}2^n a.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 155. Доказать, что половины отрѣзковъ высотъ треугольника, заключенныхъ между вершинами и общей точкой пересѣченія высотъ (ортоцентромъ), соотвѣтственно равны перпендикулярамъ, опущеннымъ на стороны изъ центра круга описаннаго около треугольника.

(Заимств.) *Ш.*

№ 156. Подъ какимъ угломъ къ горизонту должны быть наклонены боковыя стѣнки канала, котораго живое сѣченіе представляетъ равнобочную трапецію, чтобы при заданномъ живомъ сѣченіи S (т. е. площади трапеціи) и глубинѣ канала h, смачиваемый его периметръ былъ наименьшимъ? *П. Андреяновъ* (Москва).

№ 157. Разсмотрѣть изображеніе предмета, помѣщеннаго между двумя сферическими зеркалами, изъ которыхъ одно вогнутое, а другое выпуклое. Главныя оси зеркалъ совпадаютъ, и центръ вогнутаго зеркала находится на поверхности выпуклаго. *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ).

УПРАЖНЕНІЯ ДЛЯ УЧЕНИКОВЪ.

(Осевая симметрія).

1. Всякая прямая, напр. прямая SS_1, лежащая въ плоскости, разлагаетъ ее на два *поля* (нижнее и верхнее, правое и лѣвое, первое и

второе), для которыхъ взятая прямая служитъ общей границей. Намѣтимъ (остріемъ карандаша), внѣ прямой SS_1, любую точку, напр. точку A и *перегнемъ чертежъ* вдоль SS_1: точка A совпадетъ (совмѣстится) съ вполнѣ опредѣленной точкой A_1 второго поля нашей плоскости; если, затѣмъ, *развернемъ* чертежъ въ плоскость (распластаемъ), то онъ представитъ: пару точекъ A и A_1 и прямую SS_1. Точки A и A_1 называютъ „симметричными" относительно прямой SS_1, которая получаетъ въ такомъ случаѣ названіе оси симметріи.

2. 1) Черезъ точку B, взятую на оси симметріи, проведены два *луча* BA и BA_1, проходящіе черезъ симметричныя точки A и A_1. Усмотрѣть, что лучи BA, BA_1 равно-наклонены къ оси, или, что то же, что ось симметріи дѣлитъ пополамъ уголъ ABA_1.

2) Черезъ симметричныя точки A и A_1 проведена прямая, которая пересѣкаетъ въ точкѣ I ось симметріи. Усмотрѣть, что прямая AA_1 перпендикулярна къ оси и что точка I есть средина отрѣзка AA_1. *Двѣ точки A и A_1 называютъ симметричными относительно прямой SS_1, когда онѣ лежатъ на общемъ къ ней перпендикулярѣ и разстояніе AA_1 раздѣлено пополамъ этою прямою.*

3. Пользуясь составленнымъ чертежомъ, доказать слѣдующія теоремы:

1) Черезъ точку, данную въ плоскости, можно провести только одинъ перпендикуляръ къ прямой, которая лежитъ въ данной плоскости.

2) Перпендикуляръ, проведенный изъ точки на прямую, короче наклонной, проведенной изъ взятой точки на взятую прямую.

3) Двѣ наклонныя, которыхъ основанія равно удалены отъ основанія перпендикуляра, равны между собою; напр., наклонная BA и наклонная BA_1.

4) Изъ двухъ наклонныхъ, основанія которыхъ не равно удалены отъ основанія перпендикуляра, та больше, основаніе которой дальше.

4. 1) Даны: прямая SS_1 и точка A внѣ ея; построить *при помощи только линейки и циркуля*—точку A_1 симметричную точки A относительно прямой SS_1.

2) Даны двѣ точки: A и A_1; построить ось симметріи.

5. Условимся называть ось симметріи SS_1—осью прямолинейнаго отрѣзка AA_1 (или, просто, осью отрѣзка AA_1).

Доказать: 1) что всякая точка, которая лежитъ на оси отрѣзка, равно-отстоитъ отъ его концовъ;

2) и, обратно, что всякая точка, которая равно-отстоитъ отъ концовъ отрѣзка, лежитъ на оси отрѣзка.

Примѣчаніе. Геометрическимъ мѣстомъ точки (иногда, просто, мѣстомъ точки) *называютъ геометрическую фигуру* (геом. образъ, геом.

организмъ), *всѣ точки которой обладаютъ тѣмъ или другимъ общимъ свойствомъ*, *имъ исключительно принадлежащимъ*. Такъ, напр., ось отрѣзка есть мѣсто точки, равно удаленной отъ концовъ отрѣзка. Для того, чтобы признать за фигурой значенiе геометрическаго мѣста (такъ сказать, возвести въ роль геом. м.), необходимо и достаточно: или доказать справедливость *прямой теоремы и теоремы ей обратной* (какъ выше); или доказать справедливость *прямой теоремы и теоремы ей противоположной* (всякая точка, которая лежитъ на оси отрѣзка, равно-отстоитъ отъ его концовъ; всякая точка, которая *не* лежитъ на оси отрѣзка, *не* равно-отстоитъ отъ его концовъ).

6 Возьмемъ отрѣзокъ ВС и любую точку А на его оси; соединимъ точку А съ В и С: получимъ треугольникъ АВС, которому осью симметрiи служитъ прямая, проходящая чрезъ вершину А и чрезъ средину I основанiя ВС. Вращенiемъ около АI точка В можетъ быть приведена въ совпаденiе съ точкой С, точка С—съ точкой В; отсюда:

1) Если въ треугольникѣ два угла равны, то и противолежащiя имъ стороны равны.

2) Обратно, если въ треугольникѣ двѣ стороны равны, то и противолежащiе имъ углы равны.

Треугольникъ АВС называютъ иногда—*симметричнымъ*, чаще—*равнобедренымъ*: ВС—его основанiе, А—его вершина.

7. Въ равнобедренномъ треугольникѣ, прямая соединяющая вершину А съ I срединой основанiя ВС перпендикулярна къ основанiю и дѣлитъ пополамъ уголъ при вершинѣ; прямая АI удовлетворяетъ слѣдовательно *четыремъ* условiямъ одновременно: 1) она проходитъ чрезъ точку А, 2) она проходитъ чрезъ точку I, 3) она перпендикулярна къ основанiю ВС, 4) она дѣлитъ пополамъ уголъ А при вершинѣ треугольника. Такъ какъ *каждыя два* изъ перечисленныхъ условiй *достаточны для опредѣленiя положенiя прямой* (черезъ двѣ точки можно провести *только* одну прямую, изъ точки можно опустить на прямую *только* одинъ перпендикуляръ, изъ точки на прямой можно возставить къ ней *только* одинъ перпендикуляръ, чрезъ точку можно провести *только* одну прямую, которая дѣлила бы пополамъ уголъ, имѣющiй вершину въ взятой точкѣ), то всякая прямая, которая удовлетворяетъ двумъ изъ перечисленныхъ условiй, удовлетворитъ одновременно и остальнымъ.

Высказать (формулировать, редактировать) соотвѣтствующiя только-что изложенному теоремы полными раздѣлительными предложенiями. („Если....., то.....")

8. 1) Если *одна сторона* треугольника *и два прилежащiе ей угла* соотвѣтственно равны сторонѣ и прилежащимъ ей угламъ второго треугольника, то взятые треугольники *совмѣстимы*.

Намекъ. Приложите второй треугольникъ къ первому такъ, чтобы равныя стороны совпадали и равные углы прилежали равнымъ; проведите прямую чрезъ свободныя вершины и—смотрите!

2) Если *двѣ стороны* треугольника и заключенный между ними *уголъ* соотвѣтственно равны двумъ сторонамъ и заключенному между ними углу второго треугольника, то взятые треугольники совмѣстимы.

Намекъ. Приложите второй треугольникъ къ первому такъ, чтобы двѣ изъ равныхъ между собой сторонъ совпадали и равные углы прилежали совмѣщенной сторонѣ; проведите прямую чрезъ свободныя вершины и—смотрите!

3) Если *три стороны* треугольника соотвѣтственно равны *тремъ сторонамъ* второго треугольника, то взятые треугольники совмѣстимы.

Намекъ. Приложите второй треугольникъ къ первому такъ, чтобы двѣ изъ равныхъ между собой сторонъ совпадали и другія двѣ изъ равныхъ между собой исходили изъ общей вершины; проведите прямую чрезъ свободныя вершины и—смотрите!

Примѣчаніе Предыдущія три теоремы могутъ быть высказаны такъ:

Треугольникъ опредѣленъ вполнѣ, когда изъ его шести элементовъ (три стороны и три угла) даны три элемента въ одномъ изъ слѣдующихъ сочетаній: 1) одна сторона и прилежащіе углы; 2) двѣ стороны и заключенный уголъ; 3) три стороны.

9. 1) Если гипотенуза и прилежащій ей уголъ треугольника соотвѣтственно равны гипотенузѣ и прилежащему углу второго треугольника, то взятые прямоугольные треугольники совмѣстимы.

2) Если гипотенуза и катетъ треугольника соотвѣтственно равны гипотенузѣ и катету второго треугольника, то взятые прямоугольные треугольники совмѣстимы.

10. Равнодѣлящая угла треугольника есть геометрическое мѣсто точки, которая равно отстоитъ отъ сторонъ взятаго угла.

А. Гольденбергъ (Спб.).

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 69 (2-й серіи). Въ окружности радіуса r проведены хорды $AB=a$ и $BC=b$. Опредѣлить длину хорды AC.

Опустивъ изъ точки B перпендикуляръ BD на AC и проведя діаметръ BE, изъ подобія $\triangle$-ковъ ABD и BCE имѣемъ:

$$a:2r=BD:b \quad \text{и} \quad BD=\frac{ab}{2r}.$$

Слѣдовательно

$$AD=\sqrt{a^2-\left(\frac{ab}{2r}\right)^2},$$

а

$$DC=\sqrt{b^2-\left(\frac{ab}{2r}\right)^2}$$

и

$$AC=AD+DC=\frac{1}{2r}(a\sqrt{4r^2-b^2}+b\sqrt{4r^2-a^2}).$$

А. П. (Пенза), *В. Моргунъ* (Кіевъ), *А. Протопоповъ* и *Н. Волковъ* (Спб.), *А. Кочанъ*, *С. Карновичъ*, *Али-Бекъ*, *А. Сталь*, *В. В.* и *И. Вонсикъ* (Воронежъ), Ученики: Кременч. р уч. (7) *І. Т.*, Курск. г. (7) *Л. Л.*, Воронеж. к. к. (6) *А. С.*, Симбирск. к. к. (?) *С. Ж.*, 2-ой Кіевск. г. (6) *И. Б.*, Ровенск. р. уч. (5) *Л. М.*, Курск. р. уч. (6) *Л. К.*

№ 196. Діаметръ AB полуокружности дѣлится точкою C на два отрѣзка; на каждомъ изъ нихъ построена полуокружность. Доказать, что радіусъ окружности, касательной къ тремъ даннымъ полуокружностямъ, вдвое меньше разстоянія ея центра O отъ діаметра AB.

Пусть M средина прямой AC, N—прямой BC и Q—прямой AB. Положимъ $CM=R$, $CN=r$, радіусъ окружности O равнымъ x; тогда

$$MN=R+r,\quad MQ=r,\quad NQ=R,\quad OM=R+x,\quad ON=r+x,\quad OQ=R+r-x.$$

OQ есть сѣкущая въ $\triangle$-кѣ OMN, проходящая черезъ вершину, поэтому:

$$OM^2.NQ+ON^2.MQ=OQ^2.MN+MQ.NQ.MN,$$

или

$$R(R+x)^2+r(r+x)^2=(R+r)(R+r-x)^2+Rr(R+r),$$

откуда

$$(R^2+Rr+r^2)x=(R+r)Rr.$$

Прибавимъ къ обѣимъ частямъ уравненія Rrx и умножимъ ихъ на x, тогда

$$(R+r)x=\sqrt{(R+r+x).Rrx}=\text{площ. }\triangle\text{-ка } OMN.$$

Если h высота $\triangle$-ка OMN изъ вершины O, то

$$(R+r)x=\frac{h}{2}(R+r),$$

значитъ $2x=h$.

П. Никульцевъ (См.), *А. Бобятинскій* (Барнаулъ), *С. Блажко* (Москва), *Н. Паатовъ* (Тифлисъ), *Мясковъ* (Слонимъ), *И. Кукуджановъ* (Кіевъ), *С. В.* (Новг.-Сѣв.)

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 25 Января 1891 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

Обложка
ищется

Обложка
ищется