Обложка
ищется

Обложка
пщется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 97.

IX Сем. 20 Августа 1890 г. № 1.

ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Въ наступившемъ IX-омъ полугодіи „Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики" издается по прежней программѣ и на прежнихъ условіяхъ подписки (3 р. въ полугодіе, а для учащихся и учителей низшихъ училищъ—2 р. съ перес.).

Въ текущемъ году, кромѣ мелкихъ брошюръ, составляющихъ отдѣльные оттиски помѣщенныхъ въ „Вѣстникѣ" статей *), редакціей изданы сочиненія: 1) Князя *Б. Голицына:* „О газообразномъ и жидкомъ состояніи тѣлъ", 2) *Р. Боттона:* „Практическое руководство къ изготовленію электрическихъ приборовъ" (для любителей), переводъ съ англ., учителя *П. Прокшина*, изданіе 2-ое, пересмотрѣнное и исправленное, и 3) *О. Пергамента*: „Краткій историческій очеркъ развитія ученія объ электричествѣ."

Въ теченіе настоящаго полугодія будетъ издано: 4) *Э. Шпачинскаго* и *И. Красовскаго:* „Краткій историческій очеркъ развитія элементарной геометріи".

Мы вошли съ прошеніемъ въ Главное Управленіе по дѣламъ печати о разрѣшеніи намъ съ 1-го января будущаго 1891 года издавать въ видѣ приложенія *новый еженедѣльный журналъ,* который, служа прямымъ дополненіемъ „Вѣстнику", позволилъ бы во 1-хъ этому послѣднему стать окончательно журналомъ школьнымъ, (къ чему и теперь такъ явно стремятся всѣ почти его благосклонные сотрудники) и во 2-хъ составилъ бы самъ по себѣ весьма полезный въ наше время популярно-научный органъ, предназначенный вообще для образованныхъ читателей. Этому новому журналу мы предполагаемъ дать названіе:

НАУЧНЫЙ СОБЕСѢДНИКЪ

ПО ВОПРОСАМЪ ЕСТЕСТВОЗНАНІЯ

и, уступая желанію многихъ лицъ изъ мѣстнаго университетскаго кружка, заявившихъ намъ свое согласіе принять участіе въ журналѣ, намѣрены расширить его программу до включенія всѣхъ отдѣловъ природо-изуче-

*) Полный каталогъ изданій редакціи см. на обложкѣ.

нія, съ цѣлью создать научный органъ для неспеціалистовъ, для удовлетворенія общечеловѣческой потребности слѣдить за успѣхами современной цивилизаціи. Въ случаѣ полученія разрѣшенія на открытіе такого журнала, будетъ опубликованъ составъ редакціоннаго комитета, условія подписки, сотрудничества и пр.

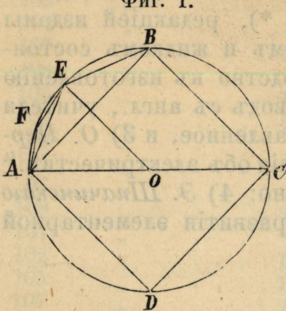
Вмѣстѣ съ тѣмъ мы просили также позволить намъ преобразовать „Вѣстникъ Оп. Физики и Эл. Мат.“ въ журналъ *ежемѣсячный* (6 №№ въ учебный семестръ) при сохраненіи настоящаго его объема, программы и условій подписки.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

НОВОЕ ВЫРАЖЕНІЕ ДЛЯ π.

Впишемъ въ кругъ радіуса R квадратъ. Площадь квадрата, равнаго двумъ прямоугольнымъ $\triangle$-камъ ABC и ADC (фиг. 1), построеннымъ на діаметрѣ, будетъ первая опредѣленная величина, отнимаемая отъ площади круга.

Фиг. 1.



Строя на каждой сторонѣ a_4=AB квадрата стороны a_8=AE=EB правильнаго восьмиугольника, получимъ четыре $\triangle$-ка равныхъ AEB; площади этихъ $\triangle$-ковъ представятъ вторую опредѣленную величину, отнимаемую отъ площади круга. Точно такъ же, строя на сторонахъ a_8=AE восьмиугольника стороны a_{16}=AF=FE правильнаго шестнадцатиугольника, получимъ восемь треугольниковъ равныхъ AFE, площади которыхъ представятъ третью опредѣленную величину, отнимаемую отъ площади круга и т. д.

Обозначимъ площадь $\triangle$-ковъ ABC, AEB, AFE,..... черезъ P_2, P_4, P_8,....

Формула

$$a^2_{2n}=2R\left(R-\sqrt{R^2-\frac{a^2_n}{4}}\right)$$

опредѣляетъ по сторонѣ a_n правильнаго n-угольника, вписаннаго въ кругъ радіуса R, сторону, также правильнаго, $2n$-угольника.

Принимая a_n за основаніе равнобедреннаго $\triangle$-ка, двѣ другія стороны котораго равны a_{2n}, высота его h_n и площадь P_n выразятся такимъ образомъ:

$$h_n=R-\sqrt{R^2-\frac{a^2_n}{4}},$$

$$P_n=\frac{a_nh_n}{2}=\frac{a_n\left(R-\sqrt{R^2-\frac{a^2_n}{4}}\right)}{2}.$$

Въ послѣдней формулѣ, совмѣстно съ формулою для a_{2n}, полагая $n=2, 4, 8, 16, \ldots$ вычислимъ $2P_2$, $4P_4$, $8P_8$, $16P_{16}, \ldots$ площади опредѣленныхъ величинъ, послѣдовательно отнимаемыхъ отъ площади круга. Онѣ будутъ:

$$2P_2 = 2R^2,$$

$$4P_4 = R^2(2\sqrt{2} - 2),$$

$$8P_8 = R^2(2^2\sqrt{2-\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}),$$

$$16P_{16} = R^2\left(2^3\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} - 2^2\sqrt{2-\sqrt{2}}\right),$$

$$32P_{32} = R^2\left(2^4\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}} - 2^3\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\right),$$

. . . .

$$4nP_{4n} = R^2\left(2^p\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2\ldots}}}}} - 2^{p-1}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}\right).$$

гдѣ $4n = 2^{p+1}$, а p число цѣлое и положительное. Послѣднее равенство выражаетъ площадь $4n$ треугольниковъ, построенныхъ каждый на сторонѣ вписаннаго въ кругъ правильнаго $4n$—угольника.

Радикальныя выраженія, входящія въ только что найденныя формулы, представляютъ каждое корень изъ корня, извлеченный столько разъ, какова степень 2, на которую радикалъ помножается; значитъ въ формулѣ для $4nP_{4n}$ степень 2^p помножается на радикалъ, въ которомъ корень изъ корня извлекается p разъ.

Вторыя части выше найденныхъ равенствъ представляютъ рядъ величинъ, послѣдовательно отнимаемыхъ отъ площади круга; сумма членовъ этого ряда, безгранично продолженнаго, стремится къ своему предѣлу площади круга, отъ которой разнится безконечно мало. Складывая эти равенства, находимъ, что площадь круга можетъ быть выражена въ такомъ видѣ:

$$\text{площ. круга радіуса } R = R^2.\,\textit{Пред}.\,2^p\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}}$$

Обозначивъ черезъ π величину отношенія площади круга къ площади квадрата, построеннаго на радіусѣ круга, которая, въ то же время, будетъ и величиною отношенія окружности къ діаметру, изъ послѣдняго равенства находимъ:

$$\pi = \textit{Пред}.\,2^p\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots}}}}},$$

гдѣ p цѣлое положительное число, возрастающее до ∞ при предѣлѣ и радикальное выраженіе, умножающее степень 2^p, содержитъ p корней послѣдовательнаго одинъ изъ другого извлекаемыхъ.

Полагая $p=5$, отношеніе π окружности къ діаметру приближенно опредѣляется:

$$\pi=32\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}=3{,}1418\ldots\ldots$$

Проф. *П. Ромеръ* (Кіевъ).

ОБЩЕЕ РѢШЕНІЕ ВЪ ЦѢЛЫХЪ ЧИСЛАХЪ

неопредѣленныхъ уравненій 1-й степени*).

I.

1. Пусть требуется *найти цѣлыя рѣшенія уравненія 1-й степени*

$$ax+by+cz+\ldots\ldots+kt=u \qquad (1)$$

съ n *неизвѣстными* x, y, z,...., t.

Коэффиціенты a, b, c, ..., k при неизвѣстныхъ и извѣстный членъ *можно* считать за цѣлыя числа, не ограничивая общности задачи. Кромѣ того, чтобы задача была возможна, *необходимо* допустить, что коэффиціенты при неизвѣстныхъ суть числа взаимно простыя.

2. Напишемъ еще $n-1$ уравненій съ тѣми-же неизвѣстными тоже въ 1-й степени:

$$\begin{aligned}
&\alpha_1x+\beta_1y+\gamma_1z+\ldots\ldots+\lambda_1t=u_1,\\
&\alpha_2x+\beta_2y+\gamma_2z+\ldots\ldots+\lambda_2t=u_2,\\
&\alpha_3x+\beta_3y+\gamma_3z+\ldots\ldots+\lambda_3t=u_3,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\alpha_{n-1}x+\beta_{n-1}y+\gamma_{n-1}z\ldots\ldots+\lambda_{n-1}t=u_{n-1}.
\end{aligned} \qquad (2)$$

Коэффиціенты при неизвѣстныхъ и извѣстные члены въ этихъ добавочныхъ уравненіяхъ будемъ считать пока неопредѣленными.

Уравненіе данное (1) и добавочныя (2) составляютъ систему n уравненій съ n неизвѣстными въ 1-й степени. Рѣшивъ эту систему, получимъ:

$$x=\frac{\Delta_x}{\Delta},\ y=\frac{\Delta_y}{\Delta},\ z=\frac{\Delta_z}{\Delta},\ldots\ldots,\ t=\frac{\Delta_t}{\Delta}, \qquad (3)$$

гдѣ

$$\Delta=\begin{vmatrix}
a,\ b,\ c,\ldots\ldots k\\
\alpha_1,\ \beta_1,\ \gamma_1\ldots\ldots\lambda_1\\
\alpha_2,\ \beta_2,\ \gamma_2\ldots\ldots\lambda_2\\
\ldots\ldots\ldots\ldots\\
\alpha_{n-1},\ \beta_{n-1},\ \gamma_{n-1},\ \ldots\ldots\lambda_{n-1}
\end{vmatrix} \qquad (4)$$

*) См. также замѣтку автора въ № 96 „Вѣстника“.

Замѣнивъ въ этомъ опредѣлителѣ элементы 1-го столбца по порядку числами u, u_1, u_2,......., u_{n-1}, получимъ $\triangle_x$; сдѣлавъ это во второмъ столбцѣ, а первый оставляя безъ перемѣны, получимъ $\triangle_y$, и т. д.

3. Подберемъ теперь для неопредѣленныхъ коэффиціентовъ α_1, β_1, γ_1,.......λ_1, α_2,...... λ_{n-1} такія цѣлыя числовыя значенія, чтобы опредѣлитель (4) обратился въ единицу. Для этого воспользуемся слѣдующимъ пріемомъ *).

Написавъ въ рядъ коэффиціенты даннаго уравненія (1):

$$a,\ b,\ c, \ldots\ldots, k, \tag{I}$$

выберемъ наименьшій изъ нихъ по абсолютной величинѣ l и раздѣлимъ на него всѣ остальные. Удерживая за тѣмъ въ ряду (I) число l, замѣнимъ всѣ другія числа этого ряда ихъ остатками отъ дѣленія на l; получимъ новый рядъ чиселъ:

$$a',\ b',\ c', \ldots\ldots, k', \tag{II}$$

изъ которыхъ, кромѣ l, по крайней мѣрѣ еще хоть одно число не равно нулю, такъ какъ числа ряда (I) по допущенію суть числа взаимно простыя. Ряды (I) и (II) наз. *смежными*.

Выберемъ въ ряду (II) наименьшее изъ чиселъ по абсолютной величинѣ f', не равное нулю; удерживая это число, замѣнимъ всѣ остальныя ихъ остатками отъ дѣленія на него; получимъ слѣдующій смежный рядъ:

$$a'',\ b'',\ c'', \ldots\ldots, k'', \tag{III}$$

въ которомъ, кромѣ f', есть по крайней мѣрѣ одно число не равное нулю, ибо въ противномъ случаѣ всѣ числа ряда (II) были-бы кратными числа f', а слѣдовательно и числа ряда (I) имѣли-бы общаго множителя f', что противно допущенію, если f' по абсолютной величинѣ не равно единицѣ.

Составляя такимъ образомъ послѣдовательные смежные ряды, мы *непремѣнно* дойдемъ до такого ряда, въ которомъ наименьшее, не равное нулю, число по абсолютной величинѣ равно единицѣ; поэтому въ слѣдующемъ ряду, *послѣднемъ изъ смежныхъ*, наибольшее число будетъ 1, а всѣ остальныя—нули.

Замѣтимъ, что при составленіи послѣдовательныхъ смежныхъ рядовъ остатки можно брать какъ положительные, такъ и отрицательные, выбирая изъ нихъ наименьшіе по абсолютной величинѣ.

Понятно, что совершая дѣйствія обратныя надъ числами какого-нибудь изъ смежныхъ рядовъ, получимъ числа ряда предшествующаго. Такимъ путемъ, начиная съ послѣдняго изъ смежныхъ рядовъ, перейдемъ послѣдовательно къ предшествующимъ рядамъ и получимъ, наконецъ, данный рядъ (I).

*) Пріемъ этотъ встрѣчается въ „Высшей Алгебрѣ" проф. Сохоцкаго. Часть II, стр. 49.

4. Возьмемъ опредѣлитель

$$\begin{vmatrix} 1, & 0, & 0, & \ldots\ldots 0 \\ 0, & 1, & 0, & \ldots\ldots 0 \\ 0, & 0, & 1, & \ldots\ldots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ 0, & 0, & 0, & \ldots\ldots 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Выполняя послѣдовательно надъ соотвѣтственными членами столбцовъ его тѣ же дѣйствія, какія должно произвести надъ числами послѣдняго изъ смежныхъ рядовъ для перехода къ предшествующимъ рядамъ, мы получимъ рядъ *смежныхъ* опредѣлителей, равныхъ единицѣ, у которыхъ элементы первой строки суть числа соотвѣтственныхъ смежныхъ рядовъ.

Такимъ образомъ всегда можно найти опредѣлитель, равный единицѣ, первая строка котораго отличается отъ даннаго ряда коэффиціентовъ

$$a,\ b,\ c,\ldots\ldots\ldots k,$$

только мѣстами элементовъ. Изъ такого опредѣлителя, черезъ перемѣщеніе столбцовъ, получимъ опредѣлитель вида (4), равный единицѣ съ знакомъ плюсъ или минусъ; въ послѣднемъ случаѣ достаточно перемѣстить двѣ какія-нибудь строки его, чтобы величина его сдѣлалась положительной.

Ясно, что всѣ элементы составленнаго такимъ образомъ опредѣлителя суть числа цѣлыя.

5. Изъ предыдущаго слѣдуетъ, что всегда можно найти такія цѣлыя числа α_1, β_1, $\gamma_1,\ldots\ldots\lambda_1$, $\alpha_2,\ldots\ldots$, α_{n-1}, $\beta_{n-1},\ldots\ldots\lambda_{n-1}$, при которыхъ имѣетъ мѣсто равенство

$$\Delta = 1.$$

При такихъ значеніяхъ коэффиціентовъ въ добавочныхъ уравненіяхъ (2) рѣшеніе даннаго уравненія (1) выразится формулами:

$$x = \Delta_x,\ y = \Delta_y,\ z = \Delta_z,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\ t = \Delta_t. \qquad (5)$$

Здѣсь опредѣлители, стоящіе въ правыхъ частяхъ, уже не содержатъ никакихъ неопредѣленныхъ величинъ, кромѣ u_1, $u_2,\ldots\ldots$, u_{n-1}; если условиться, что величины, обозначенныя этими буквами, могутъ имѣть только цѣлыя численныя значенія, то формулами (5) и выразится общее рѣшеніе въ цѣлыхъ числахъ даннаго неопредѣленнаго уравненія (1). Изъ закона составленія этихъ формулъ слѣдуетъ, что *рѣшеніе въ цѣлыхъ числахъ неопредѣленнаго уравненія 1-й степени съ* n *неизвѣстными выражается цѣлыми полиномами 1-й степени отъ* n—*1 неопредѣленныхъ величинъ* u_1, $u_2,\ldots\ldots$, u_{n-1}.

6. Для поясненія теоріи рѣшимъ въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$15x + 6y + 20z = u,$$

гдѣ u какое-нибудь цѣлое число.

Рядъ коэффиціентовъ и смежные съ нимъ ряды суть:

$$\begin{array}{r} 15,\ 6,\ 20, \\ 3,\ 6,\ 2, \\ 1,\ 0,\ 2, \\ 1,\ 0,\ 0, \end{array}$$

Беремъ опредѣлитель

$$\begin{vmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{vmatrix} = 1;$$

умноживъ элементы 1-го столбца его на 2 и прибавивъ ихъ къ соотвѣтственнымъ элементамъ послѣдняго столбца, получимъ

$$\begin{vmatrix} 1, & 0, & 2 \\ 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Здѣсь сначала прибавимъ къ элементамъ 1-го столбца соотвѣтственные элементы 3-го, а затѣмъ, умноживъ элементы 3-го столбца на 3, прибавимъ ихъ къ соотвѣтственнымъ элементамъ 2-го столбца; получится опредѣлитель:

$$\begin{vmatrix} 3, & 6, & 2 \\ 0, & 1, & 0 \\ 1, & 3, & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Умноживъ здѣсь элементы 2-го столбца на 2 и прибавивъ ихъ къ соотвѣтственнымъ элементамъ 1-го столбца, а затѣмъ на 3 и прибавивъ ихъ къ соотвѣтственнымъ элементамъ 3-го столбца, получимъ опредѣлитель

$$\begin{vmatrix} 15, & 6, & 20 \\ 2, & 1, & 3 \\ 7, & 3, & 10 \end{vmatrix} = 1,$$

элементы 1-й строки суть коэффиціенты даннаго уравненія. Упростимъ его, не измѣняя ни его величины, ни элементовъ его 1-й строки. Для этого вычтемъ изъ элементовъ 3-й строки соотвѣтственные элементы 2-й строки, умноженные на 3; получимъ:

$$\begin{vmatrix} 15, & 6, & 20 \\ 2, & 1, & 3 \\ 1, & 0, & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Умноживъ здѣсь элементы 3-й строки на 2 и вычтя ихъ изъ соотвѣтственныхъ элементовъ 2-й строки, получимъ:

$$\begin{vmatrix} 15, & 6, & 20 \\ 0, & 1, & 1 \\ 1, & 0, & 1 \end{vmatrix} = \Delta = 1.$$

Сравнивая этотъ опредѣлитель съ опредѣлителемъ (4), получаемъ:

$$\alpha_1 = 0,\ \beta_1 = 1,\ \gamma_1 = 1,$$
$$\alpha_2 = 1,\ \beta_2 = 0.\ \gamma_2 = 1.$$

Рѣшеніе даннаго неопредѣленнаго уравненія приводится, слѣдовательно, къ рѣшенію такой системы уравненій:

$$15x + 6y + 20z = u,$$
$$\text{„} + y + z = u_1.$$
$$x + \text{„} + z = u_2.$$

Рѣшивъ эти уравненія, получимъ

$$x = \Delta_x = u - 6u_1 - 14u_2,$$
$$y = \Delta_y = u - 5u_1 - 15u_2,$$
$$z = \Delta_z = -u + 6u_1 + 15u_2,$$

гдѣ u заданное цѣлое число, а u_1 и u_2 могутъ имѣть произвольныя цѣлыя числовыя значенія.

7. Изъ формулъ (5), которыми выражается *общее* рѣшеніе уравненія (1), получаются *частныя* рѣшенія того-же уравненія, если вмѣсто $u_1, u_2, \ldots\ldots u_{n-1}$ подставлять опредѣленныя цѣлыя числа. Пусть одно изъ частныхъ рѣшеній выражается равенствами

$$x = X,\ y = Y,\ z = Z, \ldots\ldots,\ t = T.$$

Если въ формулахъ (5) положить $u = 0$, то онѣ выразятъ общее рѣшеніе уравненія

$$ax + by + cz + \ldots\ldots + kt = 0; \qquad (6)$$

положимъ, что одно изъ частныхъ рѣшеній этого уравненія выражается равенствами

$$x = X_0,\ y = Y_0,\ z = Z_0 \ldots\ldots,\ t = T_0.$$

Посредствомъ подстановки легко убѣдиться, что уравненіе (1) удовлетворяется выраженіями неизвѣстныхъ:

$$x = X + \mu X_0,\ y = Y + \mu Y_0,\ z = Z + \mu Z_0, \ldots\ldots,\ t = T + \mu T_0, \quad (7)$$

въ которыхъ μ можетъ имѣть произвольное числовое значеніе. При цѣлыхъ значеніяхъ μ формулы (7) представляютъ (въ другомъ видѣ) общее рѣшеніе даннаго уравненія (1).

Такимъ образомъ, общее рѣшеніе неопредѣленнаго уравненія можно составить, зная одно изъ частныхъ рѣшеній его и одно изъ частныхъ рѣшеній того-же уравненія, въ предположеніи, что извѣстный членъ равенъ нулю.

8. Въ уравненіи предыдущаго примѣра положимъ $u=171$; получимъ уравненіе

$$15x+6y+20z=171;$$

одно изъ частныхъ рѣшеній его есть

$$x=-3,\ y=6,\ z=9.$$

Уравненіе

$$15x+6y+20z=0$$

имѣетъ частное рѣшеніе

$$x=-6,\ y=5,\ z=3.$$

Общее рѣшеніе даннаго уравненія выразится, слѣдовательно, формулами:

$$x=-3-6\mu,\ y=6+5\mu,\ z=9+3\mu,$$

гдѣ μ можетъ имѣть какое угодно цѣлое числовое значеніе.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Дм. Ефремовъ (Ив.-Возн.).

КЪ РЕФОРМѢ УЧЕБНИКА ФИЗИКИ.

Отъ Редакціи. Подъ такимъ общимъ заглавіемъ будемъ помѣщать статьи, предназначенныя служить матеріаломъ для выработки и составленія по частямъ новаго учебника физики для среднихъ учебныхъ заведеній, въ чемъ давно уже ощущается настоятельная потребность. Что существующіе учебники не удовлетворяютъ своему назначенію—это не требуетъ теперь доказательствъ; потому мы охотнѣе будемъ помѣщать матеріалы для „новаго“ руководства, чѣмъ критику „старыхъ.“— По нашему мнѣнію, матеріалъ этотъ, главнымъ образомъ, долженъ состоять изъ „конспектовъ“, такъ какъ помѣщать цѣликомъ вполнѣ уже обработанные для учебнаго курса отдѣлы, съ подробнымъ описаніемъ опытовъ и приборовъ, съ надлежащими чертежами, раздѣленіемъ шрифта и пр.—было бы и затруднительно и почти излишне.

Всякія поправки, дополненія и даже коренныя измѣненія помѣщаемыхъ подъ настоящей рубрикой отдѣловъ, будутъ принимаемы нами съ благодарностью.

На этотъ разъ помѣщаемъ конспектъ главы „о внѣшнихъ дѣйствіяхъ тока“ (составленный Э. К. Шпачинскимъ).

ВНѢШНІЯ ДѢЙСТВІЯ ТОКА.

NB. Предполагается пройденною предшествующая глава «о внутреннихъ дѣйствіяхъ тока», а стало быть извѣстными законы: Фарадея, Джауля, Ома. Понятіе о «силѣ тока» должно быть основано на вольтаметрическихъ (а не гальванометрическихъ) измѣреніяхъ. Предполагается также предварительное ознакомленіе учащихся съ закономъ сохраненія энергіи и съ элементарными свойствами магнитовъ.

§ 1. Основной элементарный опытъ отклоненія магн. стрѣлки подъ вліяніемъ тока. (Ист. зам. *Эрштедъ*, 1820 г.)

§ 2. *Основной фактъ*. Когда при посредствѣ нѣкотораго замкнутаго проводника наблюдается явленіе тока (напр. при разложеніи воды), то въ окружающемъ этотъ проводникъ пространствѣ—какимъ бы непроводникомъ оно ни было занято—всегда можетъ быть обнаружено особое характерное измѣненіе состоянія (ссылка на § 1). Это измѣненіе будемъ называть для краткости *электронатяженіемъ среды* *). (Въ сущности такое электронатяженіе слѣдовало бы называть „динамическимъ" въ отличіе отъ „статическаго" электронатяженія, которое вызывается присутствіемъ изолированнаго наэлектризованнаго проводника). Итакъ: *явленіе тока въ замкнутомъ проводникѣ всегда сопровождается электронатяженіемъ среды внѣ проводника*.

§ 3. Безъ электронатяженія—нѣтъ и тока, но наоборотъ сказать нельзя, ибо *точно такое же электронатяженіе среды обусловливается также присутствіемъ магнита*. (Сс. на § 00, гдѣ описаны отклоненія магн. стрѣлки подъ вліяніемъ магнита).

§ 4. (Прежнее опредѣленіе магнитизма, сс. на § 00). Дополнительное опредѣленіе: *магнитизмомъ называется такое состояніе тѣла, которое сопровождается электронатяженіемъ среды внѣ этого тѣла*. (Вытекающая отсюда аналогія между токами и магнитами ниже будетъ разсмотрѣна подробнѣе).

§ 5. *Внѣшнія силы и внѣшняя работа тока*. Мы видѣли (§ 1), что электронатяженіе среды, вызванное присутствіемъ тока, можетъ обнаруживаться „механическимъ" эффектомъ, напр. отклоненія магн. стрѣлки отъ ея положенія равновѣсія; ниже мы узнаемъ, что оно способно проявляться еще другими явленіями; это доказываетъ, что внѣ проводника тока могутъ дѣйствовать нѣкоторыя силы, обусловливаемыя самимъ токомъ. Такія силы будемъ вообще называть *внѣшними силами тока*, а ту работу, которую онѣ могутъ (при соотвѣтственныхъ условіяхъ) выполнить—*внѣшнею работою тока*. (Сравн. съ внутр. работой тока).

Изучая дѣйствіе внѣшнихъ силъ тока въ различныхъ точкахъ, мы можемъ составить себѣ понятіе объ ихъ направленіи, а уравновѣшивая ихъ (при помощи спеціальныхъ приспособленій) противоположнымъ дѣйствіемъ какихъ либо постороннихъ силъ (какъ напр. тяжести, упругости крученія, земного магнитизма и пр.)—измѣрить ихъ величину. Такія наблюденія показали, что въ различныхъ точкахъ внѣ проводника внѣшнія силы тока вообще имѣютъ различныя направленія и различную величину въ зависимости отъ того угла (тѣлеснаго), подъ которымъ изъ данной точки видѣнъ весь контуръ проводника. отъ силы и направленія тока и пр.

*) Мнѣ кажется, что можно и вовсе обойтись безъ термина *поле*, который, имѣя слишкомъ условное значеніе, въ сущности ничего не выражаетъ.

§ 6. *Опытъ* отклоненія маленькой магнитной стрѣлки подъ вліяніемъ постояннаго тока въ проводникѣ, имѣющемъ форму кольца (или другую), помѣщаемой въ различныхъ точкахъ *). Изъ этого опыта не трудно замѣтить, что внѣшнія силы: 1) съ увеличеніемъ разстоянія вообще уменьшаются, 2) внутри кольца (и въ его плоскости) больше чѣмъ внѣ кольца, 3) внутри и внѣ кольца направлены въ обратныя стороны, 4) направлены несимметрично по отношенію къ плоскости кольца (т. е. если напр. съ правой стороны кольца вправо, то и съ лѣвой стороны вправо), и пр.

§ 7. *Первый основной законъ.* Изслѣдованія измѣненія дѣйствія внѣшнихъ силъ тока въ данной точкѣ въ зависимости отъ измѣненія силы тока въ проводникѣ, привели къ установленію слѣдующаго основного закона: *въ одной и той же точкѣ* (относительное расположеніе которой отъ немѣняющаго своей формы проводника не измѣняется) *величина равнодѣйствующей внѣшнихъ силъ тока обусловливается силою тока.*

§ 8. *Сила тока въ данный моментъ.* На вышеприведенномъ законѣ основана возможность *измѣренія силы тока по его внѣшнему дѣйствію*, что имѣетъ существенно важное значеніе какъ въ научномъ, такъ и въ практическомъ отношеніи.

(Краткое повтореніе § 00 объ измѣреніи средней силы тока по его внутреннимъ дѣйствіямъ, или *силы тока въ данный промежутокъ времени.* Вольтаметръ).

Такъ какъ всякій механическій эффектъ, вызванный внѣшними силами тока въ нѣкоторой точкѣ, можетъ быть—какъ сказано выше (§ 5)—уравновѣшенъ посторонними силами, то такой методъ (статическій) измѣренія силы тока имѣетъ то важное преимущество передъ прежде описаннымъ (§ 00) методомъ (динамическимъ), что позволяетъ намъ *опредѣлять силу тока въ данный моментъ* (что напр. особенно важно при изученіи кратковременныхъ токовъ).

§ 9. *Гальванометры и гальваноскопы.* Приборы, спеціально предназначенные для измѣренія силы тока по его внѣшнему дѣйствію и основанные на первомъ законѣ (§ 7), называются вообще *гальванометрами* (сравн. съ вольтаметромъ, § 00). Ихъ точность зависитъ отъ соблюденія существеннаго условія, при которомъ только и имѣетъ мѣсто этотъ законъ, а именно, чтобы относительное расположеніе отъ немѣняющаго своей формы проводника тѣхъ точекъ, въ которыхъ измѣряется нѣкоторый механическій эффектъ, не измѣнялось.

Приборы, основанные на томъ же принципѣ, но предназначенные только для обнаруженія тока въ проводникѣ, носятъ названіе *гальваноскоповъ.* (Ср. съ электроскопомъ и электрометромъ, § 00). (*Демонстрація* самаго простого гальваноскопа, безъ мультипликаціи и съ простою магн. стрѣлкою).

Съ устройствомъ и теоріей этихъ приборовъ впослѣдствіи познакомимся подробнѣе.

§ 10. *Вліяніе формы проводника.* При изученіи внутреннихъ дѣйствій тока мы видѣли (сс. на соотв. §§ и опыты), что таковыя вовсе не

*) Проводникъ слѣдуетъ расположить въ плоскости меридіана.

зависятъ отъ того какую форму имѣетъ замкнутый проводникъ, и лишь бы только его сопротивленіе не мѣнялось—всевозможныя измѣненія формы остаются безъ вліянія на всѣ дѣйствія тока внутри цѣпи, (какъ нагрѣваніе, химическое разложеніе и пр.). Совершенно иное наблюдается для внѣшнихъ дѣйствій тока: таковыя зависятъ не только отъ силы тока, но также и отъ формы самого проводника. Дѣйствительно, стоитъ только согнуть любой (гибкій и изолированный снаружи) проводникъ вдвое, придавъ ему напр. видъ длинной и узкой буквы U, или скрутить его на подобіе шнурка, чтобы всѣ его внѣшнія дѣйствія ослабить почти до нуля (при прохожденіи по немъ тока даже значительной силы).

(*Опытъ* дѣйствія на одну и ту же магн. стрѣлку проводника съ постояннымъ токомъ въ двухъ случаяхъ: когда проводникъ развернутъ и когда онъ сложенъ вдвое или скрученъ *)).

§ 11. *Внѣшняя энергія тока.* Вышеизложенный фактъ прямо указываетъ на то, что электронатяженіе среды, вызываемое присутствіемъ тока, обусловливается формою проводника; въ идеальномъ случаѣ, когда мы вообразимъ проводникъ сложеннымъ вдвое до совмѣщенія его противолежащихъ частей (т. е. такъ, что площадь имъ обнимаемая превратится въ нуль), токъ, какъ бы велика ни была его сила, не вызоветъ вовсе никакого электронатяженія среды, т. е. всѣ внѣшнія силы тока обратятся въ нуль (что и понятно, ибо въ такомъ случаѣ въ каждой точкѣ проводника противоположные токи одинаковой силы взаимно бы уничтожались, сс. на § 00 *о совмѣщеніи токовъ*). Тщательныя изслѣдованія этого вопроса показали, что для одной и той же точки при измѣненіи формы проводника (съ токомъ постоянной силы) дѣйствующія въ ней *внѣшнія силы увеличиваются* вообще *съ возрастаніемъ площади, обнимаемой проводникомъ* (остающимся въ одной плоскости). Иными словами, равнодѣйствующая внѣшнихъ силъ тока къ какой нибудь точкѣ пространства увеличивается вмѣстѣ съ увеличеніемъ того тѣлеснаго угла, подъ которымъ видѣнъ изъ этой точки контуръ тока. Значитъ и *возможная* въ этой точкѣ *работа внѣшнихъ силъ* тока обусловливается этимъ тѣлеснымъ угломъ (сс. на § 00 о работѣ силы). А такъ какъ это справедливо для всѣхъ точекъ, находящихся въ районѣ дѣйствій внѣшнихъ силъ тока, и самый этотъ районъ увеличивается при возрастаніи площади, обнимаемой токомъ, то можемъ сказать, что *общая возможная работа всѣхъ внѣшнихъ силъ тока возрастаетъ съ увеличеніемъ площади, обнимаемой плоскимъ контуромъ проводника.*

Эта возможная работа (т. е. та, которую внѣшнія силы тока *могутъ выполнить* при соотвѣтственныхъ условіяхъ (напр. когда онѣ производятъ какое нибудь перемѣщеніе) и которая при отсутствіи этихъ условій остается какъ бы въ запасѣ) есть не что иное, какъ *потенціальная энергія электронатяженія среды* (сс. на § 00 о законѣ сохраненія энергіи, кинетической и потенціальной энергіи). Ее можно назвать *внѣшнею энергіею тока*, понимая подъ этимъ ту часть расходуемой источникомъ тока энергіи, которая, благодаря присутствію замкнутаго проводника, перешла

*) Опытъ этотъ, крайне впрочемъ простой и предоставляющій для исполнителя большой просторъ въ выборѣ разнообразныхъ его варіантовъ, относится, по моему мнѣнію, къ *основнымъ*, и потому его непремѣнно слѣдуетъ „удачно“ показать.

въ окружающую среду, вызвала въ ней электронатяженіе и остается въ видѣ потенціальной энергіи до тѣхъ поръ, пока при наступленіи нѣкоторыхъ соотвѣтственныхъ условій не преобразуется въ кинетическую энергію, совершая ту либо другую работу *).

§ 12. *Проводники нулевого дѣйствія.* Мы видѣли (сс. на § 10 и опытъ), что внѣшнее дѣйствіе тока въ проводникѣ данной длины уменьшается по мѣрѣ сближенія его противолежащихъ частей и превратилось бы въ нуль, если бы было возможно сблизить эти части до полнаго совмѣщенія (сс. на § 00 о совмѣщеніи токовъ). Это даетъ намъ право всякій *незамкнутый* проводникъ, въ которомъ нѣтъ тока, разсматривать (если это намъ нужно) какъ замкнутый, но сложенный вдвое до совмѣщенія, проводникъ съ токомъ произвольной силы. Такіе воображаемые сложенные вдвое проводники тока будемъ называть *проводниками нулевого дѣйствія.* Такъ какъ сопротивленіе проводника при этомъ не играетъ никакой роли, то и всякую геометрическую линію можно разсматривать какъ такой проводникъ нулевого дѣйствія съ токомъ произвольной силы.

§ 13. *Сѣтка токовъ.* Представленіе о проводникахъ нулевого дѣйствія бываетъ часто удобнымъ при разсужденіяхъ и облегчаетъ—какъ ниже увидимъ—пониманіе различныхъ внѣшнихъ дѣйствій токовъ. Основываясь на немъ, мы имѣемъ право всякій замкнутый реальный проводникъ разсматривать какъ сѣть другихъ воображаемыхъ замкнутыхъ проводниковъ, взаимно соприкасающихся и выполняющихъ собою всю площадь (или поверхность), обнимаемую даннымъ проводникомъ; тогда вмѣсто внѣшняго дѣйствія тока въ данномъ проводникѣ можно разсматривать тождественное съ нимъ дѣйствіе всѣхъ токовъ, обтекающихъ по одному и тому-же направленію контуры всѣхъ клѣтокъ такой сѣти и имѣющихъ силу тока равную данной. (Чертежи для иллюстраціи вышеизложеннаго, напр. прямоугольникъ раздѣленный на два квадрата, шестиугольникъ раздѣленный на меньшіе шестиугольники и пр.). (Разъясненіе, что въ этомъ представленіи нѣтъ ничего общаго съ *развѣтвленіемъ токовъ* и сс. на соотв. §). Такое воображаемое дѣленіе площади (или поверхности) контура проводника тока на произвольное число частей геометрическими линіями, будемъ для краткости называть *сѣткою* токовъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Субсидія Министерства Нар. Просв. Издателю „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики" Э. К. Шпачинскому выдано въ текущемъ году 300 р. единовременнаго пособія для поддержки изданія журнала.

*) Этотъ §, быть можетъ, покажется слишкомъ труднымъ для изучающихъ физику впервые, но я не вижу возможности обойти молчаніемъ тѣ основныя положенія, безъ которыхъ почти немыслимо установить связь между различными внѣшними дѣйствіями токовъ и разъяснить учащимся сущность явленій индукціи и электромагнитизма.

◆ **Подписка на капиталъ имени Н. М. Пржевальскаго** при редакціи „Вѣстника Оп. Физики и Элем. Математики", по подписному листу № 327, доставила 25 р. 60 коп.*) Собранные деньги отправлены въ Императорское Русское Географическое Общество, и дальнѣйшій пріемъ пожертвованій при редакціи „Вѣстника" прекращенъ.

◆ Распространившійся было слухъ о перенесеніи изданія журнала „Вѣстникъ Оп. Физики и Эл. Математики" изъ г. Кіева въ г. Одессу не имѣетъ никакихъ основаній.

◆ Засѣданія Кіевскаго Физико-Математическаго Общества возобновятся въ сентябрѣ мѣсяцѣ (13-го). Обязанности казначея Общества, К. Н. Жука, выѣхавшаго для леченія въ Крымъ, временно принялъ на себя товарищъ предсѣдателя Э. К. Шпачинскій.

Отъ отдѣленія ученаго комитета по техническому и профессіональному образованію министерства народнаго просвѣщенія.

На основаніи утвержденнаго его сіятельствомъ г. управляющимъ министерствомъ народнаго просвѣщенія, товарищемъ министра положенія о преміяхъ за лучшія учебныя руководства и пособія для промышленныхъ училищъ (среднихъ и низшихъ техническихъ и ремесленныхъ), объявляется въ 1890 году конкурсъ на составленіе учебныхъ руководствъ по слѣдующимъ предметамъ:

1) по механикѣ—для низшихъ техническихъ училищъ (одна большая премія—въ 2 тыс. руб. и одна малая—въ 500 р.);

2) по технологіи дерева и металловъ, для среднихъ техническихъ училищъ (одна большая въ 2 тыс. руб. и одна малая премія въ 500 руб.);

3) по строительному искусству, для среднихъ строительно-техническихъ училищъ (четыре малыя преміи въ 500 р. каждая).

Составители сочиненій, представляемыхъ для соисканія означенныхъ премій, должны принять во вниманіе нижеслѣдующія указанія:

1. *По механикѣ, для низшихъ механико-техническихъ училищъ.*

Учебникъ предназначается для учащихся въ возрастѣ отъ 14 до 16 лѣтъ, еще до поступленія въ механико-техническое училище окончившихъ курсъ городского (по положенію 1872 г.), уѣзднаго или двухкласснаго сельскаго училища. На подготовку по математикѣ въ первые два года назначены: 7 часовъ на ариѳметику и алгебру и 6 часовъ на геометрію съ плоской тригонометріей. Для изученія механики назначаются во 2-й годъ 2 часа и въ 3-й годъ 4 часа въ недѣлю. Цѣль курса механики должна состоять въ сообщеніи учащимся основныхъ познаній по кинематикѣ и кинетикѣ, а по части приложеній въ ознакомленіи ихъ съ простыми машинами и съ ученіемъ о сопротивленіи матеріаловъ, въ объемѣ достаточномъ для примѣненія къ простѣйшимъ и наиболѣе распространеннымъ случаямъ практики. Объемъ учебника долженъ составлять приблизительно отъ 15 до 20 печатныхъ листовъ обыкновеннаго формата. Чертежи должны быть исполнены отчетливо.

2. *По технологіи металловъ и дерева, для среднихъ механико-техническихъ училищъ.*

Для пріема въ среднее механико-техническое училище требуется окончаніе курса пяти классовъ реальнаго училища. На изученіе технологіи металловъ назначается одинъ годъ по два часа въ недѣлю и то-же самое на изученіе технологіи дерева. Учебникъ долженъ ознакомить учащихся со способами добыванія и свойствами употребляемыхъ въ машиностроеніи металловъ, а также ихъ сплавовъ и припоевъ;

---

*) См. „Вѣстникъ" №№ 76 и 85.

со свойствами дерева и способами предохраненія его отъ порчи; съ главнѣйшими сортами металловъ и лѣса, съ храненіемъ послѣдняго; съ обработкою металловъ и дерева въ ручную и на станкахъ, а равно съ устройствомъ орудій и станковъ, при семъ употребляемыхъ. Въ виду того, что технологія дерева преподается не во всѣхъ училищахъ вышеозначеннаго типа, она должна составить совершенно отдѣльную и независимую часть учебника. Объемъ учебника долженъ составлять приблизительно отъ 20 до 30 печатныхъ листовъ обыкновеннаго формата. Чертежи и рисунки должны быть исполнены отчетливо.

3. *По строительному искусству*, *для среднихъ техническихъ училищъ со строительною специальностью*.

На преподаваніе строительнаго искусства въ означенныхъ училищахъ назначено 17 часовъ въ недѣлю, а именно: 4 ч. во II кл., 7 ч. въ III кл. и 6 ч. въ IV кл.

Въ курсъ строительнаго искусства входитъ:

I. Ученіе о строительныхъ матеріалахъ (2 ч.) и II. Ученіе о строительныхъ работахъ:

а) по части архитектурныхъ сооруженій (9 ч.),—и

б) по части инженерныхъ сооруженій (6 ч.).

Для каждаго изъ этихъ трехъ отдѣловъ курса строительнаго искусства требуется составить отдѣльные учебники. За лучшее сочиненіе по каждому отдѣлу назначается по одной малой преміи въ 500 р. и, кромѣ того, еще одна, четвертая, премія такого-же размѣра; послѣдняя на тотъ случай, если по одному изъ названныхъ отдѣловъ окажутся два сочиненія одинаковаго достоинства, заслуживающія преміи.

При составленіи вышеупомянутыхъ учебниковъ необходимо принять въ соображеніе:

а) что среднія техническія училища имѣютъ цѣлью сообщать учащимся въ нихъ знанія и умѣнія, необходимыя техникамъ, какъ ближайшимъ помощникамъ инженеровъ и другихъ высшихъ руководителей промышленнаго дѣла (ст. 2 Высоч. утвержд. основн. положеній);

б) что курсъ въ означенныхъ училищахъ продолжается четыре года (§ 3 устава средн. техн. уч.),—и

в) что въ младшій классъ этихъ училищъ принимаются лица, окончившія курсъ пяти классовъ реальнаго училища (§ 25 устава средн. техн. уч.).

Въ виду вышеупомянутой цѣли среднихъ техническихъ училищъ, желательно, чтобы въ учебникахъ по строительному искусству, предназначенныхъ для употребленія въ упомянутыхъ училищахъ со строительною спеціальностью, сообщались преимущественно тѣ свѣдѣнія, которыя дѣйствительно существенно необходимы для практической дѣятельности будущихъ помощниковъ архитекторовъ и инженеровъ, на обязанности которыхъ будетъ лежать освидѣтельствованіе и пріемка матеріаловъ и наблюденіе за правильнымъ производствомъ строительныхъ работъ.

Такъ, между прочимъ, въ учебникѣ о строительныхъ матеріалахъ необходимо обращать должное вниманіе на описаніе строительныхъ матеріаловъ въ отношеніи ихъ годности или негодности для дѣла, на мѣры, которыя должны быть принимаемы для предохраненія ихъ отъ порчи, на обмѣръ, пріемку, сохраненіе ихъ и т. п.

Что-же касается строительныхъ работъ, то, по части архитектурныхъ сооруженій, желательно сообщить не только свѣдѣнія о строительныхъ работахъ въ собственномъ смыслѣ этого слова, но и ознакомить учащагося также со всѣми многочисленными второстепенными работами по части благоустройства и комфорта зданій, соотвѣтственно требованіямъ современной жизни. Кромѣ того, слѣдуетъ сообщить свѣдѣнія относительно руководства строительныхъ работъ и надзора за ними, вообще, и дать также надлежащія указанія относительно ремонта и перестройки старыхъ зданій и разсчета стоимости исполненныхъ работъ.

Что-же касается учебника о строительныхъ работахъ по части инженернаго дѣла, то желательно, чтобы въ немъ сообщались преимущественно необходимыя свѣдѣнія по устройству и ремонту обыкновенныхъ, конножелѣзныхъ и паровозныхъ желѣзныхъ дорогъ, по постройкѣ мостовъ, плотинъ и запрудъ, а также по части вспомогательныхъ приспособленій.

Наконецъ, желательно, чтобы составители учебниковъ обратили особенное вниманіе на вѣрность и отчетливость пояснительныхъ чертежей.

Сочиненія должны быть представлены въ ученый комитетъ министерства народнаго просвѣщенія не позднѣе 25-го декабря 1890 года. Въ случаѣ, если къ вышеозначенному сроку или вовсе не было представлено сочиненій, или-же представленныя сочиненія не были удостоены премій и, вообще, если-бы нѣкоторыя изъ премій остались не выданными, то конкурсъ по тѣмъ-же предметамъ, согласно ст. 3-й и 8-й положенія о преміяхъ за лучшія учебныя руководства и пособія для промышленныхъ училищъ, имѣетъ быть предолженъ до 1-го декабря 1891 года.

Учебныя руководства и пособія принимаются для соисканія премій какъ печатныя, такъ и въ рукописяхъ; но послѣднія будутъ подвергаемы разсмотрѣнію лишь въ такомъ случаѣ, если онѣ окажутся написанными опрятно и разборчиво.

Сочиненія рукописныя, а также печатныя, но безъ означенія имени автора, посылаются подъ какимъ-либо девизомъ, съ приложеніемъ къ рукописи пакета подъ тѣмъ-же девизомъ, гдѣ должны быть обозначены имя и фамилія автора, его званіе и мѣсто жительства.

ЗАДАЧИ.

№ 71. Доказать слѣдующій общій признакъ дѣлимости чиселъ на 9 и на 11 (а слѣдовательно и на 3, на 33 и на 99). Пусть дано число N; сложимъ число, составленное первыми двумя справа его цыфрами, съ третьей цыфрой; полученную сумму (считая таковую всегда за двузначное число) возьмемъ въ обратномъ порядкѣ и сложимъ съ четвертой цыфрой; вновь полученную сумму, взятую въ обратномъ порядкѣ, сложимъ съ пятою цыфрой, и т. д. Если послѣдняя такъ получаемая сумма дѣлится на 9 или на 11, то и все число N должно дѣлиться на 9 или на 11. (Напр. $N=598752$; $52+7=59$; $95+8=103$; $(30+10)+9=49$; $94+5=99$).

А. Охитовичъ (Спб.).

№ 72. Упростить выраженіе $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$.

Н. Соболевскій (Москва).

№ 73. Показать что

$$\frac{1}{2\mathrm{Sin}\,10^\circ}-2\mathrm{Sin}\,70^\circ=1.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 74. Данный прямоугольный параллелепипедъ пересѣчь плоскостью такъ, чтобы въ сѣченіи получился квадратъ.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 75. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC высота AD дѣлитъ гипотенузу BC на два отрѣзка BD и DC. На катетахъ и ихъ продолженіяхъ найти точки, изъ которыхъ эти отрѣзки видны подъ равными углами и опредѣлить разстояніе этихъ точекъ отъ вершины прямого угла A.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 76. Въ кругъ вписанъ треугольникъ ABC, къ одной изъ сторонъ, напр. BC проведенъ перпендикулярный діаметръ DE, пересѣкающій эту сторону въ точкѣ F, и линію AG, проведенную параллельно BC,—въ точкѣ G.—Показать, что полусумма и полуразность двухъ другихъ сторонъ AB и AC будутъ соотвѣтственно средними пропорціональными между отрѣзками EF и GD и между отрѣзками DF и EG (или наоборотъ, смотря по расположенію на чертежѣ буквъ D и E).

О. Пергаментъ (Одесса).

№ 77. Показать, что діагональ гармоническаго четыреугольника служитъ симедіаной въ каждомъ изъ двухъ треугольниковъ, на которые дѣлится четыреугольникъ другой діагональю *).

И. Пламеневскій (Темиръ-ханъ-Шура).

Упражненія для учениковъ.

Выполнить слѣдующія вычисленія, не прибѣгая къ промежуточнымъ записямъ:

1. $41+42+43+44+45+46+47+48+49=$
2. $998+997+996+995+994+6+5+4+3+2=$
3. $1982+1983+1984+1985+18+17+16+15=$
4. $3552+442+3554+444+3556+446+3558+448=$
5. $3.5.8.125.7=$
   $250.17.2.8.5=$
6. $376.21+376.23+376.27+376.29=$
7. $97.254+97.246+97.321+97.179=$

---

*) Четыреугольникъ называется *гармоническимъ*, когда суммы его противолежащихъ угловъ и произведенія его противолежащихъ сторонъ равны. *Симедіаной* треугольника называется прямая равнонаклонная съ его *медіаной* (т. е. прямой, соединяющей вершину угла съ серединой против. стороны.)

8. 17.(16+184)=
22.(26+474)=

9. [(304—4).5+16—6].(5—2)=
[(304—4).5+16—6].5—2=
(304—4).[5+16—6.(5—2)]=
(304—4).[5+(16—6).5—2]=

10. 420:2:3:7=
7200:2:4:25=

11. 96:8.12:6.4:2=
96:8.(12:6.4:2)=
96:8.12:(6.4:2)=
96:(8.12:6.4:2)=

12. 117:9+4=
117:(9+4)=

13. 343+84:7=
(343+84):7=

14. 510:17—11=
510:(17—11)=

15. 143—26:13=
(143—26):13=

16. 234+78:13—7=
(234+78):13—7=
234+78:(13—7)=
(234+78):(13—7)=

17. 532—133:19—12=
(532—133):19—12=
532—133:(19—12)=
(532—133):(19—12)=

А. Гольденбергъ (Спб.)*).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 6. (2-я серія). На прямой $AB=d$, какъ на діаметрѣ, описана полуокружность. Въ произвольной точкѣ C діаметра возставленъ къ нему перпендикуляръ CD до пересѣченія съ полуокружностью въ точкѣ D. На прямой CD, какъ на діаметрѣ, описана окружность, къ которой проведены изъ точекъ A и B двѣ касательныя, касающіяся окружности соотвѣтственно въ точкахъ E и F, и пересѣкающіяся, при продолженіи, въ точкѣ H. Опредѣлить длину отрѣзка $HE=HF$.

Изъ прямоугольнаго $\triangle$-ка ADB находимъ $DC^2=AC(d-AC)$, откуда

$$AC=\frac{d}{2}+\sqrt{\frac{d^2}{4}-DC^2},$$

слѣдовательно

$$BC=\frac{d}{2}-\sqrt{\frac{d^2}{4}-DC^2}.$$

Если $EH=HF=x$, то стороны $\triangle$-ка AHB выразятся такимъ образомъ:

$$AH=x+\frac{d}{2}+\sqrt{\frac{d^2}{4}-DC^2},$$

$$BH=x+\frac{d}{2}-\sqrt{\frac{d^2}{4}-DC^2},$$

$$AB=d,$$

*) Заимствовано авторомъ изъ приготовленнаго имъ къ печати „Собранія ариѳм. задачъ для средн. учебн. заведеній“.

и площадь $\triangle$-ка АНВ въ функціи этихъ сторонъ будетъ равна

$$DC\sqrt{x(x+d)}.$$

Та же площадь, въ зависимости отъ периметра и радіуса круга вписаннаго, равняется $\frac{DC}{2}(x+d)$. Значитъ

$$DC\sqrt{x(x+d)}=\frac{DC}{2}(x+d),$$

отсюда

$$x=\frac{d}{3}.$$

Н. Артемьевъ (Спб.), *А. П.* (Пенза), *В. Моргунъ* (Кіевъ), *Н. Волковъ* (Воронежъ). Ученики: 2-й Тифл. г. (8) *М. А.*, Курск. г. (8) *В. Х.* и *А. П.*, Полоцк. к. к. (7) *Б.*, Урюп. р. уч. (7) *П. У—ъ.*

№ 10. (2-я серія). Рѣшить систему:

$$x^3-xyz=a\sqrt{x^3+y^3+z^3},$$

$$y^3-xyz=b\sqrt{x^3+y^3+z^3},$$

$$z^3-xyz=c\sqrt{x^3+y^3+z^3}.$$

Полагая $xyz=v$, а $\sqrt{x^3+y^3+z^3}=u$, приведемъ данную систему къ такой:

$$u^2-(a+b+c)u-3v=0,$$

$$abc.u^2+(ab+ac+bc)uv+(a+b+c)v^2=0;$$

первое изъ этихъ послѣднихъ уравненій получается отъ сложенія трехъ данныхъ, второе же отъ перемноженія. Дальнѣйшее рѣшеніе очевидно

Н. Артемьевъ (Спб.), *Н. Волковъ* (Воронежъ).

№ 33. (2-я серія). Около круга описанъ четыреугольникъ, стороны котораго суть a, b, c, d и одна изъ діагоналей D. Опредѣлить радіусъ круга.

Съ одной стороны площадь даннаго четыреугольника

$$Q=(a+b+c+d)\frac{R}{2}=2p\frac{R}{2},$$

съ другой же стороны

$$Q=S_1+S_2,$$

гдѣ S_1 и S_2 суть площади двухъ $\triangle$-ковъ, которыхъ стороны соотвѣтственно a, b, D и c, d, D.

Слѣдовательно

$$R=\frac{S_1+S_2}{p}.$$

И. Соляниковъ (Полтава). Ученики: Елиса гр. р. уч. (?) *В. Л.*, 2-й Тифл. г. (8) *М. А.*

№ 145. Показать, что произведеніе цѣлыхъ чиселъ, начиная съ какого нибудь числа n до числа $2n-2$, равно произведенію всѣхъ нечетныхъ чиселъ отъ 1 до $2n-3$, умноженному на $(n-1)$-ю степень 2-хъ.

Обозначимъ

$$P=n(n+1)(n+2)\ldots\ldots(2n-3)(2n-2)$$

и умножимъ обѣ части этого равенства на

$$1.2.3\ldots\ldots\ldots(n-2)(n-1),$$

тогда

$$1.2.3\ldots(n-2)(n-1).P=1.3.5\ldots(2n-5)(2n-3).2.4.6\ldots.(2n-4)(2n-2)=$$
$$=1.3.5\ldots\ldots(2n-5)(2n-3).2^{n-1}.1.2.3\ldots.(n-2)(n-1),$$

отсюда, сокращая обѣ части на

$$1.2.3\ldots\ldots(n-2)(n-1),$$

имѣемъ:

$$P=n(n+1)\ldots\ldots(2n-3)(2n-2)=1.3.5\ldots\ldots(2n-5)(2n-3)2^{n-1}.$$

Н. Артемьевъ (Спб.), *С. Блажко* (Москва), *Я. Эйлеръ* (Могилевъ).

Неприсланныя рѣшенія.

На нѣкоторыя изъ предложенныхъ въ теченіе VIII семестра задачъ, въ „Вѣстникѣ", до сихъ поръ не получено ни одного рѣшенія. Эти задачи слѣдующія: №№ 21, 23, 24, 25, 26, 28, 30, 31, 37, 39, 44, 45, 47, 48, 49, 52, 53, 54, 59, 64, 65, 68 и 70.

Запоздалыя рѣшенія прислали:

Мясковъ (Слонимъ) № 193, *А. Рубиновскій* (Кам.-Под.) №№ 497, 551 и № 2-й, второй серіи. *А. Шифринъ* (Кіевъ) № 3, второй серіи. *А. Гольденбергъ* (Спб.) № 502.

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 18 Сентября 1890 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

Обложка
пщется

Обложка
пщется