Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXIV Сем. № 10.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

№. 286.

Содержаніе:

Радій и его лучи.

Профессора Н. Пильчикова въ Одессѣ.

Когда—пять лѣтъ тому назадъ—вюрцбургскому профессору Рентгену удалось получить лучи, открытые Ленаромъ, въ гораздо большемъ количествѣ, чѣмъ то кому либо удавалось раньше, лучи Ленара, привлекли, благодаря своимъ поразительнымъ свойствамъ, не только вниманіе ученыхъ всѣхъ странъ, но и возбудили интересъ въ такъ называемой большой публикѣ всего свѣта. Да и какъ было не заинтересоваться этими лучами. Лучи, которые не отражаются ни отъ одного предмета, не преломляются ни одной средой, не поляризуются, не интерферируютъ, не диффрактируютъ — это, очевидно, лучи особаго рода. Ихъ аналогія съ лучами звуковыми, свѣтовыми, электрическими, (электро-магнитными) крайне слаба. Въ сущности, аналогія ихъ съ перечисленными выше лучами ограничивается тѣмъ, что, проходя чрезъ различныя тѣла, они болѣе или менѣе ослабляются,—поглощаются этими послѣдними. Но и тутъ какое чрезвычайное несходство, напр., съ лучами свѣта: свѣтовые лучи свободно проходятъ чрезъ стекло, кварцъ и множество другихъ минераловъ—лучи Ленара проникаютъ чрезъ эти тѣла въ большинствѣ случаевъ весьма худо; тогда какъ для свѣтовыхъ лучей черная бумага, дерево, эбонитъ, человѣческое тѣло и металлы (конечно не въ слишкомъ тонкихъ слояхъ) не прозрачны, всѣ эти тѣла легко пронизываются лучами Ленара даже и въ толстыхъ слояхъ.

Въ то время какъ Рентгенъ, а за нимъ многіе другіе ученые заграницей и въ Россіи изучали лучи Ленара и вырабатывали всё болѣе и болѣе удобныя и сильныя „рентгеновскія" трубки—электрическіе генераторы лучей Ленара,—французскій академикъ Аанри Беккерель (представитель третьяго поколѣнія знаменитыхъ французскихъ физиковъ Беккерелей) занялся разысканіемъ лучей Ленара въ природѣ.

„Мнѣ казалось весьма мало вѣроятнымъ, чтобы лучи Рентгена *) могли существовать лишь въ тѣхъ сложныхъ лабораторныхъ условіяхъ, которыя осуществлены Рентгеномъ — говорилъ Беккерель членамъ физическаго конгресса въ Парижѣ въ особомъ засѣданіи конгресса, посвященномъ ознакомленію съ загадочными лучами **)—и потому я перепробовалъ громадное количество минераловъ и химическихъ соединеній изслѣдуя, не выдѣляютъ ли хотя бы нѣкоторые изъ нихъ лучей аналогичныхъ лучамъ Рентгена".

Извѣстно, что Беккерель дѣйствительно нашелъ такія тѣла, которыя выдѣляютъ изъ себя, хотя и въ очень маломъ количествѣ, загадочные лучи; сюда относятся всѣ химическія соединенія, содержащія уранъ, и самъ уранъ въ металлическомъ видѣ.

Извѣстно также, что Беккерель ошибся, утверждая на основаніи своихъ хорошихъ, но дурно имъ понятыхъ, опытовъ, что лучи урана отражаются и преломляются. То, что Беккерель принималъ за отраженіе и преломленіе урановыхъ лучей было явленіемъ совсѣмъ другимъ, явленіемъ возникновенія такъ называемыхъ *вторичныхъ* лучей, не менѣе загадочныхъ, чѣмъ лучи Ленара, Рентгена, Урановые и проч. (Эти вторичные лучи выдѣляются изъ каждаго тѣла, на которое падаютъ лучи Ленара и имъ подобные). Извѣстно, также, что французы поспѣшили назвать лучи, выдѣляемые ураномъ и его соединеніями Беккерелевскими лучами.

Вслѣдъ за Рентгеномъ и Беккерелемъ загадочные лучи привлекли къ себѣ вниманіе двухъ замѣчательныхъ молодыхъ французскихъ физиковъ—мужа и жены Кюри. Съ рѣдкой энергіей и замѣчательной настойчивостью эти супруги затратили два года на грандіозную экспериментальную работу, приведшую ихъ къ открытію новаго химическаго элемента, новаго тѣла природы, изливающаго загадочные лучи въ такомъ поистинѣ громадномъ—сравнительно съ ураномъ—количествѣ, что Кюри не задумываясь

---

*) Ту часть лучей Ленара, которая вырывается изъ стеклянной Рентгеновской трубки и выходитъ наружу, почитатели научныхъ заслугъ Рентгена назвали въ честь его лучами Рентгена.

**) Цитирую по памяти. Томъ трудовъ конгресса, въ которомъ должно быть помѣщено сообщеніе Беккереля еще не вышелъ изъ печати.

назвали открытый ими новый элементъ *радіемъ:* его радіація (излученіе) болѣе чѣмъ въ сто тысячъ разъ превосходитъ радіацію урана!

Я буду имѣть случай еще не разъ бесѣдовать на страницахъ „В. О. Ф.“ о замѣчательномъ открытіи гг. Кюри, въ настоящей же предварительной замѣткѣ я хочу лишь подѣлиться тѣми неизгладимыми впечатлѣніями, которыя доставилъ замѣчательный докладъ Кюри участникамъ перваго всемірнаго конгресса физиковъ и затѣмъ сообщить результаты весьма простыхъ демонстративныхъ опытовъ, произведенныхъ мною съ радіемъ, пріобрѣтеннымъ для измѣрительной физической лабораторіи Новороссійскаго Университета.

Я сказалъ уже, что физическій конгрессъ имѣлъ особое засѣданіе (въ Жарденъ де Плантъ въ Музеѣ Естественной Исторіи), посвященное ознакомленію съ загадочными лучами. Громадная аудиторія Музея переполнена членами конгресса. Всѣ съ нетерпѣніемъ ожидаютъ сообщенія Кюри. Увидѣть собственными глазами радій, добытый съ громаднымъ трудомъ и не менѣе громадными затратами *) казалось всѣмъ безспорно самымъ интереснымъ изъ всего, что демонстрировалось на конгрессѣ. Благодаря напряженному ожиданію доклада гг. Кюри сообщеніе Беккереля, которымъ началось засѣданіе конгресса, было почти что потеряно. Интересныя сами по себѣ историческія данныя его опытовъ съ урановыми лучами, объясненія и исправленія его ошибокъ, относящихся къ вопросу о томъ, отражаются-ли и преломляются-ли урановые лучи, и проч. всё это было принято конгрессомъ конечно со вниманіемъ, но, правду сказать, и съ нѣкоторымъ нетерпѣніемъ: всѣмъ хотѣлось услыхать гг. Кюри, увидать вещество въ 100,000 разъ болѣе активное, чѣмъ уранъ, вещество льющее изъ себя непрерывно со времени его изготовленія (2 года) значительную лучистую энергію, источникъ которой является интереснѣйшей физической загадкой, передаваемой нашимъ вѣкомъ наступающему XX-му столѣтію. Беккерель окончилъ, наконецъ, свой длинный рефератъ. Чета Кюри обмѣнявшись нѣсколькими фразами раздѣляется. Мужъ всходитъ на каѳедру, жена ассистируетъ.

Разсказавъ вкратцѣ о длинномъ рядѣ опытовъ по разысканію и отдѣленію всё болѣе и болѣе радирующихъ веществъ изъ первоначальной минеральной массы съ одной стороны г-дами Кюри, а съ другой г-номъ Дебіерномъ, о томъ, что опыты гг. Кюри привели прежде всего къ открытію новаго радирущаго

*) Радій полученъ изъ очень рѣдкаго минерала Pechblende (урановая смоляная руда), изъ богемскихъ копей. Австрійское правительство оказало содѣйствіе гг. Кюри въ пріобрѣтеніи нѣсколькихъ сотъ пудовъ этой очень дорогой руды, изъ которыхъ послѣ двухлѣтнихъ упорныхъ работъ гг. Кюри выдѣлили нѣсколько дециграммовъ вещества, содержащаго радій въ значительномъ количествѣ. Чистый радій безъ примѣси другихъ тѣлъ, главнымъ образомъ барія, еще никѣмъ не полученъ.

металла, по своимъ химическимъ свойствамъ аналогичнаго висмуту, металла, который г. Кюри назвалъ въ честь своей жены *Полоніемъ* (жена Кюри — полька, урожденная Складовская), что дальнѣйшіе ихъ опыты привели къ открытію второго сильно-радирующаго новаго металла *радія,* весьма близкаго по химическимъ свойствамъ къ барію, что опыты г. Дебіерна послужили къ открытію третьяго радирующаго новаго металла — *актинія,* аналогичнаго торію,—г. Кюри приступилъ къ самой интересной части своего доклада—къ опытамъ съ радіемъ.

Нѣсколько дециграммовъ хлористаго радія въ смѣси съ хлористымъ баріемъ (выдѣлить изъ этой смѣси чистый радій еще, какъ я сказалъ выше, не удалось), заключенныхъ въ алюминіевую коробочку были помѣщены въ разстояніи нѣсколькихъ сантиметровъ отъ шарика заряженнаго электроскопа съ золотыми листочками. Въ нѣсколько секундъ листочки электроскопа опали: лучи радія разрядили электроскопъ. Они, подобно рентгеновымъ лучамъ, разряжаютъ всѣ тѣла—проводники и изоляторы—какимъ бы электричествомъ (положительнымъ или отрицательнымъ) эти тѣла не были заряжены. Слѣдующій опытъ обнаружилъ уменьшеніе сопротивленія воздуха прохожденію чрезъ него разрывного электрическаго разряда въ видѣ искръ. Была приведена въ дѣйствіе катушка румкорфа; возникающій въ ея вторичной обмоткѣ электрическій токъ высокаго напряженія устремлялся по двумъ тождественнымъ цѣпямъ, имѣющимъ совершенно одинаковые разрывы (каждая цѣпь имѣетъ два мѣдныхъ шарика, разстояніе которыхъ другъ отъ друга въ обоихъ цѣпяхъ одинаково). Давъ обоимъ разрывамъ наибольшую длину, при которой еще искры перескакиваютъ, къ одному изъ нихъ поднесли радій. Тотъ-часъ потокъ искръ въ этомъ разрывѣ значительно усилился, а въ другомъ совсѣмъ прекратился. Этотъ опытъ очень эффектенъ, онъ вызвалъ единодушные аплодисменты конгресса.

Слѣдующій опытъ демонстрировалъ вліяніе лучей радія на сгущеніе водяного пара. Лѣтъ десять тому назадъ Робертъ Гельмгольцъ, (сынъ знаменитаго физіолога и физика), замѣтилъ, что электрическій разрядъ, происходящій вблизи струйки водяного пара, выходящей, напримѣръ, изъ стеклянной трубки, плотно вставленной въ колбочку съ кипящей водою, измѣняетъ строеніе этой струйки. Изъ малозамѣтной, почти прозрачной, она становится густой, малопрозрачной вслѣдствіе конденсаціи капелекъ *). Радій, поднесенный весьма близко къ струйкѣ пара вызвалъ слабое измѣненіе въ ея строеніи.

Перечисленные опыты завершились демонстраціей свѣтимости радія. Стеклянная трубка толщиною въ карандашъ и длиною

---

*) Я показалъ тогда же, что близость электрическаго разряда къ струйкѣ не необходима. Помѣстивъ струю пара въ центрѣ металлическаго кольца имѣвшаго два метра въ діаметрѣ, я демонстрировалъ въ одномъ изъ засѣданій физико-химическаго общества при И. Харьковскомъ университетѣ отчетливыя измѣненія струи пара при заряженіи кольца электричествомъ, при чемъ струя пара оказывалась въ *неоднородномъ* электрическомъ полѣ.

въ мизинецъ, наполненная до двухъ третей смѣсью хлористыхъ радія и барія излучаетъ въ теченіи двухъ лѣтъ настолько сильный свѣтъ, что вблизи его можно свободно читать. Не будь цѣна хлористаго радія крайне высока (во много разъ выше цѣны золота) вопросъ объ экономическомъ источникѣ свѣта можно было бы считать блестяще разрѣшеннымъ: радій свѣтитъ съ однимъ и тѣмъ же напряженіемъ, независимо ни отъ температуры, ни отъ всѣхъ другихъ испробованныхъ условій; въ теченіе двухъ лѣтъ онъ не требуетъ затраты какой бы то ни было извѣстной намъ другой энергіи и, слѣдовательно, даетъ свѣтъ вполнѣ безвозмездно!

Радіирующее вещество, пріобрѣтенное мною для измѣрительной физической лабораторіи И. Новороссійскаго Университета, состоитъ изъ смѣси хлористаго радія съ хлористымъ баріемъ. Одна порція этого вещества имѣетъ „активность въ 1000 единицъ" т. е. ея радіація въ 1000 разъ больше, чѣмъ радіація урана, (радіацію котораго условимся принимать за единицу), другая порція имѣетъ активность 100.

Вотъ нѣсколько опытовъ съ болѣе активнымъ веществомъ.

Возьмемъ флуоресцирующій экранъ, употребляемый при опытахъ съ рентгеновыми лучами (лучами „иксъ", какъ выражается Рентгенъ)—это картонъ покрытый ціанистымъ соединеніемъ платины и барія. Помѣстимъ между трубкою съ радіемъ (буду такъ выражаться для краткости рѣчи) и экраномъ толстую желѣзную пластину, напримѣръ, топоръ—свѣченіе экрана (конечно въ *совершенно* темной комнатѣ) покажетъ намъ, что пластинка пронизана лучами радія. Свинцовый листъ, толщиною въ 1^{mm} кажется прозрачнымъ какъ воскъ. Десять серебряныхъ рублей, наложенныхъ колонкою другъ на друга пронизываются лучами радія *). Нѣсколько книгъ положенныхъ другъ на друга (свыше 2800 страницъ) пронизываются лучами радія. Каблукъ сапога, десять листовъ чернаго эбонита, подушка, коробка набитая мѣдными и никкелевыми менетами — пронизываются лучами радія. Зажавъ трубочку съ радіемъ въ кулакъ, поднесемъ кулакъ къ экрану тыльной поверхностью руки—свѣченіе экрана покажетъ, что рука пронизывается лучами радія. Подобные опыты, очевидно, легко могутъ быть варіируемы до безконечности.

Зарядимъ электроскопъ, напримѣръ, съ золотыми листочками, поднесемъ радій—листочки начнутъ опадать. Съ электроскопомъ, состоящимъ изъ вертикальной мѣдной пластинки съ прилегающимъ къ ней (приклееннымъ своимъ верхнимъ концомъ) алюминіевымъ тончайшимъ листочкомъ (длина листочка 4^{cm}) получаются слѣдующія времена, необходимыя для того, чтобы уголъ,

---

*) Для подобныхъ опытовъ надо трубку съ радіемъ окружить толстымъ слоемъ свинца, чтобы устранить боковые лучи, могущіе попадать на экранъ, минуя колонку монетъ. Необходимо, также, пробыть съ полчаса въ *совершенно* темной комнатѣ.

между отклонившимся алюминіевымъ листочкомъ и неподвижною вертикальною мѣдною пластинкою уменьшился съ 15^0 до 10^0 т. е. на 5^0 подъ вліяніемъ двухъ дециграммовъ радія (въ запаянной стекляной трубкѣ) при разстояніи между трубкой съ радіемъ и шарикомъ электроскопа въ 10^{cm}: 1-ый опытъ $13^{сек.}$, 2-ой опытъ $13^{сек.}$, 3-й опытъ $13^{сек.}$, 4-й опытъ $12^{сек.}$ Пять дециграммовъ радія (въ запаянной стеклянной трубкѣ) на разстояніи 10^{cm} вызываютъ то же уменьшеніе отклоненія въ $8^{сек.}$ На разстояніи одного метра пять дециграммовъ радія вызвали въ 5 минутъ уменьшеніе отклоненія съ 15^0 до 9^0 т. е. на 6^0; деревянная коробочка съ пятью заряженными стеклянными трубками, содержащими $0{,}9^{gr.}$ перваго вещества (активность 1000) и $10^{gr.}$ второго вещества (активность 100) вызвала паденіе листочка съ 15^0 до 10^0 въ минуту.

Помѣщая между трубкой съ радіемъ и шарикомъ электроскопа различныя ширмы, картонную, стеклянную, эбонитовую, желѣзную и проч. легко демонстрировать не въ темной комнатѣ, съ флуоресцирующимъ экраномъ, а при свѣтѣ (напр, въ проекціи) цѣлой аудиторіи различіе въ проницаемости этихъ тѣлъ лучами радія по различію въ скорости опаденія листочка электроскопа.

Особенно поучителенъ и нагляденъ крайне простой опытъ, доказывающій іонизацію воздуха подъ дѣйствіемъ лучей радія. Слѣдя внимательно за опаденіемъ листочка электроскопа подъ дѣйствіемъ лучей лежащаго вблизи радія взмахнемъ чѣмъ нибудь, (напр., кускомъ картона) такъ, чтобы вызвать теченіе воздуха отъ трубки съ радіемъ къ шарику электроскопа. Мы замѣтимъ тотъ часъ очень быстрое опаденіе листочка на 1^0 или 2^0). Взмахнемъ картономъ въ противуположномъ направленіи—опаденіе листочка почти незамѣтно. Въ 1-мъ случаѣ воздухъ заключающійся между трубкой съ радіемъ и шарикомъ электроскопа, значительно іонизированный, прійдетъ въ соприкосновеніе съ шарикомъ электроскопа и разрядитъ его, во-второмъ—съ шарикомъ электроскопа прійдетъ въ соприкосновеніе воздухъ, лежащій далѣе отъ трубки съ радіемъ, чѣмъ шарикъ электроскопа и, слѣдовательно, менѣе іонизированный *).

Не менѣе интересны опыты съ фотографированіемъ лучами радія. Приложенная діаграмма получена мною съ помощью двухъ дециграммовъ содержащаго радій вещества (активность 1000). Обыкновенная фотографическая пластинка была помѣщена въ

*) Въ чемъ въ дѣйствительности состоитъ процессъ „іонизаціи“ воздуха —неизвѣстно. Схематически его представляютъ такъ: частички воздуха электрически нейтральныя разбиваются лучами радія (а также „иксъ“ лучами) на меньшія частички, такъ сказать подчастички, обладающія равными по величинѣ, но разноименными электрическими зарядами. Эти заряженныя подчастички движутся въ противуположныхъ направленіяхъ и, приходя въ соприкосновеніе съ какимъ либо заряженнымъ тѣломъ, уносятъ съ него его зарядъ, разряжаютъ его. Схема эта заимствована изъ схемы электролиза химическихъ соединеній. При электролизѣ химическое соединеніе (напр. вода) разлагается на „іоны“ (напр. водородъ и кислородъ), катіонъ выдѣляется на катодѣ, аніонъ—на анодѣ.

кассетку, (употребляемую при рентгенографіи *), а на кассетку были положены: вырѣзанная изъ свинцоваго листа толщиною въ 1^{mm} буква K, три отчасти налегающія другъ на друга латунныя трафаретки съ прорѣзами въ видѣ цифръ (7, 8, 9)—толщина каждой изъ нихъ $0,^{mm}13$ — три мѣдныя никкелированныя также отчасти налегающія другъ на друга трафаретки съ прорѣзами въ видѣ буквъ (X, Y, Z)—толщина каждой $0,^{mm}24$, стальное перо, мѣдная булавка, стальная игла съ ниткой, стальной крючекъ (толщина $1,^{mm}24$), карандашъ. Запаянная стеклянная трубка съ радіемъ находилась на разстояніи 25^{cm} отъ кассетки въ продолженіе 24 часовъ. Всѣ тѣла, лежавшія на кассеткѣ, пронизаны лучами радія, но въ различной степени, какъ это видно на снимкѣ.

Итакъ, флуоресцирующій экранъ, электроскопъ, фотографическія пластинки и нѣсколько дециграммовъ радіирующаго вещества—всё это доступно для средствъ физическаго кабинета самой бѣдной средней школы—достаточны для того, чтобы дать возможность воспроизвести массу опытовъ, имѣющихъ не только скоропреходящій интересъ новизны, но и гораздо болѣе глубокій интересъ—расширенія ходячихъ понятій о прозрачности и непрозрачности тѣлъ, о проводникахъ и не проводникахъ и т. под.

Изъ вышесказаннаго выясняются главнѣйшія основныя свойства лучей радія: вызывать флуоресценцію, разряжать заряженныя электричествомъ тѣла (іонизировать воздухъ), разлагать химическія соединенія серебра (фотографировать), давать видимый глазу свѣтъ. Что же это за лучи? Какое ихъ отношеніе къ лучамъ Ленара, Рентгена, „катодическимъ"? Объ этомъ поговоримъ въ слѣдующій разъ.

Новое доказательство трансцендентности чиселъ π и e.

(Доказательство Θ. Валена).

Прив.-Доцента В. Кагана въ Одессѣ.

Врядъ ли найдется много математическихъ доказательствъ, которыя въ сравнительно короткое время пережили бы такую эволюцію и настолько бы упростились, какъ доказательство трансцендентности чиселъ e и π.

Въ 1892 г. авторъ настоящей статьи помѣстилъ въ „Вѣст-

*) Можно обойтись безъ всякой кассетки, оборотивъ фотографическую пластинку нѣсколькими слоями черной бумаги, на которую и помѣстить предметы, подлежащіе фотографированію.

никѣ“ краткій очеркъ исторіи вопроса о квадратурѣ круга *). Въ этой статьѣ были указаны условія, необходимыя и достаточныя для того, чтобы геометрическая задача на построеніе рѣшалась циркулемъ и линейкой. Согласно этимъ условіямъ построеніе этими средствами квадрата, равновеликаго данному кругу, было бы возможно въ томъ и только въ томъ случаѣ, если бы, во-первыхъ, число π удовлетворяло нѣкоторому алгебраическому уравненію вида

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}\ .\ .\ .\ a_{n-1}x+a_n=0 \qquad (1)$$

съ цѣлыми коэффиціентами и, во-вторыхъ, если бы рѣшеніе этого уравненія могло быть приведено къ послѣдовательному рѣшенію ряда квадратныхъ уравненій, коэффиціенты которыхъ суть раціональныя числа, или раціональныя функціи отъ корней предшествующихъ квадратныхъ уравненій. **) Тамъ-же было указано, что въ силу этого предложенія невозможность квадрировать кругъ циркулемъ и линейкой сдѣлалась очевиднымъ фактомъ, когда Линдеману удалось доказать, что число π вообще неспособно удовлетворять *никакому* алгебраическому уравненію вида (1) съ цѣлыми коэффиціентами. Указавъ въ немногихъ словахъ идею, на которой основано доказательство Линдемана, мы были тогда далеки отъ мысли, что даказательство этого предложенія можетъ быть изложено на страницахъ элементарнаго журнала. Въ настоящее время, благодаря ряду работъ на эту тему, появившихся въ теченіе послѣднихъ лѣтъ, мы надѣемся изложить въ настоящей статьѣ доказательство этого предложенія въ формѣ доступной для читателей „Вѣстника“. Единственное предложеніе Высшей Алгебры, на которое намъ придется ссылаться, врядъ-ли неизвѣстно кому либо изъ читателей нашего журнала. Предварительно мы изложимъ краткій очеркъ развитія тѣхъ идей, которыя привели къ доказательству этого важнаго предложенія.

Число называется *алгебраическимъ*, если существуетъ алгебраическое уравненіе вида (1) съ цѣлыми коэффиціентами, которому оно удовлетворяетъ; въ противномъ случаѣ оно называется *трансцендентнымъ*. Раздѣленіе чиселъ на такія двѣ категоріи можно считать правильнымъ лишь въ томъ случаѣ, если самое существованіе трансцендентныхъ чиселъ предварительно доказано. Такое доказательство было дано, насколько намъ извѣстно, впервые Ліувилемъ. Въ 1844 г. онъ помѣстилъ въ отчетахъ французской

*) В. К. „Краткій очеркъ исторіи задачи о квадратурѣ круга въ связи съ общимъ вопросомъ о томъ, какія задачи рѣшаются циркулемъ и линейкой“. „В.“ №№ 126 и 127, стр. 113—125, 143—152.

**) Въ статьѣ С. Шатуновскаго: „Теорія выраженій, содержащихъ квадратные радикалы, въ связи съ теоріей графическихъ задачъ элементарной геометріи“, вопросъ разобранъ значительно подробнѣе и указаны условія, при которыхъ алгебраическое уравненіе удовлетворяетъ второму требованію.

академіи двѣ замѣтки, *) содержащія два доказательства упомянутаго предложенія; второе изъ этихъ доказательствъ мы здѣсь воспроизведемъ.

Извѣстно, что всякое ирраціональное количество можетъ быть выражено при помощи безконечной непрерывной дроби,—въ которой неполныя частныя суть цѣлыя положительныя числа; и обратно—всякая такая непрерывная дробь представляетъ собой нѣкоторое ирраціональное число въ томъ смыслѣ, что ея послѣдовательныя подходящія стремятся къ нѣкоторому опредѣленному предѣлу, который заключается между любыми двумя послѣдовательными подходящими и принимается за значеніе непрерывной дроби. Ліувиль доказываетъ предложеніе, которое можетъ быть формулировано слѣдующимъ образомъ:

Теорема. Если непрерывная дробь представляетъ собой алгебраическое число, удовлетворяющее уравненію вида (1) n-ой степени, и если q_m и s_{m+1} соотвѣтственно означаютъ знаменатель m-ой подходящей дроби и $(m+1)$-ое неполное частное, то отношеніе $s_{m+1}:q_m^{n-2}$ при неопредѣленномъ возрастаніи числа m становится и остается меньше нѣкотораго вполнѣ опредѣленнаго числа A.

Итакъ пусть

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots a_{n-1}x+a_n=0 \tag{1'}$$

будетъ уравненіе, одинъ изъ корней котораго ξ выражается нашей непрерывной дробью; это уравненіе мы можемъ, конечно, считать освобожденнымъ отъ раціональныхъ и равныхъ корней. **) Разность между двумя послѣдовательными подходящими $\frac{p_m}{q_m}$ и $\frac{p_{m+1}}{q_{m+1}}$ равно $\frac{\pm 1}{q_mq_{m+1}}$; значеніе же непрерывной дроби (ξ) заключается между двумя послѣдовательными подходящими, поэтому разность $\frac{p_m}{q_m}-\xi$ меньше этой дроби, т. е.

$$\frac{p_m}{q_m}-\xi=\frac{\varepsilon}{q_mq_{m+1}}, \tag{2}$$

гдѣ ε есть положительная или отрицательная правильная дробь. Съ другой стороны, если мы обозначимъ черезъ ξ_1, ξ_2, ξ_{n-1} остальные корни того же уравненія, то

$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n=a_0(x-\xi)(x-\xi_1)(x-\xi_2)\ldots(x-\xi_{n-1}).$$

*) *J. Liouville.* „Des classes très étendues des quantités dont la valeur n'est ni rationelle ni même réductible à des irattionnelles algébriques".

— „Nouvelle démonstration d'un théorème sur les irrationneles algébriques". Comptes rendus de l'Ac. des Sciences. T. XVIII. 1844.

**) Высшая алгебра даетъ для этого весьма простые пріемы.

Подставляя въ это тождество вмѣсто x число $\frac{p_m}{q_m}$ и опредѣляя разность $\frac{p_m}{q_m} - \xi$, получимъ:

$$\frac{p_m}{q_m} - \xi = \frac{a_0 p_m^n + a_1 p_m^{n-1} q + \ldots a_n q_m^n}{q_m^n \cdot a_0 \left(\frac{p_m}{q_m} - \xi_1\right)\left(\frac{p_m}{q_m} - \xi_2\right) \ldots \left(\frac{p_m}{q_m} - \xi_{n-1}\right)}.$$

Принимая же во вниманіе равенство (2), имѣемъ:

$$\frac{1}{q_m q_{m+1}} = \frac{a_0 p_m^n + a_1 p_m^{n-1} q_m + \ldots a_n q_m^n}{\varepsilon q_m^n a_0 \left(\frac{p_m}{q_m} - \xi_1\right)\left(\frac{p_m}{q_m} - \xi_2\right) \ldots \left(\frac{p_m}{q_m} - \xi_{n-1}\right)}. \quad (3)$$

Замѣтимъ теперь, что произведеніе двучленовъ стоящихъ въ знаменателѣ есть количество вещественное, это явствуетъ какъ изъ предыдущаго равенства, такъ изъ того обстоятельства, что каждому комплексному корню ξ_i соотвѣтствуетъ сопряженный съ нимъ корень ξ_j. Когда указатель m возрастаетъ неопредѣленно, то дробь $\frac{p_m}{q_m}$ стремится къ предѣлу равному ξ, а произведеніе двучленовъ въ знаменателѣ стремится къ предѣлу

$$(\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) \ldots (\xi - \xi_{n-1}), \quad (4).$$

отличному отъ нуля, такъ какъ наше уравненіе не имѣетъ равныхъ корней. Поэтому, если обозначимъ черезъ B совершенно произвольное положительное число, большее, нежели абсолютная величина количества (4), то произведеніе двучленовъ, стоящихъ въ знаменателѣ въ правой части равенства (3) при достаточно большомъ значеніи указателя m сдѣлается и будетъ оставаться по абсолютной величинѣ меньше B. Далѣе въ числителѣ того же выраженія мы имѣемъ цѣлое число, отличное отъ нуля, ибо оно могло бы равняться нулю лишь въ томъ случаѣ, если бы наше уравненіе (1') имѣло раціональный корень $\frac{p_m}{q_m}$. Слѣдовательно въ правой части выраженія (3) абсолютная величина числителя не можетъ быть меньше единицы. Если мы поэтому подставимъ въ эту дробь вмѣсто числителя 1, въ знаменателѣ вмѣсто ε также 1, а вмѣсто произведенія биномовъ число B, то абсолютная величина дроби уменьшится. Слѣдовательно при достаточно большомъ значеніи m дробь $\frac{1}{q_m q_{m+1}}$ становится и остается больше дроби $\frac{1}{q_m^n A_0 B}$, гдѣ A_0 есть абсолютная величина числа a_0. Отсюда, обозначая A_0B черезъ A, получимъ

$$q_{m+1} < Aq_m^{n-1},$$

гдѣ A число, совершенно независящее отъ указателя m.

Иначе

$$q_m s_{m+1} + q_{m-1} < Aq_m^{n-1},$$

и слѣдовательно подавно

$$q_m s_{m+1} < Aq_m^{n-1},$$

и

$$s_{m+1} : q_m^{n-2} < A,$$

что и требовалось доказать.

Теперь ясно, что достаточно составить безконечную непрерывную дробь, въ которой отношеніе $s_{m+1} : q_m^{n-2}$ для всякаго даннаго значенія n становилось бы при неопредѣленномъ возрастаніи числа m больше любого числа A, чтобы эта дробь выражала трансцендентное число. Составить же такую непрерывную дробь очень легко. Пусть, напримѣръ, законъ составленія послѣдовательныхъ неполныхъ частныхъ заключается въ томъ, что $s_{m+1} = q_m^m$; по этому закону мы можемъ составить дробь, ибо, проставляя $(m+1)$-ое неполное частное, мы уже знаемъ q_m. Но въ такомъ случаѣ отношеніе $s_{m+1} : q_n^{n-2} = q_m^{m-n+2}$, очевидно, неопредѣленно возрастаетъ вмѣстѣ съ m.

Въ настоящее время существуютъ другія доказательства того же предложенія; особеннымъ изяществомъ отличается оригинальное доказательство Кантора; *) но оно требуетъ усвоенія ряда новыхъ понятій, не имѣющихъ прямого отношенія къ дѣлу.

Слѣдующимъ шагомъ въ развитіи интересующаго насъ ряда идей является принадлежащее тому же Ліувилю доказательство предложенія, что число e не только ирраціонально, но не можетъ удовлетворять квадратному уравненію съ раціональными коэффиціентами. **) Самое предложеніе не такъ важно, но идея, на которой основывается это доказательство красною нитью проходитъ чрезъ всѣ дальнѣйшія работы по этому вопросу. Вотъ въ чемъ заключается доказательство Ліувиля. Допустимъ, что число e удовлетворяетъ соотношенію:

$$ae^2 + be + c = 0,$$

гдѣ a, b и c суть цѣлыя числа, изъ которыхъ первое мы можемъ

*) Это доказательство можно, между прочимъ, найти въ лекціяхъ Клейна, о которыхъ скажемъ ниже.

**) *J. Liouville*. „Sur l'irrationnalité du nombre $e = 2{,}718 \ldots$" Journ. de Mathém. pures et appliquées. T. V, считать положительнымъ. Это равенство можно представить въ такомъ видѣ:

$$ae + ce^{-1} + b = 0. \tag{5}$$

Такъ какъ

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \ldots,$$

$$e^{-1} = 1 - \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.2.3} + \ldots,$$

то

$$\left.\begin{aligned}(n-1)!\,e &= N_1 + \frac{R_1}{n},\\ (n-1)!\,e^{-1} &= N_2 + \frac{(-1)^n R_2}{n},\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

гдѣ N_1 и N_2 суть числа цѣлыя, а R_1 и R_2 положительныя числа, опредѣляемыя рядами

$$R_1 = 1 + \frac{1}{(n+1)} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} + \ldots$$

$$R_2 = 1 - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{(n+1)(n+2)} - \ldots$$

Легко видѣть, что $R_2 < 1$, а R_1 меньше суммы безконечно нисходящей геометрической прогрессіи

$$1 + \frac{1}{(n+1)} + \frac{1}{(n+1)^2} + \ldots,$$

т. е. $R_2 < \frac{n+1}{n}$ и стало быть при $n > 1$ $R_2 < 2$.

Умножимъ теперь обѣ части равенства (5) на $(n-1)!$ и подставимъ вмѣсто $(n-1)!\,e$ и $(n-1)!\,e^{-1}$ выраженія (6); мы получимъ:

$$\frac{aR_1 + (-1)^n cR_2}{n} + (aN_1 + cN_2 + b) = 0. \tag{7}$$

Вторая часть послѣдняго выраженія, заключенная въ скобки, представляетъ собой цѣлое число; первая же часть представляетъ собой дробь, числитель которой при надлежащемъ выборѣ n есть положительное число отличное отъ нуля; въ самомъ дѣлѣ, aR_1 есть число положительное; будемъ принимать n четнымъ числомъ, если $c > 0$ и нечетнымъ, если $c < 0$; тогда $(-1)^n cR_2$ будетъ также положительнымъ числомъ и весь числитель будетъ отличенъ отъ нуля. Если сверхъ того мы будемъ число n неопредѣленно увеличивать, то числитель нашей дроби согласно тому, что было обнаружено относительно количествъ R_1 и R_2, останется конечнымъ (онъ будетъ меньше, нежели $2a + (-1)^n c$). Поэтому дробь

$$\frac{aR_1 + (-1)^n cR_2}{n},$$

оставаясь отличной отъ нуля, становится меньше всякой данной величины. Отсюда слѣдуетъ, что, если числу n будетъ приписано достаточно большое значенiе, то равенство (7) сдѣлается невозможнымъ, потому что сумма цѣлаго числа и правильной дроби, отличной отъ нуля, не можетъ быть равна нулю.

Идея этого доказательства можетъ быть формулирована слѣдующимъ образомъ: мы пишемъ то равенство, невозможность котораго мы желаемъ обнаружить. Затѣмъ каждый его ирраціональный членъ выражаемъ приближенно раціональной дробью $\frac{N_i}{N}$, такъ что этотъ членъ

$$\omega_i = \frac{N_i}{N} + \frac{\eta_i}{N} \qquad (8)$$

причемъ достигаемъ того, чтобы η_i безконечно убывала, когда N неопредѣленно возрастаетъ. Затѣмъ, подставляя въ лѣвую часть равенства вмѣсто ω_i выраженіе (8) и умножая его на N, мы достигаемъ того, что лѣвая часть равенства разбивается на двѣ части, изъ которыхъ одна при надлежащемъ выборѣ числа N представляетъ собой цѣлое число, а другая правильную дробь, отличную отъ нуля. Сумма ихъ при такихъ условіяхъ не можетъ оказаться равной нулю. Что касается до самаго производства разложенія ирраціональнаго числа ω_i на двѣ части, какъ того требуетъ равенство (8), то въ предыдущемъ было уже указано два способа для достиженія этой цѣли: непрерывныя дроби даютъ для этого общій пріемъ, ибо равенство (2) можно написать въ видѣ

$$\xi = \frac{p_m}{q_m} + \frac{\eta_m}{q_m},$$

если положить $\eta_m = \frac{-\varepsilon}{q_{m+1}}$. Во второмъ доказательствѣ, имѣя въ виду опредѣленныя ирраціональныя количества e и e^{-1} Ліувиль даетъ, какъ мы видѣли, спеціальный способъ для производства требуемаго разложенія, основанный на свойствахъ тѣхъ рядовъ, которыми эти числа выражаются. Этой идеей и воспользовался Эрмитъ, чтобы доказать трансцендентность числа e. *)

Онъ ставитъ вопросъ слѣдующимъ образомъ. Нужно доказать, что равенство вида

$$a_0 e^n + a_1 e^{n-1} + a_2 e^{n-2} + \dots + a_n = 0,$$

*) *Ch. Hermite.* „Sur la fonction exponentielle“. Comptes rendus. T. LXXVII. 1873.

гдѣ коэффиціенты $a_0, a_1 \ldots\ldots a_n$ и показатель n суть цѣлыя числа, невозможно. Эрмитъ однако задается болѣе общей задачей: онъ желаетъ обнаружить, что никакое равенство вида

$$a_0 + a_1 e^{\alpha_1} + a_2 e^{\alpha_2} \ldots\ldots + a_n e^{\alpha_n} = 0, \tag{9}$$

гдѣ коэффиціенты $a_0, a_1 \ldots a_n$ суть цѣлыя числа, а показатели $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n$ *различныя* цѣлыя числа, отличныя отъ нуля, невозможно.

Для этого онъ выражаетъ ирраціональное количество e^α въ видѣ

$$e^\alpha = \frac{N_\alpha}{N} + \frac{\varepsilon\alpha}{N},$$

подставляетъ эти выраженія въ равенство (8), умножаетъ его на N и, повторяя пріемъ Ліувиля, доказываетъ, что лѣвая часть этого равенства при надлежащемъ выборѣ числа N не можетъ обратиться въ нуль. Весь вопросъ заключается въ производствѣ выбора числа N и въ разысканіи соотвѣтствующихъ значеній чиселъ $N\alpha$ и ε_α. Эрмитъ выражаетъ эти числа въ опредѣленныхъ интегралахъ; этимъ и объясняется сложность его доказательства, далеко выходящаго за предѣлы элементарнаго журнала.

Почти черезъ десять лѣтъ послѣ опубликованія мемуара Эрмита Линдеману удалось доказать предложеніе болѣе общее: *) именно, онъ показалъ, что равенство вида

$$A_0 + A_1 \sum_i e^{\alpha_i} + A_2 \sum_j e^{\beta_j} + \ldots A_n \sum_n e^{\nu_n} = 0 \tag{10}$$

не возможно, если коэффиціенты $A_0, A_1 \ldots A_n$ суть цѣлыя числа, не равныя нулю, а показатели числа алгебраическія, при чемъ первая сумма распространяется на всѣ корни α алгебраическаго уравненія $F_1(x) = 0$ съ цѣлыми коэффиціентами, вторая сумма распространяется на всѣ корни β такого же уравненія $F_2(x) = 0$ и т. д. Очевидно, это есть обобщеніе теоремы Эрмита, потому что въ частномъ случаѣ, когда уравненія $F_1(x) = 0$, $F_2(x) = 0 \ldots$ всѣ первой степени и имѣютъ цѣлые корни, то равенство (10) совпадаетъ съ равенствомъ (9). Способъ доказательства тотъ-же, множитель N, на который умножается равенство (9), также выражается въ опредѣленныхъ интегралахъ. Ниже мы обнаружимъ, что изъ теоремы Линдемана непосредственно вытекаетъ трансцендентность числа π; теперь-же замѣтимъ, что онъ высказываетъ еще одно предложеніе, вытекающее изъ предыдущаго и заключающееся въ томъ, что равенство вида

$$A_0 e^{\alpha_0} + A_1 e^{\alpha_1} + \ldots\ldots A_n e^{\alpha_n} = 0$$

невозможно, если коэффиціенты $A_0, A_1 \ldots A_n$ суть цѣлыя числа,

*) *F. Lindemann.* „Ueber die Zahl π.“ Mathem. Annalen. B. 20. 1882.

отличныя отъ нуля, а показатели α_0 . . . α_n суть какія угодно, но *различныя* алгебраическія числа. Подробнаго развитія доказательства послѣдняго предложенія онъ однако не приводитъ. Доказательства Линдемана и Эрмита въ нѣсколько упрощенномъ, болѣе доступномъ и обработанномъ видѣ изложены Вейерштрассомъ и А. Марковымъ. *) Этимъ какъ бы заканчивается первый періодъ въ литературѣ вопроса.

(Продолженіе слѣдуетъ).

ЖИЗНЬ ВЕЩЕСТВА.

Рѣчь, произнесенная при открытіи Швейцарскаго общества естествоиспытателей въ Невшателѣ Ш. Э. Гильомомъ, физикомъ международнаго бюро мѣръ и вѣсовъ. [1]

Переводъ съ французскаго М. Е. Вейнбергъ въ Одессѣ.

Можетъ казаться противорѣчіемъ здравому смыслу говорить о жизни вещества: по самому опредѣленію—способомъ исключенія—вещество—это то, что лишено жизни? Но вѣдь все вокругъ насъ постоянно разрушается. Камень стирается, стекло вывѣтривается, раздѣляется на пластинки, металлы становятся хрупкими и въ концѣ концовъ иногда распадаются въ пыль.

Съ другой стороны, мы знаемъ, что ни одинъ атомъ не исчезаетъ, и мы не можемъ поэтому сказать, что вещество умираетъ; но опредѣленная форма вещества—можетъ умереть — а чтобы умереть—надо раньше жить. Съ этой точки зрѣнія мы будемъ говорить о жизни вещества, объ этомъ медленномъ и непрерывномъ измѣненіи, продолжающемся иной разъ цѣлыя столѣтія и происходящемъ всегда въ одномъ и томъ-же направленіи, которое ведетъ къ разрушенію искусственной формы; въ этомъ смыслѣ мы будемъ говорить о стремленіи вещества къ конечной формѣ, по достиженіи которой всякое внутреннее движеніе въ немъ прекращается—къ формѣ кристалла или пыли, къ формѣ болѣе совершенной или къ распаденію на отдѣльные составные элементы. Пока эта форма не достигнута—вещество живетъ и измѣняется;

---

*) *А. Марковъ.* Доказательство трансцендентности чиселъ e и π. СПБ. 1883.

C. Weierstrass. Zu Lindemann's Abhandlung „Ueber die Ludolphische Zahl." Sitzungsberichte der K. K. Academie zu Berlin. 1885.

[1]) Быть можетъ, между процессами, о которыхъ говоритъ авторъ, и жизнью организованныхъ существъ нельзя признать полной аналогіи; но самые факты, имъ приводимые, на нашъ взглядъ, чрезвычайно удачно характеризуютъ современныя воззрѣнія въ области молекулярной физики. Въ дополненіе къ этой статьѣ мы напечатаемъ въ ближайшихъ номерахъ рѣчь, произнесенную на Парижскомъ съѣздѣ профессоромъ Шпрингомъ (Spring) и любезно намъ присланную секретаремъ съѣзда г. Гильомомъ. *Ред.*

оно трансформируется, приспособляясь, какъ всякій живой организмъ, къ тѣмъ условіямъ существованія, въ которыя оно попадаетъ; иногда оно съ успѣхомъ защищается отъ воздѣйствія этихъ условій, иногда же бываетъ вынуждено прекратить свое существованіе въ прежней формѣ, если обстоятельства складываются для него слишкомъ неблагопріятно.

„Вещество едино, оно живетъ, оно развивается", говорили герметисты. Это былъ символъ вѣры, который позволялъ стремиться къ отысканію философскаго камня, руководилъ алхиміей впродолженіе многихъ столѣтій. Въ началѣ своего развитія современная химія думала покончить съ этимъ вѣрованіемъ; она смотрѣла на химическіе элементы, какъ на творенія, совершенно различныя и не способныя ни къ какимъ измѣненіямъ. Въ настоящее время объ этомъ говорятъ менѣе положительно; и если химики еще считаютъ превращеніе однихъ элементовъ въ другіе актомъ, превышающимъ наши средства,—то они вмѣстѣ съ тѣмъ недалеки и отъ допущенія, что такое превращеніе возможно—въ абсолютномъ смыслѣ этого слова.

Остановимся однако немного на этой идеѣ единства вещества. Туманное вѣрованіе алхимиковъ, идея, плохо обоснованная въ умахъ большинства изъ ея приверженцевъ—она все-же не настолько противорѣчитъ разуму или опыту, какъ многіе это воображаютъ. Какъ объяснить очевидное сродство многихъ изъ тѣхъ химическихъ тѣлъ, которыя мы называемъ простыми, если не допустить ихъ общаго происхожденія? Все намъ говоритъ, что элементы образуютъ группы, и мы были бы вынуждены отвергать очевидное, если бы мы хотѣли утверждать, что они совершенно различны.

Но даже болѣе того: есть свойство, по отношенію къ которому они всѣ тожественны, — это ихъ Ньютонова постоянная. *) Эта постоянная, самая важная изъ постоянныхъ природы—одна и та же для всѣхъ тѣлъ, какого бы рода эти тѣла ни были, каково бы ни было ихъ аггрегатное состояніе: химическое или физическое. Въ то время, какъ все заставляетъ насъ отличать одно тѣло отъ другого,—мы ихъ считали бы тожественными, если бы ихъ взаимное притяженіе было единственнымъ ихъ свойствомъ, которое было бы намъ извѣстно.

Съ другой стороны, удивительныя изысканія, сдѣланныя въ послѣдніе годы даютъ намъ основаніе допускать, что намъ уда-

*) Сила притяженія двухъ матеріальныхъ точекъ, массы которыхъ суть M и M_1 и разстояніе между которыми есть R, выражается по Ньютону формулою

$$F = C\frac{M \cdot M_1}{R^2};$$

при опредѣленномъ выборѣ единицъ массы, разстоянія и силы постоянная C не зависитъ отъ вещества матеріи; это и есть „Ньютонова постоянная".

Прим. *Ред.*

лось электрическими разрядами въ газѣ разбить химическій атомъ и что сложный (агломеративный) составъ атома, о которомъ можно было дѣлать только болѣе или менѣе смѣлыя предположенія сталъ осязаемымъ фактомъ. *) Можетъ быть именно этотъ подъ-атомъ, который, казалось, удалось уже выдѣлить, можетъ быть нѣкоторое еще болѣе мелкое тѣльце есть тотъ конечный элементъ вещества, всѣ представители котораго тожественны и который переноситъ на видимыя тѣла, изъ нихъ образуемыя, единственное аддитивное свойство, ему присущее, — массу. Если такъ, то первый законъ Ньютона представляетъ лишь иную форму выраженія того факта, что притягательныя силы, зависящія исключительно отъ массъ—однѣ только дѣйствуютъ безъ ослабленія сквозь всякіе экраны. Если же это дѣйствительно справедливо, если мы не дѣлаемъ себѣ иллюзій, утверждая что атомъ можетъ быть раздѣленъ на однородные элементы, каково бы ни было вещество,—то мы близки къ осуществленію завѣтныхъ мечтаній алхимиковъ.

Но не этой эволюціей, ни даже вопросомъ о ея возможности, мы имѣемъ въ виду заняться. Если даже наблюденнымъ явленіямъ и даны правильныя объясненія,—а это еще находится подъ сомнѣніемъ,—то во всякомъ случаѣ достовѣрно, что изъ этихъ разбитыхъ атомовъ эксперементаторамъ не удалось до сихъ поръ вновь создать сколько нибудь замѣтное количество вещества—отличное отъ того, отъ котораго они исходили. Настаивать на этомъ значило бы оставаться въ области чистой фантазіи. Такихъ возвышенныхъ намѣреній я, конечно, не имѣю; но можно говорить о жизни вещества, не покидая твердой почвы опыта и установленныхъ фактовъ.

Интересное, захватывающее изученіе формъ жизни въ веществѣ не является само по себѣ цѣлью; оно представляетъ собою главнымъ образомъ средство. Есть ли тайна, болѣе сокровенная, чѣмъ жизнь организованнаго существа? Тайна эта столь сокровенна, что многіе великіе ученые высказывали сомнѣніе въ томъ, чтобы человѣчеству когда либо удалось ее раскрыть. Но удивительныя открытія, безъ перерыва слѣдующія одно за другимъ, внушили бо̀льшее довѣріе къ отдаленному будущему науки. Въ настоящее время, повидимому, нельзя уже думать, что существуютъ абсолютно неразрѣшимыя задачи. Если такъ, если всякій вопросъ науки, который нарождается въ нашемъ умѣ, долженъ рано или поздно найти себѣ рѣшеніе, то есть ли вопросъ болѣе великій, болѣе возвышенный, нежели вопросъ о жизни?

Было бы безразсудно ставить этотъ вопросъ ребромъ во всей его необъятной сложности. Можетъ быть, менѣе невозможно его обойти; и если есть путь, который можетъ насъ подготовить къ

*) Главнымъ образомъ опыты I. Томсона, казалось, давали право на такое заключеніе; впрочемъ изслѣдованія Вилярда (Willard) сдѣлали этотъ выводъ нѣсколько менѣе вѣроятнымъ.

пониманію отдѣльныхъ элементовъ этого вопроса, то это, конечно, изученіе формъ жизни неодушевленнаго вещества.

До тѣхъ поръ, пока современные могущественные микроскопы не позволили отдать отчетъ въ измѣненіяхъ организованнаго вещества подъ дѣйствіемъ микро-организмовъ,—наблюденію были доступны лишь общія его измѣненія, которыя всегда оставались глубоко таинственны. Мы знали броженіе, гніеніе, усвоеніе азота, мы умѣли отмѣчать ходъ этихъ процессовъ, но по отношенію къ способамъ, какими эти превращенія совершаются, мы были принуждены довольствоваться предположеніями. Не имѣя иныхъ источниковъ познанія, кромѣ своихъ внѣшнихъ чувствъ, человѣкъ обладалъ бы столь-же скудными свѣдѣніями обо всемъ его окружающемъ, какія имѣлъ бы великанъ, ростомъ въ нѣсколько тысячъ километровъ, который замѣчалъ бы, что въ извѣстныя времена года нѣкоторая область земного шара зеленѣетъ, затѣмъ желтѣетъ и, наконецъ, бѣлѣетъ — но который, изъ за своего высокаго роста, вѣчно оставался бы въ невѣдѣніи о существованіи деревьевъ, травы и снѣга. Ему бросается въ глаза маленькая шероховатость, которой онъ не замѣчалъ тысячу лѣтъ назадъ, и онъ спрашиваетъ себя, какъ она могла образоваться, сама, безъ видимой причины: а дѣло въ томъ, что въ продолженіе этого тысячелѣтія работали люди и построили цѣлый городъ.

Если великанъ вооружится микроскопомъ, приспособленнымъ къ его росту, ему удастся, быть можетъ, увидѣть деревья, дома и, наконецъ, людей; тогда для него все станетъ понятнымъ; онъ узнаетъ, какимъ образомъ, какою непрерывною работою микробовъ городъ разроссяя и измѣнилъ мало по малу поверхность земли.

Этимъ путемъ мы могли уяснить себѣ процессы броженія, эти великія дѣянія микроорганизмовъ, для которыхъ молекула то же, что для насъ песчинка, — клѣтка то же, что для насъ домъ, и которые по этой причинѣ могутъ обращаться съ конечными элементами живого вещества, какъ съ отдѣльными индивидуумами, какъ съ величинами того-же порядка, что и они сами.

Тайны того-же рода были раскрыты. когда микроскопъ могъ быть примѣненъ къ изученію инертнаго вещества. Медленныя измѣненія, изученіемъ которыхъ естествоиспытатель прежде вполнѣ удовлетворялся, теперь расчленены; они изучены въ своихъ конечныхъ элементахъ,—если не въ самой молекулѣ, которая навсегда останется недоступной созерцанію, то—по крайней мѣрѣ—въ кристаллѣ, этомъ составномъ элементѣ вещества.

Мнѣ было бы трудно сказать, кому принадлежитъ честь перваго опыта этого рода, но я могу, по крайней мѣрѣ, упомянуть тѣхъ, кто достигъ наибольшихъ успѣховъ въ этихъ изслѣдованіяхъ — это: Sir Roberts-Austen, Osmond, Stead, Guillemin, Charpy.

Какъ дѣйствуетъ теплота на закаленную латунь, чтобы привести ее въ отожженное состояніе? Тайна, говоритъ намъ древняя физика; физика современная намъ указываетъ, что закаленная латунь состоитъ изъ мелкихъ разбитыхъ кристалловъ, примѣшанныхъ самымъ тѣснымъ образомъ къ нѣкоторой массѣ, которую они всю собою пронизываютъ. Въ отожженной латуни, наоборотъ, кристаллы снова образовались, отдѣлились отъ массы; они относительно тверды; масса же, въ которой они заключены, — наоборотъ,—пластична. Но, эти кристаллы могли образоваться только вслѣдствіе движенія молекулъ внутри металла, движенія, которое происходитъ не въ молекулярныхъ предѣлахъ, какъ тепловыя колебанія, но имѣетъ гораздо большую амплитуду, достигающую сотыхъ и даже десятыхъ частей миллиметра.

Когда кристаллы вполнѣ образовались на счетъ окружающей массы, отжогъ конченъ, металлъ достигъ неподвижной формы,— онъ пересталъ жить. Можно выдѣлить эти кристаллы и, сдѣлать ихъ анализъ; оказывается тогда, что они имѣютъ простой химическій составъ.—Это опредѣленныя соединенія мѣди и цинка, или мѣди и олова. Эти соединенія наилучшимъ образомъ соотвѣтствуютъ наличному сродству и образуются насчетъ наибольшей подвижности, какую теплота сообщила молекуламъ.

Когда же прекращается подвижность молекулъ въ твердомъ тѣлѣ? Она гораздо болѣе велика, чѣмъ это предполагаютъ, и вотъ по этому поводу весьма замѣчательный опытъ Sir'a W. Roberts-Austen'a:

Помѣстивъ золотой кружокъ въ банѣ расплавленнаго свинца, онъ нашелъ, послѣ затвердѣванія, нѣкоторое количество золота у поверхности бани. Въ этомъ фактѣ нѣтъ еще ничего, что должно было бы насъ удивлять—мы имѣемъ здѣсь простое взаимное раствореніе двухъ металловъ. Но этотъ опытъ былъ повторенъ, при 250° въ свинцѣ, уже твердомъ, потомъ при 200°, и, наконецъ при 100°; въ послѣднемъ случаѣ, маленькій цилиндръ изъ свинца оставался въ продолженіе 41 дня въ соприкосновеніи съ кружкомъ чистаго золота. Къ концу этого времени золото оказалось даже на самомъ верху цилиндра.

Для того, кто къ этому неподготовленъ, опытъ этотъ кажется почти невѣроятнымъ; но припомнимъ, что сталь дѣлаютъ болѣе твердою, приводя ее въ соприкосновеніе съ углемъ раскаленнымъ до красна. Химическій и микроскопическій анализы доказываютъ, что уголь при этомъ проникаетъ въ сталь, иной разъ на большую глубину. Здѣсь участвуютъ однѣ молекулярныя силы; но если ихъ замѣнить внѣшними силами, то можно достигнуть болѣе рѣзкихъ эффектовъ. Такъ мы узнали изъ прекрасныхъ опытовъ Spring'a, что можно спаять куски мѣди и олова, если достаточно крѣпко прижать ихъ другъ къ другу; при этомъ съ обѣихъ сторонъ поверхности соприкосновенія металлъ оказывается не чѣмъ инымъ, какъ бронзой.

И другія силы—кромѣ давленія могутъ благопріятствовать молекулярнымъ движеніямъ. — Помѣстимъ, напримѣръ, внутри стекляннаго шара ртуть или сѣрную кислоту. Погрузимъ шаръ въ амальгаму натрія и пропустимъ электрическій токъ извнѣ—внутрь. Повышеніе температуры очень благопріятно вліяетъ на этотъ опытъ, но онъ удается и на холодѣ. Черезъ короткое время можно обнаружить, что натрій проникъ сквозь стекло путемъ электролиза, что онъ сталъ растворяться въ жидкости, наполняющей шаръ. Если стекло заключаетъ въ себѣ натръ, то можно заставить пройти черезъ него всякую меньшую молекулу, напримѣръ, молекулу литія. Сначала уходитъ натръ стекла, замѣщаемый литіемъ; далѣе электролизъ продолжается, литій показывается на внутренней поверхности, а тотъ литій, который находится снаружи, постепенно его замѣщаетъ, при этомъ стекло принимаетъ молочный цвѣтъ, оно становится крѣпкимъ, а также и менѣе плотнымъ.

Я могъ бы увеличить число примѣровъ, но и тѣ, которые я указалъ, со слишкомъ достаточной ясностью обнаруживаютъ, что въ твердомъ веществѣ молекулярныя перемѣщенія могутъ быть значительными, могутъ выражаться не только сотыми долями миллиметра, какъ въ нашемъ первомъ примѣрѣ, но цѣлыми миллиметрами или сантиметрами.

Хорошо установивъ этотъ фактъ въ элементарныхъ явленіяхъ, мы можемъ приступить къ изученію явленій болѣе сложныхъ.

Подвергнемъ стальной цилиндрическій стержень сильному растяженію, способному даже довести его до разрыва; на немъ образуется суженіе, — въ этомъ мѣстѣ затѣмъ произойдетъ разломъ. Но прекратимъ растяженіе тотчасъ послѣ того, какъ появился перехватъ, и сточимъ цилиндръ такимъ образомъ, чтобы его діаметръ опять сдѣлался вездѣ одинаковымъ; затѣмъ начнемъ снова растягивать его. Мы увидимъ, что образуется новое суженіе, но не въ томъ мѣстѣ, гдѣ оно было раньше.

Мы можемъ повторить эту операцію извѣстное число разъ; всегда, какъ это показалъ капитанъ Hartmank, перехватъ будетъ происходить непремѣнно на новомъ мѣстѣ. *) Единственное, повидимому, заключеніе, которое отсюда можно вывести, состоитъ въ томъ, что на мѣстѣ суженія металлъ твердѣетъ, значительно измѣняется и становится способнымъ оказать противодѣйствіе разрушающей силѣ.

Есть сплавы, на которыхъ это явленіе представляется въ очень рѣзкомъ видѣ. Нѣкоторыя никкелевыя стали, напримѣръ, могутъ существовать въ двухъ совершенно различныхъ состояніяхъ; въ одномъ онѣ не магнитны и средней твердости; въ этомъ видѣ онѣ особенно хорошо подвергаются вальцовкѣ. Въ другомъ видѣ онѣ жестки, ломки и могутъ быть магнитны. Предѣлъ упру-

---

*) M. Faurie обратилъ наше вниманіе на то, что согласно его опытамъ, послѣдовательныя суженія находятся другъ отъ друга на разстояніи вдвое большемъ, чѣмъ ихъ длина, т. е. вещество претерпѣваетъ измѣненія лишь на небольшомъ разстояніи отъ видимаго суженія.

гости и разрывающій грузъ при отсутствіи толчковъ для второго состоянія гораздо больше, чѣмъ для перваго. Если подвергнуть стержень этого сплава въ первомъ состояніи—энергичному растяженію, онъ значительно удлиняется, иногда вдвое противъ своей величины, затѣмъ разламывается, точно перерѣзанный, безъ всякаго суженія. Металлъ, который былъ мягкимъ въ началѣ этого опыта, становится какъ бы закаленнымъ.

Объясненіе этого измѣненія въ цѣломъ просто. Въ тотъ моментъ, когда начинаетъ образовываться первый перехватъ, сплавъ становится въ этомъ мѣстѣ болѣе твердымъ, менѣе тягучимъ и перестаетъ сжиматься. Тогда перехватъ имѣетъ склонность образоваться въ другомъ болѣе слабомъ мѣстѣ, потомъ въ третьемъ и такимъ образомъ то поперечное сѣченіе, на которомъ долженъ бы произойти разрывъ, переходитъ съ одного конца стержня на другой до тѣхъ поръ, пока измѣненіе не станетъ полнымъ во всѣхъ точкахъ; только тогда можетъ произойти разрывъ. Стержень истощилъ такимъ образомъ всѣ свои средства, чтобы сохраниться, и уступилъ только послѣ того, что можно было бы назвать героическимъ сопротивленіемъ.

Кромѣ того эти никкелевыя стали представляютъ другія явленія, не менѣе странныя. Подъ дѣйствіемъ большого холода, стержень длиною въ метръ удлиняется на нѣсколько десятковъ миллиметра въ нѣсколько секундъ,—и когда присутствуешь при этомъ явленіи въ первый разъ, получаешь впечатлѣніе, точно инертное вещество внезапно оживаетъ.

Если измѣнить внѣшнія условія, въ которыхъ металлъ находится, въ особенности температуру и можетъ быть, давленіе, то оказывается, что нѣкоторые сплавы при этомъ измѣняютъ свой химическій составъ; при томъ часть сплава мѣняется быстро, а небольшой остатокъ мѣняется крайне медленно; такъ что стержень изъ нѣкоторыхъ сортовъ никкелевой стали можетъ измѣнять свою длину постепенно дольше, чѣмъ въ теченіе цѣлаго года. Наличной температурѣ, въ которой сплавъ остается, соотвѣтствуютъ нѣкоторыя наилучшія условія его существованія, къ которымъ онъ медленно стремится до тѣхъ поръ пока вполнѣ ихъ не достигнетъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Тема для сотрудниковъ.

Ариѳметика и элементарная алгебра устанавливаютъ правила для производства различныхъ вычисленій. Какъ ни просты и опредѣленны эти правила, ими оказывается не такъ легко воспользоваться, когда дѣло касается вопроса, не искусственно придуманнаго для упражненія учащихся, а возникшаго при научномъ изслѣдованіи или въ практической жизни.

Въ истекшемъ году за нѣсколько мѣсяцевъ передъ тѣмъ, какъ исполнилось сто лѣтъ со дня введенія метрической системы во Франціи, она факультативно допущена у насъ. Закономъ отъ 4-го іюня 1899 г. установлены слѣдующія два отношенія, которыми надлежитъ руководствоваться при переходѣ отъ русскихъ мѣръ къ метрическимъ и обратно:

1 фунтъ = 0,40951241 килограмма,

1 аршинъ = 0,711200 метра.

На основаніи этихъ двухъ отношеній должны быть вычислены всѣ остальныя соотношенія между русскими и метрическими мѣрами. Каждое такое отношеніе должно быть выполнено съ опредѣленнымъ приближеніемъ. Это именно обстоятельство, какъ оказывается, часто представляетъ собой камень преткновенія. Какъ вести вычисленія, чтобы гарантировать полную точность всѣхъ требуемыхъ десятичныхъ знаковъ? Съ какимъ приближеніемъ нужно производить промежуточныя вычисленія, чтобы, съ одной стороны, удовлетворить поставленному требованію, съ другой стороны, не обременять калькулятора ненужной, излишней работой. Насколько сбивчивы могутъ быть такого рода вычисленія, можно судить по тому одному, что нѣкоторые калькуляторы на основаніи приведеннаго выше отношенія аршина къ метру вычисляютъ отношеніе квадратнаго аршина къ квадратному метру съ приближеніемъ до 12-го десятичнаго знака и, очевидно, считаютъ это цѣлесообразнымъ.

Въ видахъ выясненія правильной постановки этого вычисленія и съ цѣлью установленія точныхъ отношеній мы предлагаемъ нашимъ сотрудникамъ вычислить слѣдующія отношенія съ точностью до четвертаго десятичнаго знака.

a) Отношенія метра къ сажени, аршину, вершку, футу и дюйму.

b) Отношенія сажени, аршина, фута къ метру, вершка и дюйма къ сантиметру, линіи къ миллиметру.

c) Отношенія соотвѣтствующихъ квадратныхъ и кубическихъ мѣръ.

d) Отношенія версты къ километру, ара къ десятинѣ.

e) Отношенія килограмма къ пуду, фунту и лоту, отношенія грамма къ золотнику и къ долѣ.

f) Отношенія фута, лота, золотника къ грамму.

g) Отношенія литра къ кубическому дюйму, къ четверти, четверику, гарнцу и ведру; обратно отношенія четверти, четверика, гарнца и ведра къ литру.

Для вычисленія послѣдней группы отношеній нужно пользоваться слѣдующими данными: упомянутый выше законъ опредѣляетъ русскія мѣры сыпучихъ и жидкихъ тѣлъ слѣдующимъ образомъ: гарнецъ вмѣщаетъ 8 фунтовъ, а ведро 30 фунтовъ дестиллированной воды при температурѣ $16^2/_3$°C. Согласно изслѣдованiямъ Thiesen'а, Scheel'я и Dresselhorst'а отношенiе объема нѣкоторой массы воды при температурѣ наибольшей плотности къ ея объему при температурѣ $16^2/_3$°C есть

$$1:1{,}0011741.$$

Всѣ вычисленiя должны быть мотивированы; это значитъ, долженъ быть указанъ ходъ вычисленiй съ доказательствомъ ихъ правильности и ихъ цѣлесообразности въ смыслѣ экономiи труда.

Было бы интересно также опредѣлить, какова наибольшая точность, съ которой перечисленныя выше отношенiя могутъ быть вычислены на основанiи принятыхъ закономъ основныхъ отношенiй.

Срокъ работы шесть мѣсяцевъ,—т. е. статьи, предназначенныя для печати должны быть доставлены въ редакцiю не позже 1-го мая 1901-го года.

Ред.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Метеорологiя верхнихъ слоевъ атмосферы. Девяностые годы истекающаго столѣтiя ознаменовались предпрiятiемъ, научное значенiе котораго во всей его мѣрѣ трудно пока еще и оцѣнить. Это—систематическое и планомѣрное изслѣдованiе верхнихъ слоевъ атмосферы для цѣлей метеорологiи помощью воздушныхъ шаровъ и летающихъ змѣевъ. Въ послѣднее время появился цѣлый рядъ изслѣдованiй, содержащiй въ себѣ результаты разработки данныхъ, полученныхъ при полетахъ на воздушныхъ шарахъ съ наблюдателями или записей регистрирующихъ метеорологическихъ приборовъ, во время полетовъ шаровъ-sond'овъ (безъ наблюдателей) и змѣевъ. Сюда относятся прежде всего появившiяся еще въ 1898 году работы: W. Fonviell'я—„Ballons-sondes", въ которой авторъ излагаетъ метеорологическiе результаты одновременныхъ международныхъ воздушныхъ полетовъ, произведенныхъ въ 1893—1898 г.г., и Le Codet—„Etude sur le champ electrique de l'atmosphaire", проливающая по даннымъ тѣхъ же полетовъ новый свѣтъ на распредѣленiе напряженiй электрическаго поля атмосферы. Въ 1899 году метеорологическая литература обогатилась рядомъ изслѣдованiй, опубликованныхъ Blue-Hill'ской Обсерваторiей (въ штатѣ Massuchusets, U. S. North America), гдѣ мы находимъ тщательную разработку „змѣевыхъ" наблюденiй и, наконецъ, почти на дняхъ въ Германiи вышло капитальнѣйшее изслѣдованiе, представляющее собою результатъ коллективной работы по изслѣдованiю верхнихъ слоевъ атмосферы помощью привязныхъ и свободныхъ воздушныхъ шаровъ, произведенной членами Берлинскаго Verein'а zur Förderung der Luftschiffort, съ предсѣдателемъ Verein'а профессоромъ D-r Richard

Assmann'омъ во главѣ. Послѣднее изслѣдованіе состоитъ изъ 3-хъ обширныхъ томовъ in folio со множествомъ чертежей и рисунковъ и заключаетъ въ себѣ, кромѣ историческаго очерка метеорологическаго воздухоплаванія, подробное описаніе 75 воздушныхъ полетовъ, произведенныхъ Verein'омъ въ періодъ времени съ 1888 по 1899 гг. и, наконецъ, изложеніе научныхъ результатовъ, полученныхъ при разработкѣ наблюденій. Въ этомъ послѣднемъ отдѣлѣ (весь III-ій томъ—39 листовъ текста) мы находимъ статьи D-r. A. Berson'a—„О распредѣленіи температуры и вѣтра по вертикальному направленію“, D-r. Assmann'a—„О распредѣленіи радіаціи солнца“, D-r. Säring'a—„О распредѣленіи водяного пара въ атмосферѣ и объ образованіи облаковъ“, D-r. Börnstein'a —Объ атмосферномъ электричествѣ и, наконецъ, заключительную статью о термодинамическихъ процессахъ въ атмосферѣ, принадлежащую перу извѣстнаго знатока атмосферной термодинамики —проф. W. Bezold'a. Результаты, сообщенные названными авторами, настолько интересны, что мы въ послѣдующихъ номерахъ „Вѣстника“ имѣемъ въ виду помѣстить рядъ очерковъ, посвященныхъ изложенію этихъ результатовъ, временами проливающихъ совершенно новый свѣтъ на многіе до сихъ поръ темные вопросы метеорологіи.

Происхожденіе солнечныхъ пятенъ по изслѣдованію E. Oppolzer'a должно быть безусловно отнесено за счетъ явленія лучеиспусканія. Причиной болѣе сильнаго излученія и соотвѣтственнаго охлажденія болѣе низкихъ слоевъ является перегрѣваніе высшихъ слоевъ солнечной атмосферы и вызываемая этимъ большая ихъ прозрачность; въ то время какъ источникъ сильнаго нагрѣванія надо искать въ нисходящихъ потокахъ газовъ. Далѣе обращаетъ на себя вниманіе параллелизмъ въ ходѣ непродолжительныхъ 3—4 мѣсячныхъ періодовъ солнечныхъ пятенъ—съ одной стороны и сильнодѣйствующихъ планетныхъ констелляцій—съ другой, параллелизмъ, который можетъ быть прослѣженъ на пространствѣ цѣлыхъ десятилѣтій съ 1830 по 1898 годъ.

Прив. Доц. *Л. Даниловъ.*

† Эдуардъ Келеръ. 12-го августа 1900 года скончался на 48-омъ году жизни астрономъ James Edward Keeler, директоръ Ликской обсерваторіи (Сѣверо-Американскіе Соединенные Штаты, Огіо). Покойный извѣстенъ своими работами по спектральному анализу, въ особенности работами о строеніи туманностей, имѣющими серьезное значеніе для космогоніи. Одно время Keeler былъ директоромъ Аллеганской обсерваторіи, гдѣ работалъ при помощи 13-ти-дюймоваго рефрактора, а два года тому назадъ былъ приглашенъ въ Ликскую обсерваторію, гдѣ, какъ извѣстно, находится 36-ти-дюймовый рефракторъ.

Д. Шоръ (Геттингенъ).

РЕЦЕНЗІИ.

В. Нернстъ проф. физ. химіи и **А. Шёнфлисъ** проф. математики въ Геттингенскомъ университетѣ. „Краткій и элементарный курсъ дифференціальнаго и интегральнаго исчисленій для физиковъ, химиковъ и натуралистовъ". Переводъ со второго дополненнаго изданія **Д. К. Добросердова** подъ редакціей и съ предисловіемъ заслуженнаго профессора Казанскаго Университета **А. В. Васильева.** Москва. Изд. А. II. Ненашева. По обычаю типографій книга помѣчена 1901 г. 349 стр. 8°. Цѣна 2 руб.

Въ послѣднее время ознакомленіе съ основами математическаго анализа становится для натуралистовъ, въ особенности для физиковъ и химиковъ, насущной потребностью. Почти во всѣхъ русскихъ университетахъ читаются краткіе курсы анализа, предназначенные для студентовъ естественниковъ. Среди послѣднихъ молодые люди, знакомящіеся—иногда довольно основательно— съ математическимъ анализомъ, не представляютъ уже рѣдкаго исключенія. При такихъ условіяхъ нельзя не порадоваться появленію въ русскомъ переводѣ учебника, идущаго на встрѣчу этой назрѣвающей потребности. Книга написана двумя авторитетныммн учеными и въ короткое время выдержала въ Германіи два изданія. Она содержитъ даже больше, чѣмъ это можно заключить изъ ея заглавія: авторы хотѣли, очевидно, изложить въ своемъ учебникѣ всѣ важнѣйшія свѣдѣнія изъ математическаго анализа, необходимыя натуралисту и поэтому включили въ него основанія аналитической геометріи, методы интерполяціи, основныя положенія высшей алгебры и т. д. Всѣ изложенные въ курсѣ новыя понятія и пріемы сопровождаются примѣрами изъ физики, механики и химіи (главнымъ образомъ, физической химіи), на которыхъ они выясняются и къ которымъ примѣняются. Въ концѣ книги приложено значительное количество задачъ и примѣровъ для упражненія. Переводъ сдѣланъ весьма тщательно, и проф. А. В. Васильевъ имѣетъ полное основаніе рекомендовать эту книгу не только натуралистамъ, но и лицамъ, которыя нуждаются въ свѣдѣніяхъ изъ математики для изученія нѣкоторыхъ новыхъ сочиненій по политической экономіи.

Что касается деталей, то не всѣ отдѣлы, на нашъ взглядъ, разработаны одинаково хорошо. Въ виду элементарнаго характера этого сочиненія, которое можетъ быть интересно для многихъ читателей нашего журнала, мы считаемъ цѣлесообразнымъ посвятить краткому обзору его нѣсколько страницъ.

Первая глава посвящена аналитической геометріи. Этотъ отдѣлъ по выбору матеріала и по изложенію, на нашъ взглядъ, обработанъ лучше всѣхъ другихъ; намъ кажется только, что среди задачъ на прямую линію слѣдовало бы указать способъ разысканія разстоянія точки отъ прямой и проэкціи прямолинейнаго отрѣзка на заданную ось; обѣ эти задачи слишкомъ часто встрѣчаются въ приложеніяхъ анализа. Мы находимъ также очень страннымъ, что авторы въ этой главѣ не удѣлили *ни единаго* слова аналитической геометріи въ пространствѣ трехъ измѣреній.

Переходя къ обзору слѣдующихъ главъ, посвященныхъ анализу безконечно малыхъ, мы прежде всего формулируемъ точку зрѣнія, которая служитъ основаніемъ всѣхъ дальнѣйшихъ нашихъ соображеній. Намъ кажется, что популярное изложеніе основъ математической дисциплины никогда не должно пренебрегать достаточно точными опредѣленіями основныхъ понятій и строгимъ доказательствомъ *основныхъ* теоремъ. Можно сократить матеріалъ, можно пренебречь деталями, можно даже вовсе уклониться отъ доказательства тамъ, гдѣ это представляетъ значительныя затрудненія, но нельзя давать неточныхъ опредѣленій, нельзя дѣлать необоснованныхъ заключеній (по крайней мѣрѣ, не оговаривая этого), нельзя маскировать истинную трудность доказательства. На нашъ взглядъ, однако, авторы разбираемаго сочиненія иногда довольно серьезно грѣшатъ въ этомъ отношеніи.

Во второй и третьей главѣ устанавливаются понятія о производной, дифференціалѣ, выводятся правила для дифференцированія простѣйшихъ функцій. Опредѣленія производной и выводы основныхъ формулъ дифференцированія сдѣланы съ достаточной строгостью, по крайней мѣрѣ, не хуже, чѣмъ во многихъ хорошихъ учебникахъ, предназначенныхъ для начинающихъ математиковъ. Не доводя до конца разысканія предѣла $\left(1+\frac{1}{\delta}\right)^{\delta}$ при неопред. убывающемъ δ, авторы это оговариваютъ и тѣмъ устраняютъ всякій упрекъ. Но за то слѣдующее опредѣленіе дифференціала представляется намъ въ высшей степени страннымъ.

„*Если мы имѣемъ любую функцію $y = f(x)$ и подъ dx будемъ понимать малое приращеніе x, то dy или $df(y)$ представляетъ то малое приращеніе функціи, которое она испытала бы, еслибы увеличеніе ея отъ значенія x до $x + dx$ происходило равномѣрно; отношеніе же этихъ измѣненій представляетъ дифференціальное частное*“.

Мы рѣшительно не умѣемъ понять, съ какой точки зрѣнія цѣлесообразно замѣнить простое и ясное опредѣленіе рядомъ неопредѣленныхъ, ничего не выражающихъ терминовъ. Если бы авторы желали выяснить роль, которую играетъ дифференціалъ въ приложеніяхъ анализа, то врядъ-ли это можетъ быть достигнуто такимъ опредѣленіемъ. Результаты такого опредѣленія сказываются сейчасъ же: въ § 10 (III гл.), отыскивая производную показательной функціи, авторы пользуются тождествомъ $\frac{dy}{dx} = 1 : \frac{dx}{dy}$, совершенно не оговаривая того, что здѣсь содержится теорема о дифференцированіи обратныхъ функцій, требующая особаго доказательства.

Что касается заимствованныхъ изъ физики и механики примѣровъ, на которыхъ всѣ эти понятія выясняются, то мы считаемъ необходимымъ отмѣтить слѣдующее обстоятельство. Намъ кажется чрезвычайно важнымъ въ вопросахъ физики и механики строго отличать фактическую сторону дѣла отъ условной. Между тѣмъ это различие вовсе не оттѣняется авторами; мѣстами обнаруживается даже смѣшеніе понятій. Такъ, опредѣляя скорость точки, движущейся неравномѣрно, авторы сравниваютъ, какъ это обыкновенно дѣлаютъ, движеніе ея съ движеніемъ вспомогательной точки, которая, проходя одновременно съ данной рядъ интерваловъ, движется на протяженіи каждаго интервала равномѣрно. Затѣмъ слѣдуетъ такое разсужденіе:

„Чѣмъ меньше значеніе τ (времени, въ которое обѣ точки проходятъ одинъ интервалъ) тѣмъ больше становится приближеніе; полное совпаденіе движенія вспомогательной точки съ движеніемъ свободнаго паденія опять наступаетъ тогда, когда τ приметъ значеніе нуля, когда $\tau = 0$. Это сліяніе двухъ движеній въ его послѣдней фазѣ настолько же неуловимо для представленія, какъ и переходъ многоугольника въ параболу; *наша формула даетъ его опять;* если положимъ $\tau = 0$, то получается *точное значеніе* скорости v для времени t.“ (Стр. 59).

Намъ кажется, что нельзя щадить ни мѣста ни труда, чтобы выяснить начинающему *условный* смыслъ равенства $v = \frac{ds}{dt}$; предыдущія же разсужденія могутъ служить только для выясненія основаній такого соглашенія. Между тѣмъ этому равенству приписывается значеніе *факта*. Такъ какъ тотъ же пріемъ проходитъ черезъ цѣлый рядъ аналогичныхъ случаевъ, то мы считаемъ это серьезнымъ недостаткомъ сочиненія.

Изложивъ въ третьей главѣ основные пріемы дифференцированія, авторы непосредственно переходятъ къ интегральному исчисленію. Быть можетъ, непосредственное сопоставленіе двухъ обратныхъ процессовъ—интегрированія и дифференцированія очень цѣлесообразно. Но все-же намъ кажется, что нѣкоторыя общія свойства производной, напр. теорему, выражаемую равенствомъ

$$\Delta y = \Delta x f'(x + \Theta \Delta x)$$

слѣдовало бы предварительно привести. Результаты-же такого пробѣла сказываются сейчасъ же. Опредѣливъ понятіе объ интегралѣ даннаго дифференціала, авторы указываютъ, что если функція $F(x)$ удовлетворяетъ уравненію $dF(x) = f(x)dx$, то ему удовлетворяетъ также функція $F(x) + C$; отсюда дѣлается выводъ, что $F(x) + C$ есть наиболѣе общій видъ интеграла. Такое смѣшеніе прямой и обратной теоремы, на нашъ взглядъ, и въ элементарномъ курсѣ непозволительно; но авторы къ этому вынуждены, такъ какъ они лишили себя средствъ для доказательства предложенія. Относительно матеріала, который разбирается въ этихъ главахъ, мы укажемъ на два пункта: во-первыхъ, при интегрированіи раціональныхъ дробей разсмотрѣны случаи, когда знаменатели состоятъ изъ двухъ и трехъ линейныхъ множителей; намъ кажется, что можно было бы, *не удѣляя этому вопросу больше мѣста*, указать общій пріемъ разложенія дроби, тогда знаменатель распадается на линейные множители; во-вторыхъ, намъ представляется очень страннымъ, что авторы разбирая даже рядъ случаевъ интегрированія ирраціональныхъ дифференціаловъ, вовсе не останавливаются на раціональныхъ дифференціалахъ съ квадратичнымъ знаменателемъ, не разлагающимся на дѣйствительные линейные множители.

Шестая глава посвящена опредѣленнымъ интеграламъ. Опредѣленный интегралъ опредѣляется эйлеровскимъ пріемомъ; аналитическаго доказательства, что онъ представляетъ собой предѣльное значеніе суммы ряда слагаемыхъ, не дано. Вслѣдствіе этого, разыскивая площадь кривой, работу въ динамическомъ процессѣ, энергію, поглощаемую или выдѣляемую при реакціи, авторы всегда вынуждены предположить существованіе соотвѣтствующихъ функцій, найти ея производную и такимъ образомъ привести задачу къ интегрированію.

Слѣдующія три главы содержатъ теорію производныхъ высшихъ порядковъ и приложенія дифференціальнаго исчисленія. Приложенія эти разобраны обстоятельно и изложены ясно; на одно только обстоятельство мы считаемъ нужнымъ обратить вниманіе. Ряды Тайлора и Макъ-Лорена выведены способомъ неопредѣленныхъ коэффиціентовъ, дифференцированіемъ рядовъ. Остаточный членъ вовсе не выводится. Выводъ остаточнаго члена ряда Тайлора, конечно, представляетъ собой одинъ изъ наиболѣе трудныхъ моментовъ въ дифференціальномъ исчисленіи; но, по нашему мнѣнію, есть трудности, которыхъ нельзя обходить, и выводъ остаточнаго члена ряда Тайлора принадлежитъ къ числу таковыхъ. Изученіе анализа не можетъ быть свободно отъ нѣкоторыхъ трудностей и съ этимъ *должны* считаться какъ тѣ, которые приступаютъ къ изученію этой науки, такъ и тѣ, которые пишутъ для нихъ учебники. Не имѣть понятія объ остаточномъ членѣ ряда Тайлора значитъ не понимать условій примѣнимости его къ разложенію функцій въ ряды.

Десятая глава, въ которой изложено рѣшеніе численныхъ уравненій, на нашъ взглядъ, наиболѣе удалась; но слѣдующая глава, заключающая методы интерполяціи, по нашему мнѣнію, совершенно недоступна читателю съ такой подготовкой, на какую разсчитаны остальныя главы. Наконецъ, въ послѣдней небольшой главѣ на нѣсколькихъ примѣрахъ, заимствованныхъ изъ механики и физической химіи, дается понятіе о дифференціальныхъ уравненіяхъ, къ которымъ эти вопросы приводятъ, и указываются пріемы ихъ интегрированія. Роль дифференціальныхъ уравненій въ приложеніяхъ анализа такъ важна, что на нихъ, въ сущности, долженъ быть сосредоточенъ весь интересъ лица, изучающаго анализъ съ цѣлью понимать его примѣненіе къ различнымъ отраслямъ естествознанія. Поэтому мы находимъ страннымъ, что авторы удѣлили только нѣсколько страницъ этому кардинальному вопросу. Ни общаго понятія о дифференціальныхъ уравненіяхъ и ихъ интегралахъ, ни какихъ бы то ни было указаній на сколько нибудь общіе пріемы ихъ интегрированія мы не находимъ.

Мы позволимъ себѣ еще одно указаніе общаго характера. Одно изъ важнѣйшихъ достоинствъ дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія заключается въ томъ, что они, оперируя надъ безконечно малыми величинами, приводятъ въ конечномъ результатѣ не къ приближеннымъ, а къ безусловно точнымъ выводамъ. Оттѣнить это обстоятельство составляетъ, на нашъ взглядъ, безусловную обязанность каждаго, кто пишетъ учебникъ анализа. Эта идея высказана и авторами разбираемой книги, но высказана, по ихъ собственному выраженію, вскользь *) и почти голословно. У читателя, проштудиро-

*) См. стр. 205 строка 8 снизу.

вавшаго это сочиненіе, остается напротивъ того впечатлѣніе, что мы постоянно пренебрегаемъ тѣми или другими величинами, что мы постоянно получаемъ приближенные результаты.

Мы сдѣлали цѣлый рядъ указаній на слабыя стороны книги; это не мѣшаетъ намъ, конечно, остаться при высказанномъ раньше убѣжденіи, что книга эта будетъ въ высокой степени полезна. Соединить доступную обработку сложныхъ вопросовъ анализа съ точностью изложенія, соединить обстоятельное выясненіе этихъ вопросовъ съ такими размѣрами сочиненія, которые не устрашали бы читателя,—задача въ высшей степени трудная. Право научной критики — указать требованія, которыя должны быть поставлены сочиненіямъ этого рода; но во-первыхъ, много легче воспользоваться этимъ правомъ, нежели справиться съ подобнаго рода задачей; во-вторыхъ, самые взгляды и требованія, конечно, субъективны.

Пр. Доц. *В. Каганъ* (Одесса).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Назначеніе проф. Кнезера. Бывшій профессоръ математики Юрьевскаго Университета д-ръ *Кнезеръ* назначенъ профессоромъ Горной Академіи въ Берлинѣ.

Пріемъ русскихъ въ берлинскій политехникумъ. Какъ сообщаетъ журналъ „Hochschul-Nachrichten", въ Берлинскомъ Политехникумѣ вывѣшено объявленіе слѣдующаго содержанія: „Въ Берлинскій Политехникумъ будутъ приниматься отнынѣ только такіе русскіе подданные, которые обладаютъ достаточнымъ аттестатомъ зрѣлости (подъ этимъ терминомъ, очевидно, подразумѣвается аттестатъ русской гимназіи или семи классовъ реальнаго училища) и *были уже студентами какого либо высшаго спеціальнаго учебнаго заведенія Россіи, или получили право на посѣщеніе таковаго*". Такимъ образомъ для поступленія въ Берлинскій Политехникумъ необходимо выдержать въ Россіи экзаменъ при какомъ-либо высшемъ спеціальномъ учебномъ заведеніи. *)

ЗАДАЧИ.

№ 13. Рѣшить треугольникъ по углу A, медіанѣ m_a и периметру $2p$ ортоцентрическаго треугольника, обнаружить аналитически что геометрически задача разрѣшается при помощи циркуля и линейки и указать построеніе.

С. Шатуновскій (Одесса).

*) Чтобы установить этотъ фактъ, редакція сдѣлала запросъ ректору Берлинскаго Политехникума и по полученіи отвѣта сообщитъ о немъ читателямъ.

№ 14. Извѣстно, что корень квадратный изъ цѣлаго положительнаго числа A, которое не есть точный квадратъ, разлагается въ смѣшанную періодическую непрерывную дробь; періодъ этой дроби начинается непосредственно послѣ перваго частнаго, и послѣднее частное періода вдвое болѣе перваго частнаго непрерывной дроби. *)

Пользуясь этимъ предложеніемъ, рѣшить слѣдующую задачу. Даны число N различныхъ дѣлителей цѣлаго числа m и число n неточныхъ квадратовъ, заключенныхъ между m^2 и $(m+1)^2$ и дающихъ при развертываніи корня квадратнаго изъ нихъ въ непрерывную дробь двѣ цифры въ періодѣ. Найти наивысшую степень 2-хъ, на которую дѣлится m.

Е. Буницкій (Одесса).

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 637. На ребрахъ SA, SB, и SC прямого трехграннаго угла взяты соотвѣтственно точки a, b и c такъ, что треугольникъ abc равенъ нѣкоторому данному треугольнику. Построить отрѣзки Sa, Sb и Sc.

С. Шатуновскій (Одесса).

№ 638. Даны окружность и уголъ ABC. Провести черезъ точку B окружность, касательную къ данной окружности и отсѣкающую отъ даннаго угла треугольникъ, подобный данному.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 639. Въ треугольникѣ ABC проведены высоты BB' и CC' и изъ основаній ихъ B' и C' опущены перпендикуляры $B'B''$ и $C'C''$ соотвѣтственно на высоты CC' и BB'. Показать, что

$$\overline{B'C'}^2 = BC.B''C''.$$

(Заимств.) *Я. Полушкинъ* (Знаменка).

№ 640. Рѣшить систему уравненій:

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = x - \sqrt{xy} + 2$$

$$3(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 3\sqrt{xy} + y - 7.$$

(Заимств.) *Д. Е.*

*) См. статью В. К. „Разлож. корней кв. уравненія въ непрерывную дробь“. „Вѣстникъ“ №№ 23 и 24.

№ 641. Въ калориметръ съ 3 килограммами льда при 0^0 помѣщена катушка, на которой намотано 500 метровъ мѣдной проволоки вѣсомъ въ 2 килограмма. Сколько надо впустить въ калориметръ водяного пара при 100^0, чтобы окончательная температура была такая, при которой удлиненіе проволоки равно 8,5 см.?

Коэффиціентъ расширенія мѣди $\alpha = 0,000017$, удѣльная теплота ея $c = 0,1$.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 499 (3 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\mathrm{tg}[\mathrm{ctg}x] = \mathrm{ctg}[\mathrm{tg}x].$$

Положимъ

$$\mathrm{tg}x = y.$$

Тогда

$$\mathrm{tg}\,\frac{1}{y} = \mathrm{ctg}y = \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - y\right),$$

а потому

$$\frac{1}{y} = \frac{\pi}{2} - y + n\pi, \qquad (1)$$

гдѣ n произвольное цѣлое число, равное нулю, положительное или отрицательное.

Освобождая уравненіе (1) отъ знаменателей и дѣлая приведеніе, получимъ квадратное уравненіе, изъ котораго находимъ значенія y:

$$y = \mathrm{tg}x = \frac{(2k+1)\pi \pm \sqrt{(2k+1)^2\pi^2 - 16}}{4} \qquad (2).$$

Для того, чтобы y было величиной дѣйствительной, необходимо и достаточно, чтобы имѣло мѣсто одно изъ неравенствъ:

$$k > 0,\; k < -1.$$

Изъ уравненія (2) слѣдуетъ, что

$$x = \mathrm{arctg}\frac{(2k+1)\pi \pm \sqrt{(2k+1)^2\pi^2 - 16}}{4} = \mathrm{arctg}\alpha + m\pi,$$

гдѣ m—произвольное цѣлое число, и α — одно изъ значеній x, удовлетворяющихъ равенству (2).

А. Варенцовъ (Ростовъ на Дону).

№ 509 (3 сер.), *Рѣшить уравненіе:*

$$x^4+ax^3+bx^2+\frac{a}{2}\left(b-\frac{a^2}{4}\right)x+c=0.$$

Полагая

$$x=y-\frac{a}{4}, \tag{1}$$

находимъ:

$$\left(y-\frac{a}{4}\right)^4+a\left(y-\frac{a}{4}\right)^3+b\left(y-\frac{a}{4}\right)^2+\frac{a}{2}\left(b-\frac{a^2}{4}\right)\left(y-\frac{a}{4}\right)+c=0. \quad (2).$$

Это уравненіе есть биквадратное относительно y, такъ какъ въ немъ коэффиціенты y^3 и y, равные соотвѣтственно выраженіямъ

$$-4\cdot\frac{a}{4}+a=0,$$

$$-4\cdot\left(\frac{a}{4}\right)^3+3a\left(\frac{a}{4}\right)^2+2b\cdot\frac{a}{4}+\frac{a}{2}\left(b-\frac{a^2}{4}\right)=0,$$

оказываются послѣ приведенія равны нулю. Рѣшивъ уравненіе (2) находимъ четыре значенія y, подставляя которыя въ уравненіе (1), получимъ соотвѣтственныя значенія x.

А. Варенцовъ (Ростовъ на Дону); *С. Адамовичъ* (Двинскъ).

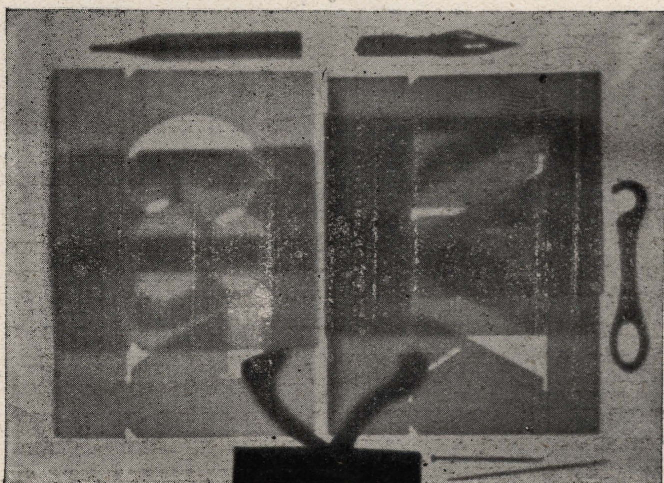
ОТЪ РЕДАКЦІИ.

Настоящій номеръ вышелъ пятью днями позже срока вслѣдствіе опозданія клише, заказаннаго въ Берлинѣ.

Редакторъ **В. А. Циммерманъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса, 5-го Декабря 1900 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.



Обложка
ищется

Обложка
ищется