Обложка
ищется

Обложка
ищется

XIX Сем. 10-го сентября 1895 г. № 3.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 219.

Михаилъ Петровичъ Авенаріусъ.

Некрологъ.

4-го тек. сентября скончался въ Кіевѣ заслуженный профессоръ экспериментальной физики Михаилъ Петровичъ Авенаріусъ (родной братъ писателя), пользовавшійся въ свое время громкою извѣстностью какъ ученый и какъ превосходный лекторъ, лекціи котораго въ теченіе многихъ лѣтъ привлекали въ физическую аудиторію университета Св. Владиміра многочисленныхъ слушателей и даже студентовъ иныхъ факультетовъ.

Мучительная и продолжительная болѣзнь уже съ конца 70 годовъ подтачивала силы и безъ того не особенно крѣпкаго организма, и послѣдніе годы профессорской дѣятельности покойнаго надо признать подвигомъ, оцѣнить который могли лишь тѣ изъ ближе знавшихъ его, кому было извѣстно, какія физическія страданія приходилось переносить ему, не имѣвшему подчасъ силъ держаться на ногахъ, какъ во время самихъ лекцій, такъ и послѣ нихъ. Но мнѣ, какъ бывшему ученику незабвеннаго Михаилъ Петровича, живо припоминается и болѣе ранняя эпоха—эпоха блистательныхъ лекцій и прекрасно обставленныхъ опытовъ, которые онъ всегда самъ подготовлялъ наканунѣ, засиживаясь нерѣдко съ своимъ помощникомъ до поздней ночи въ физическомъ кабинетѣ, эпоха, въ которую имъ была создана физическая лабораторія, пріобрѣвшая почетную извѣстность въ наукѣ самостоятельными работами по изученію критическаго состоянія тѣлъ какъ самого руководителя, такъ и учениковъ его, изъ коихъ достаточно назвать бывшаго профессора Ново-Александрійской Академіи Заіончевскаго, безвременно скончавшагося на 28 году жизни Надеждина*) и бывшаго директора Новозыбковскаго реальнаго училища К. Н. Жука.

Какъ выдающійся физикъ, М. П. пріобрѣлъ извѣстность уже въ 1865 г. когда имъ была защищена въ С.-Петербургскомъ университетѣ магистерская диссертація, озаглавленная „О термоэлектричествѣ". Въ этой работѣ онъ далъ простое и изящное толкованіе фактамъ измѣненія въ нѣкоторыхъ случаяхъ направленія термоэлектрическаго тока при измѣненіи температуръ спаевъ, фактамъ, извѣстнымъ еще со временъ Зеебека и подтвержденнымъ опытами Ганкеля, Гогена, Кумминга, Беккереля и въ особенности Томсона. Исходя изъ допущенія Клаузіуса, что электровозбудительная сила прикосновенія двухъ разнородныхъ металловъ есть функція температуры, М. П. Авенаріусъ предполагаетъ эту функцію разложенною въ рядъ по возрастающимъ степенямъ температуры

$$\mathrm{E} = a + bt + ct^2 + \cdot \cdot \cdot \cdot,$$

гдѣ a, b, c, ... постоянныя, зависящія отъ свойствъ соприкасающихся металловъ, и доказываетъ въ помянутой диссертаціи, что всѣ явленія термоэлектричества могутъ быть объяснены удовлетворительно, когда въ разложеніи Е по степенямъ t ограничимся тремя первыми членами. При этомъ электровозбудительная сила термоэлектрической пары, обусловливаемая разностью электровозбудительныхъ силъ въ обоихъ спаяхъ, выразится

$$\mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2 = b(t_1 - t_2) + c(t_1^2 - t_2^2)$$

или

$$\mathrm{E}_1 - \mathrm{E}_2 = (t_1 - t_2)\{b + c(t_1 + t_2)\}, \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (1)$$

откуда прямо видно, что эта электрическая разность можетъ обращаться въ нуль не только при $t_1 = t_2$, т. е. при равенствѣ температуръ спаевъ, но и при условіи

$$t_1 + t_2 = -\frac{b}{c},$$

т. е. когда сумма тѣхъ же температуръ достигаетъ нѣкоторой опредѣленной величины, что и было доказано опытами Томсона, назвавшаго полусумму $\frac{t_1 + t_2}{2}$ *нейтральною* температурой данной пары металловъ.

Не трудно видѣть, что при такомъ допущеніи нейтральная температура представитъ то значеніе t, при которомъ трехчленъ

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики" № 2, стр. 16.

$$E = a + bt + ct^2$$

достигаетъ своего наибольшаго значенія; слѣдовательно термоэлектрическаго тока не будетъ въ парѣ также и въ томъ случаѣ, когда полусумма температуръ спаевъ равна той температурѣ, при которой электрическая разность этой пары достигаетъ своего maximum.

Замѣчу здѣсь, что формула (1), провѣренная цѣлымъ рядомъ весьма тонкихъ и тщательныхъ опытовъ самимъ авторомъ, давно вошла во многіе учебные курсы физики и носитъ названіе *„формулы Авенаріуса“*. Исключеніе составляютъ, какъ обыкновенно, англичане, приписывающіе установленіе этой формулы своему соотечественнику—Тэту.

Вскорѣ послѣ окончанія этой работы, а именно въ 1866 г. М. П. была представлена для полученія степени доктора физики диссертація подъ заглавіемъ: „Объ электрическихъ разностяхъ металловъ при различныхъ температурахъ“, въ которой тотъ же вопросъ подвергнутъ болѣе подробному экспериментальному изслѣдованію и изложена серія опытовъ, послужившихъ автору для численнаго опредѣленія коэффиціентовъ a, b и c для нѣсколькихъ паръ (именно: нейзильбера и стали, стали и цинка, цинка и мѣди, мѣди и стали). Изъ этихъ опытовъ вытекаетъ, между прочимъ, какъ слѣдствіе, что электровозбудительный рядъ Вольты можно считать неизмѣняемымъ и его законъ справедливымъ для всѣхъ температуръ, и что, напротивъ того, термоэлектрическій рядъ измѣняется съ температурой.

Вскорѣ послѣ того какъ съ каѳедрой физики въ Кіевскомъ университетѣ (1865 г.) къ М. П. Авенаріусу перешло завѣдываніе и физическимъ кабинетомъ, онъ предпринялъ рядъ экспериментальныхъ изслѣдованій надъ критическимъ состояніемъ тѣлъ, благодаря коимъ вопросъ этотъ, до того времени еле затронутый опытами Каньяръ Де Латура и Андревса, получилъ сразу интересъ одного изъ важнѣйшихъ нынѣ отдѣловъ физики. Главная заслуга М. П. заключалась въ томъ, что онъ указалъ новый пріемъ опредѣленій критическихъ температуръ, давленій и объемовъ, слѣдуя которому какъ онъ самъ такъ и ученики его могли въ теченіе какихъ нибудь нѣсколькихъ лѣтъ собрать весьма цѣнный для дальнѣйшихъ изысканій матеріалъ. Не останавливаясь подробно на этихъ работахъ физической лабораторіи, руководимой М. П., и отсылая читателей, интересующихся этимъ вопросомъ, къ оригинальной статьѣ самого М. П.: „Критическое состояніе тѣлъ“, помѣщенной въ 1-мъ томѣ „Журнала Элем. Математики“ (стр. 89—100), гдѣ изложены главнѣйшіе результаты, или къ подробнымъ курсамъ физики, въ коихъ работамъ этимъ отведено почетное мѣсто, замѣчу только, что эти трудныя опытныя опредѣленія элементовъ критическаго состоянія жидкостей, результатами коихъ воспользовались другіе физики, продолжавшіе разработку этого вопроса, были первою причиною болѣзни, разрушившей окончательно здоровье М. П. Я помню то время, когда онъ по нѣскольку часовъ подрядъ проводилъ ежедневно въ одной изъ комнатъ своей лабораторіи, среди зажженныхъ газовыхъ горѣлокъ и накаленныхъ жестяныхъ Магнусовскихъ ваннъ, въ невыносимо высокой температурѣ, въ сухой и переполненной углекислотою атмосферѣ, все время на ногахъ, терпѣливо слѣдя за показаніями термометровъ, съ карандашомъ въ рукѣ для записыванія измѣненій объема и пр. Другой физикъ, Врублевскій, пріобрѣвшій европейскую извѣстность своими изысканіями въ той же области, заживо сгорѣлъ въ Краковѣ, опрокинувъ на себя въ своей лабораторіи по неосторожности керосиновую лампу*), а М. П. — можно сказать — сгорѣлъ медленно, и, слѣдовательно, болѣе мучительно, на неблагодарномъ посту піонера, пролагавшаго въ эту область новую дорогу. Ранняя смерть ученика его и послѣдователя А. И. Надеждина была, по всей вѣроятности, также слѣдствіемъ перенятой имъ отъ своего руководителя готовности жертвовать здоровьемъ ради науки, ибо, продолжая тѣ же работы, онъ точно также подорвалъ здоровье среди тѣхъ же горѣлокъ, термометровъ, манометровъ и пр.

Въ началѣ 80-хъ годовъ, не имѣя болѣе силъ работать по прежнему, М. П. не переставалъ однакожъ руководить занятіями другихъ въ своей лабораторіи, предоставляя имъ всецѣло пользоваться добытыми результатами. Въ этомъ отношеніи это былъ истинный джентельменъ, крайняя противоположность тѣмъ директорамъ лабораторій, которые, задавъ ученику тему для разработки, не стѣсняются потомъ, въ случаѣ интереснаго результата, опубликовать таковой отъ своего имени.

Послѣдней экспериментальной работой М. П. было опредѣленіе поляризаціи электродовъ (платиновыхъ, угольныхъ и пр.) въ нѣсколькихъ жидкостяхъ, что привело его къ идеѣ практическаго примѣненія такъ называемыхъ „поляризаторовъ“ къ вопросу о дѣленіи тока (альтернативнаго) при устройствѣ электрическаго освѣщенія. Пріемъ этотъ былъ демонстрированъ на всемірной Парижской 1881 года выставкѣ и удостоенъ награды (офицерскаго ордена Почетнаго Легіона).

Въ томъ же 1881 году (или быть можетъ нѣсколько раньше) въ умѣ М. П. зародилась идея неизбѣжности существованія электрическихъ волнъ и лучей, о чемъ, вѣроятно, мало кому было даже извѣстно. О Герцѣ и его знаменитыхъ опытахъ тогда еще не было рѣчи, тѣмъ не менѣе М. П. неоднократно высказывалъ мысль, что между электричествомъ и свѣтомъ должна существовать полная аналогія. Мало того, чувствуя себя окончательно разслабленнымъ и лишеннымъ возможности предпринять лично какіе бы то ни было опыты для выясненія этого крайне важнаго вопроса, онъ старался заинтересовать имъ другихъ. Въ то время я состоялъ своекоштнымъ стипендіатомъ по каѳедрѣ физики при

*) См. „В. О. Ф.“ № 49, V с. стр. 10.

Кіевскомъ университетѣ и на эту тему мы много бесѣдовали съ незабвеннымъ М. П.; тогда же онъ и поручилъ мнѣ приготовить одинъ изъ предварительныхъ опытовъ, при посредствѣ котораго онъ ожидалъ получить „электрическій лучъ". Къ сожалѣнію, опытъ этотъ, отнявшій не мало времени, не далъ опредѣленнаго результата. Когда М. П. лично въ этомъ убѣдился, онъ только засмѣялся, и, помню, сказалъ: „что жъ! Теперь по крайней мѣрѣ знаемъ, что были на плохой дорогѣ, и что съ машиной Гольца и электрометромъ ничего не выйдетъ". Вскорѣ послѣ этого мнѣ пришлось уѣхать изъ Кіева по семейнымъ обстоятельствамъ, и другихъ опытовъ для обнаруженія электрическихъ лучей, сколько мнѣ извѣстно, М. П. уже не предпринималъ. Хотя попытка эта, какъ не увѣнчавшаяся успѣхомъ, и не имѣетъ нынѣ, когда вопросъ о лучахъ электричества рѣшенъ окончательно, никакого значенія, но я бы не счелъ себя въ правѣ умолчать о ней, такъ какъ во всякомъ случаѣ она показываетъ, какимъ мощнымъ умомъ обладалъ этотъ человѣкъ, котораго теперь смерть, а раньше еще тяжелая болѣзнь такъ рано отняли у науки.

Не могу также не упомянуть о той отзывчивости, какую встрѣчали въ покойномъ М. П. вообще научные вопросы и занятія. Физикъ по спеціальности, онъ не былъ однакожъ узкимъ до того спеціалистомъ, чтобы игнорировать остальныя области естествознанія; такъ, пока могъ, онъ принималъ всегда дѣятельное участіе въ дѣлахъ Кіевскаго Общества Естествоиспытателей, коего нѣкоторое время онъ состоялъ предсѣдателемъ. Когда возникла мысль объ основаніи отдѣльнаго Физико-Математическаго Общества, онъ немедленно присоединился къ числу членовъ-учредителей, хотя и не былъ уже въ состояніи посѣщать засѣданій этого общества. Когда проф. Ермаковъ основалъ въ Кіевѣ свой „Журналъ Элементарной Математики", М. П. былъ однимъ изъ первыхъ его сотрудниковъ, потому что сочувствовалъ идеѣ подобнаго журнала, не смотря даже на то, что, вообще говоря, онъ не любилъ писать и писалъ по возможности мало. Впослѣдствіи, когда журналъ этотъ былъ преобразованъ въ „Вѣстникъ Оп. Физики", М. П. не переставалъ имъ интересоваться и непрерывно извинялся, что по болѣзненному состоянію не можетъ принимать въ немъ такого участія, какое хотѣлъ бы принимать. Помню однакожъ, когда умеръ его учитель, Кирхгофъ, онъ самъ привезъ это извѣстіе въ нашу редакцію, не взирая на плохую погоду, и написалъ послѣ этого некрологъ*).

М. П., повторяю, не любилъ вообще писать, и навѣрное другіе объ его работахъ написали несравненно больше нежели онъ самъ. Результаты своихъ изслѣдованій онъ помѣщалъ въ сжатомъ видѣ чаще всего въ Анналахъ Поггендорфа, гдѣ онъ реферировалъ также и работы другихъ русскихъ физиковъ. Универси-

*) См. „В. О. Ф." № 28, III с. стр. 73.

тетскаго курса своихъ лекцій онъ не издавалъ, впрочемъ существовали студенческія записки, которыя онъ исправлялъ; но, сколько мнѣ извѣстно, въ печать онѣ не проникли.

Студенты всегда относились къ покойному М. П. съ величайшимъ уваженіемъ и—прямо сказать—съ любовью, все болѣе и болѣе рѣдкою въ наши дни... Это не было слѣдствіемъ какихъ либо поблажекъ, напротивъ—М. П. былъ довольно требовательнымъ на экзаменахъ—это было лишь слѣдствіемъ замѣчательнаго педагогическаго такта и умѣнья дѣлать лекціи физики привлекательными для слушателей. Къ тому же не могло быть тайной и то обстоятельство, что М. П. умѣлъ входить въ положеніе бѣдняковъ и, хотя самъ, обремененный довольно многочисленнымъ семействомъ, велъ жизнь очень скромную и даже разсчетливую, нерѣдко подавалъ руку помощи, безъ лишнихъ разговоровъ, но за то отъ чистаго сердца. Знаю напримѣръ такой фактъ: одинъ изъ бывшихъ учениковъ его, не находя занятій въ Кіевѣ, выѣхалъ искать какой нибудь должности въ Варшаву, гдѣ его вскорѣ обокрали до чиста, такъ что ни выѣхать ни разсчитаться тамъ не было возможности; о таковомъ критическомъ положеніи узналъ отъ товарищей его М. П. и немедленно послалъ ему отъ себя денегъ на выѣздъ. Подобныхъ случаевъ было много и—повторяю—такого человѣка и профессора какъ М. П., даже помимо его научныхъ заслугъ, нельзя было не уважать и не любить искренне. И если Кіевскій университетъ и немногочисленный кружокъ русскихъ физиковъ потеряли съ его смертью выдающагося ученаго и одного изъ наиболѣе популярныхъ профессоровъ, то учащаяся молодежь понесла не менѣе чувствительную потерю, ибо вмѣстѣ съ учителемъ лишилась еще и друга.

М. П. Авенаріусъ былъ сыномъ лютеранскаго пастора; родился въ Царскомъ Селѣ 7 сентября 1835 года; окончивъ С.-Петербургскую 5-ую гимназію, а затѣмъ С.-Петербургскій университетъ въ 1858 году, нѣкоторое время состоялъ сверхштатнымъ учителемъ 2-ой гимназіи. Въ 1862 году выѣхалъ заграницу; тамъ въ теченіе 2-хъ лѣтъ посѣщалъ сначала въ Берлинѣ университетскіе курсы, работая въ лабораторіи профессора Магнуса, а потомъ—въ Гейдельбергѣ—подъ руководствомъ проф. Кирхгофа. Съ 1865 года, когда былъ назначенъ доцентомъ по каѳедрѣ физики, онъ не оставлялъ болѣе Кіева, изрѣдка лишь выѣзжая съ научною цѣлью заграницу, а въ послѣдніе годы—въ деревню на время лѣтнихъ каникулъ для поправленія здоровья. Въ одну изъ своихъ поѣздокъ въ Германію онъ пріобрѣлъ весьма цѣнную физическую библіотеку, въ которой, между прочимъ, имѣется полный комплектъ Видмановскихъ (теперь Поггендорфа) Анналовъ.

За неимѣніемъ въ настоящее время свѣдѣній, не могу сообщить здѣсь читателямъ, какимъ образомъ почтили въ Кіевѣ память этого труженника науки и идеально честнаго человѣка его товарищи профессора и бывшіе ученики. Несомнѣнно, однако, что Кіевскія Общества Естествоиспытателей и Физико-Математическое посвятятъ воспоминаніямъ о М. П. особыя засѣданія и что въ печати вскорѣ появится болѣе подробная оцѣнка научныхъ и педагогическихъ заслугъ покойнаго*). Настоящей же краткой замѣткой, написанной подъ свѣжимъ впечатлѣніемъ газетнаго извѣстія объ этой потерѣ, я хотѣлъ только отъ имени редакціи „Вѣстника Оп. Физики", а также и отъ имени тѣхъ учениковъ М. П., которые, подобно мнѣ, до конца дней своихъ будутъ чтить его память съ благодарностью, сказать здѣсь послѣднее „прости" и послѣднее пожеланіе: „Міръ твоему измученному праху и твоей чистой душѣ".

Эр. Шпачинскій.

СОХРАНЕНІЕ и ПРЕВРАТИМОСТЬ ЭНЕРГІИ.

*(Продолженіе**).*

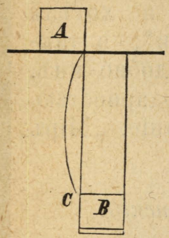
V. Превратимость вѣсовой и кинетической энергій.

§ 31. Вѣсовая энергія тѣла измѣряется произведеніемъ вѣса его на высоту. Въ предыдущемъ изложеніи подразумѣвалось, что высота считается отъ поверхности земли въ томъ мѣстѣ, надъ которымъ тѣло поднято. Однако понятно, что такое опредѣленіе имѣетъ только условное значеніе. Если при вычисленіи работы, которую можетъ произвести мельница, мы принимаемъ въ разсчетъ количество протекающей воды и высоту плотины, то произведеніе вѣса воды на высоту плотины представляетъ всю вѣсовую энергію воды, которая могла бы быть превращена наилучше устроенной мельницей. Но вода, достигшая низшаго уровня, не потеряла всей своей вѣсовой энергіи: въ дальнѣйшемъ теченіи рѣки она будетъ еще спускаться и можетъ произвести еще много работы на мельницахъ, стоящихъ ниже по теченію, пока не достигнетъ уровня моря. Значитъ низшій уровень въ данномъ мѣстѣ не есть безусловно низшій, не есть абсолютный нуль высоты. Уровень моря представляетъ для воды то положеніе, когда она теряетъ всю свою вѣсовую энергію, и тотъ нуль, отъ котораго естественно было бы считать высоты при вычисленіи полной вѣсовой энергіи даннаго количества воды. Но для болѣе плотнаго тѣла уровень моря не представляетъ такого нуля, потому что такое тѣло можетъ спускаться еще ниже. Если бы мы взяли самое низкое мѣсто твердой поверхности земли, то и это мѣсто не представляло бы такого нуля для всякаго тѣла, потому что искусственно мы могли бы опустить его еще ниже и утилизировать (превратить) нѣкоторое количество вѣсовой энергіи, если плотность

*) Мы слышали, что таковая оцѣнка будетъ помѣщена б. проф. Московскаго университета Столѣтовымъ въ одномъ изъ ближайшихъ выпусковъ Журнала Русскаго Физ.-Хим. Общества.

**) См. „В. О. Ф." №№ 217 и 218.

этого тѣла больше плотности находящейся подъ нимъ земли. Въ самомъ дѣлѣ, если бы A (фиг. 20) было такое мѣсто и мы имѣли бы въ немъ одинъ килограммъ свинца, котораго плотность, положимъ, втрое больше плотности находящейся подъ нимъ земли, мы могли бы вырыть яму, положимъ, въ 10 м. глубиной, опустить въ нее данное тѣло и пространство AC снова засыпать землей, придавъ ей прежнюю плотность. Теперь все произошло такъ, какъ будто тѣло опущено на высоту AB, а равное по объему количество земли поднято на ту же высоту. Опусканіе куска свинца съ высоты AB сопровождается тратой вѣсовой энергіи въ 10 килограммометровъ. Равное по объему количество земли вѣситъ по предположенію $^{10}/_3$ килогр.; слѣд. подыманіе этого количества земли порождаетъ $^{10}/_3$ килограммом. вѣсовой энергіи. Вся операція представляетъ трату $^{20}/_3$ килограммом. вѣсовой энергіи и превращеніе ея въ энергію другого рода. При каждомъ дальнѣйшемъ опусканіи даннаго тѣла будетъ происходить все новое превращеніе вѣсовой энергіи до тѣхъ поръ, пока не дойдемъ до такихъ слоевъ земли, которыхъ плотность равна плотности свинца. Подобное же разсужденіе можно примѣнить ко всякому другому твердому или жидкому тѣлу. Итакъ всякое тѣло, или всякая часть тѣла, которыя находятся выше того слоя земли, который имѣетъ одинаковую съ ними плотность, представляютъ запасы превратимой вѣсовой энергіи на землѣ.



Фиг. 20.

Мы постоянно присутствуемъ на земной поверхности при такихъ явленіяхъ, которыя ведутъ къ уменьшенію этихъ запасовъ: горы подмываются, вывѣтриваются и обсыпаются; рѣки размываютъ дно и берега и сносятъ своимъ теченіемъ частицы земли все ниже и ниже, такъ что поверхность земли постоянно сравнивается. Изъ предыдущаго понятно, что вся превратимая вѣсовая энергія на землѣ будетъ израсходована, когда всѣ вещества расположатся концентрическими слоями по степени убывающей плотности отъ центра къ поверхности.

§ 32. Пуля, ударяющая въ толстую деревянную доску, производитъ работу, преодолѣвая сопротивленіе, представляемое сцѣпленіемъ частицъ дерева, пока вся скорость ея не истратится и пуля не остановится. Мы говоримъ тогда, что кинетическая энергія пули потрачена на эту работу. Но положимъ, что доска не стоитъ на мѣстѣ, а движется въ ту же сторону, куда движется пуля, только съ меньшей скоростью. Въ этомъ случаѣ пуля перестанетъ продавливать доску, когда скорость ея сравняется со скоростью доски. Поэтому теперь только часть кинетической энергіи пули потратится на работу—подвергнется превращенію,—а другая часть останется непревратимой. Если масса пули m, скорость ея при ударѣ о доску v, а скорость доски v_1, то количество энергіи, превратимой въ данномъ процессѣ, будетъ

$$\frac{mv^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2}=\frac{m}{2}(v^2-v_1^2)=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{v^2}(v^2-v_1^2),$$

или, называя начальное количество кинетической энергіи черезъ E, количество превратимой энергіи черезъ E_c, непревратимой—E_r, получимъ:

$$E = E\frac{v^2 - v_1^2}{v^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2}.$$

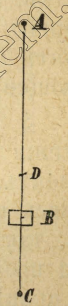
Поэтому пуля скорѣе пробьетъ неподвижно укрѣпленную доску, чѣмъ кусокъ дерева такой же толщины, подвѣшенный на веревкѣ. Этотъ послѣднiй подъ давленiемъ пули прiобрѣтаетъ скорость въ ту же сторону, куда движется пуля; скорость эта все возрастаетъ, скорость же пули уменьшается; когда скорости сравняются, продавливанiе прекращается. Поэтому въ данномъ случаѣ утилизируется только часть кинетической энергiи пули, часть тѣмъ бо̀льшая, чѣмъ меньше v_1, конечная скорость пули и куска дерева. Точно такъ же вѣтряная мельница превращаетъ только часть кинетической энергiи той массы воздуха, которая ударяетъ въ крылья. Часть эта выражается дробью $\frac{v^2 - v_1^2}{v^2}$; она тѣмъ больше, чѣмъ больше v, т. е. начальная скорость вѣтра, и чѣмъ меньше v_1, т. е. скорость движенiя крыльевъ. Но такъ какъ скорость крыльевъ не можетъ равняться нулю, то ни при какомъ устройствѣ мельница не можетъ утилизировать всю живую силу вѣтра.

Итакъ, существеннымъ условiемъ для превратимости кинетической энергiи служитъ существованiе разностей скоростей, или относительныхъ скоростей. Все, что уменьшаетъ эти разности, уменьшаетъ превратимость. Если бы всѣ тѣла получили одну и ту же скорость, живая сила ихъ была бы непревратима.

С. Энергiя сцѣпленiя.

§ 33. Сцѣпленiе есть сила притяженiя между частицами какого либо тѣла. Когда тѣло растягивается, частицы его удаляются другъ отъ друга, т. е. движутся въ стороны, противоположныя дѣйствiю силы сцѣпленiя, эта сила производитъ отрицательную работу, и энергiя ея увеличивается подобно тому, какъ вѣсовая энергiя тяжелаго тѣла увеличивается, когда тѣло подымается. Когда тѣло сжимается, частицы его движутся въ сторону дѣйствiя силы сцѣпленiя, эта сила производитъ положительную работу, и энергiя ея уменьшается, какъ вѣсовая энергiя тяжелаго тѣла уменьшается, когда оно падаетъ на землю.

§ 34. Укрѣпимъ неподвижно одинъ конецъ резиноваго шнурка въ точкѣ А (фиг. 21), а къ другому концу привяжемъ тяжелое тѣло, однако не настолько тяжелое, чтобы шнурокъ разорвался. Когда пустимъ тѣло, шнурокъ растянется, и равновѣсiе установится, когда сила сцѣпленiя въ шнуркѣ станетъ равна вѣсу тѣла. Пусть точка В будетъ положенiе равновѣсiя даннаго тѣла. Потянемъ тѣло внизъ до точки С. Теперь сила сцѣпленiя будетъ больше вѣса тѣла, и когда мы отнимемъ руку, тѣло начнетъ подыматься. Во все время движенiя тѣла отъ С до В сила сцѣпленiя больше вѣса тѣла; слѣд. тѣло все время будетъ двигаться ускоренно, и живая сила его будетъ возрастать. Вмѣстѣ съ тѣмъ тѣло подымается, значитъ вѣсовая энергiя его возрастаетъ. Это приращенiе энергiй вѣсовой и кинетической происходитъ на счетъ энергiи сцѣп-



Фиг. 21.

ленія, такъ какъ шнурокъ сжимается и слѣд. энергія сцѣпленія его уменьшается. Мы имѣемъ, слѣдовательно, превращеніе энергіи сцѣпленія въ два другіе рода: частью въ кинетическую, частью въ вѣсовую.

Въ точкѣ В сила сцѣпленія сравняется съ вѣсомъ тѣла, но вслѣдствіе пріобрѣтенной скорости тѣло не остановится здѣсь, а будетъ продолжать подыматься. Но выше точки В сила сцѣпленія будетъ уже меньше вѣса тѣла, и слѣд. тѣло будетъ двигаться замедленно, пока не остановится, положимъ, въ точкѣ D. На протяженіи отъ В до D скорость тѣла уменьшалась, слѣд. уменьшалась кинетическая энергія тѣла; энергія сцѣпленія также уменьшалась, такъ какъ шнурокъ сжимался, увеличивалась вѣсовая энергія тѣла. Слѣд. здѣсь мы имѣли превращеніе энергіи сцѣпленія и кинетической въ вѣсовую. Остановившись въ точкѣ D, тѣло опять начнетъ опускаться и, если шнурокъ совершенно упругій, снова остановится въ точкѣ С. Не трудно видѣть, что между D и В будетъ происходить превращеніе вѣсовой энергіи въ кинетическую и энергію сцѣпленія, между В и С—вѣсовой энергіи и кинетической въ энергію сцѣпленія. Если шнурокъ совершенно упругій и явленіе происходитъ въ безвоздушномъ пространствѣ, то качанія тѣла между точками С и D будутъ продолжаться безпредѣльно подобно колебаніямъ маятника. Это служитъ доказательствомъ эквивалентности всѣхъ имѣющихъ здѣсь мѣсто превращеній энергій.

D. Теплота.

I. Передача и превращенія теплоты.

§ 35. Теплота переходитъ съ одного тѣла на другое, не измѣняясь въ количествѣ. Каковы бы ни были температуры и другія физическія условія и свойства тѣлъ, каковъ бы ни былъ способъ передачи,—сколько теплоты потеряетъ одно тѣло, столько пріобрѣтетъ другое. Прежде, когда не было развито ученіе объ энергіи, эта неизмѣнность количества теплоты возбуждала представленіе о ней, какъ о нѣкоторомъ веществѣ, невидимомъ, невѣсомомъ и легкоподвижномъ, по отношенію къ которому тѣла представляютъ какъ бы сосуды, въ которые это вещество—теплородъ—можетъ переливаться и изъ которыхъ можетъ выливаться. Но для насъ теперь такое представленіе не представляется необходимымъ, такъ какъ мы знаемъ, что энергія также можетъ переходить съ одного тѣла на другое, не измѣняясь въ количествѣ, и поэтому мы можемъ разсматривать теплоту, какъ особаго рода энергію. Явленія перехода теплоты съ одного тѣла на другое не говорятъ больше въ пользу одного взгляда, чѣмъ въ пользу другого; рѣшающее значеніе имѣютъ здѣсь явленія превращенія теплоты.

§ 36. Когда камень падаетъ съ высоты на землю, во все время паденія происходитъ превращеніе вѣсовой энергіи въ кинетическую. Въ моментъ, когда камень достигаетъ земли, вся вѣсовая энергія превратилась въ кинетическую. Послѣ удара исчезаетъ и кинетическая энергія, такъ что нѣтъ ни той, ни другой. Вмѣсто нихъ является теплота. Это послѣднее явленіе совершенно аналогично первому, такъ что мы въ правѣ разсматривать его, какъ превращеніе кинетической энергіи въ теплоту: нужно только, чтобы между количествами теплоты и кинетической энергіи существовало постоянное отношеніе и чтобы то же отношеніе существовало и для обратныхъ превращеній. Первое было доказано французскимъ физикомъ Гирномъ, который нашелъ, что при паденіи тѣлъ отношеніе количества вѣсовой энергіи (въ килограммометр.) къ количеству развивающейся теплоты (въ большихъ калоріяхъ) постоянно равно 425. Тотъ же Гирнъ и В. Томсонъ нашли приблизительно то же число для обратныхъ превращеній теплоты въ работу въ паровыхъ машинахъ. Это постоянное отношеніе называется *механическимъ эквивалентомъ теплоты*. Оно показываетъ число килограммометровъ механической энергіи (вѣсовой, кинетической), эквивалентное 1 калоріи. Обратное отношеніе $^{1}/_{425}$ показываетъ количество теплоты, эквивалентное одному килограммометру механической энергіи, и называется термическимъ эквивалентомъ работы.

II. Теплота—родъ движенія.

§ 37. Разъ теплота превращается въ другіе роды энергіи и сама изъ нихъ возникаетъ, значитъ она представляетъ особый родъ энергіи. Но фактъ превратимости теплоты въ другія формы энергіи еще не рѣшаетъ вопроса о томъ, къ какому роду энергій должна быть отнесена теплота: есть ли это кинетическая энергія, или потенціальная. Въ первомъ случаѣ мы должны разсматривать теплоту, какъ движеніе не всей массы тѣла въ томъ или другомъ направленіи, а отдѣльныхъ молекулъ, невидимыхъ для глаза. Во второмъ случаѣ мы должны предположить частицы тѣла въ покоѣ и разсматривать теплоту, какъ энергію нѣкоторой силы отталкиванія между частицами тѣла, которая возрастаетъ съ увеличеніемъ температуры и уравновѣшивается силой сцѣпленія. Трудно себѣ представить, какъ можно было бы объяснить при второмъ предположеніи такія явленія, какъ передачу теплоты, диффузію жидкостей и газовъ, которыя легко объясняются кинетической теоріей теплоты, которая общепринята въ настоящее время.

§ 38. По этой теоріи частицы всякаго тѣла находятся въ колебательномъ движеніи, котораго скорость тѣмъ больше, чѣмъ больше температура тѣла. Въ твердыхъ тѣлахъ эти движенія ограничены очень малыми предѣлами, такъ что частица не перемѣщается между другими во всѣ части тѣла, а всегда остается внутри нѣкотораго очень малаго пространства. Движенія эти можно уподобить движенію планетъ, которыя всегда остаются внутри ограниченнаго пространства, окружающаго солнце; только пути частицъ нельзя предполагать непремѣнно круговыми, или элиптическими, потому что они описываются подъ дѣйствіемъ всѣхъ прилежащихъ частицъ, которыя сами постоянно мѣняютъ мѣста. Эти пути суть, вѣроятно, болѣе сложныя кривыя, мѣняющіяся какъ для одной и той же частицы, такъ и отъ одной частицы къ другой.

Въ жидкостяхъ движенія частицъ не такъ ограничены, такъ что онѣ, хотя медленно, могутъ проникать въ различныя части тѣла. Скорость, съ которой частица проникаетъ изъ одной части жидкости въ другую — скорость диффузіи частицъ одной и той же жидкости—несравненно меньше скорости движенія частицы, такъ какъ каждая частица на каждомъ шагу сталкивается съ другими, которыя отталкиваютъ, или притягиваютъ ее назадъ и въ стороны и мѣшаютъ ея поступательному движенію. Движеніе частицъ жидкости можно уподобить движенію кометъ, которыя описываютъ гиперболическіе пути около солнца. Онѣ втягиваются въ солнечную систему и движутся въ ней нѣкоторое время, подвергаясь притяженію солнца, но затѣмъ удаляются отъ него такъ далеко, что, какъ можно думать, попадаютъ въ сферу дѣйствія другого солнца и не возвращаются уже въ нашу систему, а, быть можетъ, обходятъ весь міръ, переходя отъ одной системы къ другой.

Газы отличаются отъ жидкостей тѣмъ, что въ нихъ среднія разстоянія между частицами во много разъ больше разстоянія замѣтнаго дѣйствія силы сцѣпленія. Поэтому при движеніи частицы она большую часть времени не подвержена дѣйствію другихъ частицъ и движется прямолинейно: тѣ части пути, которыя описываются подъ дѣйствіемъ другихъ частицъ, ничтожны сравнительно съ прямолинейными частями путей. Поэтому допускаютъ, что частицы газовъ движутся по ломанымъ линіямъ: отъ одного столкновенія до другого частица движется прямолинейно, при столкновеніи мѣняетъ направленіе и скорость своего движенія и движется опять прямолинейно до слѣдующаго столкновенія.

§ 39. Если какой либо газъ заключенъ въ сосудѣ, то частицы его, ударяясь о стѣнки сосуда, производятъ на нихъ давленіе, которое и называется упругостью газа. Чѣмъ больше плотность газа, тѣмъ больше частицъ заключается въ каждомъ данномъ объемѣ его, и, слѣд., тѣмъ больше ударовъ получаетъ каждая данная часть стѣнки. При одинаковой температурѣ скорости частицъ одинаковы и слѣд. удары равны между собой, такъ какъ массы частицъ одного и того же газа равны. Тогда давленіе, производимое ими, пропорціонально числу ударовъ, а слѣдовательно плотности газа—это *законъ Маріотта*.

§ 40. Если температура твердаго тѣла или жидкости повышается, т. е. скорость движенія частицъ, а съ ней и центробѣжная сила, увеличиваются, то частицы удаляются другъ отъ друга на бо́льшія разстоянія и размѣры описываемыхъ ими кривыхъ увеличиваются. Съ увеличеніемъ размѣровъ кривыхъ уменьшается центробѣжная сила. Это можно сообразить на основаніи аналогіи съ формулой центробѣжной силы при равномѣрномъ движеніи по кругу: $f = \frac{mv^2}{R}$. Съ уменьшеніемъ центробѣжной силы каждой частицы, уменьшается сила, съ которой онѣ расталкиваются, и наконецъ эта послѣдняя приходитъ въ равновѣсіе съ силой сцѣпленія. Кинетическая энергія частицъ при этомъ возрастаетъ, возрастаетъ также энергія силы сцѣпленія, такъ какъ при расширеніи тѣла сила сцѣпленія производитъ отрицательную работу. Такимъ образомъ часть теплоты, сообщаемой данному тѣлу, превращается въ немъ въ энергію сцѣпленія, другая появляется въ немъ въ видѣ приращенія кинетической энергіи частицъ. Обратное происходитъ при охлажденіи. Когда скорость движенія частицъ уменьшается, центробѣжныя силы ихъ, а слѣд. и сила расталкиванія уменьшаются. Сила сцѣпленія преодолѣваетъ силу расталкиванія, и тѣло сжимается.

При сжатіи разстоянія между частицами и размѣры описываемыхъ ими кривыхъ уменьшаются, слѣд. центробѣжныя силы увеличиваются, увеличивается и сила расталкиванія, пока не уравновѣсится съ силой сцѣпленія. Здѣсь кинетическая энергія частицъ уменьшается, уменьшается и энергія сцѣпленія, такъ какъ сила сцѣпленія производитъ положительную работу. Поэтому когда какое либо тѣло выдѣляетъ извѣстное количество тепла, то только часть этой теплоты была въ данномъ тѣлѣ въ видѣ собственно теплоты, т. е. кинетической энергіи частицы, а другая превратилась изъ энергіи сцѣпленія.

Б. Гернъ (Смоленскъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ОСТАТКИ СХОЛАСТИКИ

въ

современныхъ учебникахъ ариѳметики.

(*Сообщеніе, читанное въ засѣданіи Кіевскаго Физико-Математическаго Общества 8-го октября 1894 г.**)).

Мм. Гг.!

Вопросъ, который я рѣшаюсь предложить сегодня Вашему благосклонному вниманію, имѣетъ весьма серьезное значеніе для насъ, преподавателей математики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ. Для каждаго изъ насъ вопросъ о выборѣ хорошаго учебника въ качествѣ руководства—пособія для учащихся при прохожденіи курса того или иного предмета является вопросомъ первостепенной важности. Согласно требованіямъ Министерства Народнаго Просвѣщенія—требованіямъ, предъявляемымъ весьма настойчиво, мы обязаны строго держаться разъ избраннаго,—изъ числа *одобренныхъ*,—руководства, не отступая уже отъ него ни въ какомъ случаѣ. Такое положеніе въ значительной степени осложняется еще системою всесторонняго контроля, причемъ въ большинствѣ случаевъ лица, контролирующія и оцѣнивающія успѣхи преподавателя, имѣютъ лишь весьма смутное понятіе какъ о тѣхъ условіяхъ, въ какихъ ему приходится работать, и о тѣхъ средствахъ, какими онъ можетъ пользоваться для достиженія тѣхъ или иныхъ результатовъ, такъ и о томъ идеалѣ, къ которому онъ долженъ стремиться.

Находясь подъ непрерывнымъ контролемъ лицъ, предъявляющихъ ему самыя противорѣчивыя требованія, будучи вынужденъ постоянно лавировать между Сциллой и Харибдой, преподаватель оказывается въ

*) Настоящую статью позволяемъ себѣ перепечатать изъ „Университетскихъ Извѣстій" за 1895 годъ.

положенiи полной безпомощности, обезличивается и лишается всякой возможности приносить ту пользу, какую онъ могъ бы принести при болѣе благопрiятныхъ условiяхъ.

При такомъ положенiи дѣла хорошо составленный учебникъ, удовлетворяющiй какъ научнымъ требованiямъ, такъ и требованiямъ учебныхъ плановъ и программъ, является предметомъ первой необходимости. Между тѣмъ такихъ учебниковъ вовсе не существуетъ. Число учебниковъ по элементамъ математики,—особенно ариѳметикѣ,—въ настоящее время весьма значительно; многiе изъ нихъ одобрены и Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенiя какъ руководства для среднихъ учебныхъ заведенiй. О каждомъ изъ нихъ, или почти о каждомъ, появляется обыкновенно болѣе или менѣе подробная рецензiя въ Журналѣ Министерства Народнаго Просвѣщенiя, или въ одномъ изъ спецiально педагогическихъ журналовъ, причемъ,—также обыкновенно,—оказываются мѣста, заслуживающiя похвалы (эти похвалы цитируются затѣмъ авторами въ предисловiяхъ къ слѣдующимъ изданiямъ) и мѣста, которыя таковой не заслуживаютъ. Каждый новый авторъ, само собой разумѣется, признаетъ всѣ написанные до него учебники неудовлетворительными, чѣмъ конечно и обусловливается появленiе его учебника; но, насколько мнѣ удалось познакомиться съ существующими учебниками, ни одинъ изъ ихъ авторовъ не далъ себѣ труда указать, въ чемъ собственно заключаются недостатки другихъ учебниковъ и почему появленiе его учебника оказалось столь необходимымъ. Тотъ же упрекъ въ равной мѣрѣ можетъ быть отнесенъ и къ господамъ рецензентамъ. Я не знаю ни одной работы, посвященной сравнительному разбору существующихъ учебниковъ, хотя бы по одному изъ предметовъ гимназическаго курса, а между тѣмъ каждому изъ насъ, преподавателей, приходится просматривать десятки различныхъ учебниковъ, отличающихся въ сущности только годомъ изданiя да фамилiей автора. Сравнительная оцѣнка если не всѣхъ, то по крайней мѣрѣ наиболѣе выдающихся изъ существующихъ учебниковъ, принесла бы не малую пользу какъ преподавателямъ вообще, такъ въ частности и авторамъ имѣющихъ появиться новыхъ учебниковъ.

Въ настоящемъ сообщенiи я имѣю въ виду сдѣлать такую сравнительную оцѣнку изложенiя одного изъ довольно важныхъ отдѣловъ курса ариѳметики, именно отдѣла такъ называемыхъ правилъ въ современныхъ учебникахъ ариѳметики. Входить же въ подробный разборъ и оцѣнку существующихъ учебниковъ ариѳметики и другихъ я нахожу для себя пока неудобнымъ по многимъ причинамъ.

Прежде всего конечно характеръ учебника въ высокой степени зависитъ отъ требованiй программы и учебныхъ плановъ. Считаться съ этимъ безусловно необходимо. Курсовъ ариѳметики, отличныхъ отъ учебниковъ, у насъ не существуетъ. Посему недостатки учебника не всегда должны быть относимы на счетъ авторовъ, хотя рабское слѣдованiе программѣ и не можетъ считаться достоинствомъ учебника. Въ виду этого сравнительная оцѣнка существующихъ учебниковъ равносильна до извѣстной степени разбору самой программы; разборъ же существующей и выработка новой программы едва ли могутъ быть дѣломъ одного человѣка.

Элементарный курсъ ариѳметики можетъ быть раздѣленъ, согласно программѣ, на три существенно различныхъ, но непрерывно переплетающихся между собою отдѣла: изученіе дѣйствій надъ цѣлыми числами и надъ дробями, ученіе о простѣйшихъ свойствахъ чиселъ и изученіе такъ называемыхъ правилъ рѣшенія задачъ.

Обыкновенно всѣ задачи, приводящіяся только къ вычисленіямъ, раздѣляются на двѣ большихъ категоріи. Къ первой относятся задачи такъ называемыя ариѳметическія, ко второй — алгебраическія. Первыя въ свою очередь подраздѣляются на цѣлый рядъ отдѣловъ, называемыхъ правилами. Такъ, есть задачи на правило тройное, процентовъ, товарищества, смѣшенія, цѣпное и т. п. Кромѣ задачъ на правила существуетъ еще цѣлый рядъ задачъ, которыя рѣшаются въ теченіи всего курса ариѳметики и въ это время относятся къ числу ариѳметическихъ задачъ, но которыя старательно избѣгаются при изученіи правилъ. Всѣ эти задачи, также какъ и задачи на правила, должны быть рѣшаемы посредствомъ такъ называемыхъ ариѳметическихъ пріемовъ; предпосылается обыкновенно ученіе объ отношеніяхъ и пропорціяхъ ариѳметическихъ и геометрическихъ.

Отношенія ариѳметическое и геометрическое представляютъ лишь новыя названія разности и частнаго двухъ чиселъ, и останавливаться вторично на изученіи свойствъ ихъ лишь потому, что намъ вздумалось придать имъ новыя названія, едва ли стоитъ. Свойства уравненія $x—a=b—c$ и его рѣшенія настолько просты, что тратить время на изученіе ихъ подъ страннымъ названіемъ ариѳметической пропорціи положительно нелѣпо тѣмъ болѣе, что пользоваться этими свойствами при рѣшеніи задачъ нигдѣ не приходится. Остается пропорція геометрическая, изученіе свойствъ которой можетъ быть дѣйствительно полезнымъ, но и эти свойства, мнѣ кажется, было бы болѣе раціональнымъ разсматривать при изученіи линейныхъ уравненій въ алгебрѣ, ибо это дало бы значительный выигрышъ во времени, примѣненія же пропорцій въ различныхъ такъ называемыхъ ариѳметическихъ методахъ рѣшенія задачъ весьма ограничены и могутъ быть обойдены безъ всякихъ неудобствъ. Отъ перенесенія теоріи пропорцій въ курсъ алгебры, сама теорія должна выиграть въ простотѣ и изяществѣ, недоступныхъ при изложеніи ея въ курсѣ ариѳметики. Мнѣ кажется поэтому, что традиціонный обычай излагать теорію пропорцій въ ариѳметикѣ долженъ быть отнесенъ къ числу остатковъ средневѣковой схоластики. Но первое мѣсто въ ряду этихъ остатковъ занимаютъ безспорно такъ называемыя правила,—правила, утратившія свой смыслъ и значеніе, но тѣмъ не менѣе, продолжающія пользоваться неизмѣннымъ расположеніемъ какъ нашихъ программъ, такъ, eo ipso, и авторовъ различныхъ руководствъ и пособій по ариѳметикѣ. Эти правила имѣли извѣстный смыслъ въ началѣ среднихъ вѣковъ, когда алгебра, какъ отдѣльная наука еще не существовала, когда самые пріемы вычисленій были въ высшей степени сложны, и потому производство даже простѣйшихъ вычисленій было дѣломъ далеко не легкимъ; но съ тѣхъ поръ, какъ умноженіе и дѣленіе перестали быть предметомъ университетскаго курса, съ тѣхъ поръ, какъ начала алгебры стали входить въ программы даже среднихъ учебныхъ заведеній всякія „*правила*“ положительно теряютъ смыслъ. Не представляя никакого теоретическаго интереса и не принося никакой пользы въ практическихъ приложеніяхъ, они являются лишь излишнимъ балластомъ и притомъ балластомъ, крайне обременительнымъ и вреднымъ въ курсѣ начальной ариѳметики.

Хорошимъ примѣромъ практической пользы, приносимой изученіемъ *„правилъ“*, можетъ служить то всѣмъ извѣстное обстоятельство, что ученикъ, окончившій даже отлично курсъ гимназіи и изучившій всѣ требуемыя программою *„правила“* коммерческихъ операцій, все же не имѣетъ ни малѣйшаго представленія о практическихъ приложеніяхъ ариѳметики и, затративъ цѣлыхъ два года на изученіе правилъ процентовъ, учета векселей, цѣпного и т. п., не успѣваетъ пріобрѣсти никакихъ свѣдѣній ни о векселяхъ, ни о процентныхъ бумагахъ, ни о денежномъ курсѣ, ни о биржѣ, и ни о чемъ либо подобномъ. Не утверждаю, чтобы это было необходимо для ученика гимназіи, но полагаю, что изученіе всѣхъ этихъ вопросовъ имѣло бы гораздо большій смыслъ, чѣмъ довольно нелѣпое ученіе о математическомъ учетѣ векселей и т. п.

Наконецъ не маловажнымъ доказательствомъ нераціональности такъ называемыхъ правилъ можетъ служить также неопредѣленность и сбивчивость изложенія ихъ даже въ лучшихъ изъ нашихъ учебниковъ ариѳметики. Для примѣра позволю себѣ привести опредѣленія нѣкоторыхъ „правилъ“ въ имѣющихся у меня подъ руками учебникахъ ариѳметики за послѣднія 20 лѣтъ.

Тройное правило.

1. *Проф. М. Андреевскій.* Руководство къ ариѳметикѣ. Варшава. 1872 г.

„Когда извѣстны два соотвѣтствующія значенія двухъ какихъ нибудь величинъ, находящихся въ прямомъ или обратномъ отношеніи, то для всякаго даннаго значенія одной изъ этихъ величинъ можно вывесть соотвѣтствующее значеніе другой величины. Такъ какъ здѣсь приходится вычислять по тремъ даннымъ числамъ, то правило, служащее для рѣшенія подобныхъ вопросовъ, называютъ *тройнымъ правиломъ*“ (§ 167, стр. 174).

Далѣе указывается на примѣрѣ, какъ надо располагать въ табличку данныя условія задачи, и даются правила для вычисленія искомой величины въ случаѣ прямого и обратнаго отношенія. Въ заключеніе авторъ прибавляетъ: „Вышеизложенный способъ доказательства тройного правила называется способомъ приведенія къ единицѣ; понятно, что всякая задача, относящаяся къ тройному правилу, можетъ быть также рѣшена непосредственно, по способу приведенія къ единицѣ“ (§ 170, стр. 177).

Такимъ образомъ, по мнѣнію самого автора, тройное правило совершенно излишне, а между тѣмъ изложенію его посвящено ровно 12 страницъ (174—187), включая сюда также и параграфы подъ рубрикой: „Приложеніе тройного правила къ переводу мѣръ и денегъ; цѣпное правило“. Авторъ находитъ возможнымъ мотивировать даже самое названіе правила тройнымъ, но его объясненіе весьма неуклюже и натянуто. Вѣдь мы, слѣдуя ему, съ такимъ же правомъ могли бы назвать тройнымъ правиломъ и правило сложенія трехъ чиселъ, и правило рѣшенія трехчленнаго уравненія и т. п. Наконецъ въ сложномъ тройномъ правилѣ число данныхъ можетъ быть неопредѣленно велико, а между тѣмъ авторъ избѣгаетъ названій правилъ пятерного, семерного и т. д., какъ-то дѣлаетъ напр. Магницкій.

2. *Проф. Давидовъ.* Руководство къ ариѳметикѣ. Изд. 2-ое. Москва. 1872 г.

Авторъ два раза говоритъ о тройномъ правилѣ, посвящая ему 6-ю главу второго отдѣленія (стр. 168—185) и 4-ю главу третьяго отдѣленія (стр. 228—239). Въ главѣ шестой, выяснивъ понятіе о прямомъ и обратномъ отношеніи двухъ величинъ и рѣшивъ нѣсколько подготовительныхъ задачъ, онъ говоритъ: „Каждая изъ задачъ, предложенныхъ въ предыдущихъ §§, зависитъ отъ трехъ величинъ, изъ которыхъ двѣ находятся въ прямомъ или обратномъ отношеніи“. „Всѣ подобныя задачи рѣшаются посредствомъ общаго пріема, который называется *тройнымъ правиломъ*“ (§ 157, стр. 175). Затѣмъ, послѣ довольно длинныхъ разсужденій на большомъ числѣ примѣровъ, приводится самое правило (§ 162, стр. 180). Въ четвертой главѣ третьяго отдѣленія авторъ замѣчаетъ, что „пропорціи представляютъ весьма удобный способъ для рѣшенія задачъ тройного правила“ (205, стр. 228), и, давъ опредѣленіе прямой и обратной пропорціональности величинъ, приходитъ къ неожиданному заключенію, что „тройное правило есть способъ находить по тремъ даннымъ членамъ пропорціи неизвѣстный четвертый членъ“ (204, стр. 228).

Такимъ образомъ, по мнѣнію автора, „пропорціи представляютъ весьма удобный способъ находить по тремъ даннымъ членамъ пропорціи неизвѣстный четвертый членъ“, и, чтобы постигнуть такую премудрость, авторъ затрачиваетъ ровно 30 страницъ.

3. *Проф. Бугаевъ.* Руководство къ ариѳметикѣ. Ариѳметика дробныхъ чиселъ. Москва. 1874 г.

„Способы, въ которыхъ для рѣшенія задачъ примѣняются пропорціи, называются тройными правилами“. „Простое тройное правило есть такое, въ которомъ по тремъ даннымъ числамъ находится четвертое, имъ пропорціональное“ (§ 78, стр. 113).

Послѣ этого указываются способы составленія пропорцій и расположеніе схемъ при рѣшеніи задачъ, а затѣмъ приводится еще рѣшеніе задачъ тройного правила помощью способа приведенія къ единицѣ“ (§ 81, стр. 121). Оказывается, слѣдовательно, что задачи на тройное правило могутъ быть рѣшены и безъ тройного правила, а потому это послѣднее должно быть признано излишнимъ.

4. *Назаровъ.* Руководство къ ариѳметикѣ. Москва. 1875 г.

„Простое тройное правило есть такое правило, посредствомъ котораго къ тремъ даннымъ числамъ пріискивается четвертое пропорціональное число“ (§ 174, стр. 219).

Затѣмъ слѣдуетъ объясненіе и разборъ примѣра, послѣ чего авторъ замѣчаетъ, что „эту задачу можно рѣшить еще другимъ способомъ. Способъ этотъ не зависитъ отъ пропорцій и называется *способомъ приведенія къ единицѣ*" (§ 175, стр. 220).

Стало быть, можно рѣшать пропорціи независимо отъ пропорцій?!

5. *Лёве.* Курсъ ариѳметики. 14-е изданіе. С.-Петербургъ. 1876 г.

„Если для рѣшенія вопроса, заданныя въ немъ числа съ неизвѣстнымъ числомъ могутъ быть приведены въ одну или нѣсколько пропорцій, то предложенный вопросъ относится къ *тройному правилу*" (§ 97, стр. 202).

Хотя предъ этимъ и дальше указывается самое *правило* составленія пропорцій, но опредѣленія тройного правила мы нигдѣ не находимъ.

6. *Малининъ* и *Буренинъ*. Руководство ариѳметики. Изданіе одиннадцатое. Москва. 1877 г.

„Простое тройное правило есть способъ находить къ тремъ даннымъ числамъ четвертое пропорціональное. Задачи на тройное правило можно рѣшать посредствомъ пропорцій и способомъ приведенія къ единицѣ" (§ 138, стр. 237).

7. *Мозговъ.* Схематическій курсъ ариѳметики. Москва. 1879 г.

„Простымъ тройнымъ правиломъ называется способъ нахожденія числа, пропорціональнаго *тремъ* даннымъ числамъ".

Въ обоихъ учебникахъ нигдѣ не сказано, что понимать подъ „четвертымъ пропорціональнымъ" или подъ „числомъ пропорціональнымъ тремъ даннымъ числамъ". Наконецъ, какой же изъ способовъ называть тройнымъ правиломъ, и развѣ способъ приведенія къ единицѣ тождественъ съ тройнымъ правиломъ, а, слѣдовательно, и съ другими способами рѣшенія той же задачи?

8. *Серре.* Курсъ ариѳметики. Съ нѣкоторыми измѣненіями перевелъ Н. Юденичъ. Москва. 1883.

„Способъ составленія изъ вопросовъ пропорцій называется *тройнымъ правиломъ*" (Книга 6, глава 2, § 398, стр. 325).

Это единственный учебникъ, гдѣ опредѣленіе тройного правила сколько нибудь удовлетворительно, но изученіе его все же ничѣмъ не оправдывается, такъ какъ, по словамъ самого автора, „всѣ вопросы, рѣшаемые приложеніемъ пропорцій, рѣшаются скорѣе способомъ приведенія вопроса къ единицѣ" (§ 404, стр. 329).

9. *Винклеръ.* Руководство къ ариѳметикѣ. Часть II. Прикладная ариѳметика. Нѣжинъ. 1884 г.

„Простѣйшая задача" тройного правила „содержитъ всегда *три* извѣстные *члена* и, поэтому также пріемъ рѣшенія подобныхъ задачъ называется *тройнымъ правиломъ.* На этомъ основаніи можно также сказать, что тройнымъ правиломъ называется способъ рѣшенія такихъ задачъ, въ которыхъ искомое число зависитъ отъ данныхъ трехъ чиселъ такимъ образомъ, что съ увеличеніемъ одного изъ нихъ въ нѣсколько разъ искомое число также увеличивается или уменьшается во столько же разъ" (§ 63, стр. 58).

Дальше слѣдуетъ изложеніе различныхъ случаевъ тройного правила, такъ что въ общемъ тройному правилу посвящается ровно 25 страницъ (52—77).

Такую обстоятельность можно найти еще развѣ только въ трехтомномъ курсѣ ариѳметики Адамантова, изданномъ въ Казани въ 1886 или 1887 году, но котораго, къ сожалѣнію, въ настоящее время у меня подъ руками нѣтъ.

10. *Никульцевъ*. Ариѳметика. Изд. второе. Москва. 1887 г.

„Задачи, въ которыхъ встрѣчаются двѣ пары пропорціональныхъ величинъ, наз. *задачами простого тройного правила*" (§ 236, стр. 198).

11. *Шохоръ-Троцкій*. Учебникъ ариѳметики съ приложеніемъ дополнительныхъ статей. Москва. 1888 г.

„Задачи, въ которыхъ требуется опредѣлить неизвѣстное значеніе нѣкоторой величины, если извѣстны соотвѣтствующее ему значеніе другой величины, которая прямо или обратно пропорціональна первой, и какія либо два соотвѣтствующія другъ другу значенія тѣхъ же двухъ величинъ, называются задачами на *простое тройное правило*" (§ 103, стр. 121).

Самое правило нигдѣ не опредѣляется.

12. *Шапошниковъ*. Краткое руководство ариѳметики. Часть III. Общіе способы рѣшенія ариѳметическихъ задачъ. Москва. 1888 г.

„Способъ для вычисленія размѣра одной изъ величинъ, прямо или обратно пропорціональныхъ, по данному соотвѣтствующему размѣру другой, называется *правиломъ вычисленія пропорціональной величины* или *тройнымъ правиломъ*. Послѣднее названіе объясняется тѣмъ, что въ вычисленіяхъ этого рода всегда даются три числа, по которымъ отыскивается четвертое число" (стр. 4).

Къ этому опредѣленію, не смотря на его явное стремленіе къ оригинальничанью, можетъ быть цѣликомъ примѣнено то же замѣчаніе, которое я уже сдѣлалъ по поводу учебника Мозгова.

13. *Кунцевичъ*. Учебникъ ариѳметики. Новгородъ. 1890.

Въ §§ 137—142 даются правила вычисленій, но опредѣленія тройного правила вовсе нѣтъ.

14. *А. И. Ш.* Упрощенное руководство ариѳметики по системѣ и подъ редакціей Н. А. Шапошникова. Часть II. Ариѳметика дробныхъ чиселъ. Москва. 1890 г.

„Правило вычисленія пропорціональной величины называется *простымъ тройнымъ правиломъ*, потому что при этомъ вычисленіи отыскивается по *тремъ* даннымъ числамъ четвертое неизвѣстное число" (стр. 73).

15. *Тихомировъ*. Учебникъ ариѳметики. Москва. 1891 г.

„Задачи, гдѣ по тремъ даннымъ числамъ нужно опредѣлить четвертое, имъ пропорціональное, называется задачами на *простое тройное правило*" (§ 141, стр. 139).

Авторъ благоразумно умалчиваетъ, въ чемъ собственно состоитъ тройное правило, какъ то дѣлаютъ и четверо изъ выше цитированныхъ авторовъ: Лёве, Никульцевъ, Шохоръ-Троцкій и Кунцевичъ. Всѣ остальныя опредѣленія, за исключеніемъ опредѣленія Серре, представляютъ непростительный, особенно въ начальномъ учебникѣ, circulus vitiosus:

тройное правило есть правило рѣшенія пропорцій. Но,—ради Бога,—зачѣмъ же тогда столько труда затрачивать на изученіе свойствъ пропорцій простыхъ, сложныхъ и производныхъ, если вмѣсто всего этого достаточно заучить одно тройное правило, или къ чему намъ тройное правило, когда мы и безъ него можемъ рѣшать пропорціи и приводящіяся къ нимъ задачи?! Но этого мало. Оказывается, что пропорціи можно рѣшать и безъ пропорцій. По крайней мѣрѣ проф. Бугаевъ замѣчаетъ, что „задачи тройныхъ правилъ простого и сложнаго могутъ быть легко рѣшаемы помощью способа приведенія къ единицѣ“ (стр. 121), который,—по словамъ проф. Давидова,—„по простотѣ своей предпочитается другому способу“, (стр. 234), или,—какъ говоритъ Назаровъ,—„не зависитъ отъ пропорцій“.

Что же тогда называть тройнымъ правиломъ и какъ узнать, относится ли данная задача къ тройному правилу, или не относится? Отвѣтъ на этотъ вопросъ осложняется еще болѣе тѣмъ, что задачи съ процентными вычисленіями, которыя, на первый взглядъ, казалось бы, должны были быть отнесены къ тройному правилу, въ дѣйствительности рѣшаются съ помощью особыхъ спеціальныхъ правилъ: „правила процентовъ“, „правила учета векселей“ и „правила срочныхъ уплатъ“. Необходимость этихъ правилъ кажется авторамъ учебниковъ настолько очевидною, что большинство ихъ не считаетъ даже нужнымъ давать имъ какое либо опредѣленіе, а тѣмъ болѣе оправданіе, не смотря на то, что,—по словамъ проф. Бугаева,—„задачи на правило процентовъ рѣшаются или *пропорціями*, или *способомъ приведенія къ единицѣ*“ (§ 82, стр. 124), т. е. совершенно также, какъ и задачи на правило тройное (см. выше), а задачи на правило учета векселей отличаются отъ задачъ на правило процентовъ только названіемъ процентной бумаги. Какія цѣли преслѣдуются при такомъ изученіи вычисленій съ процентами и въ особенности учета векселей, судить мудрено. Я не знаю, оказываетъ ли изученіе правила процентовъ лучшее вліяніе на умственное развитіе учащихся, чѣмъ правило бассейновъ, правило курьеровъ, правило собаки и зайца и т. п., или здѣсь имѣются въ виду просто практическія приложенія, но мнѣ кажется, что ни того, ни другого при нынѣшней постановкѣ преподаванія ариѳметики мы не достигаемъ. Ужъ если имѣть въ виду коммерческія цѣли, то полезнѣе говорить о процентныхъ бумагахъ правительственныхъ и частныхъ, выигрышныхъ билетахъ, серіяхъ, акціяхъ, облигаціяхъ, паяхъ, о вексельномъ курсѣ, о биржевой игрѣ и тому подобныхъ коммерческихъ операціяхъ, чѣмъ о частныхъ векселяхъ, въ особенности о какомъ то математическомъ ихъ учетѣ. Это впрочемъ вина не столько авторовъ руководствъ, сколько самой программы, отступленіе отъ которой могло бы оказаться убыточнымъ для автора руководства.

Н. Соколовъ (Кіевъ).

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

РЕЦЕНЗІИ.

Прямолинейная тригонометрія. Сост. А. Воиновъ. 1894 г. Какъ на особенность этого учебника слѣдуетъ прежде всего указать на то, что при полнотѣ содержанія онъ отличается сжатостью изложенія, столь необходимою всякому учебнику. Въ началѣ (§ 1) приводятся интересныя историческія справки о тригонометрическихъ числахъ у грековъ и индусовъ, а затѣмъ указывается на примѣрѣ сущность рѣшенія треугольниковъ при помощи пріемовъ, нынѣ практикуемыхъ. Ученикъ видитъ такимъ образомъ цѣль въ дальнѣйшихъ своихъ занятіяхъ и не идетъ на буксирѣ за учебникомъ или учителемъ. Затѣмъ указывается различіе между тригонометрическими линіями и тригонометрическими функціями и указывается, что (§ 6) „у даннаго угла одинъ синусъ,....". Въ §-ѣ 8 указано, что число основныхъ соотношеній между функціями угла равно пяти, а что всѣ остальныя суть аналитическія слѣдствія первыхъ; то же самое дѣлается въ § 53 относительно элементовъ треугольника, причемъ основными считаются:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \text{ и } A+B+C=180.$$

Въ главѣ II кратко, но довольно обстоятельно разобранъ вопросъ о знакахъ тригонометрическихъ функцій; здѣсь разъясняется между прочимъ смыслъ такихъ выраженій, какъ $\cot g 0=\infty$. Въ § 25 указано на періодичность тригонометрическихъ функцій. Что касается примѣра (§ 26) на замѣну функцій любого угла функціями угла, меньшаго 45^0, то, мнѣ кажется, было бы полезно дать какой нибудь механическій пріемъ; отъ этого достоинства учебника не уменьшились бы, а ученикамъ такой пріемъ былъ бы пригоденъ. Въ §-ѣ 32 указывается причина двойственности знака при опредѣленіи $\sin\frac{\alpha}{2}$ и $\cos\frac{\alpha}{2}$ по $\cos\alpha$. Заслуживаетъ между прочимъ вниманія § 47, гдѣ идетъ рѣчь о степени точности при опредѣленіи угла по таблицамъ и доказывается, что „углы точнѣе опредѣлять по тангенсу и котангенсу, чѣмъ по синусу и косинусу". Глава VI содержитъ описаніе приборовъ, употребляемыхъ при измѣреніи на мѣстности. Послѣдняя глава VII содержитъ указанія на пріемы рѣшенія простѣйшихъ тригонометрическихъ уравненій; здѣсь приведены случаи, когда уравненіе можетъ потерять или пріобрѣсти корни. Здѣсь, мнѣ кажется, умѣстно было бы указать различіе между тригонометрическими и алгебраическими уравненіями. Въ концѣ каждой главы дается достаточное число задачъ. Книга издана опрятно; печать крупная.

Н. Ж. (Симферополь).

ЗАДАЧИ.

№ 236. Данъ уголъ DFC и на сторонѣ его точка C. На сторонахъ FC и DF найти по точкѣ O и Z такъ, чтобъ направленіе OZ было данное и чтобъ разность квадратовъ OZ и OC была равна данной величинѣ k^2.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 237. Въ треугольникѣ ABC ($\angle A > \angle C$) проведена высота BD и отъ точки B по сторонѣ CB и на ея продолженіи отложены отрѣзки $EB = BE' = AB$. Кромѣ того по сторонѣ AC отъ точки D отложенъ отрѣзокъ $DF = DA$. Показать, что около четыеугольника $AEE'F$ можно описать кругъ.

В. Захаровъ (Саратовъ).

№ 238. Рѣшить уравненія

$$(2k+1)x = (2r+1)y,$$

$$(2k+1)^x_. \, 2^{kx} = (2r+1)^y_. \, 2^{ry}$$

и показать условіе возможности ихъ.

Д. Е. (Иваново-Вознесенскъ).

№ 239. Рѣшить уравненіе

$$x^4 - 14x^3 + 57x^2 - 196x + 260 = 0.$$

А. Бачинскій (Холмъ).

№ 240. Въ треугольникѣ ABC уголъ $B = 15^0$, уголъ $C = 30^0$. Перпендикуляръ въ точкѣ A къ сторонѣ AB встрѣчаетъ BC въ точкѣ D. Показать, что $BD = 2AC$.

(Заимств.). *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

№ 241. Показать, что сумма квадратовъ отрѣзковъ двухъ взаимно перпендикулярныхъ хордъ, пересѣкающихся въ кругѣ, есть величина постоянная.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 174 (3 сер.). Въ окружности основаній прямого усѣченнаго конуса, радіусы которыхъ суть R_1 и R_2 вписаны правильные одноименные многоугольники такъ, что вершины одного изъ нихъ находятся на образующихъ конуса, проходящихъ черезъ середины дугъ, стягиваемыхъ сторонами другого. Высота конуса $= h$. Опредѣлить объемъ тѣла, основанія котораго суть упомянутые правильные многоугольники, а боковая поверхность состоитъ изъ равнобедренныхъ треугольниковъ.

Обозначимъ многоугольникъ, вписанный въ верхнее основаніе конуса, черезъ A, а вписанный въ нижнее основаніе конуса черезъ B; пусть сторона многоугольника A будетъ a, а число его сторонъ n. Легко усмотрѣть, что искомый объемъ можно разсматривать какъ разность между объемомъ V правильной усѣченной пирамиды, основаніями которой служатъ многоугольникъ B и многоугольникъ, составленный прямыми, проведенными въ плоскости многоугольника A черезъ его вершины параллельно сторонамъ многоугольника B, и суммою n объемовъ v треугольныхъ пирамидъ, высота которыхъ равна h, а основанія суть треугольники, составленные сторонами многоугольника A и прямыми, проведенными въ плоскости многоугольника A черезъ его вершины параллельно сторонамъ B. Называя верхнее основаніе усѣченной пирамиды черезъ C, сторону его черезъ c, а сторону многоугольника B черезъ b, очевидно получимъ:

$$\frac{a}{b}=\frac{R_1}{R_2},\text{ откуда } b=\frac{aR_2}{R_1};$$

$$c=\frac{2aR_1}{\sqrt{4R_1^2-a^2}},$$

$$\text{площ. } B=\frac{na.R_2}{2R_1}\sqrt{R_2^2-\frac{a^2R_2^2}{4R_1^2}}=\frac{pR_2^2\sqrt{4R_1^2-a^2}}{2R_1^2}$$

гдѣ p есть полупериметръ многоугольника A;

$$\text{площ. } C=\frac{naR_1^2}{\sqrt{4R_1^2-a^2}}=\frac{2pR_1^2}{\sqrt{4R_1^2-a^2}};$$

$$V=\frac{h}{3}\left\{\frac{pR_2^2\sqrt{4R_1^2-a^2}}{2R_1^2}+\frac{2pR_1^2}{\sqrt{4R_1^2-a^2}}+pR_2\right\}$$

$$v=\frac{a}{2}\cdot\frac{h}{3}\sqrt{\frac{a^2R_1^2}{4R_1^2-a^2}-\frac{a^2}{4}}=\frac{a^3h}{12\sqrt{4R_1^2-a^2}};$$

$$V-nv=\frac{ph}{3}\left\{\frac{R_2^2\sqrt{4R_1^2-a^2}}{2R_1^2}+\frac{2R_1^2}{\sqrt{4R_1^2-a^2}}+R_2\right\}-\frac{pa^2h}{6\sqrt{4R_1^2-a^2}}=$$

$$=\frac{ph}{3}\left\{\frac{R_1^2+R_2^2}{2R_1^2}\sqrt{4R_1^2-a^2}+R_2\right\}.$$

Если $n=\infty$, то $2p=2\pi R_1$ и $a=0$, т. е. выведенная нами формула превращается въ извѣстное выраженіе для объема усѣченнаго конуса.

L. (Тамбовъ); *П. Хлѣбниковъ* (Тула).

№ 176 (3 сер.). Показать, какимъ образомъ изъ пропорціи

$$a:b=c:d$$

выводится пропорція

$$\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}=\frac{a\sqrt{c+d}}{c\sqrt{a+b}}.$$

Если

$$a:b=c:d,$$

то

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d},$$

откуда

$$\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}=\frac{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d}},$$

или

$$\frac{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}=\frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{c+d}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c}}=\frac{a\sqrt{c+d}}{c\sqrt{a+b}}.$$

L. (Тамбовъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *А. Шантыръ* (Спб.); *К. Зновицкій* (Кіевъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л.* и *Р.*

№ 178 (3 сер.). Обозначивъ черезъ x искомое число, составить одно уравненіе съ одной неизвѣстной для рѣшенія слѣдующей задачи (изъ „Алгебры" Давидова, стр. 167, № 10):

„Двузначное число при раздѣленіи на сумму его цифръ даетъ частное 4; если же число, составленное изъ тѣхъ же цифръ, взятыхъ только въ обратномъ порядкѣ, раздѣлить на разность цифръ единицъ и десятковъ, увеличенную на 2, то частное будетъ 14. Опредѣлить это число".

Если искомое число есть x, то сумма его цифръ, по условію задачи, равна $x/_4$, а

$$x-\frac{x}{4}=\frac{3x}{4}$$

есть удевятеренная цифра десятковъ; цифра единицъ, слѣдовательно, будетъ

$$\frac{x}{4}-\frac{3x}{4.9}=\frac{x}{6},$$

и на основаніи условій задачи составимъ уравненіе

$$\frac{10x}{6}+\frac{x}{12}=14\left(\frac{x}{6}-\frac{x}{12}+2\right),$$

откуда $x=48$.

А. Шантыръ (Спб.); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *L.* (Тамбовъ); *ученики Кіево-Печерской гимназіи Л.* и *Р.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій**.

Дозволено цензурою. Одесса, 30-го Сентября 1895 г.
„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

стояніе, а слѣд. и склоненіе свѣтила; для опредѣленія прямого восхожденія пользовались какъ звѣздой сравненія днемъ—солнцемъ, ночью—луною, а позже—Венерой; время опредѣлялось солнечными часами, клепсидрами, песочными часами. Къ этому періоду относятся каталоги Гиппарха, Птоломея (1022 звѣзды), Улу-Бея (1019 з.), Тихо-Браге (1005 з.) и другіе болѣе мелкіе. Къ переходной эпохѣ относится каталогъ Гевелія (1553 з.). Гевелій былъ знакомъ съ новѣйшими приборами своего времени—зрительными трубами и часами съ маятникомъ, но при составленіи каталога воспользовался только послѣдними. Второй періодъ — отъ Гевелія до нашего времени—характеризуется примѣненіемъ зрительныхъ трубокъ съ микрометрами и звѣздныхъ часовъ. Кромѣ общихъ каталоговъ (Флемстида, Галлея, Лакайля, Брадлея и др.) составлены спеціальные каталоги: двойныхъ звѣздъ, туманностей, звѣздныхъ скопленій и т. д. Точность наблюденій значительно увеличилась: при Гиппархѣ точность до 1^0 считалась изумительной, Птоломей и Улу-Бей ввели минуты, Гевелій—секунды, Лакайль и Брадлей опредѣляли съ точностью до $^1/_4''$, Маскелинъ до $^1/_{10}''$. Къ этому періоду относятся наиболѣе важныя открытія: нутація, аберрація, годичный параллаксъ и собственное движеніе звѣздъ и др. Самымъ обширнымъ каталогомъ является каталогъ, составленный Аргеландеромъ и его учениками (1799—1875 г.); въ немъ 457847 звѣздъ (сѣверное полушаріе и южное до 23^0 ю. скл.); начатъ пересмотръ его съ цѣлью придать ему большую точность, но еще не оконченъ.

Третій періодъ—періодъ фотографіи. Ахроматическій объективъ въ трубѣ замѣненъ апланатическимъ для линіи G спектра, глазъ — свѣточувствительной пластинкой. Послѣ того какъ бр. Henry получили прекрасные результаты, фотографируя небо, адмиралъ Муше предложилъ съ помощью фотографіи составить звѣздный каталогъ и карту неба. На международныхъ конгрессахъ въ 1887, 1889, 1891 гг. астрономы условились какъ въ выборѣ типа приборовъ и пластинокъ, такъ и въ планѣ, распредѣленіи и способѣ производства этого труда. Приборъ, служащій образцомъ, состоитъ изъ двухъ зрительныхъ трубъ въ одной оправѣ: первая — фотографирующая (0,33 м. въ отверстіи и 3,43 м. фокус. разст.) и вторая собственно зрительная т. е. позволяющая астроному слѣдить за фотографируемымъ объектомъ (отв. 0,24 м., фок. разст. 3,60 м.). Каждая пластинка (16 $\times$ 16 сант.) фотографируетъ 4 кв. градуса неба; минута дуги соотвѣтствуетъ приблизительно 1 мил.; совокупность всѣхъ клише можетъ покрыть сферу съ радіусомъ въ 3,44 м. Для того, чтобы можно было потомъ соединить фотографіи, а также въ виду того, что только центральные лучи даютъ изображенія звѣздъ въ видѣ круговъ, необходимо, чтобы фотографіи отчасти другъ на друга налегали; поэтому рѣшено все небо раздѣлить на двѣ категоріи зонъ: къ первой категоріи относятся зоны съ склоненіемъ центральныхъ частей въ 0^0, $\pm 2^0$, $\pm 4^0$ и т. д., ко второй—тѣ, для которыхъ склоненія центральныхъ частей выражаются нечетными числами градусовъ. Всего понадобится 22054 клише. Весь этотъ грудъ распредѣленъ между 18 обсерваторіями (Гельсингфорсъ, Потсдамъ, Оксфордъ, Гринвичъ, Парижъ, Вѣна, Бордо, Тулуза, Римъ, Катанія, Алжеръ, Санъ-Фернандо, Такубайя, Ріо-Жанейро, Сантъ-Яго, Сидней, мысъ доброй Надежды, Лаплата, Мельбурнъ). Положеніе звѣздъ каждаго клише опредѣляется относительно самыхъ яркихъ его звѣздъ, такъ называемыхъ звѣздъ путеводителей, положеніе которыхъ опредѣляется особенно тщательно въ 14 обсерваторіяхъ.—На каждое клише прежде всего наносится сѣтка, дѣлящая его на равные квадратики. Клише экспонируется три раза съ продолжительностью позы въ 5 мин., $2^1/_2$ мин. и 40 сек. Полученныя фотографіи отправляются въ Бюро измѣреній, гдѣ при помощи микроскопа и микрометрическихъ винтовъ опредѣляются прямолинейныя координаты всѣхъ звѣздъ каждаго клише; затѣмъ клише препровождаются въ Бюро редукцій, гдѣ прямолинейныя координаты преобразуются въ сферическія относительно точки весенняго равноденствія 1900 года.

Судя по фотографіямъ, полученнымъ въ Парижѣ, общее число звѣздъ составляемаго каталога будетъ болѣе 3000000.

Société Astronomique de France. *Séance du 5 Juin.*

Les fluctuations de la température. Les saints de glace. *C. Flammarion.* Обыкновенно въ маѣ послѣ довольно жаркихъ дней наступаетъ 2 — 3 холодныхъ дня—такъ называемые дни ледяныхъ святыхъ (11, 12 и 13 по Римско-кат. кал. Мамертій, Панкратій, Сервасій). Съ цѣлью выяснить причину этихъ ежегодно повторяющихся холодовъ, Фламмаріонъ сопоставляетъ кривыя средней, максимальной и минимальной темп. мая за семь послѣднихъ лѣтъ. Оказывается прежде всего, что эти холода въ различные годы приходятся въ различные числа мѣсяца, совпадаютъ съ различными фазами луны, изъ чего можно заключить, что причина ихъ не астрономическая. Точно такъ же не замѣтно, чтобы они совпадали съ однимъ опредѣленнымъ направленіемъ вѣтра. Въ этомъ году холода во Франціи и Швейцаріи совпали съ сильной барометрической депрессіей, захватившей большую часть Европы. Почти то же было и въ 1894 г. По всей вѣроятности разгадку этого страннаго явленія дастъ изученіе метеорологіи Атлантическаго океана, съ котораго обыкновенно и приходятъ эти minimum'ы, двигаясь притомъ весьма капризнымъ путемъ.

Le soleil pendant le premier trimestre de 1895. *J. Guillaume.* За первую четверть 1895 г. въ продолженіе 43 дней, въ которые производились наблюденія, замѣчено на солнцѣ 76 группъ пятенъ, покрывавшихъ въ общей сложности 0,006244 солнечнаго полушарія, въ то время какъ за послѣднюю четверть 1894 г. наблюдалось 106 группъ съ поверхностью 0,005270; изъ этого видно, что хотя число группъ и уменьшилось, но общая ихъ поверхность увеличилась. Не было ни одного дня безъ пятенъ. Число и поверхность факеловъ также уменьшились: за первую четверть 1895 г. ихъ было 108 гр. съ поверхностью 0,1489 — за послѣднюю же четверть 1894 г. было 130 гр. съ поверхностью 0,1771.

Nouvelles de la science. Variétés.

Observations astronomiques á faire en Juillet.

К. Смоличъ (Умань).

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ НѢМЕЦКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Математика.

Böcher, Maxime. Ueber die Reihenentwickelungen der Potentialtheorie. Mit e. Vorwort von Fel. Klein. Lex.- 8⁰. (VIII + 258 S. m. 113 Fig.). L. B. G. Teubner. M. 8.

Bruhns, Geh. Hofr., Dir., Prof., Dr. C. Neues logarithmisch-trigonometrisches Handbuch auf 7 Decimalen. 4. Ausg. Lex.- 8⁰ (XXIV + 610 S.). L. B. Tauchnitz. M. 4,20.

Haas, Aug., Prof., Dr. Lehrbuch der Differentialrechnung. 3.Tl.: Anwendung der Differentialrechnung auf die ebenen Kurven. Bearb. nach dem System Kleyer. gr. 8⁰ (VIII + 272 S.) St. J. Maier. M. 7.

Henke, Rich., Realgymn.-Oberlehr., Prof., Dr. Ueber die Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. Nebst Zusätzen. gr. 8⁰ (V + 77 S.) L. B. G. Teubner. M. 2.

Hochheim, Adf., Prof., Dr. Aufgaben aus der analytischen Geomerie der Ebene. 1. Heft. Die gerade Linie, der Punkt, der Kreis. A. u. B. 2. Aufl. gr. 8⁰. B. G. Teubner. á M. 1,60. A,—Aufgaben (86 S.). B.- Auflösungen (106 S.).

Koenig, Max., Reg.-Baumstr. Die geometrische Theilung des Winkels. Mit 44 Abbildungen auf 2 lith. Taf. gr. 8⁰ (32 S.). B. G. Siemens. M. 2.

Láska, W., Dr. Lehrbuch der Vermessungskunde (Geodäsie). gr. 8⁰ (VIII + 204 S. m. 481 Fig.). St. J. Maier. M. 10.

Obenrauch, Ferd. Jos., Prof. Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie als Wissenschaft. Eine mathematisch-hist. Studie. II. gr. 8⁰ (20 S.). Brünn (Waisenhausgasse 28), Selbstverlag. M. 1. (I u. II: M. 2,50).

Otto, Aug. Das grösste Problem der Rechenkunst gelöst. Rationelle u. an Einfachheit unübertreffbare Methode zur Auflösung von numer. Gleichungen belieb. Grades. Mit Anh.: Ein neuer Satz der Planimetrie. Der mutmassl. Schlüssel zum Malfatti'schen Problem. 12⁰ (32 S.). Tegel (B. G. Priewe). M. 0,50.

Schlieben, des Kammerr. W. E. A. v. Vollständiges Hand-und Lehrbuch der gesammten Landmesskunst mit besond. Berüchsicht. dei pr. Verm.-Vorschriften: Kat. Anw. VIII u. IX vom 25 Oct. 1881. Neu bearb. u. hrsg. v. Trigonometer W. Caville. 9. Aufl. (In 5 Hftn.). 1. Bd.: Vorstudien und Instrumentenkunde. 1. Hft. Lex.- 8⁰ (96 S. m. Fig.). Halberstadt, Ernst. M. 2.

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

JOURNAL

de mathématiques élémentaires.

1895.—№ 1.

Questions d'enseignement. Par M-me V-ve *F. Prime.* Дѣленіе опредѣляется какъ дѣйствіе, посредствомъ котораго по данному произведенію (дѣлимое) и одному изъ множителей (дѣлитель) находится другой множитель (частное). Изъ этого опредѣленія выводится теорія дѣленія цѣлыхъ чиселъ.

Sur la somme de m-ièmes puissances des cosinus d'arcs en progression arithmétiques. Par M. *F. X. У.* Пусть

$$S_m = \cos^m a + \cos^m(a+h) + \cos^m(a+2h) + \cdots + \cos^m[a+(n-1)h].$$

По извѣстной формулѣ

$$\cos ma = \cos^m a - \frac{m(m-1)}{2!}\cos^{m-2}a\sin^2 a + \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!}\cos^{m-4}a\sin^4 a - \cdots$$

$$\cdots + (-1)^p \frac{m(m-1)(m-2)\ldots(m-2p+1)}{2p!}\cos^{m-2p}a\sin^{2p}a \pm \cdots$$

имѣемъ равенство

$$\cos^m a = \cos ma + C_m^2 \cdot \cos^{m-2}a\sin^2 a - C_m^4\cos^{m-4}a\sin^4 a + \cdots$$
$$\cdots + (-1)^{p-1}C_m^{m-2p}\,.\,a\,.\sin^{2p}a \pm \cdots, \tag{1}$$

гдѣ C_m^{2p} обозначаетъ число сочетаній изъ m элементовъ по $2p$. Замѣнивъ въ этомъ равенствѣ a послѣдовательно черезъ $a+h$, $a+2h$, . . . , $a+(n-1)h$, получимъ еще $n-1$ равенствъ. Сложивъ всѣ эти n равенствъ, найдемъ

$$S_m = \cos ma + \cos m(a+h) + \cos m(a+2h) + \ldots + \cos m[a+(n-1)h] +$$
$$+ C_m^2\Sigma\cos^{m-2}a\sin^2 a - C_m^4\Sigma\cos^{m-4}a\sin^4 a + \cdots + (-1)^{p-1}C_m^{2p}\Sigma\cos^{m-2p}a\sin^{2p}a \pm \ldots \tag{2}$$

Такъ какъ

$$\cos ma + \cos m(a+h) + \cos m(a+2h) + \cdots + \cos m[a+(n-1)h] = \frac{\cos m[a+(n-1)h]\sin\frac{mnh}{2}}{\sin\frac{mh}{2}}$$

и

$$\sin^{2p}a = 1 - p\cos^2 a + \frac{p(p-1)}{2!}\cos^4 a + \cdots + (-1)^p\cos^{2p}a,$$

то равенство (2) преобразуется въ слѣдующее:

$$(1 + C_m^2 + C_m^4 + \cdots)S_m = \frac{\cos m[a + (n-1)h] \cdot \sin \frac{mnh}{2}}{\sin \frac{mh}{2}} +$$

$$+ (C_m^2 + 2C_m^4 + 3C_m^6 + \cdots) \cdot S_{m-2} - \qquad (3)$$

$$- (C_m^4 + 3C_m^6 + 4C_m^8 + \cdots) \cdot S_{m-4} + \cdots$$

$$\cdots + (-1)^{p-1}[C_m^{2p} + (p+1)C_m^{2p+2} + (p+2)C_m^{2p+4} + \cdots].S_{m-2p} + \cdots$$

Отсюда послѣдовательно находятся $S_2, S_4, \ldots, S_{2p}$ и $S_3, S_5, \ldots, S_{2p+1}$. Замѣнивъ въ этомъ равенствѣ a черезъ $\frac{\pi}{2} - a$ и h черезъ $-h$, получимъ формулу для вычисленія суммы m-хъ степеней sinus'овъ дугъ, составляющихъ ариѳметическую прогрессію.

Если въ томъ же равенствѣ (3) положить $h = \frac{2\pi}{n}$, то получимъ

$$(1 + C_m^2 + C_m^4 + \cdots) S_m = (C_m^2 + 2C_m^4 + 3C_m^6 + \cdots) S_{m-2} -$$

$$- (C_m^4 + 3C_m^6 + 4C_m^8 + \cdots) S_{m-4} + \cdots$$

$$+ (-1)^{p-1}[C_m^{2p} + (p+1)C_m^{2p+2} + (p+2)C_m^{2p+4} + \cdots].S_{m-2p}.$$

Въ этомъ случаѣ сумма S_m не зависитъ отъ угла a, напр.

$$S_3 = S_5 = \ldots = S_{2p+1} = 0,$$

$$S_2 = \frac{n}{2}, \; S_4 = \frac{3n}{8}, \cdots$$

Concours d'agrégation de 1894. Тема: Имѣется четыр-къ Q, вершины котораго суть A, B, C и D, а пересѣченіе діагоналей O; центры окружностей OAB, OBC, OCD и ODA суть O_1, O_2, O_3 и O_4; точки эти суть вершины параллелограмма P. Доказать: 1) что при данномъ параллелограммѣ P четыреугольники Q имѣютъ постоянную площадь и однѣ и тѣ же (по длинѣ) діагонали; 2) что, если при данномъ параллелограммѣ P точка O перемѣщается по прямой Δ, то вершины четыр-ка Q перемѣщаются по сторонамъ нѣкотораго параллелограмма P′. Изучить измѣненіе параллелограмма P′ при измѣненіи положенія прямой Δ; найти положеніе этой прямой, при которомъ параллелограмъ P′ имѣетъ наибольшую площадь.

Exercices divers. Par *Aug. Boutin.* №№ 356—363. Изъ доказанныхъ здѣсь предложеній особаго вниманія заслуживаютъ слѣдующія:

№ 360. Если $u_1, u_2, \ldots, u_n$ суть члены ряда *Lamé* (или *Fibonacci*):

$$u_1 = 1, \; u_2 = 1, \; n_3 = 2, \ldots, \; u_n = u_{n-1} + u_{n-2},$$

то

$$u_{2n}^2 = (2n-1)u_1^2 + (2n-2)u_2^2 + (2n-3)u_3^2 + \cdots + u_{2n-1}^2,$$

$$u_{2n+1}^2 = 1 + 2nu_1^2 + (2n-1)u_2^2 + (2n-2)u_3^2 + \cdots + u_{2n}^2,$$

$$u_{n-1} \cdot u_n \cdot u_{n+1} = u_n^3 + (-1)^n u_n,$$

$$u_1^3 + u_2^3 + u_3^3 + \cdots + u_n^3 = 1 + 3u_n u_{n+1} n_{n+3} - u_{n+2}^3.$$

№ 361. Если $u_1, u_2, \ldots, u_n$ суть члены того же ряда, то

Обложка
ищется

Обложка
пщется