

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики.



№ 604.



Содержание: Отъ редакціи. — О вліяніи физики на развитіе химіи. *Акад. П. И. Вальдена.* — Геометрическій парадоксъ Д'Аламбера-Карно и его рѣшеніе. *Д. Сильвестра.* — Полемика: По поводу статьи г. Киселева. *В. Кагана.* — Научная хроника: О вліяніи взбалтыванія на скорость растворенія мѣди въ азотной кислотѣ. *В. Г.* Вліяніе электрическаго поля на спектральныя линіи. *Ө. С.* Искусственное полученіе драгоценныхъ камней. — Опыты и приборы: Проекціонный глобусъ *Ф. Н. Красикова.* *И. Габера.* — Съѣзды: Конгрессъ, созываемый для чествованія памяти Непера. *Н. Плехановой.* — Разныя извѣстія. — Отъ Организационнаго Комитета II-го Всероссийскаго Съѣзда преподавателей математики. — Библиографія: *И. Резенціи.* *А. Д. Агура.* «Курсъ алгебры для среднихъ учебныхъ заведеній». *А. Филиппова.* — II. Собственные сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ. *А. И. Ивановъ,* *О. І. Кучевскій,* *А. Н. Николаевъ,* *И. А. Чемосткинъ,* *И. Ф. Ягдовъ.* «Постановка классныхъ опытовъ по физикѣ» — Задачи: №№ 166 — 169 (6 сер.). — Рѣшенія задачъ. Отдѣлъ I. №№ 103, 118, 121, 123 и 126 (6 сер.). — Объявленія.

Отъ редакціи.

Въ послѣднее время въ редакцію очень часто поступаютъ письма и замѣтки, содержащія тѣ или иныя указанія относительно ранѣе помѣщенныхъ статей, носящія, такимъ образомъ, полемическій характеръ. Этого рода замѣтки очень оживляютъ журналъ, содѣйствуя выясненію мысли авторовъ и степени справедливости высказанныхъ ими утвержденій и создавая такимъ образомъ литературное общеніе между сотрудниками и читателями журнала.

Желая развитъ этого рода обмѣнъ мнѣній, редакція рѣшила выдѣлить относящіяся сюда замѣтки въ особый отдѣлъ подъ общимъ названіемъ „Полемика“. Приглашая читателей и сотрудниковъ принять участіе въ этомъ отдѣлѣ, редакція считаетъ все же необходимымъ указать, что приняты для этого отдѣла будутъ лишь такія статьи, которыя — какъ по содержанію, такъ и по формѣ — способны содѣйствовать спокойному обмѣну мнѣній и выясненію истины.

О вліяніі физики на розвитіе химіи.

Академика П. И. Вальдена.

Рѣчь, произнесенная 27-го января 1913 г. при открытіи I-го Съѣзда преподавателей физики, химіи и космографіи.

Въ исторіи развитія научныхъ идей мы встрѣчаемся съ той особенностью, что человѣкъ при своихъ попыткахъ охватить мыслью природу не направляетъ свое вниманіе на простые объекты, на частные случаи и вопросы, рѣшеніе которыхъ могло бы быть достигнуто легче всего, но что онъ сразу приступаетъ къ рѣшенію вопросовъ самаго общаго характера или вопросовъ, стоящихъ ближе всего къ его духовнымъ потребностямъ. Поэтому древнѣйшіе философы, напримѣръ, на первомъ планѣ не задаютъ себѣ и не рѣшаютъ вопросовъ о составѣ и превращеніяхъ отдѣльныхъ тѣлъ, ихъ окружающихъ, о происхожденіи огня, о свойствахъ воды или воздуха и о составѣ послѣднихъ; они, наоборотъ, энергично занимаются рѣшеніемъ вопросовъ о происхожденіи и строеніи „матеріи по себѣ“, о происхожденіи жизни, о послѣднихъ причинахъ всего бытія, всѣхъ явленій во вселенной, о началѣ и концѣ всего существующаго.

Прежде чѣмъ изслѣдовать самыя обыденныя тѣла и явленія, человѣкъ торопился создать себѣ міровоззрѣніе: сперва онъ составляетъ теоріи о строеніи міра и макрокосма, а лишь позднѣе онъ приступаетъ къ опытному изученію микрокосма; въ центрѣ этого макрокосма находится человѣкъ самъ, онъ же — мѣра всѣхъ вещей!

I. Греческіе натурфилософы.

„Физика“ — произведеніе греческихъ мыслителей; уже само названіе указываетъ на древнюю Грецію: *θεωρία φυσική* или просто *φυσική*, *physica*, *physice*, *philosophia naturalis*, — такъ называлось въ широкомъ смыслѣ слова все ученіе о природѣ. Исходной аксіомой этого ученія о природѣ является предположеніе, что человѣческой интеллектъ способенъ познавать реальный міръ, т. е. что воспринятые нашими органами чувствъ впечатлѣнія и выведенныя изъ нихъ нашимъ умомъ изображенія или картины этого міра соотвѣтствуютъ действительности. Далѣе слѣдуетъ аксіома о вѣчности, или неразрушимости всего реального; начиная съ VI-го столѣтія до Р. Хр., она уже провозглашается греческими натурфилософами — физиками Гераклитомъ, Анаксагоромъ, Эмпедокломъ, Демокритомъ. „Изъ ничего не происходитъ ничто... Ничто не начинается или разрушается; все есть соединеніе или перемѣщеніе лишь того, что уже раньше существовало“.

Принципъ вѣчности или неразрушимости всего реального причинно связанъ съ вопросомъ о вѣчной душѣ и вѣчной жизни самого человѣка. Духовныя заботы и загадка смерти уже рано побуждали че-

ловѣка размышлять о будущемъ. Мечтательные мыслители Востока, основатели религій придаютъ этому духовному стремленію человѣческой души форму увѣренности, и, какъ догматъ вѣры, появляется представление о безсмертіи человѣка. Слѣдующій шагъ обобщенія касается вѣчности или неразрушимости всего существующаго, постоянства всей субстанции (вещества) вообще. Развѣ жизнерадостные греческіе философы, художники, скульпторы и т. д. могли допустить мысль, что какъ они сами, такъ и идеи и творенія ихъ лишь созданы для краткаго времени и обречены на разрушеніе? Развѣ самомнѣніе и самолюбіе каждаго такого верхъ-человѣка прямо не подсказывало этого принципа вѣчности всего существующаго? Не говорилъ ли Анаксагоръ, когда онъ былъ высланъ изъ Аѣинъ за богохульство: „Не я лишился аѣинянъ, а аѣиняне лишились меня“? Не пишетъ ли Горацій про Эмпедокла: „Хладнокровно онъ бросился въ пылающее отверстіе Этны, чтобы слыть богомъ, безсмертнымъ существомъ“?

Итакъ, все существующее не создается и не разрушается. Тогда спрашивается далѣе, что изъ этой реальности познается нашими органами чувствъ? Какими свойствами характеризуется эта природа? Вѣдь она не измѣнялась и понятіе о массѣ не существовало еще; вѣсь не игралъ еще роли при изученіи веществъ и при превращеніяхъ ихъ. Вообще, эти натурфилософы-греки отличались антипатіей къ опытнымъ изслѣдованіямъ, — послѣднія считались дѣломъ рабовъ. Поэтому изученіе природы касалось лишь внѣшнихъ, легко познаваемыхъ свойствъ. Все существующее множество вещей создано изъ немногихъ принциповъ-элементовъ, а именно: изъ воды, воздуха, огня и земли, изображающихъ лишь четыре свойства, или качества тѣлъ, т. е. влажное и сухое, теплое и холодное.

Эти знаменитые четыре элемента древнихъ греческихъ мыслителей-физиковъ взяты изъ практической жизни; хотѣлось бы назвать ихъ метеорологическими факторами древне-греческой культуры. Вѣдь влажное и сухое, теплое и холодное — не опредѣляютъ ли эти качества погоду, климатъ, почву и т. д.? Не составляютъ ли эти же факты важныхъ примѣтъ какъ для жителя городовъ, такъ и для хлѣбонашца и мореплавателя? Не позаимствованы ли они изъ опыта и нуждъ обыденной жизни, не согласованы ли они со средою, въ которой жило и трудилось человѣчество въ эту эпоху? Дѣйствительно, огонь, вода, воздухъ и земля — четыре элемента жизни и культуры, и на нихъ сосредоточивались жизненные интересы вообще и идеи мыслителей въ частности.

Разсматривая ученіе о четырехъ элементахъ съ этой точки зрѣнія, мы, кажется, не только поймемъ его возникновеніе, но и допустимъ правильность и разумность существованія этого ученія, которое уже сложилось у Эмпедокла (около 500 г. до Р. Хр.). Удивительно лишь то обстоятельство, что эти четыре элемента — какъ рудименты прежней культуры — существовали въ физикѣ и химіи въ продолженіе двухъ тысячелѣтій, оказывая сопротивленіе дальнѣйшему развитію физическихъ наукъ!

Далѣе: Гераклитъ (VI—V столѣтіе) и Демокритъ (въ V столѣтіи) уже учатъ, что ничто не совершается случайно, а имѣетъ

свою причину. Основная причина всѣхъ вещей — это движеніе. Эмпедоклъ и Демокритъ создаютъ еще другой принципъ: соединеніе элементовъ обуславливается всемірнымъ закономъ, а именно — одинаковое притягивается одинаковымъ, двѣ силы господствуютъ надъ веществомъ, это — дружба и ненависть или вражда; первая объединяетъ разныя вещества, вторая разъединяетъ ихъ и позволяетъ элементамъ стремиться къ одинаковому.

Изъ послѣдняго принципа еще болѣе рельефно выступаетъ антропоморфный характеръ всего міровоззрѣнія древнихъ грековъ. Человѣкъ — мѣра всѣхъ вещей! Его самолюбіе подсказываетъ ему законъ вѣчности матеріи и движенія. Его личныя нужды, его зависимость отъ климата, отъ воды, огня, земли приводятъ его къ четыремъ элементамъ. Его личная психологія переносится на эти элементы, снабженные, поэтому, чувствами дружбы, ненависти и т. д.

До сихъ поръ мы занимались разъясненіями появленія и существованія такихъ основаній древне-греческой натурфилософіи, которыя носятъ — по нашему мнѣнію — чисто антропоморфный отпечатокъ. Но вдругъ появляются новые элементы человеческой мысли, разрѣшающіе проникнуть съ совершенно новой точки зрѣнія въ тайны природы.

За Эмпедокломъ слѣдуютъ оба великихъ учителя механическаго, строго причиннаго мірообъясненія, оба основателя атомистическаго міростроенія: Лейкиппъ и Демокритъ изъ Абдеры (родился около 460 г.). Природа — это механическая система какъ въ отдѣльныхъ безчисленныхъ явленіяхъ, такъ и въ общей сложности. „Изъ ничего не происходитъ ничто; ничто, что существуетъ, не можетъ быть разрушено“. „Кромѣ атомовъ и пустого пространства ничто не существуетъ, все остальное — мѣтніе“. „Всѣ измѣненія вызываются только соединеніемъ и разъединеніемъ частицъ“. . . . „Ничто не происходитъ случайно, но имѣетъ свою причину и естественную необходимость“. Эти атомы суть недѣлимые, прочныя, наименьшія части вещества, они качественно не различны, но отличаются своей формою, своимъ положеніемъ и своей группировкою. Взаимодѣйствіе тѣлъ, слѣдовательно, объясняется чисто механически, вѣчнымъ непрерывнымъ движеніемъ атомовъ; всѣ явленія природы, всѣ проявленія жизни, всѣ мысли и чувства, — однимъ словомъ, все, происходящее въ мірѣ, въ неодушевленной матеріи, какъ и въ одушевленной, зависятъ лишь отъ движенія и различной конфигураціи безчувственныхъ атомовъ. Здѣсь мы впервые встрѣчаемся съ безжалостнымъ изображеніемъ міра, какъ механическаго цѣлага.

Итакъ, Лейкиппъ и Демокритъ являются основателями ученія объ атомахъ и вмѣстѣ съ тѣмъ механическаго изученія и объясненія природы и матеріализма, какъ міровоззрѣнія.

Если мы преклоняемся передъ гениемъ этихъ двухъ мыслителей, то не потому, что они именно создали такое міровоззрѣніе, — въ сущности, оно ничего не объясняетъ, — но потому, что они впервые остановились на механическомъ изображеніи всѣхъ явленій міра, создавъ, такимъ образомъ, новый научный методъ въ естествоиспытаніи вообще, — методъ, чрезвычайно плодотворный въ продолженіе тысячелѣтій и еще производительный въ наши дни.

II. Платонъ и Аристотель.

Въ противоположность механической системѣ Демокрита и механизациі жизни и міра Платонъ (427—347) пытается создать математическое объясненіе природы*). Онъ опредѣляетъ характеръ всего существующаго, какъ способность послѣдняго дѣйствовать [а знаменитый Лейбницъ повторяетъ: „дѣйствительно только то, что дѣйствуетъ“, и Оствальдъ, какъ основатель новѣйшей (энергетической) натурфилософіи, поясняетъ: „наши органы чувствъ реагируютъ лишь на разницу энергій между ними и окружающей средой“ (1895)].

Неоднократно и настойчиво онъ учитъ, что, основанное на исчисленіи, измѣреніи и взвѣшиваніи познание вещей можетъ служить средствомъ для исправленія ошибокъ нашихъ органовъ чувствъ и для созданія точной науки.

Онъ вводитъ въ науку понятіе о первичномъ существѣ, какъ „первичной матеріи“, „*materia prima*“, служащей общимъ основаніемъ всѣхъ четырехъ элементовъ — воды, земли, воздуха и огня. (Напомнимъ, что ученіе объ единичной или первичной матеріи возрождалось въ XIX столѣтіи, — напримѣръ, Prout, Crookes, J. J. Thomson).

Онъ снабжаетъ эти четыре элемента геометрической формою куба, икосаэдра, октаэдра и тетраэдра, какъ бы впервые прибѣгая къ стереохимическому объясненію взаимныхъ превращеній элементовъ и тѣль посредствомъ химическихъ уравненій, — напримѣръ: 1 воздухъ \rightleftharpoons 2 огня, 1 вода \rightleftharpoons 2 $\frac{1}{2}$ воздуха.

Придавая корпускуламъ различныя формы, которыя, какъ частицы огня, вслѣдствіе остроты своей рѣжутъ всѣ тѣла или благодаря величинѣ и формѣ своей вызываютъ вкусъ и т. д., онъ основываетъ корпускулярную теорію, возродившуюся черезъ два тысячелѣтія ученіемъ Descartes'a (1596—1650) и Lemerу (1645—1715).

И еще въ настоящее время мы, незаметно, выражаемся въ духѣ Платона и Descartes'a, если говоримъ о ѣдкомъ вкусѣ, о ѣдкой щелочи, о разъѣдающемъ дѣйствіи кислотъ на металлы и т. д.

Ученіе Платона „*horror vacui*“ господствовало до 17-го вѣка, пока Torricelli (1643) и Guericke (1650) не опровергли этой аксіомы.

Онъ создалъ ученіе о параллельности всего происходящаго въ макрокосмѣ и микрокосмѣ: положеніе и ходъ планетъ опредѣляютъ какъ судьбы отдельныхъ лицъ, такъ и всѣ событія земныя; такъ теченіе крови въ организмъ человѣка имѣетъ свой первообразъ въ обращеніи небесныхъ свѣтилъ и является круговымъ процессомъ, такъ всѣ металлы находятся въ отношеніи къ опредѣленнымъ планетамъ.

* Ученіе Платона о природѣ было переведено уже въ 8-мъ столѣтіи на арабскій языкъ и распространилось на Востокъ. Въ болѣе позднее время арабы приписывали ему самые разнородные физическіе труды и считали его по профессіи великимъ физикомъ. Но, съ другой стороны, уже съ 3-го вѣка (Зозимосъ) онъ слылъ въ кругахъ адептовъ великимъ алхимистомъ.

Вліяніе этого философа-физика на химію, однако, идетъ еще дальше. Его представленіе о „первичной матеріи“, съ одной стороны, о непрерывномъ взаимномъ превращеніи элементовъ, съ другой стороны, и ихъ постоянномъ теченіи „сверху внизъ и снизу вверхъ“, превращеніе, изображенное кольцомъ (annulus Platonis), создаетъ ученіе о всеобщей связи въ безконечномъ круговомъ процессѣ вселенной, а равно о превращаемости металловъ и трансмутациі, этого неизбежнаго принципа алхимиковъ до новѣйшаго времени. (Представленіе о „первичной матеріи“ вошло въ систему Аристотеля).

Платонъ объясняетъ переходъ желѣза и мѣди въ ржавчину и яро-мѣянку отдѣленіемъ вывѣтривающихся земляныхъ частицъ, т. е. потерей массы. А кому не извѣстно это заблужденіе химиковъ, господствовавшее вплоть до временъ Ломоносова и Лавуазье, что обжиганіе металловъ и образованіе окисловъ совершается путемъ потери вещества, — правда, невѣсимаго флогистона.

И наконецъ, Платонъ учитъ, что „одинаковое ищетъ одинаковаго“, „одинаковое соединяется съ одинаковымъ и отталкиваетъ неодинаковое“, „одинаковое притягиваетъ одинаковое“. А кому неизвѣстно, что ученіе „similia similibus“ не только составляетъ основаніе гомеопатическаго метода лѣченія, но что этотъ принципъ господствовалъ въ продолженіе тысячелѣтій и въ химіи (см. также ученіе Аристотеля).

Да, великій умъ Платона, какъ философа-физика, живетъ и въ настоящее время въ современной химіи. И не будетъ излишнимъ напомнить, что почти ежедневно мы все повторяемъ его слова и его мысли, если говоримъ о „гармоніи вселенной“, о „круговоротѣ элементовъ“, о „круговоротѣ жизни“, о „мірѣ чувствъ и мірѣ духа“, объ „идеяхъ“ и о „любви, какъ господствующемъ принципѣ міра“ и т. д.

Особое положеніе занимаетъ въ рядахъ этихъ великихъ мыслителей древней Греціи Аристотель, какъ вслѣдствіе универсальности ума, такъ и по значенію своихъ трудовъ и ученій. Изъ классическихъ его трудовъ, имѣющихъ прочное значеніе въ исторіи физическихъ наукъ, приведемъ его Механику (350 г. до Р. Хр.), Метеорологію, Физику (340 г. до Р. Хр.) и Метафизику. Въ изданномъ впоследствии собраніи трудовъ Аристотеля послѣдняя находилась послѣ Физики (*μετά* — послѣ), — и странно, что изъ этой случайной пространственной группировки въ продолженіе времени образовалась та метафизика, содержаніе которой представляетъ какъ бы высшую физику и выходитъ за предѣлы физики.

Аристотель (384 — 322), знаменитый ученикъ Платона, является одновременно духовнымъ аккумуляторомъ и самостоятельнымъ трансформаторомъ идей и ученій древняго греческаго міра. Этотъ творецъ логики и великій мыслитель-физикъ занимаетъ въ исторіи человѣческаго познанія вообще, а равно въ исторіи развитія теорій естествоиспытанія роль, не имѣющую себѣ аналогій. Авторитетъ его имени и ученій держалъ въ желѣзныхъ оковахъ все естествоиспытаніе въ продолженіе двухъ тысячелѣтій, до временъ Галилея.

По Аристотелю удивленіе и основательное сомнѣніе приводятъ человѣка къ настоящему разумнью природы (см. Метеорологія, III, 1). Мы должны приступить безъ предвзятаго мнѣнія къ изученію природы.

Наука происходит изъ опыта. „Только опытъ и наблюденіе (пишетъ Аристотель) снабжаютъ насъ матеріаломъ, изъ котораго могутъ быть выведены общіе принципы; логика лишь инструментъ, придающій наукѣ форму“. Далѣе: цѣль естествоиспытанія состоитъ въ объясненіи того, что вѣрно наблюдено нашими органами чувствъ.

Изъ приведеннаго ясно, какъ правильно Аристотель смотрѣлъ на опыты и наблюденія, и что онъ отводитъ индуктивному и экспериментальному методу изслѣдованія природы рѣшающій голосъ въ естествоиспытаніи.

Какъ его предшественники, и Аристотель учить, что существующая матерія не можетъ быть ни увеличена ни уменьшена; матерія не вступаетъ снова въ существованіе, но и не исчезаетъ, она лишь способна къ измѣненіямъ. Поэтому никакой родъ движенія неспособенъ производить матерію; это тѣмъ болѣе, что и существующее въ природѣ движеніе не можетъ ни происходить ни пропадать: оно — безсмертно. Принципъ вѣчности матеріи и движенія (силы), слѣдовательно, высказывается этимъ философомъ апіорно. Каждое измѣненіе, будь оно количественное или качественное, въ концѣ концовъ, обуславливается движеніемъ, которое приводитъ и къ соединенію и разъединенію, къ разрѣженію и уплотненію и т. д. Всегда одинаковое стремится къ одинаковому.

О воздухѣ онъ учить, что составъ его не постояненъ, какъ обыкновенно думаютъ, такъ какъ опытъ показываетъ, что существуетъ нѣсколько родовъ воздуха, изъ которыхъ нѣкоторые для дыханія непригодны.

Элементы — это тѣ вещества, на которыя разлагаются прочія вещества, но которыя сами по себѣ не могутъ быть разлагаемы въ другія. Число элементовъ должно быть ограничено; во всякомъ случаѣ ихъ принимается лишь столько, сколько необходимо для объясненія наблюденныхъ фактовъ. Поэтому, — говоритъ Аристотель — предположеніе болѣе древнихъ изслѣдователей о существованіи безконечнаго числа элементовъ, а равно теоріи атомистовъ о безконечномъ числѣ атомовъ въ пустотѣ и о существованіи лишь одной матеріи излишни или неудовлетворительны. Далѣе: достаточное число элементовъ — четыре, принимаемыхъ уже древними натурфилософами, а именно обѣ пары: тепло — холодъ, сухость — влажность, охватывающія четыре первичныхъ качества, отъ соединенія или разъединенія, уплотненія или разрѣженія которыхъ въ различныхъ пропорціяхъ происходятъ всѣ вещества.

Въ землѣ, въ частности, преобладаетъ сухость, въ водѣ — холодъ, въ воздухѣ — влажность, а въ огнѣ — теплота. Въ противоположность Платону элементы не обладаютъ специфическими геометрическими формами, въ противоположность Платону онъ отрицаетъ возможность вакуума (пустоты) и отвергаетъ атомистическое ученіе; пространство, наоборотъ, непрерывно наполнено матеріею.

Возможность взаимныхъ переходовъ и превращеній тѣлъ указываетъ на дѣйствіе вещественной общности, на существованіе первичной матеріи (*πρώτη ὕλη*, *materia prima*), — послѣдняя, согласно Платону, не является самостоятельнымъ веществомъ, а лишь без-

форменнымъ и безкачественнымъ субстратомъ, принимающимъ реальность конкретныхъ тѣлъ подѣ влияніемъ четырехъ элементовъ — качествъ.

Онъ уже отличаетъ смѣси отъ соединеній, рассматривая таковыя, какъ результатъ равновѣсія; онъ уже высказываетъ положеніе, что легче всего дѣйствуютъ другъ на друга жидкія тѣла, такъ какъ они легче всего смѣшиваются. Соединенія (химическія) — напимѣръ, вода — во всѣхъ частяхъ вполне однородны и оставались бы таковыми и для всепроникающаго глаза Линкея.

Онъ уже сознаетъ роль воды для передачи вкуса растворенныхъ веществъ; „при этомъ острое какъ бы колетъ, а тупое толкаетъ“.

О металлахъ Аристотель говоритъ, что они образуются уплотненіемъ паровъ въ землѣ, какъ бы рождаются и растутъ, содержа воду. Сродственные металлы тѣ, которые одинаково окрашены, — напимѣръ, золото и желтые сплавы, серебро и олово; они принадлежатъ къ одинаковому роду, идентичны во многихъ свойствахъ и способны къ взаимному переходу.

Резюмируя изложенное, мы можемъ сказать, что философъ-физикъ Аристотель въ своихъ физическихъ трудахъ (а именно въ книгахъ: 1) „Физика“, 2) „Механика“, 3) „Метеорологія“ и 4) „Метафизика“) одновременно создаетъ и основанія химіи и алхиміи, господствующія въ продолженіе слишкомъ двухъ тысячелѣтій.

1) Аристотель уже опредѣляетъ первенствующую роль опыта и наблюденія въ физическихъ наукахъ, устанавливая индуктивный методъ изученія природы; — однако, лишь въ XVI и XVII вѣкѣ возрождается этотъ методъ; 2) законъ вѣчности матеріи и движенія имъ уже формулируется сравнительно ясно; — однако, лишь со временъ Ломоносова (около 1750 г.) и Лавуазье (около 1770 г.) наблюдается сознательное примѣненіе закона вѣчности матеріи, а лишь Р. Майеръ (1842 г.) снова формулировалъ законъ вѣчности силы (энергіи); 3) имъ же дается вполне опредѣленное понятіе о химическомъ элементѣ и о числѣ элементовъ, но лишь со временъ Р. Бойля (1661 г.) химія начинаетъ сознательно проникаться ученіемъ о химическихъ элементахъ; 4) отличивъ смѣси отъ соединеній, онъ опередилъ развитіе химіи на два тысячелѣтія, такъ какъ лишь въ XVIII вѣкѣ (Boerhaave, Ломоносовъ, Lavoisier) снова возникаетъ эта истина; 5) ученіе о химическомъ равновѣсіи, предчувствованное имъ же, создается лишь въ XIX столѣтіи; 6) онъ уже принимаетъ воздухъ за вещество, обладающее вѣсомъ, онъ уже отличаетъ нѣсколько родовъ воздуха (слѣдовательно, нѣсколько газобразныхъ тѣлъ), но лишь въ XVIII вѣкѣ, послѣ работъ Black'a, Cavendish'a, Priestley и Scheele, возникаетъ химія газовъ; 7) ученіе Аристотеля, что скорѣе всего вступаютъ въ соединеніе жидкія тѣла, впоследствии принимаетъ форму закона: *corpora non agunt nisi fluida* (или *soluta*), а этотъ законъ существуетъ въ общихъ чертахъ еще въ наше время (ученіе о растворахъ); 8) одинаковое идетъ къ одинаковому — учитъ Аристотель, а кому неизвѣстно правило (гомеопатической) медицины: *similia similibus* и примѣненіе этого

принципа въ химіи всѣхъ временъ, даже въ ученіи о взаимномъ раствореніи тѣлъ вплоть до нашихъ дней?

Невольно мы преклоняемся передъ этимъ гениемъ, начертившимъ за болѣе чѣмъ 2000 лѣтъ часть самыхъ существенныхъ основаній физическихъ наукъ вообще и химіи въ частности! Онъ могъ бы быть однимъ изъ величайшихъ химиковъ всѣхъ временъ, давъ химіи направленіе индуктивной науки, — въ дѣйствительности, онъ оказался однимъ изъ ея величайшихъ противниковъ, благодаря авторитету и ученіямъ котораго химія превратилась въ ученіе о „философскомъ камнѣ“, вовлеченное въ тайны мистицизма и символизма.

Дѣйствительно поразительное явленіе: тотъ же умъ, который своими философскими заключеніями опредѣлилъ дальнѣйшее развитіе физическихъ наукъ на тысячелѣтія, былъ судьбою предназначенъ сдѣлаться однимъ изъ сильнѣйшихъ тормазовъ тѣхъ же наукъ — физики и химіи.... Сохранивъ ученіе о четырехъ элементахъ — качествахъ, принявъ ученіе о первичной безкачественной матеріи, допустивъ возможность взаимнаго превращенія металловъ и произрастаніе ихъ въ нѣдрахъ земли, онъ создаетъ теоретическія (натурфилософскія) основанія алхиміи, ученія о трансмутации металловъ, искусственнаго приготовленія золота и серебра, перехода воды въ землю и т. д., просуществовавшихъ до конца XVIII столѣтія. Отвергнувъ ученіе Демокрита объ атомистическомъ строеніи матеріи, Аристотель задержалъ примѣненіе и развитіе этой научной теоріи, появившейся снова лишь въ XVII столѣтіи (Gassendi) и пріобрѣтшей въ настоящее время (послѣ преобразованія ея Дальтономъ, 1808 г.) роль руководящей теоріи.

Тотъ же гений, который властвовалъ въ продолженіе тысячелѣтій надъ духовнымъ міромъ, какъ некоронованный король (Бэконъ говорить, что Аристотель относился къ своимъ научнымъ соперникамъ въ родѣ восточнаго деспота), оказался безпомощнымъ, какъ только вопросъ касался точнаго наблюденія или физическаго опыта: ему было недоступно правильное истолкованіе наблюденія; хотя онъ сознавалъ роль опыта, онъ не зналъ ни правильной постановки ни методовъ непосредственнаго наблюденія. Поэтому его истолкованія опытовъ и наблюденій исполнѣ неудовлетворительны. Напримѣръ, онъ старается доказать, что наполненный золою сосудъ вмѣщаетъ въ себѣ столько же воды, сколько онъ вмѣщаетъ въ пустомъ видѣ. Онъ учитъ, что воздухъ отъ огня становится плотнѣе и гуще. Онъ преподноситъ, какъ истину, что соли морской воды попадаютъ туда изъ облаковъ, т. е. сухіе пары выщелачиваютъ изъ облаковъ все соляное и переносятъ послѣднее въ видѣ дождей въ море. Такъ, онъ учитъ, что вода изъ льда и снѣга нездорова и вредна, что морская вода переходитъ въ прѣсную, что, если опускается въ море плотно закрытый пустой сосудъ, то черезъ его стѣнки отсѣивается все соляное, а проходящая вода оказывается пригодной для питья и т. д.

Да, это время, рождающее величайшихъ мыслителей съ остроумнѣйшими системами натурфилософіи, неспособно было родить ни одного выдающагося экспериментатора. Это время возвышаетъ

культъ слова и идей, но не понимаетъ явленій природы и не знаетъ способовъ непосредственнаго наблюденія.

Этотъ народъ, столь тонко понимающій всё искусства и создавшій въ нихъ безсмертныя произведенія, не понималъ одного искусства: производить опыты физическіе и химическіе. Тѣ же философы смотрѣли даже съ презрѣніемъ на эксперименты и на физическую работу. Глазами эстета, а не руками экспериментатора они всё — эти натурфилософы — изучали физическій міръ.

Скончался мечтавшій о міровомъ господствѣ великій Александръ ученикъ и покровитель Аристотеля, а его государство, обнимающее Европу и Азію, весь тогдашній міръ, распалось. Скончался великій Аристотель, своимъ гениемъ покорившій всё части человѣческихъ знаній, а его царство наукъ, объединившее философію и естествознаніе въ одно цѣлое, распалось на отдѣльныя части, лишившись постепенно внутренняго единенія и развѣвшись въ рядъ самостоятельныхъ научныхъ провинцій — дисциплинъ.

Но вмѣстѣ съ тѣмъ мало-по-малу исчезаетъ и духовное первенство самой Греціи.

Въ продолженіе нѣсколькихъ столѣтій древняя Греція, классическая Эллада (въ частности, Аѣины) составляла главную арену научной дѣятельности міра. Въ Аѣинахъ были учреждены и процвѣтали величайшія школы философовъ, сюда стекались всё, кто искалъ мудрости или претендовалъ на интеллектуальное значеніе.

III. Александрійскій періодъ.

(Александрійская Академія въ Египтѣ).

Но уже въ III столѣтіи до Р. Хр. Египетъ началъ соперничать съ Элладой. Птоломей Philadelphus основалъ въ 250 г. до Р. Хр. въ своей столицѣ, въ городѣ Александріи, знаменитый музей, т. е. Академію наукъ, въ которой постепенно были сосредоточены славнѣйшіе ученые изъ Греціи, Рима, съ Востока и вмѣстѣ съ ними собраны рукописи на всѣхъ языкахъ. Библіотека эта вскорѣ приобрѣла около 700 000 томовъ. Александрійская Академія просуществовала (съ 250 г. до Р. Хр. до 640 г. по Р. Хр.) почти 9 столѣтій, прекративъ свое существованіе въ 640 г., когда магометане покорили себѣ городъ Александрію.

Александрійская Академія представляетъ небывалую централизацию умственныхъ силъ и научныхъ цѣнностей и составляетъ въ продолженіе 9 столѣтій какъ бы мозгъ всего культурнаго міра. Первоначально ея цѣль состояла въ развитіи наукъ вообще. Рядомъ съ колоссальной библіотекою были устроены ботаническій и зоологическій сады, школа анатоміи; здѣсь были построены точнѣйшіе астрономическіе инструменты, и здѣсь имѣлись физическіе инструменты и химическая лабораторія; послѣдняя помѣщалась въ храмъ Зераписа.

Къ ученымъ Александрійской Академіи принадлежатъ знаменитый Евклидъ (около 300 г. до Р. Хр.), создавшій систематическую ма-

тематику и катоприку; съ ней связанъ Архимедъ изъ Сиракузъ, славнѣйшій физикъ древняго міра (287—212); далѣе: Эратоссеенъ (276—195), замѣчательнѣйшій географъ древнихъ, Геронъ (около 150 г. до Р. Хр.), одинъ изъ важнѣйшихъ механиковъ-техниковъ, и тризвѣздіе знаменитыхъ астрономовъ — Аристархъ (около 280 г. до Р. Хр.), Гипархъ (160—125 г. до Р. Хр.) и Птоломей (70—147 г. послѣ Р. Хр.).

Но въ этой Академіи процвѣтали также астрологія, алхимія и магія. Представители этой науки, родомъ изъ Греціи, были причислены къ категоріи философовъ или „поэтовъ“*). Среди нихъ мы встрѣчаемъ Зозима (въ III или IV столѣтіи послѣ Р. Хр.), который сочинилъ цѣнные труды по химіи: *χημεικτά*. Его современникомъ считается Пелагій — философъ, оставившій трудъ по „священной наукѣ“, или *χημεία*. Въ четвертомъ столѣтіи жилъ также знаменитый алхимикъ-философъ Олимпіодоръ, сочинившій комментарий о „священной наукѣ“, которую онъ называетъ *χημεία*, о философскомъ камнѣ и о трудахъ Зозима, Гермеса и др. Онъ прямо пишетъ, что въ библіотекѣ Птолемея можно найти всѣ труды этихъ древнихъ философовъ (т. е. алхимиковъ), что Египетъ вообще былъ мѣстопробываніемъ алхимиковъ, которые, однако, работали исключительно въ пользу царей этой страны, что законами строго было воспрещено писать и публиковать объ этихъ тайнахъ, что только жрецы были посвящены въ эту науку и т. д. Тотъ же Зозимъ (и за нимъ Олимпіодоръ) пишетъ еще, что „все Царство Египетское содержится этими поаммургическими искусствами“**).

Это величайшее въ мірѣ хранилище книгъ трижды подверглось разрушенію: впервые часть была сожжена Цезаремъ въ 47 г. (до Р. Хр.) при взятіи Александріи, вторично — фанатиками-христианами въ 390 г. (послѣ Р. Хр.), когда и были разрушены химическія лабораторіи въ храмѣ Зераписа, а остатки библіотеки, наконецъ, погибли въ 640 г. при взятіи Александріи арабами, которые изъ фанатизма сожгли всѣ рукописи.

Итакъ, римляне, христіане и магометане отнеслись одинаково враждебно къ этимъ цѣнностямъ человѣческаго генія, къ этимъ результатамъ умственныхъ трудовъ за цѣлое тысячелѣтіе. „Не изъ-за незнанія этихъ вещей, а изъ-за презрѣнія къ бесполезнымъ трудамъ этихъ древнихъ мы думаемъ такъ низко о всѣхъ этихъ вещахъ“, пишетъ Евзевій (270—340 послѣ Р. Хр.), а Августинъ (354—430) восклицаетъ: „Было бы для меня лучше, если бы я никогда не услышалъ имени этого Демокрита!“

IV. Арабскій періодъ.

Вслѣдствіе такого отношенія католической церкви къ древней наукѣ неудивительно, что еще въ 1250 году, напримѣръ, ордену доминиканцевъ строго было запрещено заниматься физическими науками

*) Berthelot — „Les Origines de l'Alchimie“, 192 (1885).

**) Berthelot, ib, 22.

(„Non studeant in libris physicis“); въ XII вѣкѣ исламъ началъ борьбу противъ Аристотеля, имя котораго сдѣлалось предосудительнымъ; въ 1209 г. Парижскій католическій синодъ запретилъ изученіе физики и метафизики Аристотеля; а преемники Магомета (ум. въ 632 г.) говорили объ этихъ древнихъ наукахъ: „Если эти науки даютъ то, что находится въ Коранѣ, то онѣ излишни; если онѣ даютъ другое, онѣ безбожны и вредны“.

Но пропія всемірной исторіи скоро превращаетъ тѣхъ же фанатиковъ-магометанъ въ наусерднѣйшихъ поклонниковъ и хранителей древней науки. Арабскіе ученые въпослѣдствіи переводятъ труды греческихъ писателей-философовъ на арабскій языкъ. Арабскіе ученые сочиняютъ комментаріи къ трудамъ греческихъ натурфилософовъ, т. е. физиковъ, математиковъ, медиковъ, химиковъ. Арабскіе ученые развиваютъ математику введеніемъ алгебры, а равно астрономію и медицину. Они разрабатываютъ и усовершенствуютъ физику, — такъ, напримѣръ, по преимуществу оптику и механику. Въ области измѣренія угловъ преломленія свѣта, конструкціи точныхъ вѣсовъ и опредѣленія удѣльных вѣсовъ они оказываются искусными и точными экспериментаторами, планомѣрно производившими опыты и создавшими физическіе методы изслѣдованія. Многіе историки физическихъ наукъ, поэтому, считаютъ арабовъ основателями таковыхъ и изобрѣтателями экспериментальнаго искусства (А. v. Humboldt, Каниковъ). Во всякомъ случаѣ основанная въ 762 г. резиденція Багдадъ скоро сдѣлалась научнымъ центромъ для Азіи, а открытая въ VIII столѣтіи въ Испаніи арабская Академія въ Кордовѣ стала умственнымъ центромъ для Европы, изъ котораго мало-помалу загорался новый огонь, освѣщавшій тьму этого культурнаго періода до XII вѣка.

Изъ этой испанско-арабской школы вышелъ отецъ экспериментальной химіи, Геберъ *) (или Dschabir Ben Haijan), жившій въ VIII или IX столѣтіи. Этотъ великій энциклопедистъ оставилъ рядъ трудовъ по химіи и технологіи, метафизикѣ и медицинѣ, а равно по натурфилософіи Аристотеля. Изъ положительныхъ химическихъ свѣдѣній Гебера слѣдуетъ указать, что онъ учить очисткѣ химическихъ соединеній путемъ кристаллизаціи, перегонки и сублимаціи, онъ описываетъ приготовленіе сѣрной кислоты перегонкою квасцовъ и азотной кислоты — перегонкою селитры съ квасцами и купоросами; онъ открываетъ царскую водку, приготовляетъ адскій камень и сулему, свинцовый сахаръ, укушеную кислоту, мышьяковистый ангидридъ; онъ изучаетъ сплавы, знаетъ окиси и сѣрнистыя соединенія металловъ и т. д.

Его слава была столь велика, что въ XIII и XIV вѣкахъ подъ его именемъ выпускались десятки трудовъ анонимныхъ авторовъ — алхимиковъ на латинскомъ языкѣ (Псевдо-Геберъ), перепечатанныхъ еще въ XVIII вѣкѣ. Въ этихъ мнимыхъ трудахъ Геберъ оказывается приверженцемъ трансмутациі и является однимъ изъ величайшихъ столповъ алхиміи.

*) Berthelot, l. c., и Darmstädter, Handbuch zur Geschichte du Naturw. (1908), 44 n 45.

Другимъ выдающимся арабскимъ врачомъ и химикомъ является Авиценна (Ibn Sina, 980—1037), трудъ котораго „De anima in arte alchimiae“ вносить въ химию учение, что каждый металлъ состоитъ изъ двухъ принциповъ—изъ ртути и сѣры (mercurius и sulphur). Ртуть считается носителемъ металлическихъ свойствъ: блеска, плавкости, ковкости и т. д., а sulphur придавалъ веществамъ горючесть и измѣненіе при дѣйствіи огня. Различіе металловъ зависитъ лишь отъ различнаго количества и группировки этихъ двухъ основныхъ элементовъ.

Еще въ XVI вѣкѣ Cardano (1501—1576) призналъ его однимъ изъ 12 остроумнѣйшихъ гениевъ міра, а учение о ртути и сѣрѣ, какъ составныхъ частяхъ металловъ, существовало въ измѣненной формѣ еще въ XVIII вѣкѣ.

Поэтому синтезъ металловъ и драгоценныхъ камней при общности первичной матеріи для всѣхъ тѣлъ, т. е. искусственное ихъ получение, и, слѣдовательно, трансмутация неблагородныхъ металловъ въ благородные, не встрѣтила принципиальныхъ и логическихъ препятствій; это же синтезъ долженъ быть осуществимъ усовершенствованными техническими или экспериментальными методами.

Итакъ, мы видимъ, что учение Аристотеля о первичной матеріи и четырехъ элементахъ, а равно о рожденіи металловъ возобновляется арабскими алхимиками, преклоняющимися передъ авторитетомъ великаго грека, и далѣе: что арабы-экспериментаторы и практики, развивая эту теорію введеніемъ двухъ новыхъ принциповъ (—элементовъ, въ современномъ смыслѣ слова), особенно интенсивно примѣняютъ это учение на опытахъ; результатомъ этого сочетанія греческой мудрости съ арабской изобрѣтательностью является не только возрожденіе Аристотеля и основаніи экспериментальной химіи и алхиміи, но и диффузія этихъ ученій въ міръ христіанскій. На почвѣ натурфилософіи Аристотеля временно произошло объединеніе двухъ культуръ; арабо-магометанской и европейско-христіанской.

Гербертъ, въслѣдствіи папа Сильвестръ II (999—1003), обучался арабской наукѣ въ академіяхъ въ Кордобѣ и Севильѣ и отличался, какъ физикъ, химикъ и математикъ.

Виднѣйшимъ представителемъ арабской физики является геніальный Алхазенъ (Alhazen или Ibn al Haitam, умеръ въ 1038 г.), авторъ классическаго труда по оптикѣ (по физикѣ глаза и зрѣнія). Какъ „Оптика“ Алхазена въ продолженіе столѣтій оказывала свое вліяніе, такъ и другая арабская книга „Вѣсы мудрости“ (1121) слѣдалась классической. Въ этой книгѣ ея авторъ Аль Казинъ (Al Khâzini) даетъ описаніе вѣсовъ и взвѣшиваній, — въ частности, опредѣленіе удѣльных вѣсовъ. Цѣль этого труда — практическая, чтобы узнать „количественный составъ смѣшанныхъ тѣлъ“ и „содержаніе силавовъ двухъ металловъ“, отличить „чистый металлъ отъ его фальсификацій“, установить „подлинность монеты“, а равно „настоящіе драгоценные камни отъ ихъ имитацій“. Слѣдовательно, борьба противъ фальшивыхъ драгоценныхъ камней велась уже въ 1212 г. Особенно важно то обстоятельство, что здѣсь физика и физическіе методы специально предназнача-

ются для цѣлей химіи; во-первыхъ, здѣсь ясно формулируется истина, что для каждого опредѣленнаго химическаго индивидуума (металла или драгоценнаго камня) существуетъ постоянное физическое свойство, характерное для него и независимое отъ мѣста и рода его добыванія: первымъ такимъ физическимъ критеріемъ чистоты или индивидуальности химическаго тѣла, слѣдовательно, является удѣльный вѣсъ. Во-вторыхъ: этотъ физическій критерій предлагается для цѣлей химическаго анализа, — напомнимъ, что уже Архимедъ, открывшій методъ опредѣленія удѣльнаго вѣса, примѣнилъ его для цѣлей опредѣленія состава. Въ-третьихъ, поражаетъ насъ точность измѣреній Аль Кази; онъ приводитъ удѣльные вѣса 50 тѣлъ, которые поражаютъ насъ своею точностью; напримѣръ, кипящая вода 0·958 (нынѣ же 0·9597), мѣдъ литая 8·66 (нынѣ же 8·667), свинецъ 11·32 (нынѣ же 11·39), ртуть 13·56 (нынѣ же 13·56), золото (литое) 19·05 (нынѣ же 19·26). Въ-четвертыхъ: Аль Кази уже знаетъ, что „воздухъ имѣетъ вѣсъ“, и что „тяжелое тѣло, перенесенное изъ болѣе разрѣженнаго воздуха въ болѣе плотный, становится легче“ — „vice versa“, что удѣльный вѣсъ чистой воды измѣняется съ температурою, и что, обратно, изъ измѣненія удѣльнаго вѣса воды можно опредѣлять измѣненія температуры и т. д.

Если химія этого періода восприняла бы эти новыя истины и сознала бы всю важность методовъ и фактовъ, изложенныхъ въ книгѣ „О вѣсахъ мудрости“, она прониклась бы настоящей мудростью: вѣсы, какъ важнѣйшій для химика физическій приборъ, взвѣшиваніе, какъ методъ количественнаго изученія химическихъ превращеній тѣлъ, удѣльный вѣсъ, какъ первый физическій критерій чистоты и индивидуальности химическихъ соединений, воздухъ, какъ вѣсомое вещество, — всѣ эти основныя истины предохраняли бы химію отъ тѣхъ заблужденій, вліянію которыхъ она поддавалась, однако, съ XII-го по XVIII-ый вѣкъ, до появленія Lavoisier'a, Cavendish'a, Priestley'a и Scheele. Ходъ развитія химіи и скорость химическаго познанія вещества были бы совершенно другіе, если бы Аль Кази встрѣтилъ среди средневѣковыхъ химиковъ единомышленниковъ или послѣдователей, развившихъ далѣе идею о сочетаніи физики съ химіей...

Послѣднимъ важнымъ арабскимъ ученымъ западныхъ (испанскихъ) арабовъ былъ Ибнъ Рошдъ (Ibn Roschd, названный Averroes, 1126 — 1198), отличившійся преимущественно, какъ интерпретъ и поклонникъ Аристотеля: „Аристотель началъ и завершилъ всѣ науки“, пишетъ онъ. „Аристотель — это величайшій изъ всѣхъ людей; Богъ раздѣлилъ ему достигнуть наивысшей степени совершенства“. Присовокупимъ, что Ибнъ Рошдъ пользовался до XVII-го вѣка небывалымъ авторитетомъ и почетомъ у евреевъ и христіанъ, переводившихъ его труды объ Аристотелѣ на еврейскій и латинскій языки.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Геометрический парадокс Д'Аламбера-Карно и его рѣшеніе *).

Д. Сильвестра.

Разсмотримъ ту простую геометрическую задачу, которая заставляла Д'Аламбера**) сомнѣваться въ справедливости Декартовой доктрины о положительныхъ и отрицательныхъ геометрическихъ величинахъ, а по мнѣнію Карно является несомнѣннымъ аргументомъ противъ этого ученія. И хотя эти возраженія, направленные противъ Декартовой доктрины, очень основательны, однако, изъ нихъ, конечно, нельзя сдѣлать вывода, что эта доктрина, обоснованная строго логически, должна быть отвергнута. Несчастенъ былъ бы тотъ день, когда мы пришли бы къ такому выводу! Единственный возможный выводъ изъ этого тотъ, что обычное изложеніе Декартовой теоріи неполно и нуждается въ развитіи.

Я буду исходить изъ понятія о прямой, имѣющей стороны. Иначе говоря, я представляю себѣ, что неограниченная прямая Евклида совмѣщаетъ въ себѣ двѣ различныя прямыя, имѣющія противоположные направленія: скажемъ, верхнюю прямую и нижнюю прямую. Алгебраическій знакъ прямолинейнаго отрѣзка зависитъ отъ совпаденія либо несовпаденія его направленія съ направленіемъ той неограниченной прямой, на которой этотъ отрѣзокъ отложенъ. Направленіе отрѣзка будемъ обозначать порядкомъ буквъ, означающихъ его концы. Такъ, напримѣръ, отрѣзокъ AB , взятый на верхней сторонѣ прямой, имѣетъ знакъ, обратный знаку отрѣзка BA , взятаго на той же самой сторонѣ прямой; однако, тотъ же самый отрѣзокъ AB имѣетъ тотъ же знакъ, что и отрѣзокъ BA , взятый на нижней сторонѣ прямой.

Задачу Д'Аламбера-Карно можно формулировать слѣдующимъ образомъ. „Вотъ, говоритъ Карно***), очень простой и убѣдительный примѣръ, который вполнѣ достаточенъ для опроверженія всего ученія о положительныхъ и отрицательныхъ геометрическихъ величинахъ.

Изъ точки K , лежащей внѣ даннаго круга, проведена прямая Kmn , при чемъ лежащій внутри круга отрѣзокъ ея mn равенъ нѣ которому данному отрѣзку. Черезъ точку K и центръ круга проводимъ прямую KAB , которая пересѣкаетъ окружность въ точкахъ A и B .

*) „On the d'Alembert-Carnot geometrical paradox and its solution“. Эта маленькая замѣтка опубликована была въ 1885 г. въ журналѣ „Messenger of Mathematics“; перепечатана въ IV т. полнаго собранія сочиненій Д. Сильвестра (The collected mathematical papers of James Joseph Sylvester, vol. IV, pp. 238 — 241, Cambridge 1912). Нашъ переводъ сдѣланъ съ польскаго перевода, помѣщеннаго въ журналѣ „Wektor“ („Wektor“, Bok III, № 1, 1913). — Вопросъ очень интересенъ и, вѣроятно, не останется безъ замѣчаній со стороны читателей.

**) Статья Д'Аламбера „Négatif“, помѣщенная въ „Большой Энциклопедіи“.

***) Carnot — „Géometrie de position“. — Dissertation préliminaire.

Положим $KA = a$, $KB = b$, $mt' = c$, $Km = x$. Тогда будем иметь:

$$ab = x(c + x) = cx + x^2, \text{ или } x^2 + cx - ab = 0,$$

откуда

$$x = -\frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{c^2}{4} + ab}.$$

Таким образом мы получим для x два значения: первое — положительное — дает решение задачи. Является вопрос, что означает отрицательное решение? Казалось бы, что оно может соответствовать только точке m' , которая является второй точкой пересечения прямой Km с окружностью. Если мы будем определять отрезок Km' непосредственно, обозначая его через x , то получим:

$$x(x - c) = ab, \quad x = \frac{1}{2}c \pm \sqrt{\frac{c^2}{4} + ab}.$$

Положительный корень в этом случае совпадает с абсолютным значением отрицательного решения в первом случае. И хотя один из двух корней

положительный, а другой отрицательный, мы принуждены строить их в одном и том же направлении относительно данной точки K . Итак, оказывается ложным правило, по которому их следует строить в различных направлениях. Если бы точка K , находясь внутри круга, лежала на диаметре AB , то мы получили бы два положительных корня; однако, соответствующие им отрезки следовало бы построить в двух противоположных направлениях. И в этом случае правило оказывается ложным.

Если бы кто-нибудь утверждал, что правило это не следует понимать в том смысле, что корни, положительные и отрицательные, следует откладывать в противоположных направлениях, то мы спросили бы, как же понимать это правило? Если правила этого нельзя понимать в наиболее естественном смысле, то является мысль о необходимости его разъяснения. Отсюда следует, что само по себе это правило страдает неясностью и неопределенностью (*obscur et vague*).

На вопрос, „как понимать это правило“, мы уже дали ответ; читатель убедится, что наш ответ устраняет все сомнения относительно того, что „правило это неясно и неопределенно“.

Полная формулировка задачи должна быть следующей: двусторонняя прямая, проведенная из точки K , пересекает окружность в точках m и m' ; отрезок mt' , отложенный на одной или другой стороне прямой (и, очевидно, количественно выраженный числом заключенных в нем определенных данных единиц длины), должен быть равен данному числу c , положительному или отрицательному. Определить величину отрезка Km .

1) Допустим, что точка K лежит вне круга. Допустим, что направление нижней прямой образует острый угол с направлением

прямой, проходящей отъ K къ центру круга. Во всѣхъ случаяхъ $Km' = Km + mm'$ и, слѣдовательно, уравненіе, опредѣляющее x , есть $x^2 + cx = ab$. Два его корня соотвѣтственно суть:

$$-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 + ab} \quad \text{и} \quad -\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 + ab}.$$

Если c есть число положительное, то изъ двухъ значеній x одно соотвѣтствуетъ отрезку Km на нижней прямой, другое — отрезку Km' на верхней. Если c число отрицательное, то одно значеніе x соотвѣтствуетъ отрезку Km на верхней прямой, другое — отрезку Km' на нижней.

2) Допустимъ, что точка K лежитъ внутри круга. Принимая во вниманіе знаки отрезковъ, можемъ и въ этомъ случаѣ сказать, что $Km' = Km + mm'$ (это есть общее тождество алгебраической геометріи). Такъ какъ, однако, алгебраическія значенія отрезковъ KA и KB противоположны по знакамъ, то мы можемъ считать отрезокъ KA положительнымъ и равнымъ a , а отрезокъ KB отрицательнымъ и равнымъ $-b$. Тогда имѣемъ уравненіе $x^2 + cx = -ab$, корни котораго суть:

$$-\frac{1}{2}c + \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - ab} \quad \text{и} \quad -\frac{1}{2}c - \sqrt{\frac{1}{4}c^2 - ab}.$$

Они выражаютъ два отрезка Km и Km' . Въ самомъ дѣлѣ, мы можемъ представить себѣ, что неограниченная двойственная прямая mKm' вращается вокругъ точки K , причѣмъ направленіе ея нижней стороны совпадаетъ съ направленіемъ отрезка KA въ тотъ моментъ, когда отрезокъ mKm' совпадаетъ съ діаметромъ. Пусть c есть число положительное; пока наша двойственная прямая, вращающаяся по направленію часовой стрѣлки, не образуетъ прямого угла, первому корню на нижней прямой будетъ соотвѣтствовать отрезокъ, лежащій подъ діаметромъ, другому же будетъ отвѣчать на верхней прямой отрезокъ, лежащій надъ діаметромъ. Въ слѣдующей четверти вращенія первому корню будетъ соотвѣтствовать отрезокъ нижней прямой, лежащій надъ діаметромъ, другому же — отрезокъ верхней прямой, лежащій подъ діаметромъ. Если бы c было числомъ отрицательнымъ, то во всѣхъ предыдущихъ утвержденіяхъ слѣдовало бы переставить термины „подъ“ и „надъ“. Когда вращающаяся прямая занимаетъ критическое положеніе — перпендикулярное діаметру, то оба корня дѣлаются равными и неразличимыми. Во всѣхъ случаяхъ сохраненіе обоихъ корней всегда и безъ исключенія даетъ полное рѣшеніе задачи, и обратно: полное рѣшеніе задачи требуетъ сохраненія обоихъ корней.

Въ случаѣ, когда $c^2 < 4ab$, корни уравненія $x^2 + cx = ab$ являются комплексными числами. Въ этомъ случаѣ теорема не имѣетъ смысла. Въ случаѣ, когда $c^2 = 4ab$, корни уравненія являются действительными числами, равными по величинѣ и противоположными по знаку. Въ этомъ случаѣ теорема имѣетъ смыслъ. Въ случаѣ, когда $c^2 > 4ab$, корни уравненія являются действительными числами, различными по величинѣ и противоположными по знаку. Въ этомъ случаѣ теорема имѣетъ смыслъ.

*) Нужно сказать, что приведенное мною рассужденіе, въ сущности, представляетъ лишь несколько болѣе ясное изложеніе того, что уже было изложено въ предыдущемъ параграфѣ.

ПОЛЕМИКА.

По поводу статьи А. Киселева въ № 602 „Вѣстника“.

Замѣтка г. Киселева содержитъ возраженія на сдѣланныя мною въ № 596 „Вѣстника“ замѣчанія по поводу того, что обычное очень короткое доказательство такъ называемой теоремы Безу [остатокъ отъ дѣленія многочлена $f(x)$ на $x - a$ равенъ $f(a)$] совершенно правильно, и что указаніе г. Киселева въ § 76 новаго изданія его „Алгебры“ на недостаточность этого доказательства несправедливо. Г. Киселевъ указываетъ, что онъ не располагаетъ тѣми средствами, которыми я пользуюсь въ своихъ разсужденіяхъ; необходимое тождество, такимъ образомъ, у него не установлено, и вслѣдствіе этого разсужденіе, служащее для доказательства теоремы Безу, въ этихъ условіяхъ является дефектнымъ.

Долженъ сказать, что во многомъ я съ г. Киселевымъ согласенъ. Уже въ первой своей замѣткѣ я сказалъ, что способъ, приведенный г. Киселевымъ въ новомъ изданіи его книги, имѣетъ свои преимущества. Но я все же настаиваю на томъ, что указаніе на неточность прежняго короткаго приѣма не правильно и съ педагогической точки зрѣнія вредно. Учащіеся (особенно студенты) очень склонны сами думать, что полагать въ равенствѣ $P(x) = (x - a)Q(x) + R$ значеніе x равнымъ a нельзя, потому что это эквивалентно признанію дѣленія на нуль. Дѣло преподавателя и учебника не поддерживать это заблужденіе, а искоренить его. И г. Киселевъ имѣетъ, какъ я сейчасъ покажу, полное право и возможность на основаніи установленнаго имъ матеріала воспользоваться этимъ тождествомъ. Онъ, собственно, и самъ указываетъ это въ концѣ своей замѣтки, но я хотѣлъ бы на этомъ обстоятельствѣ еще разъ остановиться, чтобы выяснитъ, на что нуженъ и на что ненуженъ „грузный аппаратъ“.

Основная теорема, на которую опирается ученіе о дѣленіи многочленовъ, состоитъ изъ двухъ частей. Выражаясь коротко, можно сказать, что первая часть устанавливаетъ существованіе частнаго и остатка и, слѣдовательно, основнаго тождества, вторая доказываетъ ихъ однозначность. Первая часть устанавливается обычнымъ разсужденіемъ, приводимымъ почти во всякомъ учебникѣ алгебры*), вторая часть (доказательство однозначности) опирается на законъ тождества цѣлыхъ функцій. Но для доказательства теоремы Безу имѣть необходимости пользоваться однозначностью, — напротивъ, однозначность остатка, этою же теоремой устанавливается. Въ самомъ дѣлѣ, положимъ, что мы нашли полиномъ $Q(x)$ и число R (а найти ихъ мы умѣемъ), дающія тождество $F(x) = (x - a)Q(x) + R$. Подставляя сюда a вмѣсто x , получаемъ $R = F(a)$, т. е. остатокъ въ этомъ случаѣ необходимо равенъ $F(a)$.

Въ заключеніе долженъ прибавить, что при повтореніи курса алгебры въ старшемъ классѣ я считаю совершенно необходимымъ точно установить основную теорему, на которой покоится дѣленіе цѣлыхъ функцій. Къ этой теоремѣ и къ связанному съ ней предложенію о тождественныхъ полиномахъ я намѣренъ еще возвратиться въ ближайшихъ номерахъ „Вѣстника“.

В. Каганъ.

*) Нужно сказать, что приведенное мною разсужденіе, въ существѣ дѣла, представляетъ лишь нѣсколько болѣе научное выраженіе этихъ обычныхъ соображеній.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

О влиянии взбалтывания на скорость растворения мѣди въ азотной кислотѣ. Принято думать, что при раствореніи различныхъ тѣлъ въ жидкостяхъ механическія воздѣйствія, въ родѣ взбалтыванія, перемѣшиванія и т. п., ускоряютъ раствореніе, ибо они увеличиваютъ поверхность соприкосновенія растворяемаго тѣла съ жидкостью и парализуютъ вліяніе явленій диффузіи, замедляющихъ процессъ. Бываютъ, оказывается, случаи, когда механическія воздѣйствія даютъ совершенно обратный результатъ. Раствореніе мѣди въ азотной кислотѣ, изученное М. Драпье (М. Drapier*), представляетъ въ этомъ отношеніи очень рѣзкій и поучительный примѣръ.

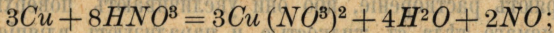
Первоначальной задачей автора являлось изученіе скорости растворенія въ азотной кислотѣ образцовъ мѣди, подвергавшихся различной предварительной механической обработкѣ. Первые опыты, имъ произведенные, показали, что взбалтыванія сосуда во время растворенія сильно замедляютъ, а иногда и совершенно задерживаютъ процессъ растворенія, и первое предположеніе, которое у него явилось для объясненія этого страннаго факта, заключалось въ томъ, что при раствореніи мѣди, сопровождающемся значительнымъ выдѣленіемъ тепла, происходятъ при спокойномъ состояніи жидкости мѣстные повышенія температуры (на границѣ соприкосновенія мѣди и растворяющей жидкости), ускоряющія раствореніе. Для проверки этого предположенія былъ произведенъ слѣдующій опытъ: въ азотную кислоту была погружена мѣдная трубка, сквозь которую во время опыта пропускался быстрый токъ холодной воды (8,5° Ц.); за 15 минутъ съ наружной стороны этой трубки перешло въ растворъ 0.624 гр. мѣди; когда же токъ воды былъ прерванъ, а кислота подвергнута взбалтыванію, то въ растворъ перешли за то же время лишь слѣды мѣди. Первую гипотезу пришлось отбросить.

Приступивъ къ количественному изслѣдованію этого явленія, авторъ остановился на слѣдующей постановкѣ опытовъ: цилиндрическій мѣдный стержень, діаметромъ въ 7 мм., погружался однимъ концомъ въ азотную кислоту на опредѣленную глубину, и наблюдалось количество перешедшей въ растворъ мѣди какъ при спокойномъ состояніи стержня, такъ и при его вращеніи вокругъ его оси съ опредѣленной скоростью. Опыты, произведенные съ азотной кислотой различной концентраціи, привели къ такому выводу: при вращеніи стержня количество растворенной мѣди уменьшается сначала медленно, а при нѣкоторой, такъ сказать, „критической скорости вращенія“ скорость растворенія сразу сильно падаетъ и при дальнѣйшемъ увеличеніи скорости вращенія доходитъ почти до нуля. Примѣромъ можетъ служить слѣдующая табличка, содержащая детали одного изъ многочисленныхъ опытовъ (концентрація азотной кислоты 40.5 гр. въ 100 гр. см.):

ЧИСЛО ОБОРОТОВЪ СТЕРЖНЯ ВЪ МИНУТУ.							
0.	28,	86,	108,	210,	251,	349,	452,
КОЛИЧЕСТВО РАСТВОРИВШЕЙСЯ МѢДИ ВЪ 5 МИН.							
0.184 гр.,	0.165,	0.156,	0.149,	0.106,	0.038,	0.008,	0.003.

*) C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris, T. 158 (1914), стр. 338 — 340.

Прежде чѣмъ перейти къ объясненію этихъ странныхъ, на первый взглядъ, фактовъ, данному г. Драйе, который и теперь занимается дальнѣйшимъ изслѣдованіемъ этихъ и аналогичныхъ явленій, замѣтимъ, что раствореніе мѣди въ азотной кислотѣ представляетъ химическое явленіе, сопровождающееся раскисленіемъ азотной кислоты; классическій способъ добыванія окиси азота заключается именно въ дѣйствіи азотной кислоты на мѣдь, идущемъ по уравненію:



такимъ образомъ, при этой реакціи образуется окись азота, которая, въ присутствіи кислорода, тотчасъ же переходитъ въ азотоватый ангидридъ NO_2 .

Но, съ другой стороны, какъ замѣчаетъ г. Драйе, еще въ 1842 г. Миллонъ (Millon) обнаружилъ, что чистая азотная кислота, лишенная низшихъ окисловъ азота, очень медленно дѣйствуетъ на мѣдь, а Иле (Ihle) въ 1896 г. показалъ, что окислительная способность азотной кислоты въ значительной мѣрѣ увеличивается присутствіемъ въ ней азотной кислоты. Такимъ образомъ, при взбалтываніи жидкости или движеніи мѣди, отъ поверхности этой послѣдней удаляются продукты ея дѣйствія на азотную кислоту, и для автокатализа, однимъ изъ случаевъ котораго является изучаемое явленіе, создаются неблагоприятныя условія. Если къ растворяющей жидкости прибавлять азотной кислоты, то вліяніе вращенія мѣднаго стержня должно уменьшаться, что и было обнаружено авторомъ.

Изъ изложеннаго слѣдуетъ, что, погрузивъ въ азотную кислоту два мѣдныхъ электрода, изъ которыхъ одинъ находится въ покоѣ, а другой — въ быстромъ вращеніи, можно обнаружить между ними нѣкоторую разность потенциаловъ. Эта разность потенциаловъ оказалась приблизительно равной 0.1 вольта.

В. Г.

Вліяніе электрическаго поля на спектральныя линіи. Конецъ 1913 года ознаменовался весьма важнымъ открытіемъ. Извѣстному германскому физіку Штарку (I. Stark) удалось наблюдать въ электрическомъ полѣ явленіе, аналогичное явленію Зеемана въ магнитномъ полѣ. До работъ Штарка всѣ многочисленныя попытки обнаружить вліяніе электрическаго поля на спектральныя линіи кончались неудачами. Теоретическія соображенія Фогта (Voigt) приводили къ заключенію, что для раздѣленія спектральной линіи на двѣ составляющія, отстоящая одна отъ другой на тысячную долю разстоянія между натріевыми линіями D_1 и D_2 (по шкалѣ частотъ колебаній), требуется поле въ 67 000 вольтъ на сантиметръ. Тѣмъ болѣе замѣчательно, что Штарку въ нѣкоторыхъ случаяхъ удалось получить раздѣленіе, въ тысячу разъ болѣе значительное, чѣмъ вышеуказанное, при полѣ въ 13 000 вольтъ на сантиметръ.

Установка при опытахъ Штарка въ существенныхъ чертахъ заключалась въ слѣдующемъ. Въ трубкѣ, гдѣ получались катодныя лучи, помѣщался дополнительный электродъ — дискъ, параллельный катоду. Разстояніе между катодомъ и этимъ дискомъ не превышало 2,6 мм., и оба они образовывали конденсаторъ. При помощи батареи аккумуляторовъ или динамо-машины вызывалось между этими электродами электрическое поле. При прохожденіи закатодныхъ лучей въ этомъ полѣ получалось свѣщеніе, зависѣвшее отчасти отъ самихъ лучей, отчасти отъ іонизированнаго ими газа. Этотъ свѣтъ падалъ на спектроскопъ, установленный перпендикулярно къ направленію распространенія зака-

тодныхъ лучей; при этомъ спектральныя линіи оказывались раздѣлившимися и поляризованными. Такъ, въ спектрѣ водорода линіи $H\beta$ и $H\gamma$ раздѣлялись каждая на пять составляющихъ, при чемъ двѣ крайнія линіи оказывались поляризованными перпендикулярно направленію электрическаго поля, а три среднія — параллельно ему.

По теоріи Фогта, эффектъ долженъ быть пропорціоналенъ квадрату силы поля; между тѣмъ изъ опытовъ Штарка вытекаетъ, что онъ, скорѣе, пропорціоналенъ первой степени силы поля.

Послѣ опубликованія мемуара Штарка, посвященнаго этому открытію, итальянскій физикъ Ло Сурдо (Lo Surdo) заявилъ, что онъ наблюдалъ подобныя явленія раньше Штарка. На этомъ основаніи Гарбассо (Garbasso) въ своей статьѣ, посвященной этому явленію, назвалъ его эффектомъ Штарка-Ло Сурдо. Штаркъ выразилъ рѣшительный протестъ противъ этого.

О. С.

Искусственное полученіе драгоцѣнныхъ камней. Искусственными драгоцѣнными камнями считаются такіе, которые (отъ естественныхъ) могутъ быть отличены только посредствомъ сложныхъ и точныхъ методовъ. Давно уже извѣстный „искусственный сапфиръ“ *) не удовлетворяетъ этому требованію, такъ какъ его легко отличить отъ настоящаго по кристаллической системѣ, отсутствію двойного преломленія и химическому составу, и потому онъ долженъ считаться лишь простой поддѣлкой. Впервые искусственное изготовленіе рубина удалось Фреми (Frémy); ученикъ его Вернейль (Verneuil) путемъ сплавленія глинозема въ пламени гремучаго газа получилъ однородные кристаллы краснаго рубина, которые лишь съ большимъ трудомъ можно отличить отъ настоящихъ. Вернейлю же удалось изготовить сапфиръ, обладающій физическими свойствами естественнаго сапфира. Нѣкоторое сомнѣніе представляетъ лишь химическій составъ окраски, который и у натурального сапфира не можетъ быть опредѣленъ вполне точно, такъ какъ количество красящаго вещества въ немъ очень мало. Фреми и Вернейль предполагали сперва, что этимъ веществомъ является хромовая кислота, но потомъ они отказались отъ этого предположенія и начали примѣнять для окраски окись кобальта. Позже Вернейль сталъ употреблять для окраски смѣсь изъ двуокиси титана съ окисью желѣза, такъ какъ изслѣдованіе нѣкоторыхъ сортовъ естественныхъ сапфировъ показало, что они несомнѣнно содержатъ соединеніе титана съ желѣзомъ. Согласно новѣйшимъ изслѣдованіямъ Мозеса (A. I. Moses), искусственные сапфиры Вернейля имѣютъ точно такую же твердость, какъ естественные, но нѣсколько меньшей удѣльной вѣсъ, обладаютъ, подобно натуральнымъ сапфирамъ, естественнымъ флюоресценціею, но въ поляризованномъ свѣтѣ обнаруживаютъ небольшія отличія въ фигурахъ интерференціи. Что касается практическихъ приемовъ для отличія искусственныхъ сапфировъ отъ естественныхъ, то проф. Дѣльтеръ (Doelter) предлагаетъ для этой цѣли прибѣгать къ дѣйствию лучей радія: большинство естественныхъ сапфировъ при этомъ желтѣютъ, тогда какъ искусственные сапфиры становятся фіолетовыми.

Въ продажѣ циркулируетъ такъ называемый искусственный александритъ, который, подобно натуральному александриту, имѣетъ зеленую окраску при дневномъ свѣтѣ и красную при свѣтѣ лампы.

*) См. статью Дѣльтера „Искусственные драгоцѣнные камни“ въ № 498 „Вѣстника“.

номъ свѣтъ и малиновую при свѣтѣ лампы. Но натуральный александритъ представляетъ собой алюминатъ бериллія и кристаллизуется въ ромбической системѣ, тогда какъ искусственный состоитъ изъ глинозема и кристаллизуется въ ромбоэдрической системѣ, и потому этотъ камень долженъ быть признанъ лишь простой поддѣлкой.

Готейфель (Hautefeuille) получилъ искусственный изумрудъ изъ составныхъ частей этого минерала (окиси бериллія, глинозема и кремневой кислоты) путемъ прибавленія вещества, вызывающаго кристаллизацію (молибденовокислый литій).

Искусственный алмазь, или сходное съ нимъ тѣло, впервые былъ полученъ, какъ извѣстно, Муассаномъ (Moissan) посредствомъ растворенія углерода въ желѣзѣ и очень быстрого охлажденія. Но это способъ очень дорогой и даетъ лишь очень малые камни, которыхъ невозможно даже шлифовать. Хотя они, подобно натуральнымъ алмазамъ, имѣютъ максимальную твердость и кристаллизуются въ октаэдрахъ, но возможно все-таки, что они представляютъ собой лишь карбиды; тѣмъ болѣе, что самого характернаго признака — показателя преломленія — до сихъ поръ еще не удалось опредѣлить.

Депрець (Desprez) пытался непосредственно превратить уголь въ алмазь въ пламени вольтовой дуги; но, какъ показалъ Бертелло (Berthelot), при этомъ получаются опять таки карбиды. Подобныя же сомнѣнія возбуждаютъ аналогичныя попытки Майорана (Majorana), который пользовался вдобавокъ дѣйствіемъ высокаго давленія, и Ла Роза (La Rosa), которому удалось получить прозрачныя кристаллы, имѣющіе плотность 3,2 и падающіе рубинъ. Болтонъ (Bolton) разлагалъ углеводороды помощью амальгамъ и вызывалъ медленное выдѣленіе угля въ присутствіи небольшихъ кусочковъ натуральныхъ алмазовъ („прививка“); процессъ продолжался около 4 недѣль. Даетъ ли онъ дѣйствительныя алмазы, точно неизвѣстно.

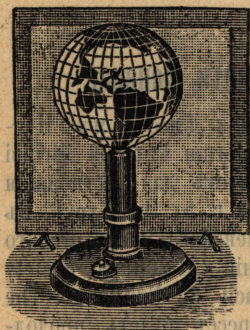
Недавно опыты Муассана были возобновлены американцемъ Фишеромъ (H. Fisher); исходя изъ соображенія, что при образованіи алмазовъ рѣшающую роль играетъ скорость охлажденія, онъ придумалъ особое приспособленіе, чтобы выливать расплавленную массу желѣза, содержащую уголь, непосредственно изъ тигеля въ сосудъ съ водой. Гойерманнъ (H. Hoyermann) пользовался въ качествѣ растворителей угля серебромъ, литіемъ, титаномъ, а Буртонъ (Burton) братья для этой цѣли свинецъ, содержащій кальцій; алмазь, по его словамъ, выдѣляется при разложеніи накалиннаго до красна сплава посредствомъ водяныхъ паровъ. Наконецъ, недавно Буаменю (Boismenu) сообщаетъ, что при продолжительномъ электролизѣ расплавленнаго карбида кальція посредствомъ угольныхъ электродовъ карбидъ разлагается, и на катодѣ получаютъ маленькіе кристаллы, которые по своей твердости и формѣ не отличаются отъ алмаза, и что ювелиры признаютъ ихъ полное сходство съ натуральными алмазами. Пока, однако, не будетъ дальнѣйшихъ сообщеній о полученныхъ Буаменю продуктахъ, о нихъ нельзя ничего сказать съ достовѣрностью.

Такъ или иначе, практическаго способа для искусственнаго полученія алмазовъ пока еще не существуетъ. Параллельно съ совершенствованіемъ методовъ для искусственнаго полученія драгоценныхъ камней растетъ потребность въ болѣе совершенныхъ способахъ, которые дали бы возможность отличать искусственный камень отъ натурального. Покупатель цѣнитъ не только блескъ и другія качества, но, прежде всего, степень рѣдкости камня и его естественное происхожденіе, и потому

нельзя, конечно, согласиться съ той точкой зрѣнія, будто искусственный рубинъ можно выдавать за натуральный. Наиболѣе вѣрнымъ способомъ для отличія является микроскопическое изслѣдованіе минерала и опредѣленіе его физическихъ константъ. Хорошіе результаты обѣщаетъ также испытаніе посредствомъ катодныхъ и радіевыхъ лучей. Весьма цѣлесообразны были бы спеціальныя учрежденія, въ которыхъ изслѣдователи разрабатывали бы болѣе тонкіе и совершенные методы для отличія искусственныхъ камней отъ натуральныхъ.

ОПЫТЫ И ПРИБОРЫ.

Проекціонный глобусъ Ф. Н. Красикова. Каждому преподавателю географіи и космографіи извѣстно, насколько трудно познакомить учениковъ даже старшихъ классовъ съ различными способами проектированія земной поверхности на плоскость чертежа. Между тѣмъ ученикъ долженъ понимать карту, такъ какъ пониманіе карты лежитъ въ основѣ географіи. Ф. Н. Красиковъ весьма удачно примѣнилъ тѣневые изображенія для нагляднаго полу-



Черт. 1.



Черт. 2.



Черт. 3.

ченія и объясненія геометрическихъ проекцій, замѣнивъ для этого глазъ наблюдателя электрической лампочкой и проектирующіе лучи свѣтовыми лучами. Проекціонный глобусъ Ф. Н. Красикова состоитъ изъ стекляннаго шара съ горломъ (черт. 1), посредствомъ котораго шаръ надѣвается на подставку. Въ центрѣ шара находится электрическая лампочка, питаемая небольшою батареей отъ электрическаго фонаря (батарея помѣщена внутри подставки); на поверхности шара выравнены изображенія меридіановъ, параллелей и материковъ, причѣмъ послѣдніе окрашены черной краской. Къ прибору прилагаются три экрана изъ кальки: плоскій, коническій и цилиндрическій; діаметръ основанія послѣдняго равенъ діаметру шара. Если на шаръ надѣть сверху коническій экранъ (черт. 2) и зажечь лампочку, то на экранѣ получится тѣневое изображеніе сѣ-

верныхъ странъ — коническая проекція. Если на шаръ надѣть цилиндрической экранъ (черт. 3) такъ, чтобы экранъ прикасался къ шару по экватору, и зажечь лампочку, то на экранѣ получится тѣневое изображеніе земли въ меркаторской проекціи. Для стереографическихъ проекцій шаръ снять съ подставки и, въ зависимости отъ того, хотимъ ли мы получить экваторіальную или полярную проекцію, приложить къ плоскому экрану шаръ такъ, чтобы экранъ касался шара либо въ точкѣ экватора либо въ сѣверномъ полюсѣ. Лампочку нужно приложить къ точкѣ, діаметрально противоположной точкѣ касанія. Наглядное полученіе всѣхъ указанныхъ проекцій даетъ возможность близко познакомиться съ основными свойствами каждой изъ нихъ; особенно отчетливо выясняется расположеніе параллелей и меридіановъ, а также то, что изображеніе больше всего соответствуетъ действительнымъ очертаніямъ волизи точекъ касанія экрана и шара. Въмѣсто стекляннаго шара можно пользоваться проволочнымъ каркасомъ, на который наклеены вырѣзанныя изъ черной бумаги изображенія материковъ (провода натянуты, какъ меридіаны и параллели). Тѣни въ этомъ случаѣ получаются болѣе рѣзкія, хотя и при стеклянномъ шарѣ онѣ настолько замѣтны, что не приходится прибѣгать къ затемненію комнаты. Глобусъ экспонировался С.-Петербургскимъ товариществомъ преподавателей „Торговый Домъ Ильинъ и К^о“.

И. Габеръ.

С Ъ Ъ З Д Ы.

Конгрессъ, созываемый для чествованія памяти Непера.

Въ текущемъ году истекаетъ 300 лѣтъ со дня изданія Джономъ Неперомъ, барономъ Меркстонскимъ, сочиненія „Logarithmorum Canonis Mirifici Descriptio“, и Королевское Единбургское Общество организуетъ для чествованія его памяти конгрессъ, открывающійся 24 іюля (н. ст.) 1914 г. въ Единбургѣ. Въ Организационный Комитетъ входятъ, по приглашенію Королевскаго Единбургскаго Общества, представители различныхъ обществъ и учреждений (The Royal Society of London, The R. Astronomical Society, The Town Council of Edinburgh, The Faculty of Actuaries, ряда университетовъ и др.). Конгрессъ будетъ продолжаться четыре дня; въ воскресенье, 26-го, утромъ будетъ совершено заупокойное богослуженіе въ соборѣ St. Giles, а затѣмъ состоится посѣщеніе Меркстонскаго замка, наслѣдственного владѣнія Неперовъ, нынѣ занимаемаго школой (Public School), привлекающей къ себѣ учениковъ со всѣхъ концовъ Британской имперіи. Лордъ Неперъ и другіе члены семьи предоставятъ для осмотра коллекцію вещей, принадлежащихъ ихъ знаменитому предку. Намѣчается также устройство выставки таблицъ и счетныхъ приборовъ, являющихся только дѣйствующимъ этапомъ въ развитіи плодотворной идеи Непера. Рѣчи и доклады, прочитанные на Конгрессѣ, и прочій матеріалъ научнаго и историческаго характера, будутъ отпечатаны особымъ изданіемъ (Memorial volume) на средства, собираемые широко-организованной подпиской. Королевское Единбургское Общество*) разсылаетъ, между прочимъ, всѣмъ членамъ различныхъ Обществъ пе-

*) Royal Society of Edinburgh, 22, George Street, Edinburgh, Scotland, 1914.

чатныя извѣщенія о предстоящемъ Конгрессѣ, съ указаніемъ на то, что только значительныя матеріальныя затраты позволили бы обставить упомянутое изданіе дѣйствительно достойнымъ образомъ. Надо думать, что чествованіе памяти великаго человѣка встрѣтитъ, въ той или иной формѣ, откликъ во всѣхъ культурныхъ странахъ. Уже теперь изъ Англіи, Франціи, Италіи, Америки и другихъ странъ стали поступать на имя Королевскаго Единбургскаго Общества отъ отдѣльныхъ лицъ, извѣстныхъ въ наукѣ и педагогикѣ, заявленія о желаніи принять активное участіе въ его начинаніяхъ. Можеть быть, слѣдуетъ позаботиться о томъ, чтобы къ торжественному историческому моменту приобщить и нашу школу, — при томъ возможно красочно и полно.

1. Ревеніаіі.

Н. Плеханова.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Personalia.

Этотъ отдѣлъ введенъ по настоятельнымъ просьбамъ читателей. За отсутствіемъ, однако, источника систематическихъ свѣдѣній редакция не можетъ принять на себя отвѣтственность за полноту и своевременность относящихся сюда сообщеній и проситъ читателей и сотрудниковъ сообщать такъ-выя редакціи.

— На предстоящее въ августѣ с. г. *) въ Единбургѣ празднованіе трехсотлѣтія logarithmorum Императорской Академіей наукъ командированъ академикъ В. А. Стекловъ.

Прив.-доц. Казанскаго университета Ю. Г. Рабиновичъ удостоенъ физико-математическимъ факультетомъ того же университета степени магистра чистой математики за сочиненіе „Линейныя векторъ-функции“.

Прив.-доц. Новороссійскаго Университета Е. Л. Буницкій удостоенъ физико-математическимъ факультетомъ того же университета степени магистра чистой математики за сочиненіе „Къ теоріи функций Грина“.

Прив.-доц. Новороссійскаго Университета И. Ю. Тимченко назначенъ экстраординарнымъ профессоромъ того же университета по кафедрѣ чистой математики.

Отъ Организационнаго Комитета II-го Всероссійскаго Съезда преподавателей математики.

Желая дать членамъ II-го Съезда возможно полное собраніе прочитанныхъ на Съездѣ докладовъ, Организационный Комитетъ вошелъ въ соглашеніе

*) См. замѣтку въ настоящемъ номерѣ „Вѣстника“.

съ редакціей „Математическаго Образованія“ и просить гг. членовъ, дѣлавшихъ доклады, доставить ихъ для напечатанія не позже 1-го мая 1914 г. по адресу: Москва, Остоженка, 7, кв. 88, въ редакцію „Математическаго Образованія“. Доклады эти будутъ напечатаны и въ видѣ отдѣльнаго сборника разосланы всѣмъ членамъ Съѣзда или бесплатно или за небольшую плату.

БИБЛИОГРАФІЯ.

1. Рецензіи.

А. Д. Агура. *Курсъ алгебры для среднихъ учебныхъ заведеній.* Одесса, 1914.

Передъ нами отлично изданная 1-ая часть курса алгебры, содержащая теорію относительныхъ чиселъ и основы буквеннаго исчисленія. Отъ первой до послѣдней страницы чувствуется, что это живой курсъ, продуманный и испытанный авторомъ на урокахъ. Ядро курса — ученіе объ относительныхъ раціональныхъ числахъ — изложено очень изящно, со смѣлостью и полнотою.

Для избѣжанія смѣшенія знаковыя относительныхъ чиселъ со знаками операций $+$ и $-$, авторъ слѣдую Падэ (См. Н. Padé, „Premières leçons d'Algèbre élémentaire“), пользуется особыми символами „ π “ (положительное число) и „ \circ “ (отрицательное число), приписываемыми слѣва абсолютной величины; вмѣсто $+10$ авторъ пишетъ $\pi 10$ и вмѣсто -5 пишетъ $\circ 5$. Другіе авторы для той же цѣли пользуются иными обозначеніями: $\overline{+10}$ и $\overline{-5}$ или $\overline{10}$ и $\overline{5}$.

Если бы пренебречь типографскими неудобствами, то, можетъ быть, лучше всего бы, какъ это дѣлаютъ иногда въ бухгалтеріи, пользоваться красными и черными числами. Во всякомъ случаѣ, методы эти вполне цѣлесообразны; только вполне развивъ теорію относительныхъ чиселъ, можно, какъ дѣлаетъ и авторъ, перейти къ обычному знакоположенію, выяснивъ его преимущества. Авторъ, однако, переходя къ обычному знакоположенію, не выясняетъ его преимуществъ. Слѣдовало бы, по крайней мѣрѣ, остановиться на формулѣ: $\circ 10 = 0 - \pi 10$, изъ которой слѣдуетъ, если положить $\pi 10 = 10$, $\circ 10 = 0 - 10 = -10$.

Отмѣтимъ еще нѣкоторые недочеты. Прежде всего коснемся вопроса о терминологіи. У насъ почему-то въ элементарной литературѣ прочно установилась терминологія, значительно отличающаяся отъ общепринятой научной. Къ сожалѣнію, и авторъ разсматриваемаго труда несвободенъ отъ этого упрека. Раціональные положительные числа авторъ всюду именуетъ „ариметическими числами“ (стр. 2). Но, право, терминъ этотъ столь же неудаченъ какъ „квадратный квадратъ“. Точно такъ же весьма неудобно именовать относительныя числа „алгебраическими“. „Цѣлыя относительныя числа“, конечно, можно именовать „цѣлыми алгебраическими“; точно такъ же „раціональныя относительныя числа“ можно именовать „раціональными алгебраическими числами“, ибо эти понятія тождественны. Автору „Основъ алгебры“ надо быть очень осторожнымъ съ основными опредѣленіями; при изложеніи теоріи догариумовъ придется указать на различіе между „алгебраическими“ и „трансцендентными“ числами и тогда выяснится неудобство именованія относительныхъ чиселъ алгебраическими *).

Съ этой же точки зрѣнія можетъ вызвать недоумѣніе и слѣдующее опредѣленіе (стр. 10): „Алгебраическимъ выраженіемъ мы будемъ называть сово-

*) Раздѣляя этотъ взглядъ рецензента, мы не понимаемъ, почему дѣло обстоитъ лучше съ цѣлыми алгебраическими числами. Развѣ цѣлыя алгебраическія числа совпадаютъ съ цѣлыми относительными числами?

купность символовъ, обозначающихъ явныя и неявныя числа и соединенныхъ между собою знаками, указывающими, какія дѣйствія и въ какомъ порядкѣ нужно надъ этими числами выполнить". Стало быть,

$$+1 + x \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \frac{4^4}{4!} + \dots$$

будемъ алгебраическимъ выраженіемъ! Такое расширеніе содержанія алгебры совсѣмъ не современно

Въ изложеніи теоріи относительныхъ рациональныхъ чиселъ („алгебраическихъ“ по терминологіи автора) обнаруживается нѣкоторая непостоятельность во взглядѣ автора на логическую конструкцію этой теоріи. Дѣйствительно, общепринятая теорія этихъ чиселъ, изложенная аналитически или синтетически, представляетъ процессъ созданія относительныхъ чиселъ, какъ процессъ обобщающій. Новое понятіе „относительное число“ включаетъ въ себя понятіе о числѣ „абсолютномъ“. Въ аналитической теоріи это включеніе выражается допущеніемъ, что относительное число (α, β) равна $\alpha - \beta$, если $\alpha > \beta$, и такимъ образомъ относительныя числа подраздѣляются на три категоріи: 1) положительныя числа $(\alpha > \beta)$, 2) отрицательныя числа $(\alpha < \beta)$, 3) нуль $(\alpha = \beta)$. Первая категорія тождественна числамъ абсолютнымъ рациональнымъ.

Въ синтетической теоріи относительныхъ чиселъ первоначально рядъ натуральныхъ чиселъ пополняется нулемъ и цѣлыми отрицательными числами и такимъ образомъ создается понятіе о относительномъ цѣломъ числѣ. Это понятіе подраздѣляется на три категоріи: 1) числа положительныя, 2) числа отрицательныя, 3) нуль.

Первая категорія тождественна числамъ натуральнымъ. Точно такъ же можно построить теорію относительныхъ рациональныхъ чиселъ. И въ этомъ случаѣ понятія „абсолютное рациональное число“ и „положительное рациональное число“ идентичны. Нѣкоторые авторы для лучшаго выясненія идеи включенія совсѣмъ не пользуются особыми символами для выраженія положительныхъ чиселъ (см. Stolz und Gmeiner Theoretische Arithmetik, 1900, стр. 77—82).

Возможенъ и другой взглядъ. Именно, можно разсматривать числа относительныя, подраздѣляемые на три категоріи — „положительныя числа“, „отрицательныя числа“, „нуль“, какъ на числа иной природы, чѣмъ абсолютныя. Съ этой точки зрѣнія понятія „положительное число“ и „абсолютное число“ не идентичны. Знакъ числа $+$ дѣлается столь же необходимымъ и неотъемлемымъ атрибутомъ, какъ и знакъ $-$. Въ разсматриваемомъ сочиненіи принята вторая точка зрѣнія.

Ученію объ относительныхъ числахъ предшествуетъ разсужденіе „о направленныхъ величинахъ“ (см. стр. 14—18), изъ котораго видно, что авторъ называетъ „положительнымъ“ значеніемъ величины то значеніе ея, которое взято въ положительномъ направленіи, а отрицательнымъ то значеніе, которое зято въ отрицательномъ направленіи. Значенія абсолютныхъ величинъ выражаются абсолютными числами, а значенія направленныхъ величинъ — относительными числами.

Излагая далѣе теорію относительныхъ чиселъ, авторъ нигдѣ не дѣлаетъ допущенія включенія (см. стр. 14—46). Мы здѣсь не будемъ касаться вопроса о томъ, которая изъ разсматриваемыхъ теорій имѣетъ преимущество, отмѣтимъ лишь, что надо придерживаться чего-нибудь одного. Если допущенія включенія не было сдѣлано, то нѣтъ основаній пользоваться для изображенія положительныхъ чиселъ тѣми же символами, что и для абсолютныхъ. Однако, авторъ, переходя къ обычному знакоположенію не выдерживаетъ первоначальной точки зрѣнія. На стр. 46 читаемъ:

«для сокращенія письма условливаются въ изображеніи положительныхъ чиселъ знака $+$ не писать, а только подразумѣвать, такъ что въ этомъ случаѣ изображеніе положительныхъ чиселъ совпадаетъ съ изображеніемъ арифметическихъ чиселъ». Какъ понимать эту фразу? Если это допущеніе включенія, то почему оно не сдѣлано въ своемъ мѣстѣ? Если это просто

произвольное соглашение относительно символа, то это соглашение неудобно, так как различныя понятія изображать однимъ символомъ нельзя. Во всякомъ случаѣ пунктъ этотъ можетъ вызвать вполне основательное недоумѣніе.

А. Филипповъ.

II. Собственныя сообщенія авторовъ, переводчиковъ и редакторовъ о выпущенныхъ книгахъ.

Авторы, переводчики и редакторы новыхъ сочиненій приглашаются присылать для этого отдѣла, извѣстнаго въ германской литературѣ подъ названіемъ „Selbstanzeigen“, краткія сообщенія о выпущенныхъ ими сочиненіяхъ, объ ихъ характерѣ и объ ихъ назначеніи. Къ этимъ сообщеніямъ долженъ быть приложенъ экземпляръ сочиненія. Помѣщая эти сообщенія, редакція сохраняетъ, однако, за собою право помѣстить и независимую рецензію.

А. И. Ивановъ, О. І. Кучевскій, А. Н. Николаевъ, И. А. Чемосткинъ, И. Ф. Ягвдъ. *Постановка классныхъ опытовъ по физикѣ*. Часть I. Рига, 1914.

Изъ предисловія. Въ апрѣлѣ 1911 г. въ г. Ригѣ была устроена Педагогическая выставка по отдѣламъ преподаваемыхъ предметовъ въ средней школѣ. Въ отдѣлѣ физики кружкомъ преподавателей были поставлены опыты, которые, по мнѣнію устроителей отдѣла, считаются необходимыми при прохожденіи курса физики въ средней школѣ. Описание большей части этихъ опытовъ со сдѣланными въ послѣдствіи измѣненіями и составляетъ содержаніе выпускаемаго руководства.

Составители руководства не задавались цѣлью дать описаніе постановки всѣхъ возможныхъ опытовъ; точно такъ же составители были далеки отъ мысли дать описаніе всѣхъ существующихъ приборовъ и сравнить ихъ достоинства и недостатки. Авторы дали описаніе только тѣхъ опытовъ, которые, по ихъ мнѣнію, являются основными въ курсѣ средней школы; при этомъ имѣлись въ виду лишь классные опыты, т. е. такіе, которые слѣдуетъ и можно показывать передъ цѣлымъ классомъ. Въ виду этого авторы сознательно отказались дать описаніе нѣкоторыхъ опытовъ, которые они признаютъ весьма важными, но которые въ послѣдствіи какихъ-либо особыхъ причинъ не допускаютъ „классной постановки“. Такимъ образомъ, предлагаемое руководство содержитъ въ себѣ minimum „классныхъ опытовъ“.

Составители не доводили постановки опытовъ до крайняго упрощенія, полагая, что физическій кабинетъ средняго учебнаго заведенія долженъ быть снабженъ необходимыми основными приборами и оборудованъ водой, газомъ и электричествомъ.

Въ I-ой части книги помѣщены слѣдующіе отдѣлы: «Ученіе о газахъ и жидкостяхъ», «Частичныя силы», «Волнообразное движеніе», «Звукъ и теплота»; во второй части: «Свѣтъ и электричество».

Выпуская предлагаемое руководство, составители не смотрятъ на него, какъ на законченное дѣло, а думаютъ что оно можетъ явиться только нѣкоторымъ матеріаломъ для дальнейшей работы. А потому обращаются съ покорнѣйшей просьбой къ товарищамъ по труду сдѣлать соответствующія указанія, чтобы общими силами выработать нѣчто болѣе определенное и законченное по вопросу о постановкѣ классныхъ демонстрацій.

ЗАДАЧИ.

(Подъ редакціей прив.-доц. Е. Л. Буницкаго.)

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникъ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникъ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, известно ея рѣшеніе.

№ 166 (6 сер.). Въ данный треугольникъ ABC вписать трапецію $XYZU$ такъ, чтобы вершины ея X и U лежали на AC , а Y и Z — на сторонахъ AB и BC , чтобы углы ея X и U были прямыми и чтобы сторона YZ была больше суммы $YX + ZU$ на данную длину и имѣла данное направление.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 167 (6 сер.). Выразить рациональными неравенствами между сторонами a, b, c, d четырехугольника, около котораго можно описать кругъ, условіе, необходимое и достаточное для того, чтобы центръ описаннаго около этого четырехугольника круга лежалъ внутри него.

Ю. Рабиновичъ (Казань).

№ 168 (6 сер.). Найти три числа, обладающія слѣдующимъ свойствомъ: если къ квадрату перваго числа приписать справа квадратъ втораго, то получится квадратъ третьяго числа, которое по условію меньше 100.

В. Яницкій (Острогъ).

№ 169 (6 сер.). На данной территории находятся n государствъ. Определить число всѣхъ вообще возможныхъ войнъ между ними, отличая эти войны по составу участвующихъ противниковъ и принимая во вниманіе, какъ войны каждыхъ двухъ государствъ, такъ и всѣ возможные коалиціи.

Н. С. (Одесса).

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

Отдѣлъ I.

№ 103 (6 сер.). Решить систему уравненій

$$x - y = 2, \quad \sqrt[3]{x + 14} - \sqrt[3]{y - 21} = 1$$

Изъ перваго уравненія имѣемъ: (1) $y = x - 2$. Подставивъ это значеніе y во второе изъ данныхъ уравненій, получимъ: (2) $\sqrt[3]{x + 14} - \sqrt[3]{x - 23} = 1$,

откуда, возвышая объ части въ кубъ, находимъ:

$$(x+14) - (x-23) - 3 \left(\sqrt[3]{x+14} - \sqrt[3]{x-23} \right)^3 \sqrt[3]{(x+14)(x-23)} = 1,$$

или [см. (2)] (3) $37 - 3 \sqrt[3]{x^2 - 9x - 322} = 1$. Изъ уравненія (3) находимъ по-
слѣдовательно: $3 \sqrt[3]{x^2 - 9x - 322} = 36$, $\sqrt[3]{x^2 - 9x - 322} = 12$, $x^2 - 9x - 322 = 1728$,

и, наконецъ, (4) $x^2 - 9x - 2050 = 0$. Рѣшая уравненіе (4), получимъ $x_1 = 50$,
 $x_2 = -41$, откуда находимъ [см. (1)] соответствующія значенія y , а именно:
 $y_1 = 48$, $y_2 = -43$.

В. Кованько (ст. Струнино); *П. Войковъ* (Женева); *Л. Марголисъ* (Петер-
бургъ); *П. Волохинъ* (Ялта); *Н. Н. (Тифлисъ)*; *И. Зюзинъ* (с. Татьянино); *Б. Гер-*
шеновичъ (Самара); *Флавіанъ Д.* (Петербургъ); *В. Павловъ* (с. Ворсма); *П. Голь-*
манъ (ст. Кобеяки); *А. Бутомо* (Боготуховъ); *А. Глазуновъ* (Александровъ).

№ 118 (6 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ систему уравненій

$$x^2 - x + m = yz^2, \quad 2x - 1 = uz,$$

гдѣ m есть данное цѣлое число.

Предположимъ, что система рѣшена въ цѣлыхъ числахъ относительно
 x, y, z и u . Изъ второго уравненія слѣдуетъ, что u — нечетное число. И на-
оборотъ, предложенная система разрѣшима въ цѣлыхъ числахъ относительно
 x, y, z при любомъ нечетномъ значеніи u . Въ самомъ дѣлѣ, пусть при любомъ
нечетномъ значеніи u система рѣшена въ цѣлыхъ числахъ относительно
 x, y и z . Помноживъ первое уравненіе на 4, вычтемъ изъ него результатъ
отъ возвышенія второго уравненія въ квадратъ. Тогда получимъ:

$$4x^2 - 4x + 4m - 4x^2 + 4x - 1 = 4yz^2 - u^2z^2,$$

$$(1) \quad 4m - 1 = z^2(4y - u^2), \text{ откуда } (2) \quad y = \frac{4m - 1 + u^2z^2}{4z^2}.$$

Изъ равенства (1) слѣдуетъ, что z есть число, квадратъ котораго есть дѣли-
тель даннаго нечетнаго числа $4m - 1$, и что y выражается черезъ u и z фор-
мулой (2), а изъ второго уравненія системы вытекаетъ, что (3) $x = \frac{1 + uz}{2}$.

Наоборотъ, изъ равенствъ (2) и (3) вытекаютъ уравненія данной системы, что
легко проверить; кромѣ того, формулы (2) и (3) при произвольномъ нечетномъ
значеніи u даютъ для x и y цѣлыя значенія, если только z есть цѣлое число,
квадратъ котораго есть дѣлитель извѣстнаго намъ числа $4m - 1$. Дѣйстви-
тельно, если $4m - 1$ дѣлится на z^2 , то z — число нечетное, а потому при лю-
бомъ нечетномъ значеніи u формула (3) даетъ цѣлое значеніе для x . Формула
(2) даетъ для y тоже цѣлое значеніе, если $4m - 1$ дѣлится на z^2 и если u есть
число нечетное. Въ самомъ дѣлѣ, u^2z^2 дѣлится на z^2 и, по условію, $4m - 1$
дѣлится на z^2 , а потому и сумма $4m - 1 + u^2z^2$ дѣлится на z^2 ; кромѣ того,
произведеніе чиселъ u и z равно нечетному числу $2x - 1$ [см. (3)], откуда

$$4m - 1 + u^2z^2 = 4m - 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 4(x^2 - x + m),$$

а потому сумма $4m - 1 + u^2z^2$ кратна 4. Будучи кратна квадрату z^2 нечетнаго
числа и взаимно простого съ z^2 числомъ 4, сумма $4m - 1 + u^2z^2$ кратна произве-

денія $4z^2$, а потому формула (2) даетъ для y цѣлое значеніе. Такимъ образомъ, всѣ цѣлыя рѣшенія данной системы выражаются формулами:

$$x = \frac{1 + (2t + 1)z}{2}, \quad y = \frac{4m - 1 + (2t + 1)^2 z^2}{4z^2}, \quad u = 2t + 1,$$

гдѣ t — произвольное цѣлое число, а z — одно изъ тѣхъ цѣлыхъ (и непременно нечетныхъ) чиселъ, квадратъ каждаго изъ которыхъ есть дѣлитель известнаго числа $4m - 1$. Слѣдуетъ замѣтить, что всегда есть хоть два такихъ цѣлыхъ значенія z , а именно, $z = \pm 1$. Если разложеніе числа $4m - 1$ содержитъ хоть одинъ простой множитель не меньше двухъ разъ, то можно найти и другія пригодныя значенія z , выполнивъ разложеніе числа $4m - 1$ на простые множители; число такихъ значеній z при данномъ m всегда конечно.

В. Павловъ (с. Ворема); Н. Н.; Н. С. (Одесса).

№ 121 (6 сер.). Доказать, что выраженіе $3^{2n+1} \cdot 4^{4n+1} + 3^{6n+2} + 4^{n+1}$ при n цѣломъ и неотрицательномъ кратно 25.

Данное выраженіе можно представить послѣдовательно въ слѣдующемъ видѣ:

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 4 \cdot 3^{2n} \cdot (2^2)^{2n} \cdot 2^{2n} - 12 \cdot 2^{2n} + 12 \cdot 2^{2n} + 4^{n+1} + 9 \cdot 2^{2n} - 9 \cdot 2^{2n} + 3^2 \cdot (3^2)^{2n} = \\ & = 12 \cdot 2^{2n} (3 \cdot 2^{2n} - 12 \cdot 2^{2n} + 12 \cdot 2^{2n} + 4 \cdot 2^{2n} + 9 \cdot 2^{2n}) + 9 (27^{2n} - 2^{2n}) = \\ & = 12 \cdot 2^{2n} \cdot (24^{2n} - 1^{2n}) + 25 \cdot 2^{2n} + 9 (27^{2n} - 2^{2n}). \end{aligned}$$

При n цѣломъ и неотрицательномъ разность четныхъ степеней $24^{2n} - 1^{2n}$ кратна суммѣ $24 + 1 = 25$, членъ $25 \cdot 2^{2n}$ также кратенъ 25, и разность $27^{2n} - 2^{2n}$ одинаковыхъ степеней тоже кратна разности $27 - 2 = 25$. Значитъ, и все данное выраженіе при n цѣломъ и неотрицательномъ кратно 25.

А. Фесенко (Харьковъ); И. Беневичъ (Одесса); Флавіанъ Д. (Петербургъ); М. Кимъ (Никольскъ-Уссурийскій); П. Гольманъ (ст. Кобеляки); Н.; Л. Крееръ (Гомель);

№ 123 (6 сер.). Построить треугольникъ, зная положеніе его центра тяжести G , центра O описаннаго круга и основанія D одной изъ его высотъ AD .

Предположимъ, что задача рѣшена. Пусть a и γ суть соответственно середины сторонъ BC и AB искомага треугольника, а H — ортоцентръ треугольника ABC (т. е. точка встрѣчи его высотъ). Такъ какъ $Oa \perp BC$ и $O\gamma \perp AB$ и такъ какъ отрезокъ $a\gamma$ параллеленъ сторонамъ AC и равенъ ей половинѣ, то треугольники $Oa\gamma$ и HAC подобны, какъ составленные соответственно параллельными сторонами, и стороны перваго изъ нихъ вдвое меньше сходственныхъ сторонъ втораго; зп читъ, (1) $AH = 2Oa$ (это соотношеніе есть одно изъ основныхъ предложеній въ геометріи треугольника). Но такъ какъ центръ тяжести G треугольника совпадаетъ съ точкой встрѣчи медіанъ, то (2) $AG = 2Ga$, откуда, принимая во вниманіе равенство угловъ GaO и GAN , заключаемъ [см. (1)], что треугольники GaO и GAN подобны. Слѣдовательно, (3) $GH = 2OG$ и точки O , G , H лежатъ на одной прямой. Изъ сказаннаго вытекаетъ слѣдующее построеніе: на продолженіи отрезка OG отъ точки G откладываемъ отрезокъ GH , равный [см. (3)] $2OG$, проведемъ черезъ O параллельную DH прямую и опускаемъ на нее перпендикуляръ Da , затѣмъ продолжаемъ прямую aG до встрѣчи съ прямой DH въ точкѣ A и описываемъ изъ O радіусомъ OA окружность; если B и C суть точки встрѣчи ея съ прямой Da , то треугольникъ ABC — искомый, такъ какъ изъ подобія треугольни-

ковъ OaG и ANG и изъ равенства (3) слѣдуетъ, что $AG = 2Ga$ и что G есть дѣйствительно центр тяжести треугольника ABC . Для возможности построения необходимо и достаточно, чтобы описанная изъ O окружность радиуса OA пересѣкала прямую Da .

Примѣчаніе. Если бы точки D и H совпадали, то задача была бы неопредѣленной; въ этомъ случаѣ искомымъ является любой прямоугольный треугольникъ, имѣющій вершину въ D и опирающійся на диаметръ круга, описаннаго изъ O радиусомъ OD .

А. Кованько (ст. Струнино); В. Павловъ (с. Ворсма); А. Сердобинскій (Чита); Н. Н. (Петербургъ); А. С. Гудима (Казань).

№ 126 (6 сер.). Рѣшить уравненіе $\frac{x^2 + 11x + 31}{x^2 + 11x + 29} = \frac{136 + 15x + x^2}{24 - 15x - x^2}$.

Составивъ производную пропорцію, въ которой приравниваются отношенія суммы къ разности членовъ перваго и втораго отношеній, заданныхъ въ первой и во второй части уравненія, имѣмъ:

$$\frac{2x^2 + 22x + 70}{x^2 + 11x + 30} = \frac{160}{2x^2 + 30x + 112},$$

или $x^2 + 11x + 30 = \frac{80}{x^2 + 15x + 56}$, откуда $(x^2 + 11x + 30)(x^2 + 15x + 56) = 80$, или $[(x+5)(x+6)][(x+7)(x+8)] = 80$, т. е. (1) $(x+5)(x+6)(x+7)(x+8) = 80$.

Полагая (2) $x+6=y$ и прибавляя къ обѣмъ частямъ уравненія (1) по единицѣ, представляемъ его въ видѣ: $(y-1)y(y+1)(y+2)+1=81$, или

$$y(y+1)(y-1)(y+2)=(y^2+y)(y^2+y-2)+1=(y^2+y)^2-2(y^2+y)+1=81,$$

т. е. (3) $(y^2+y-1)^2=81$, откуда $y^2+y-1=\pm 9$. Итакъ, уравненіе (3) распадается на два квадратныхъ уравненія:

$y^2+y-1=9$ и $y^2+y-1=-9$, или $y^2+y-10=0$ и $y^2+y+8=0$, рѣшая которыя находимъ четыре корня уравненія (3):

$$(4) \quad y_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{2}, \quad y_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{-31}}{2}$$

Въ силу равенства (2) формулы (4) даютъ слѣдующіе корни первоначальнаго уравненія:

$$x_{1,2} = \frac{-13 \pm \sqrt{41}}{2}, \quad x_{3,4} = \frac{-13 \pm \sqrt{-31}}{2}.$$

В. Кованько (ст. Струнино); Н. (Тифлисъ); А. Сердобинскій (Чита); Л. Крееръ (Гомель); М. Килъ (Никольскъ-Уссурийскій); И. Зюзинъ (с. Архангельское); Н.; П. Гольманъ (ст. Кобеляки); А. Гудима (Казань).

Обложка
щется

Обложка
щется