Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIII Сем. № 152. № 8.

Содержаніе: Объ электрическомъ потенціалѣ, *Ф. П. В.* — Замѣтки относительно дѣйствій съ десятичными дробами, *Ф. Коваржика* (Окончаніе). — Научная хроника. — Изобрѣтенія и открытія. — Разныя извѣстія. — Задачи на испытаніяхъ зрѣлости. — Библіографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій. — Задачи №№ 405—410. — Рѣшенія задачъ (2 сер.) №№ 210, 243 и (1 сер.) 456.

ОБЪ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМЪ ПОТЕНЦІАЛѢ.

(ЗАМѢТКА).

Въ области практическихъ примѣненій электрическаго тока часто бываетъ достаточно имѣть точное и ясное понятіе о той величинѣ, которую называютъ электрическимъ потенціаломъ, и о той простой роли, какую она играетъ въ явленіяхъ электрическаго тока, не касаясь тѣхъ изящныхъ и важныхъ, но нѣсколько трудныхъ для усвоенія свойствъ, которыми эта величина владѣетъ въ явленіяхъ статическаго электричества.

Въ этой замѣткѣ мы имѣемъ въ виду показать, какъ изъ простыхъ свойствъ электрическаго тока можно вывести понятіе объ электрическомъ потенціалѣ, имѣя предварительно понятіе лишь о степени электризаціи тѣлъ и о томъ, какъ эта степень электризаціи можетъ быть *отмѣчена* числомъ дѣленій (градусовъ) шкалы электрометра произвольной конструкціи.

Пріемъ нашъ нѣсколько напоминаетъ тотъ пріемъ термодинамики, какимъ изъ простыхъ свойствъ цикла Карно можно вывести точное понятіе объ абсолютной температурѣ, имѣя предварительно понятіе лишь о степени нагрѣтости тѣлъ и о томъ, какъ эта степень нагрѣтости можетъ быть *отмѣчена* числомъ дѣленій (градусовъ) шкалы термометра произвольной конструкціи.

1. *Постоянный токъ въ изолированной проволокѣ.* Разсмотримъ однородный, цилиндрическій, тонкій проводникъ (проволоку), изолированный по всей длинѣ. Если какимъ нибудь образомъ, напримѣръ

введеніемъ этого проводника въ сѣть электрическихъ токовъ, на концахъ его поддерживаются разныя но постоянныя электризаціи, то въ проводникѣ идетъ постоянный электрическій токъ. Напряженность (сила) этого тока мѣняется всякій разъ, когда измѣнимъ электризацію одного изъ концовъ. Въ разныхъ проводникахъ (изъ разныхъ веществъ и разныхъ размѣровъ) токи получаются различные при однѣхъ и тѣхъ же электризаціяхъ концовъ. Отсюда видимъ, что напряженность тока въ проводникѣ зависитъ:

1) отъ вещества и размѣровъ (длина и поперечное сѣченіе) проводника;

2) отъ электризацій концовъ, т. е. отъ показаній (числа градусовъ) α и β электрометра, сообщеннаго послѣдовательно съ тѣмъ и другимъ концомъ проводника.

Рядомъ простыхъ опытовъ можно убѣдиться, что, при данныхъ электризаціяхъ концовъ, токи въ разныхъ проводникахъ обратно пропорціональны сопротивленіямъ r этихъ проводниковъ, причемъ

$$r = \frac{l}{cs},$$

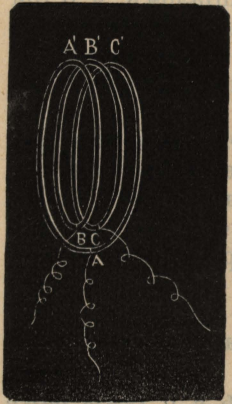
гдѣ l — длина проводника, s — площадь его поперечнаго сѣченія, а c — постоянная, зависящая отъ вещества проводника.

Другими словами, при данныхъ электризаціяхъ концовъ, произведеніе ir для всѣхъ проводниковъ есть величина постоянная; она зависитъ только отъ показаній α, β электрометра на концахъ *), т. е.

$$ir = f(\alpha, \beta).$$

2. *Свойство функціи* $f(\alpha, \beta)$. Если перемѣстить электризаціи концовъ, т. е. если электризація перваго конца будетъ такая же, какая была раньше на второмъ концѣ и обратно, то токъ измѣнитъ только направленіе, сохранивъ прежнюю напряженность. Отсюда слѣдуетъ, что

$$f(\alpha, \beta) = -f(\beta, \alpha).$$



Фиг. 41.

Пусть теперь имѣются три тождественныхъ проволоки, соединенныхъ послѣдовательно въ одну замкнутую цѣпь. Напримѣръ, сдѣлаемъ изолированною проволокою три (вообще $3n$) одинаковыхъ оборота вокругъ одной и той же рамы и концы проволоки соединимъ металлически въ A (фиг. 41) **).

Обнаживъ отъ изолировки точки A, B, C, отдѣляющія одинъ оборотъ отъ другого (вообще n оборотовъ отъ слѣдующихъ n оборотовъ), будемъ при помощи этихъ точекъ вводить нашу проволоку въ ту или другую сѣть электрическихъ токовъ. Во всѣхъ

*) Разумѣется, что въ проводникѣ нѣтъ электровозбудительныхъ силъ.

**) На самомъ дѣлѣ обороты проволоки плотно прилегаютъ другъ къ другу.

трехъ оборотахъ будутъ являться токи въ зависимости отъ тѣхъ электризацій, которыя будутъ устанавливаться въ точкахъ A, B, C.

Назвавъ α β, γ — показанія электрометра въ этихъ точкахъ, а i_1, i_2, i_3 — напряженности токовъ въ оборотахъ AA'B, BB'C, CC'A, будемъ имѣть

$$i_1 r = f(\alpha, \beta);$$

$$i_2 r = f(\beta, \gamma);$$

$$i_3 r = f(\gamma, \alpha),$$

гдѣ r — сопротивленіе каждаго оборота (вообще каждыхъ n оборотовъ). Отсюда:

$$r(i_1 + i_2 + i_3) = f(\alpha, \beta) + f(\beta, \gamma) + f(\gamma, \alpha).$$

Опытъ показываетъ, что въ какую бы сѣть токовъ мы ни вводили нашу проволоку, подвижной магнитъ, помѣщенный близь рамы, остается въ покоѣ. Это показываетъ, что токи

$$i_1, \; i_2, \; i_3$$

обѣгаютъ раму не въ одномъ направленіи, причемъ дѣйствіе двухъ токовъ, идущихъ въ одномъ направленіи, уравновѣшивается дѣйствіемъ третьяго, идущаго въ противоположномъ направленіи, т. е.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Отсюда слѣдуетъ, что функція f для всевозможныхъ значеній α, β, γ владѣетъ свойствомъ:

$$f(\alpha, \beta) + f(\beta, \gamma) + f(\gamma, \alpha) = 0.$$

Или, такъ какъ

$$f(\gamma, \alpha) = -f(\alpha, \gamma),$$

то

$$f(\alpha, \beta) + f(\beta, \gamma) = f(\alpha, \gamma) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1).$$

Изъ этого равенства видно, что когда β остается постояннымъ, а α и γ мѣняются, то первая часть равенства представляетъ сумму двухъ функцій, изъ которыхъ одна измѣняется съ измѣненіемъ только α а другая—съ измѣненіемъ только γ; это же должно имѣть мѣсто и для второй части, т. е.

$$f(\alpha, \gamma) = \theta(\alpha) + \theta_1(\gamma),$$

а слѣдовательно и

$$f(\alpha, \beta) = \theta(\alpha) + \theta_1(\beta),$$

$$f(\beta, \gamma) = \theta(\beta) + \theta_1(\gamma).$$

Вставляя эти выраженія въ равенство (1), получимъ:

$$\theta_1(\beta) + \theta(\beta) = 0$$

или

$$\theta_1(\beta) = -\theta(\beta);$$

и это для всякаго β, потому что разсужденія наши не зависятъ отъ величины β. Поэтому окончательно

$$f(\alpha, \beta) = \theta(\alpha) - \theta(\beta),$$

т. е. функція $f(\alpha, \beta)$ представляетъ *разность значеній одной и той же функціи* $\theta(x)$ *съ одною перемѣнною*, *выражающею степень электризаціи* (число градусовъ шкалы электрометра).

Для напряженности i тока въ проволокѣ получаемъ:

$$i = \frac{\theta(\alpha) - \theta(\beta)}{r}.$$

Для каждыхъ двухъ электризацій α и β природою электрическаго тока опредѣляется вполнѣ, какъ видимъ, величина ir, т. е. величина $\theta(\alpha) - \theta(\beta)$ разности значеній функціи $\theta(x)$ для этихъ электризацій. Поэтому, если *произвольно* назначить величину этой функціи для какой нибудь *одной* степени электризаціи (напр. если положить эту функціи равною нулю для электризаціи земли), то величины ея для *всѣхъ прочихъ* степеней электризаціи опредѣлятся вполнѣ. Величинами этой функціи и *измѣряютъ* въ настоящее время степень электризаціи, а самую функцію называютъ электрическимъ потенціаломъ.

3. *Примѣчаніе*. Описанный выше простой опытъ, послужившій намъ для вывода свойства функціи $f(\alpha, \beta)$ представляетъ очевидно частный случай примѣненія 2-ой теоремы Кирхгофа, которая представляетъ прямое слѣдствіе закона Ома, если впередъ установлено понятіе объ электрическомъ потенціалѣ. Изъ изложеннаго видно, что наоборотъ: принятіе одного частнаго случая этой теоремы, какъ опытной данной, ведетъ къ полному выраженію закона Ома и къ понятію объ электрическомъ потенціалѣ.

Упомянутый опытъ весьмо удобно произвести съ тѣмъ гальванометромъ, который описанъ нами въ статьѣ „Гальванометръ для учебныхъ цѣлей“ *). Въ n^0 5 этой статьи и изложено какъ разъ производство этого опыта.

При указанномъ выше способѣ опредѣленія электрическаго потенціала непосредственно видна простая и важная физическая роль этой величины въ явленіяхъ электрическаго тока, но за то не видны весьма важныя и изящныя электростатическія ея свойства и между прочимъ то основное, по которому разность потенціаловъ двухъ наэлектризованныхъ тѣлъ пропорціональна работѣ электрическихъ силъ, происходящей при перемѣщеніи электрической частицы съ одного тѣла на другое.

Ф. П. В. (Спб).

---

*) См. «Вѣстникъ Оп. Физики № 144, стр. 262.

ЗАМѢТКИ

относительно дѣйствій съ десятичными дробями и ихъ прохожденія въ учеб ныхъ заведеніяхъ.

(Окончаніе).

Самое большее зло при выполненіи дѣйствій надъ десятичными дробями,—это уравниваніе десятичныхъ знаковъ нулями. Этотъ пріемъ приводитъ только къ осложненіямъ и къ неправильному выполненію дѣйствій. Разсмотримъ это на отдѣльныхъ дѣйствіяхъ.

Чтобы сложить или вычесть десятичныя дроби, *должно* уравнять число десятичныхъ цыфръ нулями съ правой руки.... Вотъ правило, какъ его ставитъ Малининъ (стр. 141), а также Поляковъ, Серре̂, Геде, Никульцевъ, Шапошниковъ, Бугаевъ; въ одномъ только вычитаніи признаютъ это правило Гурьевъ, Симашко, Давидовъ. Нѣкоторые изъ этихъ авторовъ послѣ сообщенія правила замѣчаютъ, что для выполненія дѣйствія можно и не уравнивать числа десятичныхъ знаковъ, но это примѣчаніе не можетъ имѣть большого успѣха, разъ оно поставлено на второмъ планѣ, послѣ правила, отмѣченнаго даже особымъ шрифтомъ.

Киселевъ поступаетъ наоборотъ: показавъ, какъ выполнить дѣйствіе безъ уравниванія, совѣтуетъ (стр. 219): „Чтобы не ошибиться при подписываніи, полезно уравнять нулями число десятичныхъ знаковъ во всѣхъ слагаемыхъ".

Уравниваніе десятичныхъ знаковъ есть дѣло совершенно лишнее *); это явное противорѣчіе раньше изложеннымъ пріемамъ. Гурьевъ справедливо замѣчаетъ (стр. 225): „Ясно, что сложеніе десятичныхъ дробей *ничѣмъ* не разнствуетъ отъ сложенія цѣлыхъ чиселъ". Однако встрѣчается-ли при сложеніи цѣлыхъ чиселъ, имѣющихъ не одинаковое число знаковъ, уравниваніе недостающихъ съ лѣвой стороны знаковъ нулями?. Если требовалось-бы напр. къ 8327 прибавить 68, то находятъ-ли наши авторы нужнымъ или полезнымъ, при подписываніи втораго слогаемаго отмѣчать— „чтобы не ошибиться", — что кромѣ единицъ и десятковъ имѣется еще 0 сотенъ и 0 тысячъ? Или замѣняютъ-ли при умноженіи цѣлыхъ чиселъ въ частныхъ произведеніяхъ, которыя вѣдь прійдется слагать, недостающіе съ правой стороны знаки нулями?. Да, въ данномъ случаѣ записываніе нулей, по самому объясненію умноженія многозначныхъ чиселъ было-бы, пожалуй, умѣстно, а меж-

*) Оно умѣстно при записяхъ, которыя принято дѣлать съ условленною точностью. Такъ напр. температуру тѣла принято записывать съ точностью до 0,1 градуса, отсчетъ на рейкѣ при нивеллировкѣ съ точностью до 0,001 сажени, логариѳмы съ пятью или семью знаками и т. д. Тогда умѣстно недостающіе десятичные знаки замѣнять нулями, иначе другое лицо, просматривающее подобныя записи, могло-бы предположить, что записывающій самъ сомнѣвался въ точности своего наблюденія.

ду тѣмъ, по словамъ хотя-бы того-же Киселева (стр. 29): „для сокращенія письма не пишутъ нулей“. А если при дѣйствіяхъ съ цѣлыми числами стараются, гдѣ только возможно, избѣгать нулей, то зачѣмъ ихъ вводить въ дѣйствіяхъ съ десятичными дробями?.

Мнѣ могутъ возразить, что эта непослѣдовательность не слишкомъ осложняетъ дѣйствія: сложеніе и вычитаніе. Согласенъ, но дѣло въ томъ, что это только начало неправильностей и что эта погоня за нулями становится у нѣкоторыхъ авторовъ, а потомъ и у учениковъ, просто маніей. Наибольше даетъ она себя чувствовать при дѣленіи десятичныхъ дробей.

Для выполненія дѣленія имѣется простое правило: „Для раздѣленія десятичной дроби или цѣлаго числа на десятичную дробь должно увеличить дѣлимое и дѣлителя во столько разъ, чтобы дѣлитель обратился въ цѣлое число, и потомъ производить дѣленіе точно такъ, какъ дѣлается дѣленіе цѣлыхъ чиселъ“. (Леве стр. 132). Такъ-же поступаютъ Симашко и Киселевъ.

Но есть другая группа авторовъ, предлагающихъ другое и, какъ укажемъ, ложное правило: „При дѣленіи десятичныхъ дробей должно уравнять число десятичныхъ цыфръ нулями съ правой стороны, потомъ отбросить запятыя и дѣлить, какъ цѣлыя числа“. (Малининъ стр. 144). Нѣкоторые авторы (Геде, Поляковъ, Бугаевъ) признаютъ *только* это правило; другіе (Малининъ, Гурьевъ, Серре, Женленъ), указывая и другіе способы, выставляютъ именно этотъ способъ на первый планъ, а наконецъ третья группа (Давыдовъ, Воленсъ, Никульцевъ, Шапошниковъ), хотя и даютъ истинному правилу первое мѣсто, но способъ уравниванія десятичныхъ знаковъ нулями считаютъ равноправнымъ съ первымъ, а—если судить по печати у Воленса и Шапошникова—даже предпочитаютъ его первому. Между тѣмъ, способъ уравниванія десятичныхъ знаковъ совершенно ложный и проявляетъ только какую-то нѣжную любовь къ нулямъ и ненависть къ запятой; это явное противорѣчіе раньше изложеннымъ правиламъ. Разсмотримъ это на примѣрѣ. Пусть требуется 328, 67543 раздѣлить на 7,4. Уравнявъ число десятичныхъ знаковъ нулями и отбросивъ запятыя, получимъ 32867543: 740000. Теперь будимъ дѣлить, подписывая постоянно эту массу нулей (см. напр. у Воленса стр. 127). Мнѣ могутъ сказать, что этихъ нулей въ дѣлителѣ нечего оставлять, что этотъ случай дѣленія былъ уже раньше разсмотрѣнъ при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ: „Если одинъ только дѣлитель оканчивается нулями, то въ дѣлителѣ зачеркиваютъ нули, а въ дѣлимомъ отъ правой руки къ лѣвой отдѣляютъ столько цыфръ, сколько нулей зачеркнуто въ дѣлителѣ, и приписываютъ эти цыфры справа къ полученному послѣ дѣленія остатку“ (Малининъ стр. 48). Это правило встрѣчается во всѣхъ учебникахъ, а нѣкоторые авторы, напр. Гурьевъ, Поляковъ, Геде, Шапошниковъ отдѣляютъ цыфры въ дѣлимомъ запятою. Выходитъ, что тогда, когда объясняются дѣйствія съ цѣлыми числами, упомянутые авторы считаютъ возможнымъ *свести запятую* въ одно число—ту-же запятую, отъ которой впослѣдствіи тамъ, гдѣ она должна господствовать, столь охотно избавляются. Слѣдуя послѣднему правилу, въ нашемъ примѣрѣ должно было-бы получиться 3286,7543: 74. Но уравниватели числа десятичныхъ знаковъ, признающіе это правило при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ, забываютъ его при дѣленіи десятичныхъ дробей и предпочитаютъ возиться съ нулями. Мало того, они этого правила и не могутъ соблюсти, а именно по двумъ причинамъ. Во-первыхъ это было-бы не логично: сначала имъ мѣшаютъ запятыя; ихъ устраняютъ, а устранивши, опять вводятъ запятую въ одно число,—дѣлимое. А во вторыхъ потому, что дѣленіе, *послѣ двухъ преобразованій данныхъ чиселъ, было-бы приведено именно къ способу, когда одного только дѣлителя обращаемъ въ цѣлое число, такъ что наши злополучные авторы совсѣмъ и лишились-бы другого способа!*.

Изъ сказаннаго видно, что и при дѣленіи правило уравниванія числа десятичныхъ знаковъ невѣрно и кромѣ того напрасно усложняетъ дѣло массою нулей. Но это „правило" до того нравится многимъ учителямъ и ученикамъ, что они примѣняютъ его даже тогда, когда дѣлитель есть цѣлое число. Къ этому находятъ они поощренія и въ нѣкоторыхъ учебникахъ, хотя правда, высказанное въ нерѣшительной формѣ. Такъ Поляковъ говоритъ (стр. 157): „Если дѣлителемъ будетъ цѣлое число, то лучше (только?!) обойтись безъ приведенія къ одному знаменателю". А у Бугаева читаемъ (стр. 65): „Въ томъ случаѣ, когда дѣлителемъ будетъ цѣлое число, можно (!?) дѣленіе производить прямо, не приводя къ одному знаменателю".

Благодаря всему этому, мнѣ приходилось не разъ видѣть, что даже дѣленіе на однозначное цѣлое число, при которомъ слѣдуетъ непосредственно записывать результатъ, обращается въ дѣйствіе, занимающее цѣлую страницу и испещренное нулями.

До сихъ поръ я указывалъ на разногласія и промахи въ изложеніи теоріи десятичныхъ дробей, какъ онѣ обыкновенно излагаются въ учебникахъ, и на причины этихъ недостатковъ. Остается рѣшить вопросъ, какъ устранить эти недостатки?. Необходимо устранить причины, а такъ какъ онѣ кроются главнымъ образомъ въ постановкѣ теоріи десятичныхъ дробей въ зависимость отъ простыхъ дробей, то надо десятичныя дроби освободить отъ этой зависимости, разсматривая ихъ какъ продолженіе десятичнаго счисленія цѣлыхъ чиселъ. Такъ поступаютъ въ особенности Леве и Симашко. Послѣдній въ своей „Ариѳметикѣ" (изд. 1860 года) для объясненія прибѣгаетъ еще, хотя изрѣдка, къ простой дроби (см. умноженіе и дѣленіе десятичныхъ дробей стр. 125 и 126), между тѣмъ, какъ въ „Урокахъ практической ариѳметики" за 1877 годъ говоритъ уже (стр. 152): *Десятичныя дроби изложены независимо отъ обыкновенныхъ дробей; поэтому уроки XVIII и XIX* (т. е. счисленіе и свойства десятичныхъ дробей и четыре дѣйствія надъ ними) *можно проходить вслѣдъ за цѣлыми числами.*

Эта весьма цѣнная замѣтка приводитъ насъ къ обсужденію вопроса, умѣстенъ ли, возможенъ ли и полезенъ ли подобный порядокъ въ прохожденіи ариѳметики, т. е. слѣдуетъ ли теорію десятичныхъ дробей проходить раньше теоріи простыхъ дробей или даже рядомъ съ цѣлыми числами.

Самое счисленіе десятичныхъ дробей доказываетъ ихъ неразрывную связь съ цѣлыми числами. Приведемъ здѣсь мнѣніе двухъ авторовъ, представляющихъ своимъ обращеніемъ съ десятичными дробями въ дѣйствіяхъ два противоположные лагеря.

Леве говоритъ (стр. 121):... „разряды десятичныхъ долей находятся въ такой *тѣсной связи* съ разрядами цѣлыхъ чиселъ, что система разрядовъ десятичныхъ долей можетъ быть принята за *продолженіе системы разрядовъ цѣлыхъ чиселъ*. Такъ какъ система разрядовъ десятичныхъ долей *сливается* съ системою разрядовъ цѣлыхъ чиселъ, то...“

Мнѣніе Шапошникова (стр. 112): „Система счисленія десятичныхъ дробей получается какъ *простое развитіе* той десятичной системы, которая примѣняется къ счисленію цѣлыхъ чиселъ.“

Итакъ, непосредственная связь десятичныхъ дробей съ цѣлыми числами признается, и тѣмъ самымъ признается, что десятичнымъ дробямъ, на сколько касается счисленія, умѣстно стоять рядомъ съ цѣлыми числами. Почему-же ихъ, послѣ этого, разъединять? Можетъ быть послѣ, въ дѣйствіяхъ съ десятичными дробями, встрѣчаются затрудненія?. Можетъ быть, эти дѣйствія становятся объяснимыми и понятными только впослѣдствіи, на основаніи обыкновенныхъ дробей?.

На эти вопросы пусть отвѣчаютъ опять сами авторы. Мнѣніе Шапошникова (стр. 113): „Эти дроби разсматриваются въ ариѳметикѣ особо, потому что вычисленія съ ними можно (!) производить не только по общимъ правиламъ теоріи дробныхъ чиселъ, но и по особымъ правиламъ, которыя *вытекаютъ изъ особой системы счисленія десятичныхъ дробей, совершенно подобной системѣ счисленія цѣлыхъ чиселъ*“.

А дальше (стр. 126): „Пользуясь десятичнымъ обозначеніемъ дробей, можно производить вычисленія съ дробями по особымъ правиламъ, *близко сходнымъ* съ правилами дѣйствій надъ цѣлыми числами“.

Мнѣніе Воленса (стр. 129): „Система десятичныхъ дробей придумана съ тою цѣлью, чтобы вычисленія надъ дробями производить *такимъ же образомъ, какъ и надъ цѣлыми числами*.“

Мнѣніе Серре (стр. 138): „Мы видѣли, что дѣйствія надъ десятичными дробями производятся *по тому-же способу какъ и дѣйствія надъ цѣлыми числами, тогда какъ вычисленія обыкновенныхъ дробей далеко не такъ просты*“.

На основаніи этихъ и прежде приведенныхъ отзывовъ, можно заключить, что введеніе теоріи десятичныхъ дробей сейчасъ послѣ цѣлыхъ чиселъ или, еще лучше, рядомъ съ ними, для учениковъ не можетъ представлять никакихъ затрудненій, что оно умѣстно и возможно. Если-же доказано, что всѣ дѣйствія съ десятичными дробями проще дѣйствій съ обыкновенными дробями (основанныхъ притомъ на серьезныхъ статьяхъ о дѣлимости чиселъ, общемъ наибольшемъ дѣлителѣ и т. д.), то первыя слѣдуетъ проходить раньше вторыхъ уже просто на основаніи педагогической аксіомы: *отъ легкаго переходить къ трудному*.

Десятичная дробь является естественною переходною ступенью отъ цѣлаго числа къ обыкновенной дроби и поэтому, если вообще желательно отдѣлять теорію цѣлыхъ чиселъ отъ теоріи дробныхъ чиселъ, то десятичныя дроби слѣдуетъ проходить сейчасъ послѣ дѣйствій надъ цѣлыми числами; если-же придаемъ большее значеніе характеру десятичныхъ дробей, то ихъ теорію слѣдуетъ проходить „въ тѣсной связи" съ теоріей цѣлыхъ чиселъ, т. е. послѣ счисленія цѣлыхъ чиселъ — счисленіе десятичныхъ дробей, послѣ сложенія цѣлыхъ чиселъ — сложеніе десятичныхъ дробей и т. д.

Польза отъ послѣдняго порядка въ прохожденіи ариѳметики является, между прочимъ, и въ томъ, что многое, приходимое въ младшихъ классахъ, получитъ законное основаніе и объясненіе. Укажемъ ради примѣра на правило дѣленія на 10, 100, 1000... „Чтобы раздѣлить число на единицу съ нулями, должно *отмѣтить запятою* въ дѣлимомъ столько цыфръ, сколько нулей въ дѣлителѣ; эти цыфры и составятъ остатокъ, а остальныя цыфры дѣлимаго составятъ частное." (Малининъ стр. 48). Пройдя своевременно теорію десятичныхъ дробей, ученики пріучились-бы и этотъ остатокъ, котораго вообще они всегда опасаются, вводить въ частное.

То же самое, но только еще въ большей степени, можно сказать вообще о дѣленіи на число, оканчивающееся нулями.

Можно также указать на болѣе раціональную редакцію нѣкоторыхъ правилъ, которая тогда получилась-бы. Для примѣра укажемъ на правила умноженія и дѣленія на 25. Поляковъ пишетъ (стр. 51): „Чтобы *помножить* какое нибудь число на 25, должно его *помножить* на 100 и полученное произведеніе раздѣлить на 4." Вѣрно. А на стр. 54: „Чтобы *раздѣлить* число на двадцатьпять должно его помножить на 4 и произведеніе раздѣлить на 100." Значитъ: для того, чтобы число дѣлить, надо его сначала помножить!. Есть-ли сходство между этими правилами? Нѣтъ. Правило должно-бы идти параллельно правилу объ умноженіи на 25, въ такой формѣ: Чтобы раздѣлить число на 25, должно его раздѣлить на 100 и полученное частное помножить на 4. Но въ такомъ видѣ Поляковъ правила не можетъ сказать, потому что ученики не знаютъ еще десятичныхъ дробей, и поэтому вынужденъ быть непослѣдовательнымъ.

Всѣхъ этихъ путаницъ, осложненій, недомолвокъ и непослѣдовательностей не будетъ, если ученикамъ будутъ объяснены дѣйствія съ десятичными дробями рядомъ съ действіями надъ цѣлыми отвлеченными числами. Я здѣсь указалъ только на нѣкоторыя выгоды такого порядка; ихъ много, но съ другой стороны я не знаю ни одного мотива, кромѣ развѣ историческаго, который говорилъ-бы въ пользу теперешняго порядка въ прохожденіи дробей.

Все, сказанное о десятичныхъ дробяхъ, можно резюмировать такъ.

1. Счисленіе десятичныхъ дробей и дѣйствія надъ ними должны быть объясняемы независимо отъ обыкновенныхъ дробей.

2. Во избѣжаніе всякаго рода осложненій, не слѣдуетъ уравнивать числа десятичныхъ знаковъ нулями.

3. Желательно, чтобы счисленіе и четыре дѣйствія съ десятичными дробями объяснялись рядомъ со счисленіемъ и дѣйствіями надъ цѣлыми числами, или, по крайней мѣрѣ, раньше обыкновенныхъ дробей.

Ф. Коваржикъ (Полтава).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Токи при сотрясеніи. Извѣстно, что двѣ пластинки изъ одного и того же металла, погруженныя въ одну и ту же жидкость, могутъ при различныхъ условіяхъ давать токъ. Однимъ изъ мало изслѣдованныхъ явленій является токъ при движеніи однородныхъ электродовъ въ однородной жидкости. Такъ какъ токи образуются при поляризаціи электродовъ, вслѣдствіе неодинаковаго освѣщенія, нагрѣванія и пр., то *G. Киттег*, устранивъ всѣ эти причины, беретъ возможно тожественные электроды и одинъ изъ нихъ приводитъ въ движеніе электромоторомъ. Электровозбудительная сила токовъ при движеніи измѣрялась по способу компенсацій. Оказывается, что если поверхностный слой растворяется движущейся жидкостью, то движущійся электродъ отрицательный, а покоющійся—положительный. Въ растворахъ электровозбудительная сила измѣняется только при весьма слабыхъ концентраціяхъ, а также въ растворахъ, сильно насыщенныхъ воздухомъ. (Wied. Ann. 46, 119, 1892).

П. П.

Раздвоеніе каналовъ планеты Марсъ долго составляло неразрѣшимую загадку. Какъ извѣстно, на поверхности планеты замѣчается рядъ линій, ширина которыхъ должна равняться по меньшей мѣрѣ 300 километрамъ. Эти линіи иногда раздвояются, такъ что образуются 2 параллельныя линіи тамъ, гдѣ раньше была одна. Было высказано нѣсколько мнѣній для объясненія этого страннаго явленія. Нѣкоторые приписывали это раздвоеніе появленію трещинъ на поверхности Марса, нѣкоторые-же думали, что это—берега рѣкъ которые становятся видимыми, обнажаясь весною отъ снѣга. Директоръ Парижскаго Музея естественныхъ наукъ Меньэ далъ въ послѣднее время весьма простое объясненіе этому явленію. Доказавъ, что солнечные лучи отражаются материками Марса сильнѣе, чѣмъ водными его бассейнами, Меньэ заключаетъ, что въ тѣхъ случаяхъ, когда атмосфера Марса содержитъ много облаковъ, на этихъ облакахъ должна появляться тѣнь линій, производящая впечатлѣніе вторыхъ линій. Эти соображенія онъ подтверждаетъ слѣдующимъ опытомъ на гладко отполированной металлической поверхности были проведены чернымъ лакомъ линіи. Освѣтивъ эту доску прямымъ солнечнымъ лучемъ и натянувъ въ нѣсколькихъ миллиметрахъ отъ нея кусокъ тонкой кисеи, онъ замѣтилъ, что всѣ линіи удвоились, такъ какъ каждая изъ линій на доскѣ дала тѣнь на кисеѣ.

В. Г.

Дѣйствіе различныхъ спектральныхъ цвѣтовъ на глазъ. А. Шарпентье. (*A. Charpentier* C. R. de la Soc. de Biologie, 4., p 486, 1892).

При помощи теоретическихъ разсужденій авторъ пришелъ къ заключенію, что различнаго цвѣта свѣтовые лучи дѣйствуютъ на глазъ не одновременно, а показываютъ съ увеличеніемъ преломляемости и все болѣе и болѣе продолжительное замедленіе своего дѣйствія. Въ настоящей статьѣ авторъ описываетъ экспериментальное доказательство этого заключенія.

Если освѣтить щель спектроскопа очень кратковременнымъ свѣтомъ, то онъ не виденъ во всѣхъ частяхъ спектра, а кажется быстро движущимся по спектру отъ красной до фіолетовой части, причемъ отдѣльные цвѣта показываются и тотчасъ-же потухаютъ.

Самымъ лучшимъ источникомъ свѣта служитъ для этого опыта индуктированная искра, но можно воспользоваться и обращающимся дискомъ, соединеннымъ съ узкимъ и интенсивно освѣщеннымъ бѣлымъ секторомъ, который проходитъ передъ глазомъ на черномъ фонѣ.

Бхм.

Пламя горящаго азота. Круксъ. *W. Crookes.* The Chem. News. 45, p. 301. 1892).

Азотъ есть горящій газъ, т. е. смѣсь азота съ кислородомъ можетъ при извѣстныхъ условіяхъ горѣть пламенемъ и давать продуктами горѣнія азотистую и азотную кислоту. Причина, почему пламя разъ загорѣвшагося азота не распространяется по цѣлой атмосферѣ и не наполняетъ ее азотной кислотой, заключается въ томъ, что температура воспламененія азота лежитъ выше температуры, которая возникаетъ при его горѣніи; пламя не достаточно горячо, чтобы зажечь сосѣдній газъ.

При опытѣ, произведенномъ *Круксомъ* въ засѣданіи Королевскаго Общества 15 іюня, шелъ электрическій токъ въ 65 вольтъ и 15 амперъ, перемѣняющійся 130 разъ въ секунду, черезъ первичную спираль индуктора. Между полюсами вторичной спирали находилось азотное пламя. Когда пламя было произведено, то полюсы могли уже быть раздвинуты другъ отъ друга и на 215 мм. Это пламя можно задуть, но оно снова легко загорается отъ восковой свѣчи.

Въ спектроскопѣ азотное пламя не показываетъ линій и спектръ слабъ и непрерывенъ.

Температура нѣсколько выше обыкновеннаго газоваго пламени, возникающаго при дутьѣ изъ мѣха: оно расплавляетъ тонкую платиновую проволоку. Отдѣляющійся при горѣніи газъ сильно пахнетъ азотноватой кислотой и если горѣніе происходитъ въ закрытомъ шарѣ, то онъ наполняется скоро краснымъ газомъ.

Бхм.

ИЗОБРѢТЕНІЯ и ОТКРЫТІЯ.

Элементъ Malignani. Элементъ этотъ предназначенъ для электрическихъ вагоновъ. Въ первый часъ дѣйствія даетъ 25 амперовъ при разности потенціаловъ въ 1,55 вольта, затѣмъ электродвижущая сила медленно уменьшается, такъ что послѣ 5-ти часового дѣйствія элементъ даетъ еще 21 амперъ при 1,35 вольта. Вѣсъ элемента съ жидкостями—5,5 kg.

Положительный электродъ состоитъ изъ извѣстнаго числа угольныхъ стержней отъ лампъ съ вольтовой дугой, одинъ конецъ которыхъ остается свободнымъ, а на другомъ каждый изъ нихъ обернутъ золотымъ листкомъ, а поверхъ его—мѣдной полоской; всѣ мѣдныя полоски спаяны оловомъ. Золотой листокъ, препятствуя образованію солей между углемъ и металломъ, обезпечиваетъ хорошій контактъ. Отрицательнымъ электродомъ служитъ цинкъ. Весьма оригинально готовится пористый сосудъ: онъ дѣлается изъ плотной хлопчато-бумажной ткани, погружается затѣмъ на нѣколько минутъ въ смѣсь сѣрной и азотной кислотъ, промывается въ водѣ для удаленія избытка кислотъ и наконецъ переносится въ смѣсь спирта и эфира, вслѣдствіе чего получившійся подъ дѣйствіемъ смѣси сѣрной и азотной кислотъ хлопчато-бумажный порохъ переходитъ, отчасти, въ коллодій. Полученный такимъ образомъ сосудъ весьма легокъ, не поддается разбавленнымъ кислотамъ, представляетъ небольшое сопротивленіе и достаточно препятствуетъ эндосмосу. Жидкости: около цинка—вода, подкисленная сѣрной кислотой (1:15), а у положительнаго полюса, помѣщеннаго въ описанномъ пористомъ сосудѣ—растворъ селитры въ сѣрной кислотѣ или вода, подкисленная третьей частью продажной азотной кислоты. (Rev. Scient.). *В. Г.*

Способъ гальваническаго покрыванія металловъ алюминіемъ описанъ въ Scientific American. Сперва готовятся два раствора:

1. Амміачныхъ квасцовъ	2 kg.
Воды	10 litr.
2. Углекислаго кали	2 kg.
Воды	10 litr.
Углекислаго аммонія	8 grm. въ 10 litr. воды.

По смѣшеніи этихъ растворовъ образуется осадокъ гидрата окиси алюминія, который тщательно промывается и обрабатывается растворомъ.

3. Амміачныхъ квасцовъ	4 kg.
Воды	35 litr.
Чистаго ціанистаго калія	2 kg.

Все кипятится полъ-часа въ желѣзномъ сосудѣ; затѣмъ прибавляютъ:

4. Ціанистаго калія	2 kg.
Воды	20 litr.

Кипятятъ еще 15 мин., фильтруютъ и сохраняютъ жидкость.

Предметъ, назначенный для покрытія алюминіемъ, подвѣшивается на отрицательномъ полюсѣ; положительнымъ служитъ алюминіева пластинка. Температура ванны 25°—65°. Когда на предметѣ отложится сѣрый слой, его погружаютъ въ щелочь, что придаетъ ему блескъ. Можно получать въ той-же ваннѣ отложенія различныхъ цвѣтовъ, замѣняя алюминіеву пластинку на положительномъ полюсѣ золотой, никелевой, мѣдной или серебряной (Rev. Scient.). *В. Г.*

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

⁂ **Исчезающій островъ.** Подъ 43° сѣв. широты и 60° западной долготы отъ Гринвича, южнѣе Новой Шотландіи лежитъ такъ наз. „Песчаный островъ". По послѣднимъ извѣстіямъ изъ Канады островъ этотъ замѣтно погружается въ воду и скоро исчезнетъ совершенно, превратившись въ опасный подводный рифъ. Нѣсколько времени тому назадъ онъ имѣлъ около 64 верстъ въ длину, а теперь уменьшился на половину. Съ 1886 года на немъ были постепенно воздвигнуты три маяка, но первые два были размыты и обрушились, а третій уже подмытъ въ настоящее время.

⁂ **Обсерваторія на Монбланѣ** будетъ построена въ два этажа, высотою въ 4 сажени; $^2/_3$ ея будутъ находиться во льду. Нижній этажъ предназначенъ для путешественниковъ и ихъ проводниковъ, собственно-же обсерваторія будетъ помѣщена въ верхнемъ этажѣ. Зданіе будетъ имѣть форму усѣченной пирамиды, и будетъ установлено на 10-и подъемныхъ винтахъ, подобно Эйфелевой башнѣ. Части сооружаемой обсерваторіи изготовлены въ Парижѣ подъ надзоромъ астронома Жансена, и доставлены уже носильщиками на высоту 2200 саж. Предполагаютъ весною 1893 г. поднять всѣ строительные матеріалы на вершину Монблана. Директоръ новой обсерваторіи, Г. Капю, предполагаетъ также заняться изученіемъ дѣйствія разрѣженнаго воздуха на животныхъ и думаетъ для этого взять съ собой собакъ, кошекъ, почтовыхъ голубей и т. д. Онъ приглашаетъ молодыхъ, образованныхъ и преданныхъ наукѣ людей себѣ въ товарищи для занятій на Монбланской обсерваторіи.

⁂ Въ ноябрьской книжкѣ „Метеорологическаго Вѣстника" напечатано слѣдующее **письмо барона Норденшильда по поводу пыли 3-го мая**, съ которымъ онъ обратился въ Министерство Иностранныхъ дѣлъ черезъ посредство нашего посланника въ Стокгольмѣ.

„Я занимаюсь въ настоящее время изученіемъ замѣчательнаго дождя изъ пыли, бывшаго 3-го мая. Этотъ дождь наблюдался въ Финляндіи, Швеціи, Даніи и Германіи, отъ Выборга до устьевъ Эйдера; количество пыли, выпадавшей по большей части вмѣстѣ съ градомъ или дождемъ, было весьма значительно. Напримѣръ, можно сказать, что въ Стокгольмѣ выпало отъ одного до двухъ граммъ на квадратный метръ; въ Ганге и Мальмö по всей вѣроятности было еще больше; если-бы пыль была равномѣрно распредѣлена по всей области, гдѣ она выпала, то въ общемъ ея количество равнялось-бы нѣсколькимъ сотнямъ килограммовъ. Очевидно, что это вычисленіе основано на данныхъ, довольно недостовѣрныхъ, но оно можетъ дать однако нѣкоторое представленіе о важности явленія.—Подобные дожди наблюдались нѣсколько разъ и раньше; иногда можно было съ большей или меньшею достовѣрностью сдѣлать заключеніе о вулканическомъ происхожденіи пыли. Однако на этотъ разъ предварительные химическій и микроскопическій анализы показали, что въ данномъ случаѣ подобное толкованіе недопустимо. Такимъ образомъ для дождя 3-го мая нѣтъ другого выбора, такъ между гипотезой о космическомъ, неземномъ происхожденіи пыли и предположеніемъ, что пыль была перенесена вѣтромъ изъ сухихъ странъ нашей планеты. Наиболѣе близкая къ намъ мѣстность, отличающаяся сухостью,— это южно-русскія степи; весьма вѣроятно, что главная часть пыли 3-го мая принесена изъ этихъ странъ. Чтобы рѣшить этотъ вопросъ, весьма интересный и важный для исторіи нашей планеты, было-бы весьма желательно сравнить пыль 3-го мая съ пылью степей. Не представляется-ли поэтому возможнымъ получить нѣсколько пробъ пыли (нѣсколько дециграммовъ) изъ русскихъ степей, *собранной, напримѣръ, съ крышъ колоколенъ или другихъ высокихъ зданій?*".

Образцы можно высылать въ С.-Петербургъ, на имя Директора Департамента Внутреннихъ Сношеній М-ва Иностр. Дѣлъ, зданіе Главнаго Штаба.

Описываемое въ письмѣ Норденшильда явленіе наблюдалось во многихъ мѣстахъ Россіи. 2-го мая пыль была замѣчена въ Ковно; 1-го, 2-го, 3-го—въ Пинскѣ, отъ 1-го до 4-го—въ Елисаветградѣ; 4-го мая въ Петербургѣ выпалъ грязный дождь (см. „Метеор. Вѣстникъ" стр. 218—220); въ с. Березовкѣ, Подольской губерніи въ 5 час. пополудни 1-го мая солнце до того затмилось пылью, что можно было наблюдать въ бинокль безъ закопченныхъ стеколъ солнечныя пятна (Мет. В. стр. 235), а 2-го мая тѣ-же пятна наблюдались въ 3 ч. 30 м. пополудни. Б. Срезневскій ставитъ это явленіе въ связь съ засухой, бывшей въ концѣ апрѣля и началѣ мая въ южной и средней Россіи и съ сильными восточными вѣтрами

—※— Извѣстный электротехникъ **Вернеръ Сименсъ** скончался 24 ноября въ Берлинѣ. Вернеръ Сименсъ былъ старшимъ сыномъ зажиточнаго сельскаго хозяина и родился 13-го декабря 1816 г. въ Лентѣ, близъ Ганновера. Окончивъ курсъ въ Любекской гимназіи, онъ поступилъ въ 1834 году вольноопредѣляющимся въ прусскій артиллерійскій полкъ, квартировавшій тогда въ Магдебургѣ. Въ теченіе трехъ лѣтъ, которые онъ затѣмъ провелъ въ берлинской артиллерійской и инженерной академіи, а также по возвращеніи въ 1838 г. въ свой полкъ онъ усердно занимался математикой, физикой и химіей, и въ 1841 году получилъ въ Пруссіи и въ Англіи свой первый патентъ на гальваническое золоченіе и серебреніе. Въ 1846 г. онъ усовершенствовалъ передачу телеграфныхъ депешъ по проволокѣ, въ 1848 г. заложилъ въ кильскомъ портѣ первыя подводныя мины, воспламеняющіяся дѣйствіемъ электричества, а въ 1849 году построилъ знаменитыя батареи для защиты экернсдорфской гавани. Зимой того-же года онъ провелъ первую длинную телеграфную линію въ западной Европѣ—между Берлиномъ и Франкфуртомъ на-Майнѣ. Оставивши въ томъ-же 1849 году военную службу, онъ всецѣло посвятилъ себя основанному имъ въ компаніи съ Гальске телеграфно-строительному заведенію, работавшему 12 лѣтъ (съ 1853 года) надъ устройствомъ телеграфной сѣти въ Россіи. Въ 1860 году берлинскій университетъ избралъ его докторомъ философіи, а берлинская академія наукъ—своимъ постояннымъ членомъ. Въ 1885 году Сименсъ былъ принятъ въ число 30 кавалеровъ ордена „Pour le Merite". Въ 1889 году онъ пожертвовалъ полмилліона марокъ на учрежденіе въ Берлинѣ физико-техническаго института. Онъ занимался также изученіемъ вулканическихъ явленій, послѣ того какъ ему случилось однажды быть свидѣтелемъ изверженія Везувія. Главнѣйшая его заслуга заключается въ томъ, что онъ способствовалъ развитію телеграфнаго дѣла и главнымъ образомъ ему оно обязано своимъ нынѣшнимъ состояніемъ.

ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ.

Въ Тамбовскомъ реальномъ училищѣ въ $18^{91}/_{92}$ учебн. году.

Въ дополнительномъ классѣ. *По алгебрѣ:* Примѣнить способъ неопредѣленныхъ коэффиціентовъ къ разложенію выраженія

$$\frac{x^4+6x^3-9x^2-16x+6}{x^5-x^4-7x^3+x^2+6x}$$

на простѣйшія дроби т. е. представить данную дробь въ видѣ суммы дробей, у которыхъ числителями были-бы количества, независящія отъ x, а знаменателями — множители первой степени, на которые можетъ быть разложенъ знаменатель данной дроби.

По приложенію алгебры къ геометріи: Вписать въ данный треугольникъ параллелограммъ, площадь котораго была-бы равна площади даннаго квадрата. Изслѣдовать рѣшеніе задачи.

Въ VI классѣ. *По ариѳметикѣ:* Сколько нужно взять серебра 80 и 48 пробы, чтобы составить слитокъ въ 5 фунтовъ 70-й пробы?

По геометріи: 1. Внутри даннаго круга провести три равныхъ окружности, которыя касались бы какъ между собою, такъ и окружности даннаго круга.

2. Объемъ солнца въ 63,000,000 разъ болѣе объема луны. Вычислить отношеніе разстояній центровъ этихъ двухъ свѣтилъ отъ земли, когда ихъ видимые діаметры одинаковы, т. е. когда они

видны подъ однимъ и тѣмъ же угломъ. Луна и солнце принимаются за совершенные шары.

По алгебрѣ: 1. Среднее ариѳметическое двухъ неизвѣстныхъ чиселъ равно истинному значенію дроби

$$\frac{2n^2+3n-35}{2n^2+18n+40},$$

при $n=-5$; среднее геометрическое тѣхъ же чиселъ равно

$$10^{1-\lg 1,333\ldots}.$$

Найти эти числа.

2 Найти всѣ корни уравненія: $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$.

По тригонометріи: Опредѣлить площадь сегмента, если радіусъ равенъ 1, а хорда $=\frac{1}{2}$

Въ Тюменскомъ реальномъ училищѣ въ $18^{91}/_{92}$ уч. г.

Въ дополнительномъ классѣ. *По алгебрѣ:* Найти maximum и minimum выраженія $y-2x$, если $16y^2+36x^2=9$.

По приложенію алгебры къ геометріи: Двѣ хорды одного круга, равныя a и b, пересѣкаются внутри круга такъ, что сумма меньшихъ отрѣзковъ равна m. Опредѣлить эти части.

Въ VI классѣ. *По ариѳметикѣ:* Составили смѣсь изъ двухъ сортовъ чая, причемъ 1-го сорта взяли $\frac{1}{1+\frac{1}{3}}$ пуда цѣною 1 р. 50 к. за фунтъ. Число пудовъ чая второго сорта относилось къ числу пудовъ чая перваго сорта, какъ $2:3$; смѣшанный чай продавали съ прибылью $10^0/_0$ и за весь чай выручили 93 р. 50 коп. Опредѣлить цѣну чая второго сорта.

По геометріи: 1. Катеты прямоугольнаго треугольника составлены изъ сторонъ квадрата и правильнаго 8-ми угольника, вписанныхъ въ кругъ, радіусъ котораго равенъ r. Опредѣлить гипотензу. Вычислить числовую величину гипотенузы съ точностю до 0, 1, если $r=10$.

2. Раздѣлить данный треугольникъ прямой, проходящей черезъ вершину $\triangle$-ка, на двѣ части такъ, чтобы площадь одной части была среднею пропорціональною между площадью всего $\triangle$-ка и другою частью.

По алгебрѣ: 1. Раздѣлить 350 на четыре части, сумма которыхъ составляла-бы 350. Составныя части 350 образуютъ геометрическую прогрессію, у которой разность крайнихъ членовъ относится къ разности среднихъ, какъ $37:12$. Опредѣлить составныя части даннаго числа.

2. Составить квадратное уравненіе, зная, что разность корней даннаго уравненія равна d, и что корни уравненія относятся между собою, какъ $m:n$.

По тригонометріи: Опредѣлить площадь четыреугольника ABCD, стороны котораго $AB = 1{,}67$; $BC = 2{,}08$; $CD = 3{,}74$ и $DA = 2{,}5$, а уголъ $ABC = 36^0\,4'\,45''$ *).

По начертательной геометріи: Провести плоскость, дѣлящую уголъ пополамъ между данною плоскостью и горизонтальной плоскостью проэкцій.

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ **).

Петровъ, И. И. Проэкціонное черченіе. Курсъ дополнительнаго класса реальныхъ училищъ. Кіевъ.

— Чертежи. Кіевъ.

Травинъ, В. Н. Руководство къ низшей геодезіи. Часть 1-я. (Наставленіе къ употребленію геодезическихъ инструментовъ и къ производству хозяйственныхъ съемокъ). Изд. 2-е, исправ. и доп. В. В. Травинымъ (сыномъ), Н. Мамонтова. Москва.

— Атласъ чертежей къ 1-й части низшей геодезіи.

Аппельротъ Г. Г. По поводу параграфа перваго мемуара С. В. Ковалевской «Sur le probleme de la rotation d'un corps solide autour d'un point fixe». (Acta mathematica. 12. 2). Москва.

Воздухоплаваніе съ помощью аппаратовъ, тяжелѣйшихъ воздуха (Изъ соч. Traité d' aèrostation par Graffigny 1891), Съ фр. перевелъ Г. Бертенсонъ. (Отд. отт. изъ Инж. журн.) Спб.

Давидовъ, А. Геометрія для уѣздныхъ училищъ. Составлена по Дистервегу. Изд. 8-е книжн. маг. В. Думнова. Москва. Цѣна 35 к.

Езерскій, Ѳ. В. О правильной постановкѣ преподаванія счетоводства. Въ 4-хъ частяхъ. Москва.

Киселевъ, А. Элементарная алгебра. 3-е улуч. изд., содержащее курсъ класс. гимн. и 6-и классовъ реальн. уч. Изд. кн. маг. В. Думнова. Москва. Цѣна 1 р. 25 к.

Отчетъ за время съ 1-го сентября 1891 по 1-е сентября 1892 г., представленный комитету Николаевской главной астрономической обсерваторіи ея директоромъ. Спб.

Поморцевъ, Мих. Опытныя изслѣдованія условій равновѣсія и движенія свободнаго воздушнаго шара (отд. отт. изъ Инж. журн.). Спб.

Указатель первой электрической выставки въ Москвѣ 1892 г. Москва.

Александровъ, И. Геометрическіе методы разысканія maximum и minimum. Москва.

Бальъ, Гуго. Учебникъ коммерческой ариѳметики для реальныхъ, коммерческихъ и промышленныхъ училищъ. Часть 2-я. Вычисленіе процентныхъ денегъ и текущихъ счетовъ. Изд. Ф. Клуга. Ревель.

ЗАДАЧИ.

№ 405. Изъ нѣкотораго числа $N = abc \ldots xyz$ вычтемъ трехзначное число zzz, затѣмъ, отбросивъ 0, изъ полученнаго остатка $N_1 = abc \ldots x_1 y_1$ вычтемъ трехзначное число $y_1 y_1 y_1$, далѣе, отбро-

*) Задача невозможная. См. В. О. Ф. № 146, стр. 37.

**) См. № 149 В. О. Ф., стр. 107.

сивъ O, изъ второго остатка $N_2 = abc \ldots x_2$ вычтемъ трехзначное число $x_2x_2x_2$, и т. д. до тѣхъ поръ, пока это окажется возможнымъ. Требуется доказать, что если при такомъ послѣдовательномъ вычитаніи послѣдній остатокъ получится равнымъ нулю, или числу, кратному 37-и, то и первоначальное число N дѣлится на 37, причемъ, если послѣдній остатокъ $=$ O, то число N, кромѣ того, дѣлится еще на три.

(Примѣръ: 15096—666=14430; 1443—333=1110; 111—111=0).

Ш.

№ 406. На линіи, соединяющей центры двухъ шаровъ, лежащихъ внѣ другъ друга, найти такую точку, чтобы сумма поверхностей сегментовъ, наблюдаемыхъ изъ этой точки, была наибольшая.

Я. Тепляковъ (Радомысль).

№ 407. Два треугольника ABC и ABC′, вписанные въ одну и ту-же окружность, имѣютъ общую сторону AB = c, стороны BC и BC′ равны между собой, а разность между сторонами AC и AC′ равна p. Зная, что оба треугольника лежатъ по одну сторону прямой AB, опредѣлить разность ихъ площадей.

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 408. Построить $\triangle$ ABC, зная уголъ B и радіусы круговъ, описанныхъ около $\triangle\triangle$ ABD и DBC, гдѣ BD есть медіана основанія AC.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 409. Рѣшить уравненіе

$$\sqrt{mx+\sqrt{mx+\sqrt{mx+\ldots}}} + \sqrt{nx-\sqrt{nx-\sqrt{nx-\ldots}}} = p.$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 410. Токъ проходитъ по проволокѣ, согнутой въ видѣ равносторонняго треугольника. Доказать, что дѣйствіе его на магнитный полюсъ, помѣщенный въ центрѣ треугольника, обратно пропорціонально сторонѣ этого треугольника и показать, какимъ образомъ этотъ выводъ можетъ быть провѣренъ на опытѣ.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 210. (2 сер.). Показать, что если

$$(1+\cos\alpha\cos\beta)(1-\cos\alpha\cos\gamma) = 1 - \cos^2\alpha,$$

то

$$\operatorname{tg}\beta/_2 = \frac{\operatorname{tg}\gamma/_2}{\operatorname{tg}\alpha/_2}.$$

Изъ даннаго условія находимъ:

$$\cos\beta = \frac{\cos\gamma - \cos\alpha}{1-\cos\alpha\cos\gamma};$$

тогда $$\mathrm{Sin}^2\beta = 1 - \frac{(\mathrm{Cos}\,\gamma - \mathrm{Cos}\,\alpha)^2}{(1-\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\gamma)^2} \text{ или } \mathrm{Sin}\,\beta = \frac{\mathrm{Sin}\,\alpha\ \mathrm{Sin}\,\gamma}{1-\mathrm{Cos}\,\alpha\,\mathrm{Cos}\,\gamma}.$$

Но $$\mathrm{tg}\,\frac{\beta}{2} = \frac{\mathrm{Sin}\,\beta}{1+\mathrm{Cos}\,\beta},$$

слѣдовательно

$$\mathrm{tg}\,\frac{\beta}{2} = \frac{\mathrm{Sin}\,\alpha\ \mathrm{Sin}\,\gamma}{1-\mathrm{Cos}\,\alpha\ \mathrm{Cos}\,\gamma+\mathrm{Cos}\,\gamma-\mathrm{Cos}\,\alpha} = \frac{\mathrm{Sin}\,\alpha\ \mathrm{Sin}\,\gamma}{(1-\mathrm{Cos}\,\alpha)(1+\mathrm{Cos}\,\gamma)}.$$

Но $$1-\mathrm{Cos}\,\alpha = 2\,\mathrm{Sin}^2\frac{\alpha}{2} \text{ и } 1+\mathrm{Cos}\,\gamma = 2\,\mathrm{Cos}^2\frac{\gamma}{2},$$

слѣдовательно $$\mathrm{tg}\,\beta/_2 = \frac{\mathrm{tg}\,\gamma/_2}{\mathrm{tg}\,\alpha/_2}.$$

А. П. (Пенза); *К. Ж.* (Воронежъ).

№ 243. (2 сер.). Пусть m будетъ большій, а n меньшій изъ отрѣзковъ, опредѣляемыхъ на гипотенузѣ высотою прямоугольнаго треугольника, стороны котораго выражаются числами 3, 4 и 5. Требуется раздѣлить на три равныя части уголъ A такого прямоугольнаго треугольника, въ которомъ гипотенуза $AB = m$, и катетъ $AC = n$.

Имѣемъ очевидно $m : n = 4^2 : 3^2$; слѣдовательно $\mathrm{Cos}\,A = \frac{9}{16}$, а такъ какъ

$$\mathrm{Cos}\,3a = 4\,\mathrm{Cos}^3 a - 3\,\mathrm{Cos}\,a,$$

то, полагая $\mathrm{Cos}\,A = \mathrm{Cos}\,3\,a$, гдѣ a есть искомый уголъ, получимъ

$$(4\,\mathrm{Cos}\,a)^3 - 12\,(4\,\mathrm{Cos}\,a) - 9 = 0.$$

или

$$(4\,\mathrm{Cos}\,a+3)\,[(4\,\mathrm{Cos}\,a)^2 - 3\,(4\,\mathrm{Cos}\,a) - 3] = 0,$$

откуда

$$\mathrm{Cos}\,a = -\frac{3}{4};\ \mathrm{Cos}\,a = \frac{3-\sqrt{21}}{8};\ \mathrm{Cos}\,a = \frac{3+\sqrt{21}}{8}.$$

Требованіямъ задачи удовлетворяетъ очевидно только послѣднее положительное значеніе $\mathrm{Cos}\,a$, которое можно представить въ слѣд. видѣ:

$$\mathrm{Cos}\,a = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

Пусть $\frac{3}{4} = \mathrm{Cos}\,\alpha$, гдѣ α есть острый уголъ, тогда $\frac{\sqrt{7}}{4} = \mathrm{Sin}\,\alpha$,

а такъ какъ $\frac{1}{2} = \mathrm{Cos}\,60^0$ и $\frac{\sqrt{3}}{2} = \mathrm{Sin}\,60^0$, то

$$\mathrm{Cos}\,a = \mathrm{Cos}\,(60^0-\alpha)$$

и $$a = 60^0 - \alpha.$$

слѣдовательно искомый уголъ есть разность между угломъ равносторонняго треугольника и угломъ, косинусъ котораго $= \frac{3}{4}$.

В. Костинъ (Симбирскъ).

№ 456 (1 сер.). Вычислить площадь четыреугольника по четыремъ его сторонамъ a, b, c и d, зная, что углы, прилежащіе основанію a, равны.

Обозначимъ черезъ α углы BAD и CDA между сторонами b, a и d, a.

Опустивъ изъ вершинъ B и C перпендикуляры BF и CG на сторону AD, для площади четыреугольника ABCD найдемъ слѣдующее выраженіе:

$$s = \frac{1}{2}\,AF\,.\,BF + \frac{1}{2}\,DG\,.\,CG + \frac{1}{2}\,FG\,(BF + CG).$$

Опредѣляя величины AF, BF, DG, CG изъ прямоугольныхъ треугольниковъ ABF и DCG и замѣчая, что

$$FG = AD - (AF + GD),$$

находимъ:

$$s = \frac{1}{2} b^2 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\alpha + \frac{1}{2} d^2 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\alpha + \frac{1}{2}\Big\{a - (b+d)\operatorname{Cos}\alpha\Big\}(b + d)\operatorname{Sin}\alpha,$$

или

$$s = \frac{1}{2}\operatorname{Sin}\alpha\Big\{a\,(b + d) - 2bd\operatorname{Cos}\alpha\Big\}.$$

Остается опредѣлить уголъ α.

Изъ C проводимъ прямую, параллельную AD, до пересѣченія съ BF въ точкѣ K. Изъ прямоугольнаго треугольника BCK находимъ

$$BK^2 + CK^2 = BC^2,$$

или

$$(d - b)^2 \operatorname{Sin}^2\alpha + \Big\{a - (b + d)\operatorname{Cos}\alpha\Big\}^2 = c^2.$$

Изъ полученнаго ур-ія находимъ

$$\operatorname{Cos}\alpha = \frac{a\,(d+b) \pm \sqrt{(d-b)^2\,(a^2 - 4db) + 4bdc^2}}{4db}$$

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса 23 Декабря 1892 г.
Типо-литографія „Одесскихъ Новостей". Пушкинская, д. № 11.

Обложка
ищется

Обложка
ищется