Обложка
ищется

Обложка
пщется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 70.

VI Сем. 25 Апрѣля 1889 г. № 10.

Вычисленіе намагничивающей силы спирали.

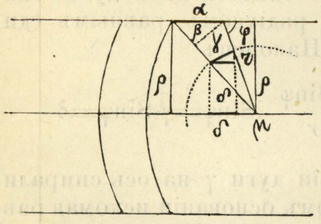
(Случай интегрированія построеніемъ).

Изъ лекцій.

Намагничивающая спираль представляетъ, въ сущности, соленоидъ,— рядъ равныхъ колецъ, равномѣрно расположенныхъ на общей прямой оси. Магнитныя силы всѣхъ кольцевыхъ токовъ на полюсъ на оси направлены въ одну сторону вдоль оси и потому равнодѣйствующая этихъ силъ равна ариѳметической суммѣ ихъ. Сила отдѣльнаго кольца на полюсъ μ на оси выражается какъ извѣстно формулою

$$f=\frac{2\pi\mu i\rho^2}{r^3}$$

Фиг 35.



гдѣ i сила тока въ электромагнитныхъ единицахъ, ρ радіусъ кольца, r разстояніе его элементовъ отъ полюса μ. При переходѣ отъ одного кольца къ другому смежному мѣняется въ этомъ выраженіи только величина r, въ зависимости отъ разстоянія между кольцами. Обыкновенно обороты проводника плотно прилегаютъ другъ къ другу, изолирующая обмотка ихъ очень тонка, и потому вся поверхность цилиндра покрыта какъ бы сплошь кольцевыми токами.

При такихъ условіяхъ электромагнитное дѣйствіе n колецъ на протяженіи единицы длины спирали эквивалентно дѣйствію одного кольца шириною въ единицу длины и съ силою тока въ ni единицъ: дѣйствіе же неизмѣримо короткаго элемента спирали, длиною въ α единицъ; эквивалентно дѣйствію кольца такой же ширины, и съ силой тока $ni\alpha$ единицъ, т. е. равно

$$\frac{2\pi\mu i.n\alpha.\rho^2}{r^3}$$

Если точки послѣдовательныхъ элементарныхъ колецъ спирали

$$a_1,\ a_2,\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ a_m$$

удалены отъ полюса μ на соотвѣтственныя разстоянія

$$r_1,\ r_2,\ .\ .\ .\ .\ .\ r_m$$

то общая равнодѣйствующая силъ всѣхъ элементарныхъ колецъ равна

$$R=2\pi\mu i.n\left\{\frac{a_1\rho^2}{r_1{}^3}+\frac{a_2\rho^2}{r_2{}^3}+\ .\ .\ .+\frac{a_m\rho^2}{r_m{}^3}\right\}.$$

Изъ построенія (фиг. 35) видно, что

$$\frac{\rho}{r}=\mathrm{Sin}\varphi,$$

гдѣ φ уголъ, образуемый соотвѣтственнымъ r съ осью спирали. Поэтому

$$\frac{a\rho^2}{r^3}=\frac{a\mathrm{Sin}\varphi}{r}\mathrm{Sin}\varphi;$$

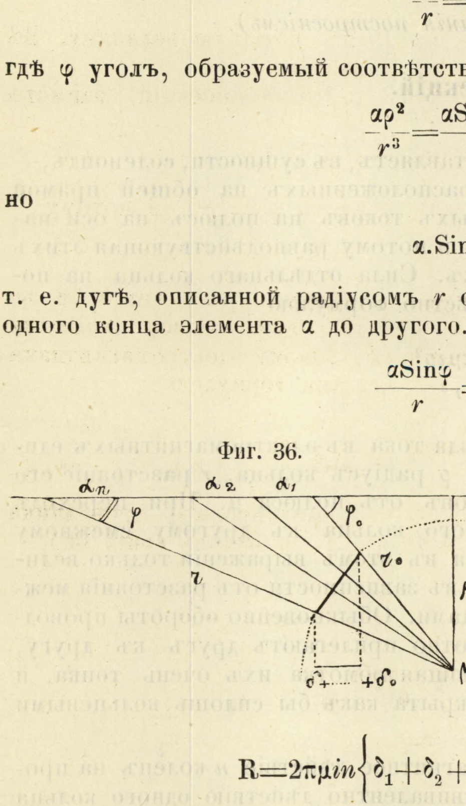
но

$$a.\mathrm{Sin}\varphi=\beta$$

т. е. дугѣ, описанной радіусомъ r около полюса μ при поворотѣ r отъ одного конца элемента a до другого. Затѣмъ

$$\frac{a\mathrm{Sin}\varphi}{r}=\frac{\beta}{r}=\gamma$$

Фиг. 36.



т. е. соотвѣтственной дугѣ, описанной радіусомъ равнымъ единицѣ. Наконецъ

$$\frac{a.\mathrm{Sin}\varphi}{r}.\mathrm{Sin}\varphi=\gamma.\mathrm{Sin}\varphi=\delta$$

проекціи дуги γ на ось спирали. На этомъ основаніи искомая равнодѣйствующая равна

$$R=2\pi\mu in\left\{\delta_1+\delta_2+\ .\ .\ .\ .\ .\ +\delta_m\right\};$$

а это, какъ видно изъ того же построенія, (фиг. 36) равно

$$R=2\pi\mu in\left\{\mathrm{Cos}\varphi-\mathrm{Cos}\varphi_0\right\}$$

гдѣ φ и φ_0 углы, образуемые прямыми r и r_0, идущими отъ полюса къ крайнимъ кольцамъ спирали. Это и есть общее выраженіе для электромагнитной силы спирали на полюсъ на ея оси. Частныя величины этого выраженія, соотвѣтствующія извѣстнымъ мѣстоположеніямъ полюса на оси, опредѣляются тѣмъ-же построеніемъ. Такъ, если полюсъ на одномъ концѣ спирали, то r_0 совпадаэтъ съ ρ, и проекція δ_1 начинается непосредственно у полюса μ; тогда

$$R=2\pi i\mu n.\mathrm{Cos}\varphi.$$

И дѣйствительно въ этомъ случаѣ

$$\varphi_0=90 \text{ и } \mathrm{Cos}\varphi_0=0.$$

Если полюсъ внутри спирали, напримѣръ на срединѣ ея, то на него дѣйствуютъ какъ бы двѣ спирали по обѣ стороны и потому вся сила равна

$$R=2\pi\mu in(\mathrm{Cos}\varphi+\mathrm{Cos}\varphi)$$

гдѣ углы имѣютъ, разумѣется, иную, нѣсколько бо̀льшую величину. Въ этомъ случаѣ $\varphi_0=180-\varphi$ и потому $\mathrm{Cos}\varphi_0=-\mathrm{Cos}\varphi$.

Наконецъ, если спираль очень длинна, то сумма проекцій δ займетъ оба единичныхъ радіуса, а потому

$$R=2\pi\mu in.(1+1)=4\pi\mu in.$$

И дѣйствительно тогда уголъ $\varphi=0$, а уголъ $\varphi_0=180^0$ и потому

$$\mathrm{Cos}\varphi-\mathrm{Cos}\varphi_0=1-(-1)=2.$$

Тотъ же способъ вычисленія силы примѣнимъ, разумѣется, и во всѣхъ случаяхъ, когда элементарныя дѣйствія выражаются сходными выраженіями. Такъ напримѣръ, по основному закону электромагнитизма дѣйствіе элемента тока a на полюсъ, выражается формулою

$$f=\frac{\mu ia}{r^2}\mathrm{Sin}\varphi$$

гдѣ φ уголъ между r и a. Потому дѣйствіе прямолинейнаго проводника на полюсъ равно суммѣ дѣйствій элементовъ, т. е. будетъ (фиг. 36)

$$R=\mu i\left(\frac{a_1}{r^2}\mathrm{Sin}\,\varphi_1+\frac{a_2}{r_2^2}\mathrm{Sin}\varphi_2+\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\right)$$

Здѣсь какъ и въ предыдущемъ примѣрѣ

$$\frac{a\mathrm{Sin}\varphi}{r}=\frac{\beta}{r}=\gamma.$$

и

$$r=\frac{\rho}{\mathrm{Sin}\varphi}$$

гдѣ ρ перпендикулярное разстояніе полюса отъ прямаго проводника. По этому

$$\frac{a\mathrm{Sin}\varphi}{r^2}=\frac{\gamma}{r}=\frac{\gamma}{\rho}\mathrm{Sin}\varphi=\frac{\delta}{\rho}$$

и слѣдовательно:

$$R=\frac{\mu i}{\rho}(\delta_1+\delta_2+\;.\;.\;.\;.\;.\;\delta_n)$$

Отсюда, какъ и прежде

$$R=\frac{\mu i}{\rho}(\mathrm{Cos}\varphi_n-\mathrm{Cos}\varphi_0).$$

Въ случаѣ безконечнаго проводника получимъ извѣстное выраженіе

$$R=\frac{2\mu i}{\rho}.$$

Такимъ же образомъ вычисляется дѣйствіе прямаго тока на элементъ тока dl по основной электродинамической формулѣ Грассмана

$$f=\frac{idl.i_1dl_1}{r^2}\mathrm{Sin}(l_1r).\mathrm{Cos}\psi$$

гдѣ ψ уголъ, образуемый dl_1 съ плоскостью (r_1l).

П. Фанъ-деръ-Флитъ (Спб.)

БЕСѢДЫ ИЗЪ ОБЛАСТИ МАГНИТИЗМА.

VI. Какъ измѣняется магнитность отъ сжатія и растяженія бруска?

Изъ прежнихъ бесѣдъ мы видѣли, что молекулярные магниты подъ вліяніемъ намагничивающей силы повертываются въ кускѣ желѣза такъ, сто *стремятся* принять параллельное другъ другу направленіе. Въ различныхъ тѣлахъ однако это *стремленіе* далеко не къ одинаковымъ приводитъ результатамъ. Такъ напр. въ стали они далеко не такъ параллельны, какъ въ желѣзѣ, если только намагничивающая сила была одна и та же; что конечно зависитъ отъ *сопротивленія*, оказываемаго *средою*, и называемаго *задерживательной силой*.

Что же будетъ, если это сопротивленіе уменьшить, напр. данный брусокъ растянуть?—Тогда, конечно, молекулярные магниты подъ вліяніемъ той же намагничивающей силы будутъ ближе къ параллельности между собою, и магнитизмъ тѣла будетъ сильнѣе. *Магнитность* тѣла такимъ образомъ отъ растяженія *увеличится*.

Само собою понятно, что если массу сжать, то вслѣдствіе увеличенія сопротивленія вращенію молекулъ и магнигность станетъ меньше. Можно сжать напр. желѣзо такъ сильно, что повернуть молекулярные магниты никакая сила не будетъ въ состояніи и желѣзо,—какъ это не порадоксально,—не можетъ быть намагничено. Опыты эти были на самомъ дѣлѣ произведены. Отсюда слѣдуетъ, что желѣзо, находящееся глубоко въ землѣ, магнитнымъ быть не можетъ,—результатъ, рѣшающій судьбу той гипотезы, по которой земной магнитизмъ зависитъ отъ массы желѣза, находящагося въ землѣ.

Но не всегда будетъ такъ, какъ мы сказали выше. Въ самомъ дѣлѣ, если сопротивленіе въ массѣ было уже вначалѣ мало, то растяженіе бруска не можетъ больше повысить магнитности, а наоборотъ, уменьшитъ ее еще, такъ какъ взаимодѣйствіе между молекулярнымн магнитами при этомъ ослабляется.

Такія тѣла, въ которыхъ сказанное сопротивленіе мало, дѣйствительно существуютъ, напр. никкель. Найдено, что онъ обладаетъ большимъ магнитизмомъ, чѣмъ желѣзо при прочихъ одинаковыхъ обстоятельствахъ, если только брать для намагничиванія слабыя силы. При большихъ силахъ магнитизмъ его приблизительно втрое слабѣе желѣза.

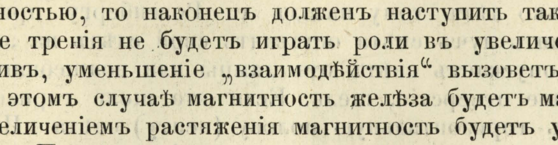
Итакъ, если мы будемъ растягивать никкель, то магнитность его должна уменьшиться. Опыты подтвердили это предположеніе.

Сжимая теперь такое тѣло, какъ никкель, мы его магнитныя свойства будемъ приближать къ свойствамъ желѣза, такъ какъ сопротивленіе при этомъ будетъ увеличиваться, точно также какъ и взаимодѣйствіе молекулярныхъ магнитовъ, и магнитность никкеля должна при сжатіи увеличиваться. Опыты подтвердили и это предположеніе.

Дальнѣйшее сжатіе никкеля уменьшило бы его магнитность, такъ какъ сопротивленіе взяло бы верхъ надъ взаимодѣйствіемъ, какъ это и замѣчается въ желѣзѣ. Слѣдовательно, магнитность никкеля при нѣкоторомъ сжатіи, прежде чѣмъ уменьшится, достигла бы maximum'а. Такихъ опытовъ (съ сильными давленіями) произведено еще не было. Но мы можемъ повѣрить это слѣдствіе нашихъ разсужденій другимъ путемъ. Въ самомъ дѣлѣ, если желѣзо при растяженіи обладаетъ все большей и большей магнитностью, то наконецъ долженъ наступить такой моментъ, когда уменьшеніе тренія не будетъ играть роли въ увеличеніи магнитности, а напротивъ, уменьшеніе „взаимодѣйствія" вызоветъ уменьшеніе магнитности; въ этомъ случаѣ магнитность желѣза будетъ максимальная, послѣ чего съ увеличеніемъ растяженія магнитность будетъ уменьшаться, какъ и у никкеля. Произведенные въ этомъ смыслѣ опыты подтвердили это предположеніе: магнитность желѣза достигла maximum'а при извѣстномъ растягивающемъ грузѣ и съ дальнѣйшимъ растяженіемъ уменьшилась.

Полученные результаты представлены на приложенной фигурѣ графически; при этомъ ординаты означаютъ величину магнитности (при средней намагничивающей силѣ), а ось абсциссъ представляетъ собою вправо отъ ординаты каждаго элемемента (*Fe* и *Ni*) растягивающую силу, а A показываетъ maximum магнитности или равновѣсіе между магнитнымъ взаимодѣйствіемъ молекулъ и сопротивленіемъ внутри массы, которое получается либо при сжатіи никкеля, либо при растяженіи желѣза.

Фиг. 37.



Изъ приложенной фигуры (фиг. 37) видно, что *никкель* съ магнитной точки зрѣнія нужно разсматривать какъ *сильно растянутое желѣзо*, а *желѣзо*, какъ *сильно сжатый никкель*. Явленія сильно сжатаго никкеля будутъ, слѣдовательно, и явленіями (по крайней мѣрѣ съ качественной стороны) обыкновеннаго желѣза, а явленія сильно растянутаго желѣза будутъ въ то же время напоминать и явленія обыкновеннаго никкеля.

На сколько вѣренъ такой взглядъ, покужутъ послѣдующія бесѣды.

П. Бахметьевъ (Цюрихъ).

КЪ СИНТЕЗУ СПЕКТРА.

Для демонстрированія оптическихъ явленій употребляется лучъ свѣта, выходящій изъ круглаго отверстія электрическаго фонаря или солнечный лучъ, направляемый геліостатомъ. Этотъ лучъ можно заставить отражаться отъ плоскаго зеркала, преломляться, проходить черезъ призму. Если сдѣлать круглое отверстіе большаго размѣра, то, пропуская такой пучекъ черезъ оптическія стекла, направляя его на сферическія зеркала, можно демонстрировать явленія свѣта въ стеклахъ и зеркалахъ. Недостатокъ этого способа состоитъ въ томъ, что здѣсь не виденъ непосредственно ходъ лучей; мы можемъ наблюдать пересѣченіе пучка свѣта съ матовымъ стекломъ, что не можетъ быть, однако, показано за-разъ большой аудиторіи.

Нѣсколько лѣтъ тому назадъ г. Розенбергу пришла счастливая мысль заставить лучъ свѣта оставлять свой слѣдъ на экранѣ. Для этой цѣли онъ пропускаетъ свѣтъ отъ лампы или волшебнаго фонаря черезъ узкое линейное отверстіе, щель. Если эта щель горизонтальна, то мы будемъ имѣть горизонтальную полосу (ленту) свѣта. Поставимъ экранъ такъ, чтобы уголъ, составляемый направленіемъ этой полосѣ съ плоскостью экрана былъ бы небольшой (иными словами, чтобы уголъ паденія пучка былъ близокъ къ 90°). Тогда мы получимъ на экранѣ свѣтлую горизонтальную линію которая будетъ служить намъ изображеніемъ падающаго луча. Если мы эту линію пересѣчемъ плоскимъ зеркаломъ, обращеннымъ полированной стороной къ источнику свѣта, то не трудно видѣть, что та полоса (лента) свѣта, о которой шла рѣчь, отразится отъ этого зеркала и мы получимъ отраженную полосу, которая, пересѣкаясь экраномъ, дастъ на немъ другую свѣтлую линію—лучъ отраженный. Давая плоскому зеркалу различныя положенія, мы всегда будемъ наблюдать, что уголъ паденія равенъ углу отраженія, при чемъ для ясности можно къ плоскому зеркалу придѣлать перпендикулярный стержень. Вращая это зеркало непрерывно, мы ясно увидимъ, что лучъ отраженный описываетъ уголъ вдвое большій, чѣмъ перпендикуляръ къ зеркалу.

Ставя пластинку съ линейнымъ отверстіемъ не горизонтально, а наклонно, мы получимъ наклонную полосу свѣта, которая дастъ на экранѣ наклонную свѣтлую линію. Пропуская этотъ лучъ черезъ полукруглую ванну съ водой, поставленную около экрана, мы можемъ наблюдать законъ преломленія свѣта, для чего можно приложить къ экрану листъ бумаги съ начерченною окружностью и съ синусами различныхъ угловъ паденія и преломленія. Для полученія различныхъ угловъ паденія надо, понятно, измѣнять наклонъ линейнаго отверстія (щели), черезъ которое проходитъ свѣтъ. Если мы, наконецъ, пропустимъ этотъ лучъ черезъ призму, то на экранѣ ясно изобразится лучъ преломленный; вращая призму около оси, параллельной преломляющему ребру, легко можно наблюдать измѣненіе отклоненія луча призмою и minimum этого отклоненія.

Для того чтобы наблюдать свѣтовыя явленія, представляемыя сферическими зеркалами и оптическими стеклами, надо взять пластинку не съ одной щелью, а съ нѣсколькими параллельными щелями. Для ясности хода лучей свѣта, можно взять стеклянную пластинку, покрытую фольгой, въ которой вырѣзано нѣсколько параллельныхъ линій, окрашенныхъ въ разные цвѣта. Тогда мы на экранѣ, поставленномъ вышеупомянутымъ образомъ, получимъ нѣсколько параллельныхъ лучей, если угодно, различнаго цвѣта. Возьмемъ затѣмъ цилиндрическое зеркало, у котораго отшлифована внутренняя поверхность, приложимъ его къ экрану, обративъ его шлифованную поверхность къ источнику свѣта. Понятно, что это цилиндрическое зеркало при нашемъ расположеніи опыта будетъ играть роль вогнутаго зеркала и наши лучи, отразившись отъ его поверхности, соберутся въ одну точку и разойдутся далѣе, оставивъ свой слѣдъ на экранѣ. Если мы наклонимъ ось этого зеркала къ падающимъ лучамъ, то получимъ на экранѣ каустическую кривую. Шлифуя наружную поверхность цилиндрическаго зеркала, будетъ имѣть выпуклое зеркало, которое вмѣсто параллельнаго падающаго пучка лучей дастъ на экранѣ расходящійся пучекъ отраженныхъ лучей.

Чтобы изучить явленія въ оптическихъ стеклахъ, приготовляютъ изъ стекла такіе сосуды, у которыхъ двѣ стѣнки имѣютъ цилиндрическую форму, а двѣ другія—плоскія. Сосудъ наполняютъ водой или другой прозрачной жидкостью и такимъ образомъ мы будемъ имѣть выпуклыя и вогнутыя стекла. Приставляя ихъ къ экрану съ лучами, увидимъ дѣйствіе этихъ стеколъ на параллельный пучекъ лучей.

Имѣя достаточно сильный источникъ свѣта, мы можемъ комбинировать наши приборы такъ, чтобы изслѣдовать изображенія точки въ зеркалѣ или стеклѣ. Такъ напр., принявъ пучекъ лучей на двояковыпуклую чечевицу, получимъ точку. Поставивъ на пути лучей, выходящихъ изъ этой точки, вогнутое зеркало, такъ чтобы эта точка лежала за его центромъ, получимъ ея сопряженный фокусъ. Приложивъ къ экрану листъ бумаги, мы можемъ начертить на немъ лучи и повѣрить законы разстояній сопряженныхъ фокусовъ отъ зеркала.

Я позволилъ себѣ распространиться объ этихъ опытахъ болѣе подробно потому, что на страницахъ „Вѣстника“ они еще не были описаны.

Скажу еще нѣсколько словъ объ источникѣ свѣта для этихъ опытовъ. Фирма О. Рихтеръ въ Петербургѣ употребляетъ сильныя керосиновыя лампы съ черными стеклами, надъ которыми ставитъ щели, такъ что пучки свѣта, о которыхъ я говорилъ, выходятъ вертикальными. Но экранѣ укрѣпляются различныя приборы опыта г. Розенберга, такъ что на немъ заразъ можно видѣть и отраженіе, и преломленіе свѣта, и собираніе лучей вогнутыми зеркалами и выпуклыми стеклами, и прохожденіе свѣта черезъ призму.

На электрическій фонарь можно надѣвать крышку, въ днѣ которой сдѣлано одно или нѣсколько параллельныхъ отверстій. Такой же пріемъ рекомендуется и для волшебнаго фонаря съ керосиновою лампою. Однако въ этомъ случаѣ съ трудомъ получается ясное изображеніе лучей на экранѣ. Я приготовилъ деревянную дощечку съ круглымъ отверстіемъ, въ которое вставляю стекляные кружки, покрытые фольгой съ вырѣзанными въ ней параллельными линіями. Эту дощечку я вставляю въ то мѣсто, куда обыкновенно ставятъ картины. На экранѣ получается отчетливое изображеніе лучей и опыты г. Розенберга удаются вполнѣ удовлетворительно.

Въ нынѣшнемъ году, когда я показывалъ опыты г. Розенберга своимъ ученикамъ, мнѣ пришла въ голову мысль воспользоваться этимъ пріемомъ для того, чтобы показать синтезъ спектра. Моя попытка мнѣ удалась, и я позволю себѣ подѣлиться этимъ съ моими коллегами.

Я вставилъ въ фонарь горизонтальную щель; полученную горизонтальную полосу (ленту) свѣта я принялъ на призму, которой преломляющее ребро было тоже горизонтально. Поставивъ вертикальный экранъ такъ, чтобы уголъ паденія пучка на него былъ близокъ къ 90°, я получилъ спектръ, котораго цвѣтныя полосы были горизонтальны и занимали всю ширину экрана т. е. примѣрно въ 1 аршинъ. Длина спектра, т. е. разстояніе отъ краснаго конца до фіолетоваго, была при мѣрно 2,5 вершка. Приставивъ къ экрану на срединѣ этого спектра вогнутое цилиндрическое зеркало или двояковыпуклую чечевицу изъ коллекціи г. Резенберга, я собралъ эти лучи въ одну точку. Эта точка оказалась бѣлаго цвѣта. Лучи, пересѣкшись въ этой точкѣ, шли дальше по экрану окрашенными.

Можно щель и призму поставить вертикально, тогда экранъ придется помѣстить почти горизонтально съ малымъ наклономъ къ источнику свѣта. Вертикально поставленное цилиндрическое зеркало соберетъ луги спектра въ одну бѣлую точку.

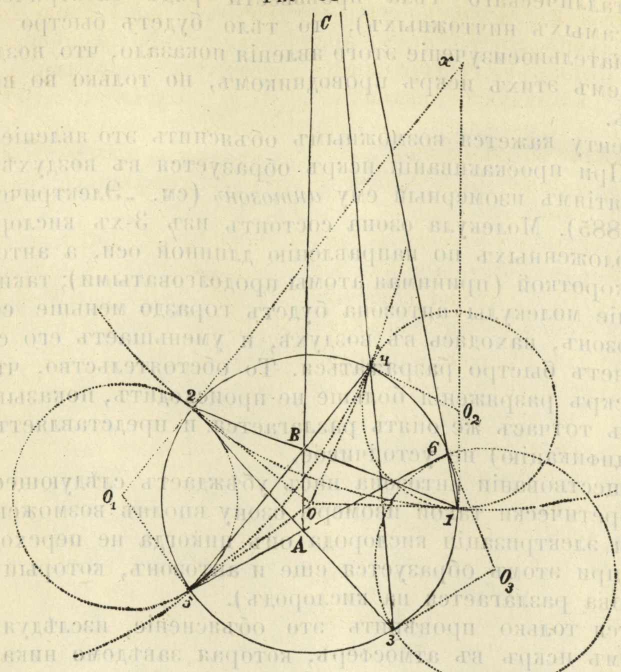
Опытъ этотъ отличается тою же наглядностью, какъ и другіе опыты, описанные мною выше. *Н. Нечаевъ* (Казань).

О ПАСКАЛЕВОМЪ ШЕСТИУГОЛНИКѢ.

Предлагаю еще одно доказательство свойства шестиугольника Паскаля, заимствованное мною изъ сочиненія *М. Баранецкаго*: „Poczatkowy wykład syntetyczny własności przecięć stożkowych. 1885“

Положимъ въ окружность O вписанъ шестиугольникъ 123456. Противоположныя его стороны пересѣкаются въ точкахъ A, B и C (фиг. 38). Проведемъ двѣ касательныя къ окр. O въ точкахъ 2 и 5, тогда O_1 будетъ центромъ окружности, пересѣкающей окр. O подъ прямымъ угломъ въ точкахъ 2 и 5. Равнымъ образомъ окружность O_2 и O_3 будутъ пересѣкать окр. O подъ прямыми углами въ точкахъ 4, 1 и 6, 3. Если продолжимъ касательныя $O_1 2$ и $O_2 1$ до пересѣченія въ X, то X будетъ центромъ окружности, касательной къ O_2 внутри и къ O_1—внѣшне, а слѣд. на линіи 1,2 долженъ быть внутренній центръ подобія круговъ O_1 и O_2. (См, „Вѣстникъ“ № 28 стр. 84. Теор. IX слѣд.) Такъ-же можно построить

Фиг. 38.



окружность X_1, касательную къ кругамъ O_1 и O_2 въ точкахъ 4 и 5, слѣд. на линіи 4,5 будетъ лежать внутренній центръ подобія круговъ O_1 и O_2, т. е. онъ будетъ въ В. Такимъ же образомъ можно доказать, что внутренній центръ подобія круговъ O_1 и O_3 будутъ въ А и внѣшній центръ подобія круговъ O_2 м O_3 будетъ въ С, слѣд. на основаніи извѣстной теоремы, что прямая, соединяющая два центра подобія трехъ круговъ, проходитъ черезъ третій центръ подобія, (См. „Вѣстникъ" № 28 стр. 84 Теор. IX) заключаемъ, что точки А, В и С будутъ лежать на одной прямой, что и слѣдовало доказать.

А. Бобятинскіи (Барнаулъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Дѣйствіе электрическихъ искръ на разряженіе наэлектризованныхъ тѣлъ. Наккари. (*Naccari*. Atti R. Ac. Sc. di Torino. 24. p. 195. 1889).

Едва успѣли появиться изслѣдованія *Герца* надъ вліяніемъ ультрафіолетовыхъ лучей на разряженіе наэлектризованныхъ тѣлъ, какъ явленіе это подвергнулось изслѣдованію многихъ физиковъ (изъ русскихъ: *Столѣтовъ* и *Боргманъ*). Автору удалось чисто случайно открыть при этомъ еще одно новое явленіе.

Если вблизи (2 цм.) наэлектризованнаго положительно или отрицательно металлическаго тѣла произвести рядъ электрическихъ искръ (хотя бы самыхъ ничтожныхъ), то тѣло будетъ быстро разряжаться. Болѣе внимательноеизученіе этого явленія показало, что воздухъ дѣлается подъ вліяніемъ этихъ искръ проводникомъ, но только во время прохожденія искръ.

Референту кажется возможнымъ объяснить это явленіе слѣдующимъ образомъ. При проскакиваніи искръ образуется въ воздухѣ озонъ и, по всѣмъ вѣроятіямъ изомерный ему *антозонъ* (см. „Электричество" № 18, стр. 141. 1885). Молекула озона состоитъ изъ 3-хъ кислородныхъ атомовъ, расположенныхъ по направленію длинной оси, а антозона—по направленію короткой (принимая атомы продолговатыми); такимъ образомъ сопротивленіе молекулы антозона будетъ гораздо меньше сопротивленія озона. Антозонъ, находясь въ воздухѣ, и уменьшаетъ его сопротивленіе и тѣло начнетъ быстро разряжаться. То обстоятельство, что послѣ прекращенія искръ разряженія больше не происходитъ, показываетъ только, что антозонъ тотчасъ же опять разлагается и представляетъ собою соединеніе (модификацію) не устойчивое.

Въ существованіи антозона насъ убѣждаетъ слѣдующее:

1) Теоретически такой изомеръ озону вполнѣ возможенъ.

2) При электризаціи кислорода онъ никогда не переходитъ весь въ озонъ (ибо при этомъ образуется еще и антозонъ, который послѣ электризаціи снова разлагается на кислородъ).

Остается только провѣрить это объясненіе, изслѣдуя разряженіе подъ вліяніемъ искръ въ атмосферѣ, которая завѣдомо никакихъ соединеній и изомеровъ при электризаціи не даетъ. Въ такой атмосфорѣ разряженія происходить не должно.

Вотъ одна изъ благодарныхъ темъ, которую очень легко рѣшить во всякомъ физическомъ кабинетѣ. *Бхм.*

♦ **Свѣченіе падающихъ звѣздъ. Минари.** *(E. Minary.* C. R. 108. p. 340. 1889).

Авторъ задаетъ вопросъ: можно ли допустить, что свѣченіе падающихъ звѣздъ происходитъ вслѣдствіе превращенія движенія въ теплоту? и отвѣчаетъ, что если подумать, что газы представляютъ собою вполнѣ упругія тѣла и что они находятся въ верхнихъ слояхъ атмосферы въ состояніи крайняго разрѣженія, то нельзя понять образованія теплоты вслѣдствіе удара тѣлъ, входящихъ въ нашу атмосферу съ очень большой скоростью и встрѣчающихъ вполнѣ упругія воздушныя молекулы. Эти молекулы въ состояніи принять движеніе и скорость этихъ тѣлъ, что было бы сообщеніемъ движенія, а не его потерей, такъ какъ, что потеряетъ тѣло, то сообщается молекуламъ воздуха. Такимъ образомъ все количество движенія находится въ обоихъ тѣлахъ и поэтому не можетъ произойти превращенія движенія въ теплоту. Если бы произошло такое превращеніе, то движеніе этихъ тѣлъ на ихъ пути было бы замедленнымъ и свѣченіе было бы все сильнѣе и сильнѣе; наблюденіе же показываетъ только свѣтовую молнію и довольно равномѣрное движеніе по крайней мѣрѣ для всѣхъ тѣхъ, которыя несгараемы*).

---

*) См. стат. проф. Шведова,: „Нагрѣваніе метеоритовъ при ихъ паденіи на землю" въ Ж. Р. Ф.-Х. Общ. 1884 г., вып. 9, стр. 555. См. также замѣтку о свѣченіи аэролитовъ въ № 30 „Вѣстника" III с. 137 стр.

Тамъ же Корню высказаваетъ по поводу этихъ взглядовъ слѣдующія замѣчанія: свѣченіе можетъ происходить, если не принимать нужнаго повышенія температуры, вслѣдствіе образованія или разряженія статическаго электричества. Такое допущеніе было бы впрочемъ въ согласіи съ спектральными изслѣдованіями падающихъ звѣздъ и поддерживало бы мнѣніе тѣхъ физиковъ и астрономовъ, которые склонны разсматривать извѣстное число космическихъ явленій, какъ электрическія (сѣверное сіяніе, зодіакальный свѣтъ, кометы, солнечные протуберанцы и т. д.), похожія на тѣ, которыя наблюдаются въ разрѣженныхъ газахъ.

Бхм.

♦ Вертикальныя движенія атмосферы.

Въ № 59 „Вѣстника“ (стр. 250) были сообщены наблюденія *Андре* надъ вертикальными движеніями атмосферы, произведенныя имъ въ Ліонѣ въ 3-хъ лежащихъ одна надъ другой станціяхъ. Эти наблюденія онъ собственно сравнивалъ съ воздушными давленіями, вычисленными на основаніи разности температуръ. Въ январьской книжкѣ „Meteor. Zeitschr.“ *Ганнъ (Hann)* дѣлаетъ замѣчаніе, что заключенія Андре не вѣрны. Наши измѣренія температуры воздуха обладаютъ свойствомъ днемъ быть выше на самомъ дѣлѣ существующей, а ночью много ниже. Если же вычислить высоту барометра, беря для этого слишкомъ низкую температуру по отношенію къ дѣйствительной, то для верхнихъ слоевъ эта высота получится меньше дѣйствительной, и наоборотъ. Это обстоятельство объясняетъ результаты, полученные Андре, а не вертикальное движеніе атмосферы, которое физически не мыслимо. *Бхм.*

♦ Электрохимическое бѣленіе. Клинкзикъ. (*Klincksieck.* Elektrot. Zeitsch. 10. р. 94. 1889).

Авторъ сообщаетъ способъ *Hermite*'а, состоящій въ краткихъ чертахъ въ слѣдующемъ:

Если пропускать электрическій токъ сквозь растворъ, содержащій 5% хлористаго магнія и 95% воды, то оба вещества разлагаются одновременно. Хлоръ и кислородъ соединяются на положительномъ электродѣ и образуютъ нестойкое хлористо-кислородное соединеніе, обладающее очень сильнымъ бѣлильнымъ свойствомъ. Водородъ же и магній идутъ къ отрицательному электроду, гдѣ и образуется окись магнія, а водородъ дѣлается свободнымъ. Если въ такую ванну помѣстить растительную ткань, то кислородъ соединяется съ красящимъ веществомъ и окисляетъ его; хлоръ же соединяется съ водородомъ и образуетъ соляную кислоту, которая въ свою очередь соединяется съ находящейся въ ваннѣ окисью магнія и образуетъ снова хлористый магній. Такимъ образомъ здѣсь ничего не требуется, кромѣ тока. Этотъ способъ уже введенъ на многихъ бумажныхъ фабрикахъ. *Бхм.*

♦ Фосфорическій свѣтъ на ночной сторонѣ Венеры. Списсенъ. (*Von-Spiessen.* „Sirius.“ 22. р. 90. 1889).

На стр. этого журнала уже было реферировано (IV см. стр. 111) о фосфоричности Венеры. Въ послѣднее время это явленіе наблюдалось и авторомъ. По этому поводу онъ пишетъ:

„Какъ вчера (15 марта 1889 года), такъ и сегодня можно было безъ труда видѣть въ фосфорическомъ блескѣ ночную сторону Венеры. Вчера ее было видно отъ $5\frac{1}{2}$ до $8\frac{1}{2}$ часовъ, а сегодня уже съ 5 часовъ Это явленіе продолжится еще нѣкоторое время. *Бхм.*

По поводу изложенія закона параллелограмма силъ въ нашихъ учебникахъ физики.

Между тѣмъ какъ различныя частныя положенія и теоремы изъ механики твердыхъ тѣлъ, жидкостей и газовъ въ курсахъ физики всегда сопровождаются доказательствами, путемъ ли опыта, или путемъ вывода, а иногда и обоими методами вмѣстѣ, основной законъ механики—законъ параллелограмма силъ въ этомъ отношеніи представляетъ рѣзко выдающееся исключеніе. Если напримѣръ изучающій физику, пока не усомнившійся еще въ томъ, что все предлагаемое ему въ книгѣ будетъ доказано, приступаетъ къ закону параллелограмма силъ по учебнику г. Краевича, то вмѣсто доказательства находитъ: „всѣ извѣстные доказательства, какъ теоретическія такъ и основанные на опытѣ предложенной истины не довольно точны". Не удовлетворятъ изучающаго и другіе авторы: г. Малининъ приводитъ законъ безъ всякаго доказательства, г. Полкотыцкій говоритъ: „точныя измѣренія (?) показываютъ, что длина діагонали вполнѣ соотвѣтствуетъ равнодѣйствующей", г. Ковалевскій, сообщая, что законъ можетъ быть доказанъ теоретически и оправдывается многими опытами, тѣмъ не менѣе теоретическаго доказательства не приводитъ.

Очевидно, что всѣ такіе способы аргументаціи оставляютъ въ умѣ изучающаго пробѣлъ, тѣмъ болѣе нежелательный, что онъ встрѣчается въ самомъ началѣ изученія точной науки. Чѣмъ же объяснить, что одна изъ основныхъ теоремъ механики ускользаетъ отъ доказательства, вопреки общему факту, что чѣмъ положеніе науки ближе къ ея основнымъ положеніямъ и принципамъ, тѣмъ общнѣе, проще и легче доказывается.

До послѣдняго времени господствуетъ методъ изложенія, выработанный французскими механиками, слѣдуя которому, начинали механику статикою. Raison d'être такого порядка изложенія находили въ томъ, что случаи равновѣсія проще случаевъ движенія, такъ какъ при разсмотрѣніи первыхъ не входятъ понятія массы, скорости, траэкторіи и т. д. Но между тѣмъ какъ дальнѣйшіе отдѣлы механики геніемъ французскихъ ученыхъ были доведены до высокихъ степеней изящества, основная теорема –параллелограмъ силъ—все таки не подчинилась доказательству, свободному отъ искусственности. Вспомнимъ, какъ длины и искусственны статическія доказательства Поансо, Штурма, Дюгамеля, какъ ими нельзя доказать теоремы, пока къ разсматриваемой матеріяльной точкѣ не приложимъ цѣлой системы несгибаемыхъ и на растяжимыхъ стержней.

Если доказательство основной теоремы, одной изъ первыхъ въ теоріи, страдаетъ искусственностію, не слѣдуетъ ли заключить отсюда, что сама теорія идетъ не самымъ соотвѣтствующимъ ей методомъ. И, дѣйствительно, механика есть наука о силахъ; сила является въ двухъ видахъ: 1) какъ сила уравновѣшенная, давящая, 2) какъ сила двигающая, работающая. Только второй случай, очевидно, обнаруживаетъ силу вполнѣ со всѣми ея отношеніями; только по дѣйствіямъ, проявленіямъ силъ, т. е. по движенію, мы можемъ измѣрять силы и выводить ихъ простѣйнія свойства. Этимъ и должно объяснить, что французы при всей склонности ихъ къ простотѣ, ясности и изяществу, не смогли дать простого и безисскуственнаго доказательства закона, выходя изъ случаевъ равновѣсія, когда силы прячутся одна за другую.

Но отсюда же слѣдуетъ, что законъ параллелограмма силъ, какъ одинъ изъ основныхъ, долженъ имѣть простое и краткое доказательство, если только излагать механику болѣе натуральнымъ методомъ, начиная изложеніе съ движенія, съ кинематики и динамики, съ тѣхъ случаевъ, гдѣ сила проявляется вполнѣ. И дѣйствительно, во всѣхъ механикахъ, начинающихся, слѣдуя примѣру великаго учителя Ньютона въ его Principia, съ разсмотрѣнія движенія и силъ, мы находимъ простое и прямое доказательство разсматриваемой теоремы. При изложеніи физики ученикамъ VI-го класса гимназій нѣтъ возможности останавливаться долго на вопросахъ о движеніи. Хотя недостаточность упражненій въ кинематикѣ и затрудняетъ изложеніе доказательства закона, однимъ изъ главныхъ основаній котораго служатъ кинематическіе факты, но смѣю думать, что нижеприведенное доказательство теоремы параллелограмма силъ не затруднитъ пониманія ученика VI-го класса. Слѣдуя этому доказательству, теорема окажется слѣдствіемъ нѣсколькихъ положеній.

1. Кинематическій фактъ: параллелограммъ перемѣщеній. Если матеріальная точка дѣлаетъ два перемѣщенія въ одно и то же время, то мѣсто точки въ концѣ этого времени будетъ оконечность діагонали параллелограмма, построеннаго на перемѣщеніяхъ.

Этотъ кинематическій фактъ разъясняется на нѣсколькихъ примѣрахъ. (Напримѣръ: корабль въ теченіи 10 сек. проходитъ линію $\overline{AB}$, въ это время матросъ по палубѣ проходитъ путь $\overline{AC}$, мѣсто матроса въ концѣ времени есть точка D, конецъ діагонали параллелограмма CABD).

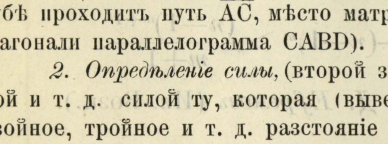
2. Опредѣленіе силы, (второй законъ Ньютона). Мы называемъ двойной, тройной и т. д. силой ту, которая (выведши тѣло изъ покоя) заставитъ его пройти двойное, тройное и т. д. разстояніе въ одно и то же время.

3. Слѣдствіе. Силы пропорціональны перемѣщеніямъ, которыя совершаетъ подъ дѣйствіемъ ихъ одно и то же тѣло въ равныя времена.

4. Лемма геометрическая. Если на сторонахъ угла построимъ параллелограммы, стороны которыхъ будутъ пропорціональны, то всѣ діагонали этихъ параллелограммовъ, чрезъ вершину угла проведенныя, будутъ лежать на одной прямой. (Эту лемму легко доказать-доказательствомъ отъ противнаго). Послѣ принятія этихъ положеній, легко доказать теорему:

Равнодѣйствующая двухъ силъ, приложенныхъ къ тѣлу въ одной точкѣ подъ угломъ, пропорціональна діагонали параллелограмма, построеннаго на линіяхъ пропорціональныхъ составляющимъ силамъ, и дѣйствуетъ по направленію этой діагонали.

Фиг. 39.



Доказательство. Пусть сила P приложена къ точкѣ C и направлена по MA и сила Q приложена къ точкѣ C и направлена по CB. Пусть перемѣщенія, произведенныя силою P, еслибы она одна только дѣйствовала на тѣло, въ какіе либо произвольно взятые промежутки времени t_1, t_2, t_3, будутъ соотвѣтственно CA_1, CA_2, CA_3. Пусть, еслибы въ тѣ же самые промежутки t_1, t_2, t_3, дѣйствовала на тѣло одна сила Q, то перемѣщенія точки C отъ этой силы были бы соотвѣтственно CB_1, CB_2, CB_3. Если же тѣло будетъ двигаться при дѣйствіи обѣихъ силъ P и Q, то оно будетъ испытывать два перемѣщенія въ одно и то же время и мѣста точки C по истеченіи временъ t_1, t_2, t_3 на основаніи (1) будутъ соотвѣтственно точки D_1, D_2, D_3—оконечности діагоналей параллелограммовъ $CA_1D_1B_1$, $CA_2D_2B_2$, $CA_3D_3B_3$, построенныхъ на соотвѣтственныхъ перемѣщеніяхъ. Стороны этихъ параллелограммовъ на осн. (3) пропорціональны силамъ, а посему пропорціональны между собою; отсюда слѣдуетъ по (4), что точки D_1, D_2, D_3 лежатъ на одной прямой—продолженной діагонали CD_1. И такъ какъ точка C въ нѣсколько мгновеній, произвольно выбранныхъ нами, оказывается на прямой CD, то слѣд. и движеніе точки будетъ совершаться по направленію этой прямой. Слѣд. равнодѣйствующая силъ P и Q направлена по этой діагонали. Означимъ величину этой равнодѣйствующей чрезъ R. На основаніи (3) имѣемъ

$$P:Q:R=CA_1:CB_1:CD_1=CA_2:CB_2:CD_2,$$

чѣмъ и доказывается теорема.

Дидактика всякаго новаго метода представляетъ особенныя затрудненія. Вызвать необходимыя поправки и замѣчанія свѣдущихъ лицъ—вотъ цѣль настоящей замѣтки. *Г. Флоринскій* (Кіевъ).

ЗАДАЧИ.

№ 468. Предполагая $m>0$, доказать неравенства

$$\frac{n^{m+1}-1}{m+1}>1^m+2^m+3^m+\ldots+(n-1)^m>\frac{(n-1)^{m+1}}{m+1}.$$

Д. Ефремовъ (Ив.-Возн.).

№ 469. Рѣшить уравненія:

$$x^2+y=19.$$

$$x+y^2+13.$$

Я. Тепляковъ (Кіевъ).

№ 470. Показать, что сторона правильнаго девятиугольника равна разности наибольшей и наименьшей изъ его діагоналей.

Н. Паатовъ (Тифлисъ).

№ 471. На сторонахъ a, b, c треугольника ABC взяты соотвѣтственно точки E, F, D такъ, что отрѣзки AD, BE и CF удовлетворяютъ условію:

$$abc-ab.AD-bc.BE-ca.CF+a.AD.CF+b.BE.AD+c.CF.BE-$$
$$-2AD.BE.CF=0.$$

Доказать, что прямыя AE, BF и CD пересѣкаются въ одной точкѣ.

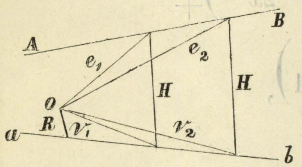
П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 220. Найти при помощи теодолита азимутъ направленія движущагося облака, предполагая движеніе послѣдняго горизонтальнымъ и зная азимутъ какого нибудь земного предмета.

Пусть АВ (фиг. 40) будетъ путь облака, ab—проекція этого пути на горизонтѣ, Наблюдатель, помѣщаясь въ точкѣ О и визируя одну и ту-же точку облака въ два различные момента, замѣчаетъ на кругахъ показанія ноніусовъ, при чемъ на вертикальномъ кругѣ заранѣе должна быть отмѣчена точка горизонта. Такимъ образомъ отчеты даютъ высоты облака h_1 и h_2 для этихъ моментовъ или углы $(e_1 r_1)$ и $(e_2 r_2)$. Пусть R будетъ нормаль изъ О на ab; углы $E_1=(r_1 R)$ и $E_2=(r_2 R)$ будутъ искомыя величины, которыя дадутъ возможность на горизонтальномъ кругѣ инструмента найти направленіе R. На теодолитѣ мы отсчитываемъ абсолютную величину разности E_2-E_1, что даетъ первое условіе. Обозначивъ высоту облака чрезъ H, имѣемъ

Фиг. 40.



$$H=r_1 \operatorname{tg} h_1 = r_2 \operatorname{tg} h_2$$

откуда, помня, что

$$r_1=\frac{R}{\operatorname{Cos} E_1} \text{ и } r_2=\frac{R}{\operatorname{Cos} E_2},$$

найдемъ:

$$\frac{\operatorname{Cos} E_1}{\operatorname{Cos} E_2}=\frac{\operatorname{tg} h_1}{\operatorname{tg} h_2}.$$

Взявъ отношеніе разности членовъ къ суммѣ, легко получимъ

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(E_1+E_2)=\operatorname{Ctg}\frac{1}{2}(E_2-E_1)\frac{\operatorname{Sin}(h_1-h_2)}{\operatorname{Sin}(h_1+h_2)}.$$

Это уравненіе, совмѣстно съ вышеприведеннымъ значеніемъ E_2-E_1, даетъ возможность опредѣлить E_1 и E_2. Такимъ образомъ мы можемъ привести ось трубы въ направленіе параллельное АВ, вращая горизонтальный кругъ но $90°-E_1$ или $90°-E_2$, смотря потому, въ какомъ положеніи мы оставили приборъ. Замѣтивъ дѣленіе круга и направивъ трубу на данный земной предметъ, мы найдемъ азимутъ АВ.

NB. На эту задачу не было прислано ни одного удовлетворительнаго рѣшенія.

Прим. ред.

№ 237. Разложить на два множителя выраженіе x^n+1.

Данное выраженіе можно представить въ такомъ видѣ:

$$x^n+1+x^{n/2}\sqrt{2x^{n/2}}-x^{n/2}\sqrt{2x^{n/2}}+$$

$$+2x^{n/2}-2x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}-\sqrt{2x^{n/2}},$$

а это уже напишемъ такъ:

$$x^n+1=\left(x^n+x^{n/2}\sqrt{2x^{n/2}}+x^{n/2}\right)$$

$$-\left(x^{n/2}\sqrt{2x^{n/2}}+2x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}\right)+$$

$$+\left(x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}+1\right),$$

или

$$x^n+1=x^{n/2}\left(x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}+1\right)-\sqrt{2x^{n/2}}\left(x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}+1\right)+$$

$$+\left(x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}+1\right).$$

Отсюда

$$x^n+1=\left(x^{n/2}+\sqrt{2x^{n/2}}+1\right)\left(x^{n/2}-\sqrt{2x^{n/2}}+1\right).$$

С. Блажко (Москва), *М. Долговъ 2-й* (Ворон.), Ученики: 1-й Кіев. г. (8) *В. Б.*, Вят. р. уч. (7) *И. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Ворон. к. к (6) *Н. В.*

№ 272. Найти отношеніе сторонь треугольника, углы котораго пропорціональны числамъ 3:4:3.

Углы этого треугольника будутъ

$$45°,\ 60°\ \text{и}\ 75°,$$

а потому отношеніе сторонъ есть:

$$\mathrm{Sin}45°:\mathrm{Sin}60°:\mathrm{Sin}(45°+30°),$$

или

$$\frac{1}{2}\sqrt{2}:\ \frac{1}{2}\sqrt{3}:\ \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}.\frac{1}{2}\sqrt{3}+\frac{1}{2}\sqrt{2}.\frac{1}{2}\right),$$

что даетъ

$$2:\ \sqrt{6}:\ (1+\sqrt{3}).$$

И. Ивановскій (Ворон.), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *С. Блажко* (Москва). Ученики: Вор. к. к (7) *А. П.*, Плоцк. г. (6) *И. В.*, Перм. г. (6) *А. И.*, Т.-Х.-Ш. р. уч. (5) *С. Х.*, Оренб. г. (8) *А. П.*, Вятск. р. уч. (7) *Н. П.*, Троицкой г. (?) *В. С.*, Кишин. р. уч. (7) *Д. Л.*, 1-й Кіевск. г. (8) *В. Б.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*, Екатериносл. г. (8) *І. М.*

№ 292. Въ 1884 г. на испытаніяхъ зрѣлости въ Харьковскомъ учебномъ округѣ была предложена слѣдующая задача по ариѳметикѣ: „На кирпичномъ заводѣ 20 работниковъ въ 18 дней, работая въ день

$$\frac{\left[24\frac{68}{105}-23,(571428)\right].4,375}{0,4708(3)}$$

часовъ, приготовили 14400 кирпичей. Сколько могутъ приготовить 16 работниковъ въ 20 дней, если продолжительность рабочаго дня увеличивается на $20^0/_0$ и если рабочая сила вторыхъ работниковъ относится къ рабочей силѣ первыхъ, какъ дробь

$$\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$$

относится къ $\frac{11}{24}$?"

Какое изъ данныхъ чиселъ можетъ быть опущенно въ условіи этой задачи, безъ всякаго вліянія на ея отвѣтъ?

Можетъ быть опущенно въ данной задачѣ числовое значеніе, опредѣляющее число рабочихъ часовъ въ сутки. Для рѣшенія задачи вовсе не нужно знать, сколько именно часовъ работали тѣ и другіе работники; достаточно знать только, въ сколько разъ вторые работали больше или меньше первыхъ, а это уже слѣдуетъ изъ того, что число рабочихъ часовъ увеличилось на $20^0/_0$. Это данное показываетъ, что число рабочихъ часовъ первыхъ работниковъ относитя къ числу рабочихъ часовъ вторыхъ работниковъ, какъ 5:6. Рѣшая задачу по общей формулѣ сложнаго тройного правила, найдемъ что искомое число кирпичей

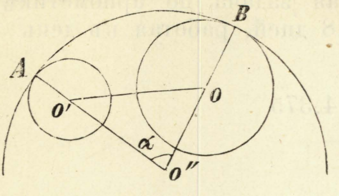
$$x=\frac{14400.16.20.6.2}{20.18.5.3}=10240.$$

А. Колтановскій (Немировъ), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *И. Кумсковъ*, *Ивановскій* и *А. Петренко* (Воронежъ), *В. Будянскій* (Прилуки), *С. Блажко* (Москва). Ученики: 10-й Спб. г. (8) *О. Д.*, Екатрсл. г. (7) *А. Г.* и (8) *I М.*, Вор. к. к. (7) *И. С.* и (6) *Н. В.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*

№ 297. Построить кругъ, касательный къ двумъ даннымъ кругамъ такъ, чтобы его радіусы, проведенные въ точки касанія, составляли данный уголъ.

Пусть данныя окружности будутъ O и O′ (фиг. 41). Положимъ, что искомый кругъ проведенъ и точки касанія его съ данными кругами бу-

Фиг. 41.



дутъ A и B. Такъ какъ точки касанія лежатъ на одной прямой съ центрами круговъ, то линіи AO'' и BO'' прямыя; $\angle AO''B$, образованный радіусами AO'' и BO'', проведенными въ точки касанія, равенъ данному углу α. Какъ радіусы одной и той-же окружности $AO''=BO''$. Пусть радіусъ круга O будетъ r, и r'—радіусъ круга O', тогда $O'O''+r'=OO''+r$, откуда

$$O'O''-OO''=r-r'.$$

Въ треугольникѣ $OO'O''$ извѣстно основаніе OO', противолежащій уголъ α и разность двухъ другихъ сторонъ$=r-r'$. Слѣдовательно, построивъ извѣстнымъ способомъ треугольникъ $OO'O''$, мы опредѣлимъ вершину его O'', т. е. центръ искомой окружности, затѣмъ уже послѣднюю не трудно начертить.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), *С. Блажко* (Москва), *В. Гиммельфарбъ* (Кіевъ). Ученики: Ворон. к. к. (7) *А. П.*, Курск. г. (7) *Т. Ш.*

№ 309. Цилиндрическая съ одного конца запаянная трубка съ воздухомъ опускается въ сосудъ со ртутью такъ, что уровни ртути въ трубкѣ и въ сосудѣ совпадаютъ; при этомъ длина части трубки надъ ртутью$=a$. Затѣмъ трубка поднимается и длина ея надъ уровнемъ ртути въ сосудѣ$=b$. Какъ высоко стоитъ ртуть въ трубкѣ, если атмосферное давленіе при этомъ не измѣнялось?

Обозначимъ площадь сѣченія трубки черезъ s, высоту барометра черезъ H и искомую высоту черезъ x. Воздухъ, занимая объемъ as, находится подъ давленіемъ H, а занимая объемъ $(b-x)s$,—подъ давленіемъ $H-x$. По закону Маріотта:

$$as:(b-x)s=(H-x):H.$$

Отсюда находимъ

$$x={}^1/_2(H+b)\pm{}^1/_2\sqrt{(H-b)^2+4aH}.$$

Знакъ + не соотвѣтствуетъ вопросу.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ).

№ 334. Показать, что если коэффиціенты квадратныхъ уравненій

$$x^2+p_1x+q_1=0 \text{ и } x^2+p_2x+q_2=0$$

удовлетворяютъ условію

$$p_1p_2=2(q_2+q_1),$$

то одно изъ уравненій непремѣнно имѣетъ дѣйствительные корни.

Умножимъ условное равенство

$$p_1p_2=2(q_1+q_2)$$

на 2 и сложимъ съ тождествомъ

$$p_1{}^2-2p_1p_2+p_2{}^2=(p_1-p_2)^2,$$

тогда получимъ

$$p_1{}^2+p_2{}^2=(p_1-p_2)^2+4(q_1+q_2),$$

или

$$(p_1{}^2-4q_1)+(p_2{}^2-4q_2)=(p-p_2)^2,$$

а слѣдовательно, по крайней мѣрѣ, одно изъ слагаемыхъ въ первой части равенства должно быть положительнымъ, что и требовалось доказать.

В. Гиммельфарбъ (Кіевъ), *В. Соллертинскій* (Гатчино), *Я. Блюмбергъ* (Ревель), *Н. Артемьевъ* (Спб.) Ученики: Тверск. р. уч. (7) *П. В.*, Новоз. р. уч. *М. Н.*, Кам.-Под. (6) *Я. М.*, 1-й Спб. г. (7) *А. К.*, Тифл. р уч. (7) *Н. П.*

№ 335. Найти 4 четныя числа, составляющія ариѳметическую прогрессію, при условіи, чтобы произведеніе суммы трехъ послѣднихъ на сумму двухъ крайнихъ было равно кубу полусуммы двухъ первыхъ.

Пусть искомыя числа будутъ

$$2x,\ 2x+2y,\ 2x+4y,\ 2x+6y.$$

Составивъ на основаніи условій уравненіе и упростивъ его, получимъ

$$12(x+2y)(2x+3y)=(2x+y)^3\ \ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (1)$$

отсюда видимъ, что $(2x+y)^3$ должно дѣлиться на 4, а для этого необходимо, чтобы y дѣлилось на 2. Пусть $y=2z$, тогда (1) представится въ такомъ видѣ:

$$3(x+4z)(x+3z)=(x+z)^3.$$

Очевидно, что $(x+z)$ должно дѣлиться на 3; положимъ здѣсь

$$x+z=3t,$$

тогда

$$(3t+2z)(t+z)=3t^3.$$

Откуда

$$z=\frac{-5t\pm t\sqrt{24t+1}}{4}$$

и

$$x=3t-z=\frac{17t-t\sqrt{24t+1}}{4}.$$

Чтобы x было положительнымъ, необходимо $17t \geqq t\sqrt{24t+1}$, или $t \leqq 12$. Изъ всѣхъ значеній t выберемъ такія, чтобы $24t+1$ было полнымъ квадратомъ, именно:

$$t=1,\ 2,\ 5,\ 7,\ 12.$$

Искомыя числа будутъ:

6, 6, 6, 6; 10, 14, 18, 22; 14, 70, 126, 182; 0, 144, 288, 432.

Полное рѣшеніе прислалъ уч. (7) кл. Тифл. р. уч. *П. П.*; неполное рѣшеніе воспитанникъ (7) кл. Вор. к. к. *А П.*

№ 341. Рѣшить уравненіе

$$\sqrt[3]{\frac{x-3}{4-x}}=\frac{x}{2}.$$

Возвысивъ обѣ части въ кубъ, и освободивъ отъ знаменателя, получимъ

$$x^4-4x^3+8x-24=0.$$

Прибавимъ и вычтемъ теперь $4x^2$, тогда уравненіе приметъ такой видъ

$$(x^2-2x)^2-4(x^2-2x)-24=0.$$

Откуда находимъ

$$x=1\pm\sqrt{3\pm2\sqrt{7}}.$$

Ивановскій и *М. Долговъ* (Воронежъ), *Н. Артемьевъ* (Спб.), *С. Охлобыстинъ* (Ив.-Возн.). *П. Трипольскій* (Полтава). Ученики: Вор. к. к. (6) *Н. В.*, Орлов. г. (8) *А. О.*, Полт. р. уч. (5) *Е. Ц.*, Екатрсл. г. (6) *А. С.*, Тифл. 2-й г. (6) *М. А.*, Кам.-Под. г. (7) *А. Р.*, 1-й Спб. г. (7) *А. К.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Кіевск. р. уч. (6) *А. Ш.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 3 Іюля 1889 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.

Обложка
пщется

Обложка
ищется