

№ 549.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

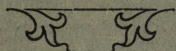
В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

---

XLVI-го семестра № 9-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://voiem.ru>



ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1912 ГОДЪ

(XXIII-й годъ изданія)

на общепедагогическій журналъ для учителей и дѣятелей  
по народному образованію

# „РУССКАЯ ШКОЛА“

**Программа журнала:** Общіе вопросы образованія и воспитанія. Реформа школы. Экспериментальная педагогика, психологія, школьная гигиена. Методика преподаванія различныхъ предметовъ. Исторія школы. Обзоры новѣйшихъ теченій въ области разныхъ наукъ. Дѣятельность госуд. и обществ. учреждений по народному образованію (Госуд. Думы, земствъ и пр.). Народное образованіе заграницей. Низшая и средняя школа въ Россіи. Вопросы національной школы различныхъ народовъ Россіи. Женское образованіе. Профессиональное образованіе. Въѣшкельное образованіе.

Кромѣ статей по означенной программѣ, журналъ даетъ слѣдующіе постоянные отдѣлы: I. Экспериментальная педагогика, подъ ред. А. П. Нечаева и Н. Е. Румянцева. II. Критика и библиографія, обзоры педагогическихъ и дѣтскихъ журналовъ. III. Хроника общаго и професс. образованія въ Россіи и заграницей. IV. Хроника библиотечнаго дѣла и въѣшкельнаго образованія. V. Разныя извѣстія. VI. Новости литературы. VII. Новѣйшія правит. распоряженія и законодат. постановленія.

„Русская Школа“ выходитъ ежемѣсячно книжками, не менѣе 15 печатн. листовъ. Подписная цѣна: въ СПБ. безъ дост.—7 руб., съ дост.—7 руб. 50 коп., для иногороднихъ—8 руб., за границу—9 руб. въ годъ. Для сельскихъ учителей, выписыв. журналъ за свой счетъ,—6 руб. въ годъ, съ разсрочкою (при подпискѣ—3 руб. и къ 1-му іюля—3 руб.). Городамъ и земствамъ, выписыв. не менѣе 10 экз., уступка въ 15 проц. Книжнымъ магазинамъ за комиссію 5 проц. съ годовой цѣны. Подписка съ разсрочкою и уступкою только въ конторѣ редакціи (СПБ., Лиговская, д. 1).

Редакторъ-издатель Я. Я. Гуревичъ.

III-й годъ  
изданія

ПРИНИМАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1912 ГОДЪ

III-й годъ  
изданія

на научно-популярный богато иллюстрированный журналъ

# „ВѢСТНИКЪ ВОЗДУХОПЛАВАНІЯ“

Въ 1912 году журналъ будетъ выходить четыре раза въ мѣсяцъ по значительно расширенной программѣ, посвященной ВОЗДУХОПЛАВАНІЮ, АВТОМОБИЛИЗМУ (моторныя лодки, гидропланы и сани) и двигателямъ внутреннего сгорания.

Великолѣпныя иллюстраціи, чертежи, портреты, конструктивныя данныя въ каждомъ номерѣ. **Постоянные отдѣлы:** 1) Текущіе вопросы русскаго воздухоплаванія; 2) Научно-техническій отдѣлъ; 3) Новости конструкцій летательныхъ аппаратовъ; новыя аэропланы и дирижабли; 4) Автомобилизмъ; 5) Двигатели для воздухоплаванія и автомобилизма; 6) Хроника воздухоплаванія, библиографія и отвѣты читателямъ.

Пробный номеръ высылается за три 7-ми коп. марни.

**Условія подписки на 1912 годъ:** на 1 годъ—48 номеровъ—10 руб., на 6 мѣс.—24 номера—6 руб., на 3 мѣс.—12 номеровъ—3 р. 50 к., на 1 мѣс.—4 номера—1 руб. Допускается разсрочка для годовыхъ подписчиковъ: при подпискѣ—5 руб., въ апрѣлѣ—3 руб. и въ августѣ—2 руб. За границу—16 руб. Цѣна отдѣльнаго номера—30 к.

Контора и редакція: С.-Петербургъ, Вознесенскій пр., 28.



Журналъ „ВѢСТНИКЪ ВОЗДУХОПЛАВАНІЯ“ одобренъ Главнымъ Инженернымъ Управленіемъ и рекомендованъ Военнымъ Министерствомъ циркуляромъ Главнаго Штаба отъ 15-го ноября 1910 года, № 203.



# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.


 № 549.
 

**Содержаніе:** Свѣтовое давленіе. *Проф. Дж. Пойнтинга.* — Постановка преподаванія математики въ мужскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ Пруссіи. *В. Лицмана* (Продолженіе). — Научная хроника: Движенія солнечной системы и систематическія движенія звѣздъ. — Рецензіи: Н. Платоновъ. „Практическія занятія по начальной астрономіи“ (космографія). *Н. Шидловскаго.* Т. Семерниковъ. „Краткое руководство къ практическимъ занятіямъ по химіи“. *М. Л.* — Задачи №№ 462 — 467 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 371, 376, 378, 381 и 382 (5 сер.). — Книги и брошюры, поступившія въ редакцію. — Объявленія.

## Свѣтовое давленіе.

*Проф. Дж. Пойнтинга.*

I.

### Какимъ образомъ свѣтъ производитъ давленіе.

Когда мы наблюдаемъ, какъ плотина размывается во время шторма, намъ легко вѣрится, что морскія волны производятъ давленіе на берегъ, о который онѣ ударяются. Но намъ трудно повѣрить, что микроскопическія свѣтovyя волны также давятъ на всякій предметъ, на который онѣ падаютъ, что зажженная лампа, напримѣръ, посылаетъ волны, производящія давленіе на самый источникъ свѣта и на всякую поверхность, которую онѣ освѣщаютъ. А между тѣмъ намъ теперь достовѣрно извѣстно, что свѣтъ производитъ подобнаго рода давленіе. Оно слишкомъ слабо, чтобы оно могло быть ощутимо для окружающихъ насъ предметовъ даже тогда, когда оно достигаетъ своей наибольшей силы; оно можетъ быть обнаружено лишь при помощи чрезвычайно чувствительныхъ приборовъ.

Въ настоящей главѣ я постараюсь дать нѣкоторое понятіе о тѣхъ разсужденіяхъ, посредствомъ которыхъ было предсказано существованіе



свѣтового давленія, а затѣмъ я опишу опыты, при помощи которыхъ много лѣтъ спустя оно дѣйствительно было открыто и измѣрено. Я укажу еще на нѣкоторыя слѣдствія, вытекающія изъ этого явленія, которые можно провѣрить астрономическими наблюденіями.

Лѣтъ сто тому назадъ было бы легче объяснить, какимъ образомъ свѣтъ производитъ давленіе, чѣмъ теперь. Тогда всѣ почти думали, что свѣтъ состоитъ изъ неистощимо малыхъ частичекъ, выбрасываемыхъ съ громадной скоростью всякой раскаленной поверхностью. Каждая молекула или атомъ разсматривался, какъ маленькая пушечная батарея, поддерживающая непрерывный огонь; при этомъ принималось, что атомъ чрезвычайно великъ въ сравненіи съ ядрами, которыми онъ стрѣляетъ. Всякая выставленная на свѣтъ поверхность под-

вергалась, по мнѣнію тогдашнихъ ученыхъ, бомбардировкѣ такихъ частичекъ, и поэтому было совершенно естественно допустить, что эта поверхность испытывала давленіе.

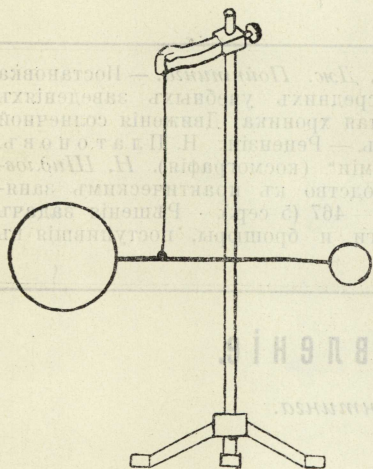


Рис. 1.

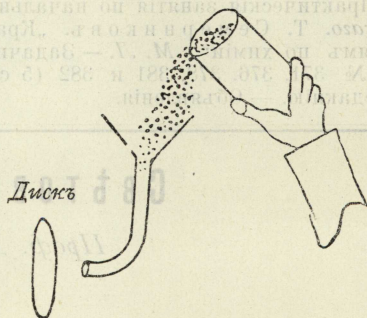


Рис. 2.

Иллюстрацію подобнаго рода дѣйствія мы можемъ дать при помощи слѣдующаго приспособленія. Прикрѣпимъ вертикальный тонкій дискъ къ концу стержня и подвѣсимъ послѣдній на тонкой проволоцѣ такъ, чтобы онъ могъ свободно вращаться (рис. 1).

Теперь возьмемъ воронку и металлическую трубку и расположимъ ихъ, какъ показано на рис. 2; на послѣднемъ виднѣ ребро диска, подвѣсь же совершенно невиднѣ.

Будемъ сыпать постепенно въ воронку мелкую дробь, которая будетъ катиться внизъ по трубкѣ и бомбардировать дискъ, производя на него давленіе. Дробь пріобрѣтаетъ нѣкоторое количество движенія, которое она переноситъ съ собой до тѣхъ поръ, пока не передаетъ его диску при встрѣчѣ съ нимъ. Эта передача количества движенія и есть давленіе.



Въ восемнадцатомъ столѣтіи, когда процвѣтала корпускулярная теорія свѣта, было сдѣлано много опытовъ съ цѣлью обнаружить это давленіе; въ однихъ опытахъ свѣтъ падалъ на дискъ, прикрѣпленный къ небольшому стержню, который чрезвычайно тонко подвѣшивался то въ воздухѣ, то въ пустотѣ. Иногда дискъ дѣйствительно сдвигался назадъ, иногда впередъ; но ни одному наблюдателю не удалось получить окончательныхъ или хотя бы постоянныхъ результатовъ.

Если бы эти экспериментаторы знали о принципѣ сохраненія энергіи, они были бы въ состояніи вычислить величину давленія, которую они искали; но на основаніи своей ложной теоріи они должны были бы удвоить дѣйствительную величину, которая намъ извѣстна въ настоящее время. Однако, даже эта двойная величина слишкомъ мала, чтобы ее можно было обнаружить средствами, которыми располагали физики въ то время.

Ихъ непостоянные результаты — то притяженіе, то отталкиваніе — получались, несомнѣнно, вслѣдствіе двухъ побочныхъ явленій, которыя всегда были причиной чрезвычайной трудности всѣхъ опытовъ, касающихся этого вопроса. Когда экспериментировали въ воздухѣ, дискъ поглощалъ падающій свѣтъ, и его температура повышалась. Дискъ, въ свою очередь, нагрѣвалъ окружающій воздухъ, который приходилъ въ движеніе и поднимался вверхъ, образуя потоки, извѣстные подъ названіемъ „конвекціонныхъ токовъ“, — получался, словомъ, маленькій вѣтерокъ, направленный вверхъ. Если нагрѣть плоскую желѣзную пластинку и затѣмъ помѣстить ее передъ фонаремъ, то эти струи воздуха даютъ на экранѣ слабыя тѣни, и можно видѣть, какъ онѣ поднимаются вверхъ подобно дыму. Отъ положенія пластинки всецѣло зависитъ, будутъ ли эти поднимающіеся вверхъ воздушные потоки толкать пластинку назадъ или будутъ увлекать ее впередъ. Дѣйствіе воздушныхъ теченій на дискъ, нагрѣтый пучкомъ свѣтовыхъ лучей, можетъ легко достигнуть величины, во много разъ большей, чѣмъ давленіе свѣта.

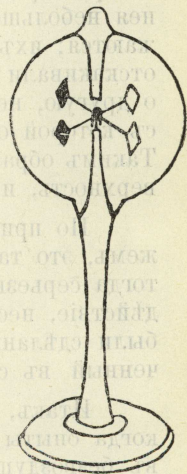


Рис. 3.

Когда же экспериментировали въ пустотѣ, то приходилось, повидимому, имѣть дѣло съ другимъ дѣйствіемъ, открытымъ и изслѣдованнымъ Уильямомъ Круксомъ (William Crookes), который изобрѣлъ изящный аппаратикъ, чтобы показать это дѣйствіе; приборъ этотъ онъ назвалъ радиометромъ. Въ своей простѣйшей формѣ послѣдній состоитъ изъ четырехъ небольшихъ дисковъ изъ слюды, прикрѣпленныхъ къ четыремъ концамъ горизонтальнаго креста (рис. 3). Крестъ свободно вращается, насколько возможно безъ тренія, на остріи и содержится въ чрезвычайно разрѣженномъ пространствѣ шара, діаметръ котораго равенъ тремъ дюймамъ. Каждый дискъ окрашенъ съ одной стороны въ черный цвѣтъ. Когда къ шару подносятъ близко свѣчу или зажженную спичку, черныя стороны удаляются отъ источника свѣта, тогда какъ свѣтлыя движутся по направленію къ нему. Прежде



думали, что непосредственной причиной этого движенія является давленіе свѣта; но легко убѣдиться, что послѣднее должно производить какъ разъ противоположное дѣйствіе. Лучи, падающіе на свѣтлыя поверхности, частью отражаются и поэтому давятъ не только при паденіи на поверхность, но еще отдаютъ назадъ при отраженіи; между тѣмъ свѣтъ, падающій на черную поверхность, давить лишь при паденіи на нее, ибо въ данномъ случаѣ онъ поглощается, но не отражается. Такимъ образомъ, отъ источника свѣта должны были бы удаляться свѣтлыя поверхности, а не черныя.

Вскорѣ было обнаружено, что причиной движенія радиометра является воздухъ, который всегда остается въ нѣкоторомъ количествѣ въ такъ называемомъ вакуумѣ шара. Черныя поверхности поглощаютъ свѣтъ и нагрѣваются поэтому больше, чѣмъ свѣтлыя. Частички воздуха, находящагося въ приборѣ, устремляются во всѣ стороны, и тѣ изъ нихъ, которыя ударяются о нагрѣтую черную поверхность, получаютъ отъ нея небольшой излишекъ энергіи и удаляются быстрее, чѣмъ приближаются; ихъ отдача поэтому сильнѣе, чѣмъ она была бы, если бы онѣ отскакивали съ тою же скоростью. Тѣ же частицы, которыя ударяются о другую, ненагрѣтую поверхность, отскакиваютъ съ той же скоростью, съ которой онѣ приближаются, и сила отдачи поэтому не возрастаетъ. Такимъ образомъ, остаточный воздухъ давить сильнѣе на черную поверхность, и крылышки вращаются.

По причинамъ, на которыхъ мы здѣсь останавливаться не можемъ, это такъ называемое „радиометрическое дѣйствіе“ имѣетъ лишь тогда серьезное значеніе, когда воздухъ сильно разрѣженъ. Но это дѣйствіе, несомнѣнно, имѣло мѣсто въ первыхъ попыткахъ, которыя были сдѣланны съ цѣлью обнаружить давленіе свѣта на дискъ, заключенный въ сосудѣ съ разрѣженнымъ воздухомъ.

Итакъ, конвекціонные потоки производили возмущающее дѣйствіе, когда опыты производились въ воздухѣ; когда же экспериментировали въ безвоздушномъ пространствѣ, то то же вліяніе оказывало радиометрическое дѣйствіе. Мы увидимъ ниже, какъ можно лавировать между Сциллой и Харибдой и обнаружить дѣйствительное давленіе свѣта.

Прошло ровно сто лѣтъ съ тѣхъ поръ, какъ Томасъ Юнгъ (Thomas Young) разрушилъ корпускулярную теорію свѣта и замѣнилъ ее теоріей, по которой свѣтъ есть волнообразное движеніе эѳира, теоріей, которая вскорѣ была принята всѣмъ ученымъ міромъ. Но съ того времени не было никакихъ основаній допускать, что волны могутъ производить давленіе, и, такимъ образомъ, опыты, имѣющіе цѣлью обнаружить давленіе свѣта, не дѣлались въ теченіе цѣлаго почти столѣтія.

Въ 1873 году Клэркъ Максвеллъ (Clerk Maxwell) выступилъ съ электромагнитной теоріей свѣта, которая въ настоящее время получила всеобщее признаніе. И эта теорія рассматриваетъ свѣтъ, какъ



волнообразное движеніе, которое возникает вслѣдствіе электрическаго и магнитнаго возмущеній; волны эти совершенно подобны тѣмъ, которыми пользуются въ беспроводной телеграфіи, но разстоянія между однимъ гребнемъ и другимъ въ этомъ случаѣ измѣряются не ярдами и милями, а имѣютъ микроскопическую длину<sup>1)</sup>. Максвеллъ также доказалъ, что такого рода волны должны производить давленіе, величина котораго какъ разъ вдвое меньше величины, получаемой на основаніи оставленной корпускулярной теоріи. Онъ вычислилъ на основаніи сдѣланныхъ имъ допущеній, что яркій солнечный свѣтъ, падающій перпендикулярно на черную поверхность, производитъ давленіе, немного меньшее одной двухсоттысячной грана<sup>2)</sup> на квадратный дюймъ или одной двадцатитысячной миллиграмма на квадратный сантиметръ. Оно достигаетъ величины только двухъ съ половиною англ. фунтовъ<sup>3)</sup> на квадратную милю.

Намъ удастся, можетъ быть, уяснить себѣ идеи Максвелла слѣдующимъ образомъ. Если мы будемъ тереть кусокъ сургуча фланелью, то онъ наэлектризуется отрицательно. Если мы приблизимъ его къ проводнику, — напримѣръ, къ диску на рис. 1, — то послѣдній получитъ черезъ вліяніе положительный зарядъ, сургучъ и проводникъ будутъ притягиваться другъ къ другу. У насъ имѣются достаточныя основанія допустить, что состояніе воздуха или среды между обѣими поверхностями, наэлектризованными положительно и отрицательно, измѣняется. Можетъ быть, атомы этой среды соединяютъ оба предмета и образуютъ натянутыя между обѣими поверхностями атомныя цѣпи, которыя стремятся сократиться и такимъ образомъ притягиваютъ поверхности другъ къ другу. Но какова бы ни была дѣйствительная деформація среды между обоими разноименно наэлектризованными тѣлами, мы можемъ символически представить ихъ такъ, что между отрицательнымъ электричествомъ на сургучѣ и положительнымъ на проводникѣ возникли „силовые линіи“ или „силовые трубки“ (рис. 4), которыя сокращаются и притягиваютъ тѣла другъ къ другу. Дѣйствіе ихъ подобно тому, которое имѣло бы мѣсто, если бы каждая силовая трубка представляла изъ себя натянутый каучуковый шнурокъ съ концами, прикрѣпленными къ обѣимъ поверхностямъ. Вообразимъ себѣ теперь связку такихъ натянутыхъ каучуковыхъ шнурковъ. Сокращаясь вдоль, они вздуваются поперекъ и давятъ другъ на друга. Почти такимъ же образомъ и силовые трубки деформированной среды производятъ другъ на друга боковое давленіе, какъ будто бы и онѣ вздуваются въ поперечномъ направленіи; одновременно съ этимъ имѣетъ мѣсто притяженіе концовъ. Именно это боковое давленіе силовыхъ трубокъ другъ на друга и на тѣла, о которыя онѣ ударяются боковыми стѣнками, и является наиболѣе важнымъ для нашей цѣли свойствомъ ихъ.

<sup>1)</sup> Ярды = 1286 аршинъ; миля = 1,509 верстъ.

<sup>2)</sup> Грань = 1,458 русскихъ долей.

<sup>3)</sup> Англ. фунтъ = 1,103 русскихъ фунтовъ.



Подобнымъ же образомъ мы можемъ символически представить магнитное притяженіе. Если, напримѣръ, сѣверный полюсъ магнита тянетъ къ себѣ кусокъ желѣза, то на ближайшей части этого куска образуется южный полюсъ, и мы можемъ себѣ вообразить натянутыя силовыя трубки, идущія отъ одного полюса къ другому черезъ среду, находящуюся между ними. Эти силовыя трубки сокращаются и вызываютъ такимъ образомъ взаимное притяженіе магнита и желѣза. У насъ имѣется достаточно оснований допустить, что въ данномъ случаѣ приходится имѣть дѣло съ вращательнымъ движеніемъ составныхъ частей среды вокругъ силовой линіи, проходящей черезъ нихъ; можетъ быть, — съ вращательнымъ движеніемъ атомовъ, а всего вѣроятнѣе, съ вращеніемъ корпускулъ вокругъ атомовъ.

Вращающееся, какъ земля, тѣло вызываетъ притяженіе вдоль оси вращенія и боковое давленіе у экватора. Точно такъ же среда, вращающаяся вокругъ магнитной силовой линіи, производитъ притяженіе вдоль нея и вздувается перпендикулярно къ ней; такимъ образомъ получается боковое давленіе однихъ магнитныхъ силовыхъ линій на другія совершенно такъ же, какъ это происходитъ съ электрическими, хотя въ данномъ случаѣ это осуществляется другимъ путемъ.

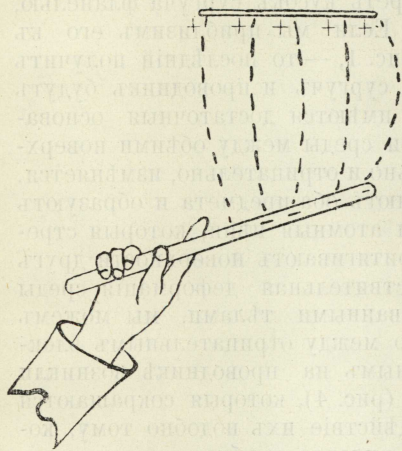


Рис. 4.

Теперь посмотримъ, каковы должны быть электрическое и магнитное состояніе въ рядѣ свѣтовыхъ волнъ. Вообразимъ себѣ, что мы можемъ перемѣщаться вмѣстѣ съ волнами съ ихъ же скоростью, такъ что у насъ есть возможность постоянно наблюдать однѣ и тѣ же волны и представимъ ихъ по обыкновенію кривой линіей  $ABCDE$  (рис. 5).

Дѣйствительное электрическое состояніе между  $A$  и  $B$  будетъ такое же, какъ между положительно наэлектризованной пластинкой  $P$  и отрицательно наэлектризованной пластинкой  $Q$ , тогда какъ между  $B$  и  $C$  оно соотвѣтствуетъ состоянію между положительной пластинкой  $R$  и отрицательной  $S$ :  $CD$  будетъ сходно съ  $AB$ , а  $DE$  — съ  $BC$ .

Само собою разумѣется, что въ дѣйствительныхъ волнахъ нѣтъ ничего такого, что соотвѣтствовало бы наэлектризованнымъ пластинкамъ; но среда видоизмѣняется по пути ихъ слѣдованія точно такъ же, какъ между послѣдовательными парами пластинокъ. Длина волны заключаетъ въ себѣ двѣ направленные въ противоположныя стороны половины, т. е. тянется отъ  $A$  до  $C$ , и для обыкновеннаго свѣта она равна приблизительно одной пятидесятитысячной дюйма.

Эти волны продвигаются слѣва направо, и измѣняющееся состояніе среды, представленное силовыми линіями, передается по пути



ихъ слѣдованія отъ одной точки къ другой. Но для распространенія извѣстнаго состоянія должно существовать движеніе механизма, посредствомъ котораго это состояніе передается.

Это движеніе поддерживается, повидимому, вращеніемъ вокругъ магнитныхъ силовыхъ линій, которыя должны сопровождать электрическія линіи, чтобы сдѣлать возможнымъ ихъ распространеніе. Разные опыты показываютъ, что магнитныя линіи должны составлять прямые углы съ электрическими, а также съ направленіемъ распространенія волнъ, т. е. должны быть перпендикулярны къ плоскости рисунка 5.

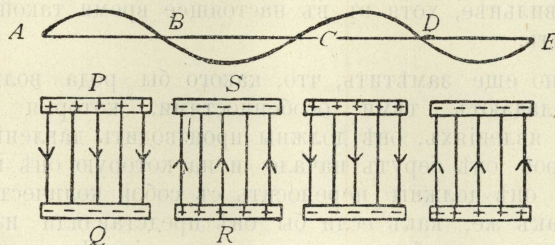


Рис. 5.

Если мы возьмемъ подковообразный магнитъ, плоскость котораго перпендикулярна къ  $AB$  (рис. 6), то магнитныя линіи въ той части среды, которая находится между  $A$  и  $B$ , будутъ имѣть такое же направленіе, какъ линіи между полюсами магнита, когда сѣверный полюсъ находится спереди. Линіи между  $B$  и  $C$  будутъ того же направленія, какъ линіи магнита съ южнымъ полюсомъ спереди, и т. д.

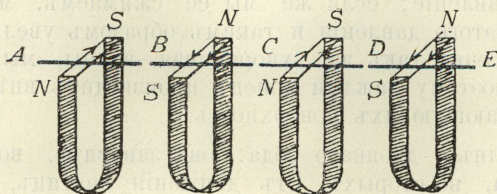


Рис. 6.

Итакъ, въ этихъ электромагнитныхъ волнахъ имѣются силовыя трубки двухъ родовъ, электрическія и магнитныя, которыя образуютъ прямые углы другъ съ другомъ и съ направленіемъ распространенія волны. И тѣ и другія, вздуваясь поперечно, производятъ давленіе другъ на друга и на всякую поверхность, отъ которой онѣ исходятъ и на которую онѣ падаютъ.

Максвеллъ показалъ, что по его теоріи давленіе на квадратный сантиметръ, производимое такимъ образомъ пучкомъ свѣтовыхъ лучей, численно равно энергіи, содержащейся въ кубическомъ сантиметрѣ пучка.

Исходя изъ своей электромагнитной теоріи, Максвеллъ даетъ, значитъ, слѣдующее объясненіе свѣтового давленія. Свѣтъ состоитъ изъ



электрическихъ и магнитныхъ силовыхъ трубокъ, которыя расходятся въ стороны по всей длинѣ пучка и производятъ боковое давленіе другъ на друга и на всякую поверхность, которую встрѣчаетъ пучекъ свѣтовыхъ лучей.

Хотя мы всѣ теперь принимаемъ электромагнитную теорію и хотя намъ очень трудно представить себѣ, чтобы отъ нея можно было когда-нибудь отказаться, мы все же должны помнить, какая судьба постигла корпускулярную теорію; нужно быть готовымъ и къ тому, что и электромагнитная теорія, можетъ быть, уступить свое мѣсто другой, если послѣдняя будетъ въ состояніи объяснять наблюдаемыя явленія полнѣе и правильнѣе, хотя въ настоящее время такой нельзя себѣ даже вообразить.

Интересно еще замѣтить, что, какого бы рода волны ни были, разъ онѣ обладаютъ тѣми особенностями, которыя наблюдаются въ свѣтовыхъ явленіяхъ, онѣ должны производить давленіе на поверхность, у которой онѣ берутъ начало и на которую онѣ падаютъ. Въ самомъ дѣлѣ, онѣ должны переносить съ собой количество движенія совершенно такъ же, какъ если бы онѣ представляли изъ себя движущіяся частички старой корпускулярной теоріи. Первымъ указалъ на это въ 1875 году Бартоли (Bartoli); доказательство же было облечено въ точную и простую форму Жозефомъ Ларморомъ (Joseph Larmor).

Основная мысль доказательства заключается въ томъ, что рядъ волнъ представляетъ изъ себя нѣчто въ родѣ сжатой спиральной пружины. Волны обладаютъ энергіей. Если мы укорачиваемъ ихъ посредствомъ сжиманія, онѣ должны обладать бѣльшей энергіей, какъ это бываетъ съ сжатой спиральной пружиной. Концы послѣдней производятъ вѣйшее давленіе; если же мы ее сжимаемъ, мы совершаемъ работу противъ этого давленія и такимъ образомъ увеличиваемъ энергію пружины. Точно такъ же, укорачивая волны, мы увеличиваемъ ихъ энергію и поэтому каждый конецъ производитъ вѣйшее давленіе на всякую сжимающую ихъ поверхность.

Энергія волнъ — двоякаго рода: она зависитъ, во-первыхъ, отъ формы волнъ и, во-вторыхъ, отъ движенія частицъ, изъ которыхъ волны состоятъ.

Чтобы дать понятіе объ энергіи, обусловленной формой волны и о ея зависимости отъ длины волны, возьмемъ частный случай зигзагообразныхъ волнъ въ натянутомъ шнуркѣ, сдѣланномъ, наприкладъ, изъ каучука.

Пусть  $AB$  (рис. 7a) будетъ натянутый шнурокъ,  $S$  — его середина, а  $D$  и  $E$  — среднія точки частей  $AC$  и  $CB$ . Предположимъ, что мѣсто  $D$  поднято вверхъ на небольшое разстояніе  $DM$ , а  $E$  опущено на такое же разстояніе  $EN$  внизъ (рис. 7b), такъ что точка  $C$  остается на первоначальной линіи. Въ такомъ случаѣ затрачивается работа на то, чтобы вывести точки  $D$  и  $E$  изъ ихъ начального положенія; иначе говоря, шнурокъ пріобрѣтаетъ энергію, когда онъ принимаетъ форму зигзагообразной волны  $ADCEB$ , длина которой есть  $AB$ . Теперь пусть



шнурокъ снова приметъ форму прямой линіи, какъ на рис. (а). Раздѣливъ пополамъ  $AD$  въ  $F$ ,  $DC$  въ  $G$  и т. д., выведемъ шнурокъ снова изъ положенія равновѣсія; теперь, однако, на протяженіи  $AB$  образуются двѣ волны (рис. 7с). Поднимемъ  $F$  на высоту  $FP = DM$  въ (b), а  $G$  опустимъ на такое же разстояніе; то же самое сдѣлаемъ съ точками  $H$  и  $K$ . Тогда точки  $D$ ,  $C$ ,  $E$  останутся на первоначальной линіи. Точка  $F$  въ положеніи (c) притягивается съ большей силой, чѣмъ точка  $D$  въ положеніи (b), такъ какъ наклонъ шнура больше и поэтому его натяженіе болѣе наклонено къ  $FP$ . Если, какъ мы допускаемъ, смѣщеніе невелико, то наклонъ въ (c) вдвое больше, чѣмъ въ (b), и притяженіе вдоль  $FP$  въ два раза больше, чѣмъ вдоль  $DM$ . Въ такомъ случаѣ въ пунктѣ  $F$  при расположеніи (c) затрачивается вдвое больше работы, чѣмъ въ пунктѣ  $D$  въ расположеніи (b). Кромѣ того, въ (c) вдвое больше смѣщенныхъ точекъ. Съ двойнымъ количествомъ точекъ и съ двойной работой для каждой изъ нихъ мы должны всего затратить въ четыре раза больше работы; иными словами, если мы дѣлимъ длину волны пополамъ, сохраняя при этомъ

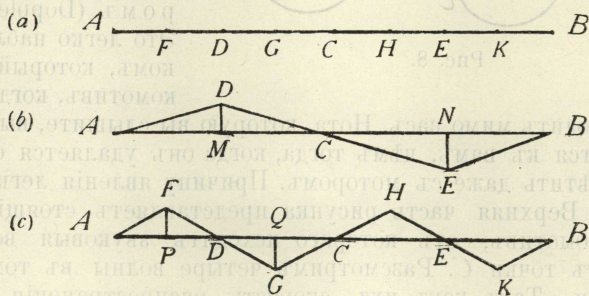


Рис. 7.

ту же самую амплитуду, то для измѣненія формы на томъ же протяженіи намъ необходимо въ четыре раза больше энергіи. Легко видѣть, что при трехъ волнахъ на томъ же самомъ протяженіи у насъ было бы въ девять разъ больше энергіи; вообще, энергія волнъ одной и той же амплитуды для даннаго протяженія обратно пропорциональна квадрату длины волны.

Зависимость энергіи движенія отъ длины волны видна при разсмотрѣніи рисунка 8, на которомъ представлены два ряда волнъ одинаковой амплитуды. Длина волны нижняго ряда въ два раза меньше длины верхняго. Допустимъ, что онѣ идутъ слѣва направо съ одинаковою скоростью. Какая-нибудь частичка, — напримѣръ,  $D$  — поднимается и опускается, когда волны проходятъ черезъ нее, и каждый разъ на одинаковую высоту. Но въ нижней волнѣ частичка должна въ одно и то же время совершать вдвое больше колебаній; ея средняя скорость должна быть поэтому въ два раза больше скорости частички верхней



волны. Но энергія движенія пропорціональна квадрату скорости. Слѣдовательно, энергія нижней волны въ четыре раза больше энергіи верхней. И въ этомъ случаѣ, значитъ, для даннаго протяженія энергія волнъ одной и той же амплитуды обратно пропорціональна квадрату длины волны. Такъ какъ оба вида энергіи слѣдуютъ одному и тому же закону, то и вся энергія обратно пропорціональна квадрату длины волны, если амплитуда остается той же самой.

Теперь посмотримъ, какимъ образомъ волны могутъ сжиматься и растягиваться. Когда источникъ испускаетъ колебанія и въ то же

время движется, длина волны измѣняется: она уменьшается, если источникъ движется по направленію распространенія волны, и увеличивается, если источникъ перемѣщается въ обратную сторону. Это явленіе было открыто впервые Д о п п л е р о мъ (Doppler) въ 1842 г. Это легко наблюдать со звукомъ, который издаетъ локомотивъ, когда онъ со сви-

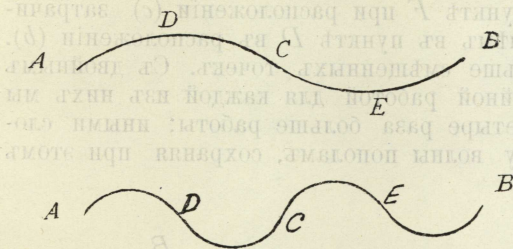


Рис. 8.

стомъ проходить мимо васъ. Нота, которую вы слышите, выше, когда онъ приближается къ вамъ, чѣмъ тогда, когда онъ удаляется отъ васъ. Это можно замѣтить даже съ моторомъ. Причину явленія легко понять изъ рисунка 9. Верхняя часть рисунка представляетъ стоящій на одномъ мѣстѣ локомотивъ, отъ котораго исходятъ звуковыя волны въ обѣ стороны отъ точки *C*. Разсмотримъ четыре волны въ томъ и другомъ направленіи. Такъ какъ ихъ скорость распространенія одинакова, а длина волны одна и та же, то до наблюдателя въ *A* дойдетъ въ секунду столько же волнъ, сколько до наблюдателя въ *B*. Оба услышатъ поэтому ноту той же высоты, такъ какъ высота зависитъ только отъ числа волнъ, доходящихъ до уха въ секунду. Въ нижней части рисунка локомотивъ движется со свистомъ слѣва направо. Допустимъ, что въ извѣстный моментъ онъ находится въ *C* и что въ слѣдующій моментъ, когда онъ успѣлъ испустить четыре волны, онъ уже въ *D*. Первая волна пройдетъ въ одномъ направленіи до *A* и въ другомъ до *B*, то же самое разстояніе, что и раньше, потому что перемѣщеніе машины не измѣняетъ скорости волнъ. Четвертая же волна начинается какъ разъ тогда, когда локомотивъ находится въ *D*, такъ что въ направленіи движенія длина четырехъ волнъ сокращается и становится равной отрезку *A<sub>0</sub>D*; вмѣстѣ съ тѣмъ число волнъ, получаемое въ секунду наблюдателемъ *A<sub>0</sub>*, больше, тогда какъ сзади длина ихъ увеличивается и наблюдатель *B<sub>0</sub>* получаетъ меньшее число волнъ въ секунду. Высота звука поэтому больше въ точкѣ *A<sub>0</sub>* и меньше въ *B<sub>0</sub>*.

Явленіе Допплера легко наблюдать на слѣдующемъ опытѣ. Берется каучуковая трубка въ нѣсколько футовъ длины и въ одинъ изъ ея концовъ вставляется камертонъ. Экспериментаторъ дуетъ въ



другой, открытый конец трубки и быстро вращаетъ ее вокругъ своей головы; трубка принимаетъ форму горизонтальнаго круга, по окружности котораго перемѣщается камертонъ. Наблюдатель, стоящій въ сторонѣ отъ круга, замѣчаетъ повышеніе звука, когда камертонъ приближается къ нему, и пониженіе, когда онъ удаляется отъ него. Для экспериментатора же высота звука все время остается одной и той же.

Вотъ еще одинъ интересный опытъ, иллюстрирующій принципъ Допплера. На ящикахъ-резонаторахъ укрѣпляютъ два камертона, издающіе совершенно одинаковые звуки. Если они оба звучатъ, но при этомъ остаются въ покоѣ, то никакихъ біеній не слышно, потому что

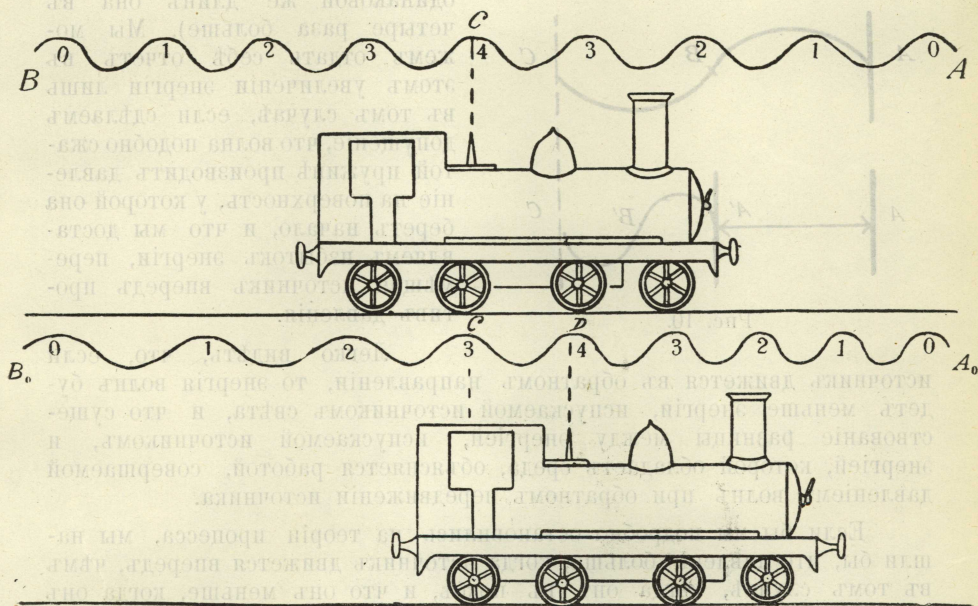


Рис. 9.

оба камертона настроены въ унисонъ. Но, если въ то время, какъ они издають звукъ, одинъ изъ нихъ движется по направленію къ наблюдателю, послѣдній слышитъ біенія, потому что волны движущагося камертона укорачиваются, и наблюдатель получаетъ ихъ большее число въ секунду. Хотя камертоны все еще испускають одинаковое число волнъ въ секунду, слушатель получаетъ ихъ больше отъ одного, чѣмъ отъ другого; оба звука для него не одинаковы, и поэтому они производятъ біенія.

Приложимъ теперь принципъ Допплера къ источнику, испускающему свѣтъ или, вообще, излученіе, обладающее свойствами свѣта независимо отъ того, воспринимается ли оно глазомъ или нѣтъ.

Разсмотримъ случаи, представленные на рис. 10.



Въ верхней части этого рисунка источникъ  $A$  находится въ покоѣ и испускаетъ волны длины  $ABC$ . Въ нижней же части тотъ же источникъ движется впередъ, и для упрощенія вычисленій берется крайній случай, когда онъ движется со скоростью, равной половинѣ скорости волнъ  $ABC$ , такъ что въ тотъ моментъ когда передняя часть волны доходитъ до  $C$ , задняя находится какъ разъ въ  $A'$ . Амплитуда волнъ остается неизмѣнной, такъ какъ она зависитъ только отъ температуры, которая въ обоихъ случаяхъ одна и та же. Мы должны также допустить, что энергія, испускаемая источниками свѣта, въ обоихъ случаяхъ одинакова. Но въ послѣднемъ случаѣ энергія волнъ вдвое больше,

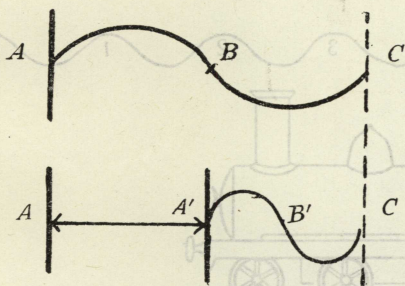


Рис. 10.

такъ какъ  $A'C = \frac{1}{2} AC$  (при одинаковой же длинѣ она въ четыре раза больше). Мы можемъ отдать себѣ отчетъ въ этомъ увеличеніи энергіи лишь въ томъ случаѣ, если сдѣлаемъ допущеніе, что волна подобно сжатой пружинѣ производитъ давленіе на поверхность, у которой она беретъ начало, и что мы доставляемъ избытокъ энергіи, перемѣщая источникъ впередъ противъ давленія.

Легко видѣть, что, если источникъ движется въ обратномъ направленіи, то энергія волнъ будетъ меньше энергіи, испускаемой источникомъ свѣта, и что существованіе разницы между энергіей, испускаемой источникомъ, и энергіей, которой обладаетъ среда, объясняется работою, совершаемою давленіемъ волнъ при обратномъ передвиженіи источника.

Если бы мы подробно остановились на теоріи процесса, мы нашли бы, что давленіе больше, когда источникъ движется впередъ, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда онъ въ покоѣ, и что онъ меньше, когда онъ движется назадъ. Когда онъ въ покоѣ, давленіе равно энергіи, приходящейся на единицу протяженія по длинѣ луча.

Такъ какъ волны давятъ назадъ на источникъ, то послѣдній оказывается на нихъ давленіемъ впередъ. Или, выражая иначе абсолютно ту же самую мысль, волны получаютъ количество движенія, направленное впередъ. Онѣ получаютъ нѣкоторое количество движенія и передаютъ его дальше совершенно такъ, какъ если бы онѣ представляли изъ себя быстро движущіяся частички; такимъ образомъ онѣ переносятъ это количество движенія черезъ пространство. Нѣтъ надобности допускать, что частички, изъ которыхъ волны состоятъ, увлекаются впередъ. Количество движенія просто передается отъ одного слоя къ другому. Иллюстраціей этого можетъ служить слѣдующій опытъ. Шаръ подвѣшивается такъ, чтобы онъ какъ разъ касался края длиннаго стола, какъ показано на рис. 11. Если мы быстро ударимъ молоткомъ по другому краю, то черезъ столъ пройдетъ волна давленія, — иначе



говоря, волна количества движенья, которое ей сообщилъ молотокъ и которое передается ею отъ одной части стола къ другой, доходить до шара и отталкиваетъ его.

Прослѣдимъ теперь ходъ ограниченного числа волнъ, распространяющихся перпендикулярно къ поверхностямъ источника *A* и приѣмника *B* (рис. 12). Когда волны отправляются изъ *A* (*a*), они производятъ

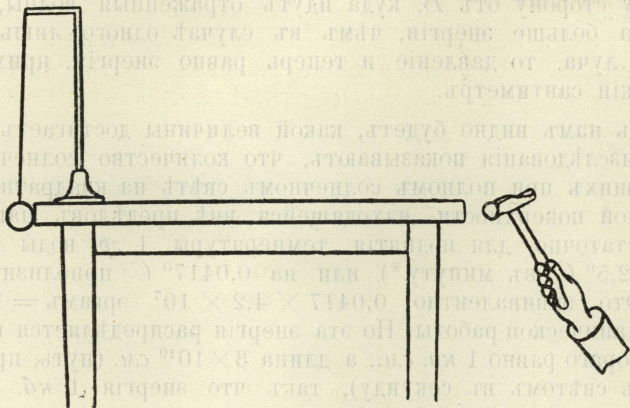


Рис. 11.

давленіе на *A*; *A* же, въ свою очередь, давитъ на нихъ, и сообщаетъ имъ, слѣдовательно, количество движенья. Онѣ устремляются впередъ, перенося съ собой количество движенья, и, когда онѣ оставляютъ *A*, т. е. когда *A* перестаетъ имъ сообщать количество движенья, оно больше не испытываетъ давленія. Количество движенья переносится теперь черезъ пространство (*c*), отдѣляющее *A* и *B*. Пусть, наконецъ, волны попадутъ на поверхность *B*. Если послѣдняя поглощаетъ ихъ, что бываетъ въ томъ случаѣ, когда *B*—поверхность совершенно черная, волны

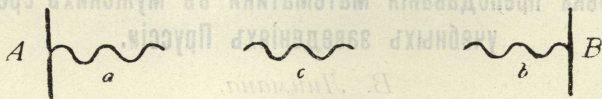


Рис. 12.

прекращаются, а, прекращаясь, онѣ отдаютъ свое количество движенья *B*. Такъ какъ для того, чтобы войти въ *B*, онѣ употребляютъ столько же времени, сколько имъ нужно для того, чтобы выйти изъ *A*, и такъ какъ онѣ отдаютъ за это время все полученное ими количество движенья, онѣ должны производить на *B* при поглощеніи такое же давленіе, какое онѣ производили на *A* при испусканіи. Давленіе на *B* равно поэтому энергіи кубическаго сантиметра пучка лучей.

Но если *B* есть рефлекторъ,—допустимъ идеальный рефлекторъ,—то обратное давленіе отраженныхъ волнъ какъ разъ равно давленію



падающихъ, и такимъ образомъ получается удвоенное давленіе. Иными словами, падающія волны несутъ съ собой количество движенія въ направленіи  $AB$  и сообщаютъ его  $B$ . Рефлекторъ  $B$  долженъ сообщить отраженнымъ волнамъ количество движенія въ направленіи  $BA$ , а это влечетъ за собой полученіе приемникомъ  $B$  количества движенія въ направленіи  $AB$ . Такимъ образомъ, получается двойное количество движенія, и давленіе удваивается. Такъ какъ въ пространствѣ, лежащемъ по ту сторону отъ  $B$ , куда идутъ отраженные волны, имѣется въ два раза больше энергіи, чѣмъ въ случаѣ одного лишь простого падающаго луча, то давленіе и теперь равно энергіи, приходящейся на кубическій сантиметръ.

Теперь намъ видно будетъ, какой величины достигаетъ давленіе. Новѣйшія изслѣдованія показываютъ, что количество солнечныхъ лучей, падающихъ при полномъ солнечномъ свѣтѣ на квадратный сантиметръ черной поверхности, находящейся внѣ предѣловъ нашей атмосферы, достаточно для поднятія температуры 1 гр. воды приблизительно на  $2,5^{\circ} C$  въ минуту \*) или на  $0,0417^{\circ} C$  приблизительно въ секунду. Это эквивалентно  $0,0417 \times 4,2 \times 10^7$  эргамъ  $= 1,75 \times 10^6$  эргамъ механической работы. Но эта энергія распределяется въ столбѣ, сѣченіе котораго равно 1 кв. см., а длина  $3 \times 10^{10}$  см. (путь, проходимый солнечнымъ свѣтомъ въ секунду), такъ что энергія 1 кв. см. равна  $1,75 \times 10^6 : (3 \times 10^{10}) = \frac{5,8}{10^5} 0,00006$  мг.

свѣтомъ на поглощающую поверхность равно поэтому приблизительно  $\frac{6}{10^5}$  динъ или 0,0006 мг.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## Международная Коммиссія по преподаванію математики.

### Постановка преподаванія математики въ мужскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ Пруссіи.

В. Лицмана.

(Продолженіе \*\*).

#### 2. Характеристика трехъ типовъ школь.

Всѣ три типа школы имѣютъ по 9 классовъ, изъ которыхъ каждый требуетъ, при нормальныхъ условіяхъ, годичнаго обученія. Шесть первыхъ классовъ повторяются въ неполныхъ учебныхъ заведеніяхъ (т. е. въ прогимназіяхъ

\*) Величина этого нагреванія, такъ называемой „солнечной постоянной“, пока мало извѣстна. Во всѣхъ нашихъ вычисленіяхъ мы будемъ принимать ее равной 2,5 калорій на 1 кв. см. въ минуту.

\*\*) См. „Вѣстникъ“, № 548.



и реальных училищах); но при этомъ необходимо замѣтить, что въ Пруссіи реальные училища не вполне покрываются нижней ступенью высшего реального училища. Вступленію въ среднюю школу предшествуютъ, по общему правилу, три приготовительныхъ года. Относительно обозначенія классовъ дать указаніе нижеслѣдующая таблица.

Обозначенія классовъ, принятые въ русскомъ текстѣ.	СТУПЕНИ.		Германскія названія классовъ.		Цифровыя германскія обозначенія.	Средній возрастъ.		
			Реальныя училища.	Полныя учебныя заведенія.				
1	Нижняя ступень.	Иначе	Sexta (6-ой классъ).	Sexta (6-ой классъ).	VI	9	9,5	9,6
2		нижняя ступень	Quinta (5-ый классъ).	Quinta (5-ый классъ).	V	10	10,5	11,2
3			Quarta (4-ый классъ).	Quarta (4-ый классъ).	IV	11	11,7	12,0
4			Tertia (3-ий классъ).	Untertertia (младшій 3 кл.)	U III	12	12,9	12,9
5		средняя ступень	Secunda (2-ой классъ).	Obertertia (старшій 3 кл.)	O III	13	14,0	14,6
6			Prima (1-ый классъ).	Untersecunda (мл. 2 кл.)	U II	14	14,8	15,5
7	Верхняя ступень	Верхняя ступень		Obersecunda (ст. 2 кл.)	O II	15	15,8	16,9
8				Unterprima (мл. 1 кл.)	U I	16	16,7	17,4
вып. кл.				Oberprima (ст. 1 кл.)	O I	17	17,9	19,7

Чтобы читателямъ легче было ориентироваться, мы называемъ классы, какъ это принято у насъ (см. первый столбецъ таблицы), и въ скобкахъ присоединяемъ цифровыя германскія обозначенія (см. 6-ой столбецъ таблицы).

Въ послѣднихъ трехъ колонахъ приведены данныя о возрастѣ учениковъ при поступленіи въ соответствующіе классы (моментъ поступленія установленъ на 1-ое апрѣля). Эти данныя являются, собственно, единственнымъ возможнымъ масштабомъ для установленія соответствія классовъ различныхъ странъ.

Первая изъ этихъ трехъ колоннъ даетъ минимальный возрастъ, требуемый для поступленія въ соответствующій классъ; впрочемъ, этотъ минимумъ, за исключеніемъ поступленія въ первый классъ (VI), можетъ въ отдѣльных случаяхъ, быть пониженъ, хотя это практикуется весьма рѣдко.

Во 2-ой колоннѣ приводится дѣйствительный средній возрастъ учениковъ гимназій одного большого города въ началѣ учебнаго 1908-го года, какъ примѣръ школы съ низкимъ среднимъ возрастомъ.

Колонна 3-ья заключаетъ въ себѣ также — въ качествѣ примѣра школы съ нѣсколько болѣе высокимъ среднимъ возрастомъ — данныя, касающіяся меньшей, провинціальной гимназій.

2-ая и 3-ья колонны не содержатъ самыхъ крайнихъ значеній; въ особенныхъ случаяхъ могутъ получаться гораздо болѣе крайнія цифры, если, напримѣръ, выпускной классъ состоитъ всего изъ пяти-шести очень молодыхъ учениковъ; или, напротивъ, если въ какой-нибудь другой школѣ въ выпускномъ классѣ сидятъ два или три ученика, которые, можетъ быть, уже сдали первый экзаменъ на начального учителя, но желаютъ еще — уже въ возрастѣ 24 или 25 лѣтъ — сдать экзаменъ на аттестатъ зрѣлости.



Среди абитуриентовъ было въ возрастѣ

Prima (1-ий класс), 1 вторсунда (2-й кл.) 14-15

Сравнительная таблица классовъ въ различныхъ странахъ.

\_\_\_\_\_



Эти испытанія отпадаютъ для учениковъ такъ называемыхъ подготовительныхъ училищъ, которыя включены въ самый составъ многихъ среднихъ учебныхъ заведеній. Преподаваніе въ подготовительныхъ училищахъ отличается отъ народныхъ училищъ, главнымъ образомъ, тѣмъ, что въ первыхъ больше подготовляютъ дѣтей къ введенію новыхъ языковъ въ первомъ классѣ (VI), и сообразно этому стараются дать больше знаній преимущественно по нѣмецкой грамматикѣ.

Подготовительнымъ училищамъ неоднократно дѣлали упреки въ томъ, что они имѣютъ противообщественный характеръ: однако, при ихъ закрытіи на ихъ мѣсто обыкновенно выступали частныя предпріятія. Число подготовительныхъ училищъ съ семидесятыхъ годовъ, несмотря на огромное приращеніе числа учебныхъ заведеній (ср. таблицу въ концѣ этой главы), осталось почти безъ измѣненія (ихъ имѣется около 250). На Западѣ ихъ меньше (въ Вестфалии до недавняго времени не было ни одной, въ Гессенъ-Нассау, въ Рейнской провинціи и Ганноверѣ только нѣсколько), а на Востокѣ — больше.

Поступленію учениковъ въ высшіе классы содѣйствуютъ такъ называемыя ректоратныя школы (Rectoratsschulen), среднія частныя школы и т. п., существующія въ маленькихъ городахъ, не имѣющихъ среднихъ учебныхъ заведеній; эти школы проводятъ у себя программу средней школы (большую частью, гимназій или реальныхъ училищъ) приблизительно до 3-го (IV) или до 4-го класса (III).

Если въ той или иной мѣстности нѣтъ подобныхъ школъ, то переходъ часто происходитъ также изъ народныхъ училищъ съ повышенной программой, называемыхъ въ Пруссіи также промежуточными школами\*) или городскими училищами (Bürgerschulen); эти училища тогда вводятъ у себя иностранный языкъ, необязательный или обязательный, а при возможности даже два необязательныхъ языка. Но такъ какъ успѣхи въ языкахъ почти всегда достигаются очень медленно, то учащимся приходится прибѣгать еще къ частнымъ занятіямъ по иностраннымъ языкамъ, чтобы при переходѣ въ среднее учебное заведеніе не пришлось начать съ слишкомъ низкаго класса.

Всѣ эти затрудненія были устранены новыми положеніями о промежуточныхъ школахъ отъ 3 февраля 1910 года, которыя устанавливаютъ для этого типа школы общее распредѣленіе часовъ и общія программы. Въ частности установлены программы для тѣхъ изъ школъ этого типа, которыя служатъ для подготовленія въ 5-ый классъ гимназій или въ 6-ой классъ реальныхъ училищъ. При этомъ оказывается, что матеріалъ пяти классовъ среднихъ учебныхъ заведеній распредѣленъ между шестью классами этихъ промежуточныхъ школъ.

\*) Въ Баваріи и Австріи этотъ терминъ (Mittelschule) употребляютъ, напротивъ, въ смыслъ прусской „Höhere Schule“, т. е. „средняя школа“; мы будемъ избѣгать этого термина въ виду его двусмысленности.

*Прим. автора.*

Установившаяся въ русскомъ языкѣ терминологія заставляетъ насъ переводить „Höhere Schule“ „средняя школа“, — какъ въ Баваріи и Австріи. Терминъ же Mittelschule, стоящій выше въ текстѣ, мы переводили „промежуточная школа“, такъ какъ она занимаетъ промежуточное мѣсто между низшей и средней школой.

*Ред.*



Наконецъ, повсюду, гдѣ мѣстные школы не могутъ идти въ счетъ (села, дворянскія помѣстья и т. п.), и особенно въ Восточной Пруссіи, еще въ полномъ ходу подготовленіе исключительно путемъ домашняго обученія. Это обученіе производится особыми домашними учителями, а часто также мѣстными пасторами. Впрочемъ, вмѣстѣ съ ростомъ числа среднихъ школъ и все съ большимъ усовершенствованіемъ путей сообщеній число поступленій въ старшіе классы среднихъ школъ уменьшается, такъ какъ это обыкновенно дѣлается только для того, чтобы по возможности продлить пребываніе въ отцовскомъ домѣ.

Общей чертой всѣхъ среднихъ учебныхъ заведеній является національное и нравственное воспитаніе, для проведенія котораго предназначены, главнымъ образомъ, предметы: нѣмецкій языкъ, исторія и Законъ Божій; но оно поддерживается также всѣми прочими предметами обученія.

Гимназія характеризуется двумя древними языками — латинскимъ и греческимъ. Изъ новыхъ языковъ обязательнъ французскій, который съ недавняго времени часто замѣняется на верхней ступени англійскимъ. Необязательными являются съ 7-го класса (О. II) англійскій языкъ — два часа въ недѣлю (а если на верхней ступени обязательнъ англійскій, то соотвѣтственно этому — французскій), а также древне-еврейскій.

Въ реальной гимназіи изъ древнихъ языковъ преподается только латинскій, но зато обязательны два новыхъ языка: французскій и англійскій. Математика и естествознаніе поставлены лучше, чѣмъ въ гимназіи. Необязательнымъ оставлено черченіе (два часа въ недѣлю въ послѣднихъ пяти классахъ).

Въ высшемъ реальномъ училищѣ отпадаетъ, наконецъ, и латынь; впрочемъ, большинство этихъ учебныхъ заведеній предоставляетъ желающимъ возможность, начиная съ 7-го класса (О. II), учить латинскій языкъ. Напротивъ, въ этихъ учебныхъ заведеніяхъ усилено сравнительно съ реальной гимназіей изученіе новыхъ языковъ, естественной исторіи и математическихъ предметовъ. Необязательнымъ оставлено, какъ и въ реальной гимназіи, черченіе.

О числѣ недѣльныхъ часовъ, устанавливавшихся въ разные годы различными учебными планами, даетъ свѣдѣнія помѣщенная ниже таблица (стр. 243). Въ ней, однако, не приняты въ расчетъ гимнастика (занимающая теперь въ каждомъ классѣ еженедѣльно по 3 часа) и пѣніе (въ низшихъ классахъ оно обязательно для всѣхъ учениковъ и ему удѣляется по 2 часа; въ среднихъ и высшихъ классахъ обязательно только для способныхъ къ пѣнію). Далѣе, не вошли въ счетъ предметы необязательные, къ числу которыхъ относятся, кромѣ вышеназванныхъ предметовъ, еще — большею частью, необязательныя — практическія занятія по физикѣ, химіи и біологіи.

Отдѣльныя рубрики нижеслѣдующей таблицы относятся къ различнымъ учебнымъ планамъ (ср. главу 1); такимъ образомъ, въ рубрикѣ 1816 года указанъ планъ фонъ Сюверна, рассчитанный на 10 лѣтъ, въ рубрикѣ 1837 года — учебный планъ Гог. Шульце, въ рубрикѣ 1836 года — учебный планъ Л. Визе для гимназій, въ рубрикѣ 1859 года — программы тогдашнихъ реальныхъ училищъ 1-го разряда. Изъ 1868 года взятъ учебный планъ промышленнаго училища Фридриха Вердера, какъ примѣръ тѣхъ школъ, которыя явились предшественницами высшихъ реальныхъ училищъ. При этомъ



Учебное заведение	Название предметовъ.	1816	1837	1856	1859	1868	1882	1892	1902
Гимназія.	Общее число часовъ . . .	320	258	268	—	—	268	252	259
	Изъ нихъ: математики . . .	60	32	32	—	—	34	34	34
	естествознанія . . .	20	16	14	—	—	18	18	18
	древнихъ языковъ . . .	126	128	128	—	—	117	98	104
	новыхъ языковъ . . .	—	12	17	—	—	21	19	20
Реальная гимназія.	Общее число часовъ . . .	—	—	—	285	—	280	259	262
	Изъ нихъ: математики . . .	—	—	—	47	—	44	42	42
	естествознанія . . .	—	—	—	34	—	30	29	29
	древнихъ языковъ . . .	—	—	—	44	—	54	43	49
	новыхъ языковъ . . .	—	—	—	54	—	54	49	47
Высшее реальное училище	Общее число часовъ . . .	—	—	—	—	326	276	258	262
	Изъ нихъ: математики . . .	—	—	—	—	76	49	47	47
	естествознанія . . .	—	—	—	—	46	36	36	36
	древнихъ языковъ . . .	—	—	—	—	—	—	—	—
	новыхъ языковъ . . .	—	—	—	—	80	80	72	72

Распределение предметовъ въ различныхъ типахъ школъ.

слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что этотъ учебный планъ, хотя и составленъ изъ цѣлыхъ десяти ступеней, но рассчитанъ только на семь лѣтъ: четыре старшихъ класса имѣютъ одnogодичный курсъ, а шесть низшихъ — лишь полугодовые. Наконецъ, подъ рубриками 1882, 1892 и 1902 г. г. указаны послѣдніе три учебные плана.

Изъ выводовъ, къ которымъ приводить эта таблица, укажемъ только на одинъ: отличіе каждаго изъ этихъ трехъ различныхъ типовъ заключается въ его отношеніи къ языкамъ; что касается математики и естествознанія, то различія здѣсь сравнительно незначительны. Такимъ образомъ, даже въ гимназіяхъ все еще недурно представлена математика; но, съ другой стороны, отсутствуетъ типъ специальной естественно-математической школы. Чтобы показать это рельефнѣе, я привожу здѣсь для сопоставленія процентное отношеніе числа уроковъ по естествознанію и математикѣ къ общему числу уроковъ въ Пруссіи (не считая гимнастики, пѣнія и необязательныхъ предметовъ) и Франціи (учебный планъ 1902 года; безъ необязательныхъ предметовъ).

Естествознаніе и математика имѣютъ часовъ:

Въ Пруссіи:

въ гимназіяхъ . . . . . 20,1%  
 въ реальныхъ гимназіяхъ . . . . . 27,1 »  
 въ высшихъ реальныхъ училищахъ . . . . . 31,7 » .



## Во Франціи:

въ отдѣленіи А . . . . . 13,3%,

въ отдѣленіи В . . . . . 40,6 » .

Права, которыя даютъ отдѣльныя школы, чрезвычайно разнообразны, и ихъ перечисленіе потребовало бы нѣсколькихъ страницъ. Замѣтимъ только, что аттестатъ зрѣлости всѣхъ трехъ родовъ школы открываетъ доступъ ко всѣмъ занятіямъ; для окончившихъ высшее реальное училище недоступно изученіе теологіи только и закрыты должности бібліотекаря или архиваріуса. Однако, для тѣхъ учащихся, которымъ закрыть доступъ на нѣкоторыя специальности университетскаго курса, въ самомъ университетѣ устраиваютъ по этимъ предметамъ спеціальныя дополнительные курсы.

На основаніи германскаго устава о воинской повинности имперскій канцлеръ рѣшаетъ, какія учебныя заведенія могутъ выдавать свидѣтельства о достаточныхъ познаніяхъ, дающихъ право на одностолѣтнюю военную службу въ качествѣ вольноопредѣляющагося. Это свидѣтельство выдается средне-учебными заведеніями послѣ успѣшнаго окончанія шестого класса (U. II) въ полныхъ и старшаго класса въ неполныхъ учебныхъ заведеніяхъ.

Для содѣйствія имперскому канцлеру въ его функціяхъ учреждена Имперская Школьная Коммиссія. Эта Коммиссія обсуждаетъ новыя ходатайства о предоставленіи права на выдачу свидѣтельствъ для одностолѣтней службы. Изъ шести членовъ этой Коммиссіи четверо являются представителями Пруссіи, Баваріи, Саксоніи и Вюртемберга, посылающихъ по одному члену; остальные двое представляютъ собою по два государства изъ прочихъ союзныхъ государствъ, смѣняя другъ друга каждый разъ въ установленномъ порядкѣ. Коммиссія засѣдаетъ вообще два раза въ годъ.

Сданный въ какомъ-нибудь изъ государствъ Германской Имперіи экзаменъ на аттестатъ зрѣлости даетъ соотвѣтствующія права также во всѣхъ остальныхъ государствахъ. По этому поводу существуютъ соглашенія между правительствами союзныхъ государствъ, которое возобновлено было въ 1909-мъ году и съ того времени распространено на всѣ три типа средней школы.

Изъ различныхъ нижнихъ ступеней средней школы, существующихъ въ качествѣ самостоятельныхъ учебныхъ заведеній, прогимназіи имѣютъ значеніе только, какъ подготовительная ступень къ полнымъ учебнымъ заведеніямъ. Ученикъ, который пожелалъ бы послѣ окончанія прогимназіи вступить въ практическую жизнь, оказывается слабо подготовленнымъ по реальнымъ предметамъ; для своихъ познаній по латыни онъ мало что можетъ найти примѣненія, а для познаній въ греческомъ языкѣ — ровно никакихъ.

По этимъ причинамъ на нижней ступени — не только при прогимназіяхъ, но и при гимназіяхъ, — введены такъ называемыя дополнительные курсы; въ гимназіяхъ они имѣютъ въ виду тѣхъ учениковъ, которые оставляютъ учебныя заведенія до окончанія курса. Въ 1902 году 25 учебныхъ заведеній получили разрѣшеніе учредить дополнительные курсы, но не всѣ использовали это разрѣшеніе.



Реальные прогимназии были въ подобномъ же положеніи, впрочемъ, нѣсколько лучшемъ благодаря отсутствію греческаго языка. Въ послѣднее время ихъ жизнеспособность поднялась, вслѣдствіе превращенія многихъ изъ нихъ въ реформированныя школы (ср. главу 3).

Для юношей, которые послѣ шестилѣтняго пребыванія въ средней школѣ должны вступить въ практическую жизнь съ правомъ на одногодичную военную службу, наиболѣе подходящими являются реальные училища. Въ этихъ послѣднихъ учебные планы больше приноровлены къ этой цѣли, чѣмъ въ другихъ неполныхъ учебныхъ заведеніяхъ. И дѣйствительно, процентное отношеніе учениковъ, переходящихъ изъ реального училища въ высшее реальное училище, очень незначительно. Этимъ объясняется значительное число реальныхъ училищъ сравнительно, во-первыхъ, съ числомъ прогимназій и реальныхъ прогимназій, а, съ другой стороны, сравнительно также и съ числомъ высшихъ реальныхъ училищъ.

Существуетъ еще цѣлый рядъ другихъ специальныхъ и профессиональныхъ училищъ, которыя выдаютъ свидѣтельства съ правомъ на одногодичную военную службу и, болѣею частью, приближаются къ типу реальныхъ училищъ. Мы не станемъ ихъ здѣсь разсматривать.

Существовало въ Пруссіи.	Типа гимназій.			Типа реальныхъ гимназій.			Типа реальныхъ училищъ.			ВСЕГО.
	Гимназій.	Прогимназій.	ВСЕГО.	Реальная гимназій.	Реальная прогимм.	ВСЕГО.	Высшія реальныя училища.	Реальныя училища.	ВСЕГО.	
Лѣтній семестръ										
1860 г.	136	24	160	32	—	32	—	—	—	192
» 1880 г.	249	35	284	84	—	84	3	—	3	371
» 1890 г.	268	46	314	87	86	173	19	20	39	526
» 1900 г.	295	59	354	76	21	97	37	138	175	626
Зимній семестръ										
1907/8 г.	332	40	372	124	39	163	75	171	246	781
Лѣтній семестръ										
1860 г.	38078	2100	40178	11058	—	11058	—	—	—	51226
» 1880 г.	75190	4094	79284	27066	—	27066	1656	—	1656	108006
» 1890 г.	77811	5445	83256	26272	8858	35130	4177	6940	11117	129503
» 1900 г.	89257	7097	96354	21433	1815	23248	15134	30149	45283	164885
Зимній семестръ										
1907/8 г.	101094	4946	106040	37683	4225	41908	30702	33465	64167	212115

Число учебныхъ заведеній и ихъ учениковъ.

Относительно числа учебныхъ заведеній и ихъ учениковъ дають свѣдѣнія предыдущая и слѣдующая таблицы. Число гимназій



медленно, но постоянно возрастает; число реальных гимназій сначала быстро возрастало а затѣмъ стало падать; это — результатъ рѣшеній Декабрьской конференціи 1890 года. За этимъ слѣдуетъ снова быстрое возрастаніе числа этихъ учебныхъ заведеній (основаніе реформированныхъ школъ). Чрезвычайно быстро растетъ число реальныхъ и высшихъ реальныхъ училищъ. Въ слѣдующей таблицѣ даны свѣдѣнія объ общемъ числѣ учащихся въ учебныхъ заведеніяхъ различныхъ типовъ.

Учениковъ.	Гимназіи и про- гимназіи.	Реальные гимна- зіи и реальные прогимназіи.	Оберъ-реальные и реальные учи- лища.
Лѣтній семестръ 1860	78,4 %	21,6 %	0 %
» » 1880	73,4 »	25,1 »	1,5 »
» » 1890	64,3 »	27,1 »	8,6 »
» » 1900	58,4 »	14,1 »	27,5 »
Зимній семестръ 1907/8	50,0 »	19,8 »	30,2 »

Число учениковъ въ отдѣльныхъ типахъ среднихъ учебныхъ заведеній — въ процентахъ.

Во всякомъ случаѣ эти цифры очень значительно измѣняются, если разсматривать только полныя, т. е. девятиклассныя, заведенія. Дѣйствительно, сопоставленіе числа абитуриентовъ даетъ совершенно другую картину:

Годъ.	Гимназіи.	Реальные гимназіи.	Высшія ре- альные училища.	Вмѣстѣ.
1890	3657	539	18	4214
1900	4646	709	315	5670
1907/8	5622	1183	779	7584

Часто нѣсколько учебныхъ заведеній соединены подъ управленіемъ одного директора. Каждое такое болѣе обширное учебное заведеніе издаетъ годовой отчетъ («Программу»), въ которомъ даются свѣдѣнія о распредѣленіи занятій, о принятомъ учебномъ матеріалѣ, объ абитуриентахъ и темахъ ихъ работъ, объ исторіи школы за истекшій годъ; тамъ помѣщаются также распоряженія подлежащаго начальства, имѣющія общій интересъ, и нѣкоторые статистическія данныя о числѣ, исповѣданіи, возрастѣ и т. п. учениковъ.

Къ этимъ «программамъ» присоединяются въ многихъ случаяхъ научныя труды учителей этого учебнаго заведенія. Учебныя заведенія обмѣниваются этими «Программами».

(Продолженіе слѣдуетъ).



## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Движенія солнечной системы и систематическія движенія звѣздъ.** Вопросу объ опредѣленіи положенія небесныхъ свѣтилъ посвящены замѣчательныя работы профессора Босса (Boss), составляющія результатъ его непрерывной дѣятельности въ теченіе четверти вѣка. Благодаря щедрости Института Карнеджи, Боссу недавно удалось выпустить общій предварительный каталогъ 6188 звѣздъ на 1900 годъ съ указаніемъ ихъ собственныхъ движеній. Этотъ каталогъ содержитъ всѣ звѣзды первыхъ шести величинъ и, кромѣ того, болѣе 2000 звѣздъ, величина которыхъ колеблется между 6 и 7,5; въ каталогъ занесены только тѣ звѣзды, собственное движеніе которыхъ можетъ считаться твердо установленнымъ. Въ предѣлахъ этой замѣтки, конечно, невозможно изложить содержаніе этого огромнаго труда\*); но мы, по крайней мѣрѣ, попытаемся дать нѣкоторое представленіе о тѣхъ заключеніяхъ, къ которымъ привело изученіе этого каталога, — въ особенности же о тѣхъ выводахъ, которыя относятся къ перемѣщенію нашей системы и къ законамъ, повидимому, управляющимъ движеніями звѣздъ.

Важныя изслѣдованія по этому же вопросу появлялись уже и раньше, — въ особенности, въ послѣдніе годы, — при чемъ всѣ они, конечно, основывались на изученіи собственныхъ движеній яркихъ звѣздъ; но работы Босса по установленію движенія звѣздъ, безъ сомнѣнія, превосходятъ по своей достовѣрности все, предшествовавшее имъ въ этой области; это объясняется тѣмъ, что при составленіи своего каталога онъ тщательно работалъ надъ исключеніемъ систематическихъ ошибокъ.

Что касается перемѣщенія нашего солнца, то для изслѣдованія этого вопроса Боссъ исключилъ тѣ звѣзды, которыя обладаютъ слишкомъ быстрымъ собственнымъ движеніемъ, какъ представляющія собой исключительное явленіе или же слишкомъ близкія къ нашей системѣ. Съ другой стороны, онъ сохранилъ только по одной звѣздѣ изъ каждой группы звѣздъ, имѣющихъ общее движеніе; послѣ этого отбора осталось 5413 звѣздъ, изъ которыхъ 1864 имѣли величину, не превосходившую шестой.

Боссъ раздѣлилъ все небо на 108 областей, каждая изъ которыхъ, занимая приблизительно 400 квадратныхъ градусовъ, содержала по пятидесяти звѣздъ. Онъ предполагаетъ, что звѣзды движутся по совершенно случайнымъ путямъ, по всевозможнымъ направленіямъ; не считая, однако, этой гипотезы установленнымъ фактомъ, онъ подвергаетъ ее опытной повѣркѣ.

Далѣе, онъ допускаетъ, что собственные движенія звѣздъ, вообще говоря, являются функціями разстояній ихъ отъ нашей системы, и что звѣзды распредѣлены въ пространствѣ въ группы, систематически расположенныя по отношенію къ солнечной системѣ.

Опредѣливъ составляющія по прямому восхожденію и по склоненію для перемѣщеній всѣхъ звѣздъ каждой области, онъ опредѣлялъ среднія изъ всѣхъ этихъ составляющихъ по каждому изъ указанныхъ направленій и относилъ ихъ къ нѣкоторой воображаемой средней звѣздѣ, занимающей центръ соотвѣтственной области.

Первое вычисленіе, основанное на изученіи движеній 5413 звѣздъ, величина которыхъ колебалась около 5,7, дало для апекса слѣдующія координаты:

$$\text{прямое восхожденіе} = 270,5^\circ, \quad \text{склоненіе} = +34,3^\circ,$$

\*) Подробная и въ высшей степени интересная замѣтка на ту же тему была опубликована проф. Кемпбелломъ (Campbell) въ н° 35 журнала „Publ. de la Société astronomique de Pacifique“.



такъ что при найденной скорости движенія солнечной системы средняя звѣзда группы, расположенной въ направленіи пути въ  $90^\circ$  отъ апекса, приобрѣла бы вѣковое перемѣщеніе въ  $3,85''$ .

Второе вычисленіе, основанное на изслѣдованіи движеній 3549 звѣздъ, яркость которыхъ выражается числомъ, большимъ, чѣмъ 6,1, дало для апекса координаты:

прямое восхожденіе =  $269,9^\circ$ , склоненіе =  $+34,6^\circ$ ;

на основаніи этихъ данныхъ вѣковое перемѣщеніе средней звѣзды, удаленной на  $90^\circ$  отъ апекса, выражается числомъ  $3,99''$ .

Наконецъ, вычисленіе, опиравшееся исключительно на разсмотрѣніе тѣхъ 559 звѣздъ, которыя не принимались во вниманіе въ общихъ изслѣдованіяхъ изъ-за ихъ слишкомъ большой скорости, доставили слѣдующія данныя для опредѣленія положенія апекса:

прямое восхожденіе =  $272,0^\circ$ , склоненіе =  $+34,5^\circ$ ;

но на этотъ разъ вѣковое перемѣщеніе средней звѣзды группы выражается уже числомъ  $21,5''$ .

Согласіе этихъ различныхъ результатовъ, поскольку дѣло идетъ о направленіи, въ которомъ находится апексъ, не оставляетъ желать ничего лучшаго и даетъ полную увѣренность въ томъ, что этотъ элементъ опредѣленъ отнынѣ съ точностью, которой долго еще нельзя будетъ превзойти.

Проф. Боссъ предпринялъ опредѣленіе радіальной скорости солнца, положивъ въ основаніе данныя относительно собственныхъ движеній звѣздъ и ихъ параллаксѣвъ, и нашелъ ее равной  $24$  км. въ секунду.

Однако, достигнутый Боссомъ результатъ является еще довольно сомнительнымъ, ибо число извѣстныхъ намъ съ достаточной достовѣрностью параллаксѣвъ весьма ограничено; къ тому же не должно забывать, что усилія ученыхъ были направлены къ опредѣленію параллаксѣвъ свѣтилъ, обладающихъ значительнымъ собственнымъ движеніемъ. Поэтому эти параллаксы, какъ относящіяся къ звѣздамъ, являющимся исключеніемъ, не могутъ дать представленія о всей вообще звѣздной системѣ. Проф. Кемпбеллъ, какъ извѣстно, опредѣлилъ въ 1910 году скорость нашей системы на основаніи наблюденій надъ радіальными скоростями свыше тысячи звѣздъ и нашелъ, что она составляетъ лишь  $18$  км. въ секунду; разногласіе результатовъ, полученныхъ этими учеными, заставляетъ думать, что указанный элементъ опредѣленъ еще съ весьма мало удовлетворительной степенью точности.

Изысканія, произведенныя въ 1904 г. проф. Каптейномъ (Capteyn), привели его къ выводу, что существуютъ два направленія, по которымъ звѣзды перемѣщаются предпочтительно передъ другими направленіями; это заключеніе вполне согласуется съ существованіемъ двухъ звѣздныхъ теченій.

Нѣсколько позже Шварцшильдъ (Schwarzschild) высказалъ другую гипотезу, не уступающую въ остроуміи первой; онъ предполагаетъ, что среднія величины перемѣщеній звѣздъ по различнымъ направленіямъ могутъ быть представлены радіусами-векторами, идущими отъ центра нѣкотораго эллипсоида къ его поверхности, при чемъ большая ось эллипсоида параллельна предпочтительному направленію движенія звѣздъ.

Многіе астрономы изучали собственные движенія звѣздъ, указанныя лучшими каталогами, и пришли къ тому заключенію, что все перемѣщенія звѣздъ происходятъ въ совершенно опредѣленномъ направленіи, вполне удовлетворительно подтверждающемъ теорію Каптейна и Шварцшильда.

Недавно вышелъ въ свѣтъ весьма интересный трудъ проф. Эддингтона (Eddington \*), перваго ассистента при Гриничской обсерваторіи, въ которомъ

\*) „Monthly Notices of the Royal Astronomical Society“, novembre 1910.



онъ разсматриваетъ собственные движенія звѣздъ, вошедшихъ въ каталогъ Босса, исходя изъ гипотезы о двухъ звѣздныхъ теченіяхъ. Онъ раздѣляетъ небо на 34 почти равновеликихъ между собою участка такъ, что каждому участку сѣвернаго полушарія соответствуетъ диаметрально противоположный ей участокъ въ южномъ полушаріи неба. Далѣе, онъ складываетъ собственные движенія каждой звѣзды по направленію общихъ координатъ въ одно равнодѣйствующее движеніе, опредѣляемое угломъ его направленія. Затѣмъ, проектируя направленія собственныхъ перемѣщеній звѣздъ каждого участка на плоскость, касательную къ небесной сферѣ, онъ опредѣлялъ числа звѣздъ, направленія движенія которыхъ не выходили за предѣлы секторовъ въ  $0^\circ - 10^\circ$ ,  $10^\circ - 20^\circ$ , ..., и изображалъ эти числа пропорціональными имъ векторами; при этомъ величина перемѣщеній не принималась во вниманіе.

Графическія изображенія направленій перемѣщенія, полученныя этимъ путемъ для всѣхъ 17 двойныхъ областей, указываютъ не только вліяніе движенія солнечной системы, которое представляется въ видѣ общаго теченія, начинающагося съ апекса, но, кромѣ того, и неправильности, происходящія, повидимому, отъ существованія двухъ предпочтительныхъ направленій перемѣщенія звѣздъ,

Въ общемъ, Эддингтонъ полагаетъ, что явленіе двухъ звѣздныхъ теченій доказано съ очевидностью для данныхъ каталога Босса: около 60% звѣздъ подчиняются, очевидно, одному изъ теченій Каптейна, тогда какъ 40% — другому.

Видимыя направленія движеній и скорости обоихъ теченій указаны Эддингтономъ, но на точность этихъ данныхъ оказало вліяніе перемѣщеніе нашей системы. Исключая же вліяніе движенія солнечной системы, находятъ слѣдующія координаты, указывающія направленіе одного изъ теченій:

$$\text{прямое восхожденіе} = 94^\circ, \quad \text{склоненіе} = +12^\circ.$$

Второе теченіе направлено, конечно, къ прямопротивоположной точкѣ неба.

Эддингтонъ нашелъ, что относительная скорость обоихъ теченій лишь слегка превосходитъ удвоенную скорость движенія солнца относительно разсматриваемой совокупности звѣздъ.

Интересно отмѣтить, что направленія обоихъ теченій, найденныя нашимъ Гриничскимъ коллегой, вполне согласуются съ результатами, къ которымъ уже раньше пришли ученые, рѣшавшіе тотъ же вопросъ на основаніи указаній относительно собственныхъ движеній звѣздъ, содержащихся въ гораздо болѣе древнихъ звѣздныхъ каталогахъ.

## РЕЦЕНЗІИ.

**Н. Платоновъ.** *Практическія занятія по начальной астрономіи (космографіи).* Для учащихся въ средней школѣ. Москва, 1911 г. Ц. 60 к.

Преподаваніе космографіи въ средней школѣ въ большинствѣ случаевъ носитъ отвлеченный, книжный характеръ и поэтому не достигаетъ осязательныхъ результатовъ. Въ высшей степени важно, чтобы учащіеся за нѣсколько лѣтъ до прохожденія систематическаго курса космографіи начали практически знакомиться съ звѣзднымъ небомъ и важнѣйшими перемѣнами, происходящими въ его картинѣ въ различное время. Обладая въ настоящее время ничтожной предварительной подготовкой, т. е. не имѣя конкретныхъ впечатлѣній, вынесенныхъ изъ наблюденій, учащіеся усваиваютъ содержаніе космографіи догматически. Избѣгнуть этого можно, поддерживая вниманіе учащихся



начиная съ младшихъ классовъ, на наиболѣе важныхъ перемѣнахъ въ картинѣ неба. Книга, составленная Н. Платоновымъ, не есть учебникъ космографіи или трактатъ, — она представляетъ опытъ руководства для учащихся и учащихся при организаціи практическихъ занятій по космографіи. Ея основная тема — не систематическое изложеніе предмета, а, скорѣе, собраніе матеріала для послѣдующихъ обобщеній систематическаго курса. Давно чувствовалась настоятельная потребность въ подобнаго рода руководствѣ, и именно для среднихъ школъ. Авторъ, шагъ за шагомъ, вводитъ учащихся въ необходимый кругъ астрономическихъ наблюдений, такъ что въ старшемъ классѣ, при прохожденіи систематическаго курса космографіи, усвоеніе его станетъ для учащихся сознательнымъ.

Книга раздѣлена на пять частей.

Первая часть книги имѣетъ своимъ предметомъ наблюденія невооруженнымъ глазомъ: авторъ предлагаетъ начинать ихъ хотя бы съ третьяго класса (въ гимназіяхъ). Этой части книги авторъ придаетъ особенно важное значеніе. При этомъ цѣлесообразно не сообщать сразу большого количества фактовъ.

Вторая часть заключаетъ элементы астрономической теоріи. Въ этой части книги много вниманія уделено кажущемуся движенію солнца въ разныхъ широтахъ съ точки зрѣнія различныхъ предположеній, сдѣланныхъ относительно движенія земной оси въ мировомъ пространствѣ. Авторъ довольно подробно разсматриваетъ этотъ вопросъ по его связи съ временами года и климатами земли. Далѣе идутъ объясненія, касающіяся движенія луны и планетъ; они помогаютъ учащимся разобраться въ своихъ наблюденіяхъ, отмѣченныхъ ими въ свое время на рисункахъ. Замѣчанія методическаго характера изложены въ концѣ этой части книги (классныя пособія для объясненія планетныхъ движеній; живой планетарій); въ началѣ же этой части книги изложены окончательные выводы, — схемы, подлежащія усвоенію. Авторъ совѣтуетъ поменьше прибѣгать здѣсь къ чертежамъ и побольше къ имитациямъ планетныхъ движеній, такъ какъ это даетъ меньше скуки и большую яркость пониманія. Вторая часть книги предназначена, примѣрно, для 6-го класса гимназій. Обращаетъ на себя вниманіе „Живой планетарій“, при которомъ ученикамъ предлагается самимъ копировать особенности планетныхъ движеній; приводится нѣсколько примѣровъ, характеризующихъ этотъ видъ упражненій. Польза этого приѣма (живого планетарія) состоитъ въ томъ, что онъ даетъ возможность передать кинематическую сторону явленій, тогда какъ всякій рисунокъ даетъ лишь статическую сторону, и еще потому, что при такомъ приѣмѣ отношеніе учащихся къ разсматриваемымъ явленіямъ отличается большей активностью, чѣмъ при пользованіи теллуриемъ.

Третья часть книги — „Простѣйшія астрономическія измѣренія“ — предназначена для 6-го класса гимназій, при чемъ выполнение работъ, предлагаемыхъ въ этой части книги, рекомендуется отнести на каникулярное время, когда больше свѣтлыхъ дней и учащіеся свободны отъ обязательныхъ занятій.

Работы эти слѣдующія:

- 1) Опредѣленіе полуденной линіи.
- 2) Опредѣленіе высоты солнца въ полдень.
- 3) Опредѣленіе времени при помощи солнечнаго треугольника и составленіе диаграммы хода часовъ.
- 4) Проверка хода часовъ по звѣздѣ.
- 5) Опредѣленіе широты мѣста по Полярной.
- 6) Періоды вращенія солнца вокругъ оси.

Четвертая часть книги — „Знакомство съ теодолитомъ и астрономическая вышка“ — предназначена для 7-го класса гимназій. Эта часть книги такъ же, какъ и пятая, не могутъ быть вмѣщены въ предѣлы классной работы и требуютъ наличности спеціального интереса и нѣкотораго досуга у преподавателя и у группы учениковъ старшихъ классовъ; нужна также астрономическая вышка и теодолиты. Ея содержаніе должно быть изучено во внѣклассное время въ теченіе темныхъ или холодныхъ мѣсяцевъ года, неудобныхъ



для работъ на вышкѣ. Въ этотъ же періодъ времени важно приобрести навыкъ въ установленіи теодолита, а также научиться быстро и безошибочно дѣлать на немъ отсчеты.

Пятая часть книги содержитъ примѣрную программу работъ на астрономической вышкѣ, т. е. болѣе точныхъ астрономическихъ измѣреній съ помощью теодолита; такихъ задачъ восемь (они предназначаются, примѣрно, для учениковъ 7-го класса гимназій).

Подборъ задачъ не случайный; въ немъ сохраненъ логическій порядокъ, въ которомъ слѣдуетъ отыскивать астрономические элементы. Онъ удовлетворяетъ требованію минимума; но все же онъ обладаетъ достаточной полнотой, такъ какъ большинство астрономическихъ задачъ рѣшается на основаніи этихъ основныхъ задачъ.

Вотъ эти задачи:

1) Опредѣленіе зенита на вертикальномъ кругѣ. 2) Опредѣленіе меридіана по звѣздѣ. 3) Опредѣленіе широты мѣста по кульминаціямъ Полярной. 4) Установка звѣздныхъ часовъ. 5) Картографированіе созвѣздія. 6) Опредѣленіе положенія солнца между звѣздами. 7) Опредѣленіе долготы мѣста по лунѣ. 8) Установка среднихъ часовъ.

Пятая часть книги, вообще, содержитъ лишь тѣ теоретическія свѣдѣнія, которыя должны быть сообщены работающимъ, чтобы ихъ измѣренія носили характеръ сознательности. Значеніе этой пятой части состоитъ еще и въ томъ, что она помогаетъ ученику на досугъ передумать объясненное преподавателемъ, осмыслить свою работу и найти образчикъ для вычисленій.

Для удобства пользованія книгой, составленной Н. Платоновымъ, она сброшюрована такъ, что можетъ быть раздѣлена на части, каждая изъ которыхъ переплетена отдѣльно; въ виду этого ученикъ, находящійся на опредѣленной стадіи практическихъ занятій и взявшій изъ бібліотеки одну изъ частей книги, не мѣшаетъ пользоваться ею другимъ ученикамъ, находящимся на другихъ стадіяхъ.

При необязательности практическихъ занятій по космографіи въ нихъ, само собою разумѣется, примутъ участіе не всѣ учащіеся.

Въ качествѣ пособій при практическихъ занятіяхъ по космографіи авторъ рекомендуетъ: „*Connaissance des temps*“ на соответствующій годъ, „Астрономическій календарь Нижегородскаго кружка любителей астрономіи“, „Путеводитель по небу“ проф. Покровскаго, „Звѣздный атласъ“ Шурига, „Звѣздный атласъ“ проф. Покровскаго и „Друзьямъ и любителямъ астрономіи“ проф. Глазенапа.

По мнѣнію Н. Платонова, практическія занятія въ объемѣ первыхъ трехъ частей составленной имъ книги могли бы получить широкое распространеніе въ средней школѣ, такъ какъ они не требуютъ ни слишкомъ большой потери времени, ни большихъ средствъ, ни сложной теоретической подготовки. Организациа такого рода работъ и практическихъ занятій на астрономической вышкѣ осуществлена уже, напримѣръ, въ Тверской классической гимназій; насколько мнѣ извѣстно, производятся практическія занятія на астрономическихъ вышкахъ и въ нѣкоторыхъ кадетскихъ корпусахъ, но работы по начальной астрономіи далеко еще не организованы такъ, какъ это рекомендовано въ книгѣ, составленной Н. Платоновымъ.

Заканчивая свой обзоръ пожеланіемъ самаго широкаго распространенія этой замѣчательной книгѣ; появленіе такого руководства — весьма отрадное явленіе въ нашей учебной литературѣ. При преподаваніи космографіи чувствовался недостатокъ именно въ такомъ руководствѣ, и автору слѣдуетъ сказать большое спасибо за его почтенный трудъ. Слѣдуя идеямъ автора, приводимымъ въ составленной имъ книгѣ, дѣло преподаванія космографіи станетъ живымъ и характеръ догматичности преподаванія совершенно исчезнетъ.

В. Шидловскій.



**Т. Семерниковъ.** *Краткое руководство къ практическимъ занятіямъ по химіи* (по программѣ кадетскихъ корпусовъ). Новочеркасскъ, 1910. II + 50 страницъ. Цѣна не обозначена.

Въ предисловіи къ своей брошюрѣ авторъ указываетъ, что имъ преслѣдуется „цѣль возможно болѣе самостоятельности работы, наблюденій и заключеній со стороны обучающагося“. Въ стремленіи къ достиженію этой цѣли авторъ слишкомъ мало, однако, считается съ неподготовленностью учениковъ къ научной работѣ и къ научному мышленію. Его руководство состоитъ въ описаніи добыванія и главѣйшихъ свойствъ (изучаемыхъ путемъ реакцій) 40 химическихъ элементовъ и соединений. Отсутствуютъ не только рисунки, но и описаніе химическихъ приборовъ и посуды, а также указанія, какъ съ ними обращаться. Никакихъ выводовъ и поясненій того, что должно получиться въ результатѣ реакцій тоже нѣтъ, и одно только слово „уравненіе“ указываетъ, что ученикъ долженъ путемъ химическихъ формулъ выразить происходящую реакцію. Можно поэтому сомнѣваться, чтобы учащійся могъ самъ опредѣлить, что „получится изъ данной работы и на что указываетъ полученный фактъ“. Собственно, все содержаніе книжки г. Семерникова имѣется въ руководствахъ по химіи и является только извлеченіемъ, удобнымъ, пожалуй, при практическихъ занятіяхъ учениковъ, если они происходятъ подъ тщательнымъ и непрерывнымъ контролемъ учителя; послѣдній избавленъ только отъ необходимости напоминать ученикамъ реакціи. Сами работы и реакціи подобраны въ книжкѣ довольно удачно и даютъ достаточно полное представленіе объ изучаемомъ тѣлѣ. Въ главѣ объ азотѣ опущены почему-то всѣ общепотребительные способы полученія его изъ воздуха и указаны только болѣе сложные способы добыванія его изъ соединений. Въ брошюрѣ очень много опечатокъ.

М. Л.

## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 462** (5 сер.). Доказать справедливость тождества

$$\frac{r_b + r_c}{a} + \frac{r_c + r_a}{b} + \frac{r_a + r_b}{c} = \frac{\rho}{r},$$

гдѣ  $a, b, c, r, r_a, r_b, r_c, \rho$  суть соответственно стороны, радиусы круговъ вписаннаго и вѣѣвписанныхъ и полупериметръ нѣкотораго треугольника.

Л. Богдановичъ (Ярославль).

**№ 463** (5 сер.). Въ одной плоскости даны прямыя  $OA$  и  $OB$  и точки  $I$  и  $F$ . Построить прямую, проходящую черезъ точку  $I$  и встрѣчающую пря-



мыя  $OA$  и  $OB$  въ точкахъ  $X$  и  $Y$  такъ, чтобы точки  $O$ ,  $F$ ,  $X$  и  $Y$  лежали на одной окружности.

*Р. Витвинскій* (Тирасполь).

№ 464 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$mx^2 = m(p+q)y + pq,$$

$$my^2 = m(p-q)x - (m-1)pq.$$

*Б. Двойринъ* (Одесса).

№ 465 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sin(x+3a) = 3 \sin(a-x).$$

*Г. Варкентинъ* (С.-Петербургъ).

№ 466 (5 сер.). Найти цѣлыя и положительныя значенія  $x$ , при которыхъ число

$$(x-1)^{x+1} - (x+1)^{x-1}$$

дѣлится на 5.

*Н. С.* (Одесса).

№ 467 (5 сер.). Даны три попарно взаимно простыхъ числа  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Найти общій видъ такихъ чиселъ  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , чтобы общіе наибольшіе дѣлители паръ чиселъ  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $C$  и  $A$  равнялись соответственно  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ . Примѣнить найденныя формулы въ томъ случаѣ, когда  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 8$ ,  $\gamma = 7$ , полагая, что каждое изъ искомымъ чиселъ меньше 100.

(Займств.).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 371 (5 сер.). Доказать, что при всякомъ цѣломъ значеніи  $n$  число

$$n(n^2-1)(n^2-5n+26)$$

кратно 120.

(Займств. изъ „*Journal des Mathématiques élémentaires*“).

Представимъ данное выраженіе въ видѣ:

$$\begin{aligned} n(n^2-1)(n^2-5n+26) &= (n-1)n(n+1)[(n^2-5n+6)+20] \\ &= (n-1)n(n+1)[(n-2)(n-3)+20] \\ &= (n-3)(n-2)(n-1)n(n+1)+20(n-1)n(n+1). \end{aligned}$$

Произведеніе  $(n-3)(n-2)(n-1)n(n+1)$  пяти послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ кратно произведенію  $1.2.3.4.5 = 120$ , а произведеніе  $(n-1)n(n+1)$  трехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ кратно произведенію  $1.2.3 = 6$ , а



потому выражение  $20(n-1)n(n+1)$  также дѣлится на 120. Слѣдовательно, данное выражение кратно 120 при всякомъ цѣломъ значеніи  $n$ .

*А. Фрумкинъ* (Одесса); *Г. Пистракъ* (Лодзь); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Н. Howsepheantz* (Владикавказъ); *Р. Витвинскій* (м. Добровеличковка).

**№ 376** (5 сер.). Доказать, что число

$$6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$$

при всякомъ цѣломъ и неотрицательномъ  $n$  дѣлится на 11 безъ остатка.

Представимъ данное выраженіе въ слѣдующемъ видѣ:

$$6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n = (3 \cdot 2)^{2n} + 3^n \cdot 3^2 + 3^n = 3^{2n} \cdot (2^2)^n + 10 \cdot 3^n$$

$$= 3^{2n} \cdot 4^n + 10 \cdot 3^n = 3^n (3^n \cdot 4^n + 10)$$

$$= 3^n [(3 \cdot 4)^n - 1 + 11] = 3^n (12^n - 1) + 11 \cdot 3^n.$$

При  $n = 0$  множитель  $12^n - 1$  обращается въ нуль, а при  $n$  цѣломъ и положительномъ этотъ множитель кратенъ разности  $12 - 1$ , т. е. числа 11; поэтому выраженіе  $3^n (12^n - 1)$  кратно 11 при всякомъ цѣломъ и не отрицательномъ  $n$ . Слѣдовательно, и все разсматриваемое выраженіе кратно 11 при всякомъ цѣломъ и неотрицательномъ  $n$ .

*М. Пистракъ* (Лодзь); *А. Фрумкинъ* (Одесса); *М. Превратухинъ* (Козловъ); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *С. Розенблатъ* (Балта); *Л. Вайнбергъ*, *М. Фихтенгольцъ*, *В. Моргулевъ* (Одесса); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ).

**№ 378** (5 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$\frac{x^2 + y^2}{x + y} = z.$$

Представивъ данное уравненіе въ видѣ:

$$\frac{(x + y)^2 - 2xy}{x + y} = z,$$

или

$$z = x + y - \frac{2xy}{x + y}, \quad (1)$$

назовемъ черезъ  $d$  общаго наибольшаго дѣлителя чиселъ  $x$  и  $y$  и положимъ

$$x = du, \quad y = dv, \quad (2)$$

такъ что  $u$  и  $v$  суть числа взаимно простые. Тогда уравненіе (1) приметъ видъ:

$$z = d(u + v) - \frac{2duv}{u + v}, \quad (3)$$

откуда видно, что произведеніе  $2duv$  дѣлится на сумму  $u + v$ . Но  $u$  и  $v$  суть числа взаимно простые, а потому каждое изъ нихъ есть число взаимно простое съ суммой  $u + v$ ; слѣдовательно,  $2d$  дѣлится на  $u + v$ , т. е.

$$2d = (u + v)t, \quad (4)$$



гдѣ  $t$  — число цѣлое. Итакъ [см. (4)],

$$d = \frac{(u + v)t}{2}. \quad (5)$$

Если  $u$  и  $v$  оба нечетны, то формула (5) даетъ цѣлое значеніе для  $d$  при всякомъ цѣломъ  $t$ ; въ противномъ же случаѣ лишь одно изъ взаимно простыхъ чиселъ четно, и тогда  $t$  должно быть четнымъ для того, чтобы  $d$  было цѣлымъ. Равенства (2) и (3) даютъ намъ [см. (5)]:

$$x = \frac{(u + v)ut}{2}, \quad y = \frac{(u + v)vt}{2}, \\ z = \frac{d[(u + v)^2 - 2uv]}{u + v} = \frac{d(u^2 + v^2)}{u + v} = \frac{(u^2 + v^2)t}{2}.$$

Итакъ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  должны выражаться формулами:

$$x = \frac{(u + v)ut}{2}, \quad y = \frac{(u + v)vt}{2}, \quad z = \frac{(u^2 + v^2)t}{2}. \quad (6)$$

гдѣ  $u$  и  $v$  суть числа взаимно простые и гдѣ  $t$  — произвольное цѣлое число съ тѣмъ единственнымъ ограниченіемъ, что оно должно быть четнымъ, если одно изъ чиселъ  $u$  или  $v$  четно. Такъ какъ, наоборотъ, при сдѣланныхъ оговоркахъ относительно  $u$ ,  $v$  и  $t$  формулы (6) даютъ для  $x$ ,  $y$ ,  $z$  цѣлыя значенія, удовлетворяющія уравненію (1) (что легко проверить подстановкою), то формулы (6) при цѣлыхъ значеніяхъ  $u$ ,  $v$  и  $t$ , удовлетворяющихъ упомянутымъ выше ограниченіямъ, а въ остальномъ произвольныхъ, выражаютъ общій видъ рѣшеній даннаго уравненія въ цѣлыхъ числахъ.

*А. Фрумкинъ* (Одесса); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *Л. Вайнбергъ*; *С. М. Астраханъ*; *Р. Витвинскій* (Одесса).

**№ 381** (5 сер.). Показать, что одно изъ квадратныхъ уравненій

$$x^2 + p_1x + q_1 = 0, \quad x^2 + p_2x + q_2 = 0$$

навѣрное имѣетъ дѣйствительные корни, если коэффициенты ихъ связаны соотношеніемъ

$$p_1p_2 = 2(q_1 + q_2).$$

Преобразуемъ сумму выраженій  $p_1^2 - 4q_1$  и  $p_2^2 - 4q_2$  съ помощью даннаго соотношенія между коэффициентами обоихъ уравненій. Тогда получимъ:

$$(p_1^2 - 4q_1) + (p_2^2 - 4q_2) = p_1^2 + p_2^2 - 4(q_1 + q_2) = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 = (p_1 - p_2)^2,$$

откуда видно, что сумма выраженій  $p_1^2 - 4q_1$  и  $p_2^2 - 4q_2$  не отрицательна, а потому хоть одно изъ нихъ не отрицательно, т. е. одно изъ данныхъ уравненій навѣрное имѣетъ вещественный корень.

*А. Масловъ* (Москва); *Рутковский* (Одесса); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *С. Розенблатъ* (Балта); *М. Превратухинъ* (Козловъ); *М. Пистракъ* (Варшава); *Г. Варкентинъ* (Петербургъ).

**№ 382** (5 сер.). Обозначая черезъ  $n$  и  $a_n$  число сторонъ и сторону правильного многоугольника, вписаннаго въ кругъ даннаго радіуса  $R$ , найти предѣлъ, къ которому стремится выраженіе

$$S_n = \frac{n}{4} (2R + a_n) (2R - a_n) \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$$

при безконечномъ возрастаніи  $n$ .



Запишемъ  $S_n$  въ видѣ:

$$S_n = \frac{n\pi}{4\pi} (4R^2 - a_n^2) \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} = \frac{\pi}{4} (4R^2 - a_n^2) \frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\pi}{n}}.$$

При безконечномъ возрастаніи  $n$  величина  $a_n$  (меньшая  $n$ -й части длины данной окружности) стремится къ нулю, а потому и  $a_n^2$  тѣмъ болѣе стремится къ

нулю. Предѣлъ же каждаго изъ выраженій  $\frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}$  и  $\cos \frac{\pi}{n}$  при безконечномъ

возрастаніи  $n$  есть единица. Слѣдовательно, предѣлъ  $S_n$  при безконечномъ возрастаніи  $n$  равенъ  $\frac{\pi}{4} \cdot 4R^2$ , т. е. площади даннаго круга. Еще проще чисто геометрическое рѣшеніе. Пусть  $AB$  есть сторона правильнаго  $n$ -угольника, вписаннаго въ данный кругъ,  $M$  ея середина,  $O$  — центръ круга. Тогда площадь треугольника  $AOB$  есть  $OM \cdot \frac{AB}{2} = OM \cdot AM = OM \cdot OM \operatorname{tg} AOM = OM^2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} = \left(R^2 - \frac{a_n^2}{4}\right) \operatorname{tg} \frac{\pi}{n} = \frac{1}{4} (2R + a_n) (2R - a_n) \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$ , а площадь всего правильнаго  $n$ -угольника есть  $\frac{n}{4} (2R + a_n) (2R - a_n) \operatorname{tg} \frac{\pi}{n}$ , т. е. какъ разъ данное выраженіе  $S_n$ . Предѣломъ же площади правильнаго вписаннаго многоугольника служить, какъ извѣстно, площадь круга  $\pi R^2$ .

*А. Фрумкинъ* (Одесса); *Г. Пистракъ* (Лодзь); *А. Масловъ* (Москва); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *С. Розенблатъ* (Балта); *С. М.* (Астрахань); *В. Моргулевъ* (Одесса).

## Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

**Д. Мордухай-Болтовской.** *Объ интегрированіи въ конечномъ видѣ линейныхъ дифференціальныхъ уравненій.* Варшава, 1910. Стр. XL+344.

**Его же.** *Объ интегрированіи линейныхъ дифференціальныхъ уравненій второго порядка.* Варшава, 1911. Стр. 48.

**П. Д. Первовъ,** преподаватель Лазаревскаго Института восточныхъ языковъ. *Проложеніе перваго телеграфа черезъ океанъ.* Изложено по книгѣ Фонвіеля. Изданіе 2-е. Москва, 1911. Стр. 92. Ц. 35 к.

**П. Барановъ,** преподаватель Московскаго Учительскаго Института. *Начальная физика.* Курсъ городскихъ четырехклассныхъ училищъ, проведенный преимущественно на простѣйшихъ опытахъ съ упражненіями, рисунками, портретами и таблицею спектровъ. Москва, 1911. Стр. 162. Ц. 85 к.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ.**

Издатель **В. А. Гернетъ.**

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.



ОТКРЫТА ПОДПИСКА НА 1912 ГОДЪ—(Годъ XVII-й)

на ежемѣсячный научно-популярный и педагогическій журналъ

# „Естествознаніе и Географія“.

Выходитъ ежемѣсячно, за исключеніемъ двухъ лѣтнихъ мѣсяцевъ (іюня—іюля), книжками въ 5—6 печатныхъ листовъ.

Журналъ **ОДОБРЕНЪ** Ученымъ Комитетомъ Министерства Народнаго Просвѣщенія; Ученымъ Комитетомъ Министерства Земледѣлія и Государственныхъ Имуществъ; Учебнымъ Комитетомъ Министерства Торговли и Промышленности **РЕКОМЕНДОВАНЪ** въ бібліотеки коммерческихъ учебныхъ заведеній.

Журналъ ставитъ себѣ задачей удовлетворять научному интересу читателей въ области естествознанія и географіи, а также способствовать правильной постановкѣ и разработкѣ вопросовъ по преподаванію естествознанія и географіи. Въ журналѣ имѣются отдѣлы: 1) научно-популярныя статьи по всѣмъ отраслямъ естествознанія и географіи, статьи по вопросамъ преподаванія естествознанія теоретическаго и прикладнаго (садоводство, пчеловодство и т. п.) и географіи; 2) акваріумъ и терраріумъ; 3) библіографія (обзоръ русской и иностранной литературы по естествознанію и географіи); 4) хроника; 5) смѣсь; 6) вопросы и отвѣты по предметамъ программы.

**ПОДПИСНАЯ ЦѢНА:** на годъ съ доставкой и пересылкою—4 руб. 50 коп., на полгода съ пересылкою и доставкой—2 руб. 50 коп.; за границу—7 руб. За ту же цѣну можно получать журналы за 1903—1910 гг.; за остальные годы (1896—1902) по 4 руб. за каждый годъ съ пересылкою. Выписывающіе всю серію за первыя 10 лѣтъ платятъ 35 руб. съ пересылкою. Книжки журнала въ отдѣльной продажѣ стоятъ 75 коп. каждая.

Книжные магазины, доставляющіе подписку, могутъ удерживать за комиссію и пересылку денегъ только 20 коп. съ каждого годового полного экземпляра.

Подписка въ разсрочку отъ книжныхъ магазиновъ не принимается. При непосредственномъ обращеніи въ контору допускается разсрочка: при подпискѣ—2 р. 50 к. и къ 1-му іюня—2 руб.

Другихъ условій разсрочки не допускается.

КОНТОРА РЕДАКЦІИ: Москва, Донская ул., д. Даниловой, кв. № 3.

Редакторъ-издатель М. П. Варавва.

Вышелъ № 12 (декабрь) журнала

# „СОВРЕМЕННЫЙ МІРЪ“

**Содержаніе:** Стихотворенія: В. С. Кожевникова, Ал. Липецкаго, М. Моравской; „Бумажное царство“, (ром.), А. Федорова; „Дома“, (очерки), В. Ладженскаго; „Па-тока“, (разск.), И. Шмелева; „Негноролливое солнце“, (разск.), С. Сергѣева-Ценскаго; „У вратъ мрака“, (повѣсть), Б. Грипенберга; „Письма И. С. Тургенева къ г-жѣ Віардо“, „А. И. Герценъ и крѣпостное право“, Г. Плеханова; „Тяжелое искусство“, (очеркъ), Н. Осиповича; „Распаденіе общины“, А. Лосяцкаго; „Статечное движеніе 1911 года“, І. Ларскаго; „Есть ли люди въ Россіи?“, Н. Іорданскаго; „Родныя картинки“, А. Яблоновскаго; „Уязвленная гордость“, Г. Ц.; „Л. Н. Толстой и крестьянинъ Вондаревъ“, С. Фомина; „Джованни Чена“, В. Фриче; „Въ тупикъ“, О. С. А.; „Германскій кронпринцъ и имперскій канцлеръ. Россія и Персія“, К. Вейдемюллера; „Памяти П. Лафарга и Л. Марксъ“, Г. Алскаго; критика и библіографія; оглавленіе журнала за 1911 годъ; новыя книги; объявленія.

**Открыта подписка на 1912 годъ.**

Условія подписки (съ дост. и перес.): годъ—9 р.; полгода—4 р. 50 к.; на 4 мѣс.—3 р. Заграницу: 12 р. годъ и 6 р. полгода. Безъ доставки въ Сиб.: 8 р. годъ и 4 р. полгода.

Подробные проспекты высылаются по первому требованію бесплатно.

**С.-Петербургъ, Надеждинская, 33.**

Издательница М. К. Іорданская.

Редакторъ Вл. П. Кранихфельдъ.



# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, въ

24 и 32 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященные вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премию. Библиографическій отдѣлъ; обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

**Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.**

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимназ. мужск. и женск., реальн. уч., програм., городск. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Военно-Учебн. Зав. — для военно-уч. заведеній; Учен. - Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

**Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.**

**Важнѣйшія статьи, помѣщенные къ 1911 г.**

**45-ый семестръ.**

*Проф. Ф. Клейнъ.* О преподаваніи геометріи. *Т. Ниттгаммеръ.* Методы и новѣйшіе результаты опредѣленія силы тяжести. *Н. Васильевъ.* Объ устойчивости велосипеда въ движеніи. *В. Даватицъ.* О построеніи кривой  $x^y = y^x$ . *А. Филипповъ.* Умноженіе натуральныхъ чиселъ. *Э. Маундеръ.* „Каналы“ Марса. *Проф. Б. Донатъ.* Волчокъ и его будущее въ техникѣ. *Г. И. Чистяковъ.* Рѣшеніе одного трансцендентнаго уравненія. *Проф. Э. Конг.* Пространство и время съ точки зрѣнія физики. *А. Голлосъ.* Наблюденіе іоновъ въ микроскопѣ и опредѣленіе элементарнаго электрическаго заряда. *К. Гагге.* Построеніе правильнаго семнадцатигульника. *Прив.-доц. В. В. Бобынинъ.* Исторія первоначальнаго развитія счисленія дробей. *С. Гау.* Задачи точной астрономіи. *Проф. Г. Ценнекъ.* Утилизациа атмосфернаго азота при помощи вольтовой дуги. *Г. Левинъ.* Нѣкоторыя соотношенія въ прямоугольномъ треугольникѣ. *Ф. Генкель.* Эволюція звѣздъ и теорія захвата. *А. Виттингъ.* Между дѣломъ и шуткой въ области чиселъ.

**46-ой семестръ.**

*Проф. О. Д. Хвольсонъ.* Современное положеніе вопроса объ эфирѣ. *Прив.-доц. В. Каганъ.* О представленіи цѣлаго числа въ видѣ суммы одинаковыхъ степеней цѣлыхъ чиселъ. *В. Рамзай.* Опредѣленія безконечно малыхъ количествъ вещества. *В. Личманъ.* Постановка преподаванія математики въ мужскихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ Пруссіи. *Проф. Пойнтингъ.* Свѣтовое давленіе. *Проф. Д. М. Синцовъ.* Съѣздъ въ Миланѣ 5—7 сент. 1911 г. *Проф. Ретгерсфордъ.* Единицы радиоактивности. *Прив.-доц. С. О. Шатуновскій.* Объ одномъ рядѣ, служащемъ для вычисленія  $\pi^2$ . *Проф. Д. М. Синцовъ.* Послѣдній трудъ, посвященный Евклиду. *Проф. Беккерель.* Эволюція вещества и міровъ. *П. Пуэнзе.* Мѣсто солнца между звѣздами. *Н. Васильевъ.* Объ осяхъ инерціи въ твердомъ тѣлѣ. *К. Л. Новая* серія книгъ по методикѣ точнаго знанія. *Э. Фишеръ.* Новѣйшіе успѣхи и задачи химіи. *Г. Пуанкаре.* Эволюція законовъ. *Б. Цомакионъ.* Варіанты доказательствъ нѣкоторыхъ теоремъ элементарной геометріи. *Ф. Генкель.* Джорджъ Дарвинъ и его творенія. *К. Крюзе.* Точка пересѣченія высотъ треугольника. *Н. Володаверъ.* Варіанты доказательства теоремы Пифагора. *О. Перронъ.* Объ истинѣ и заблужденіи въ математикѣ. *Проф. Д. Синцовъ.* Первый Всероссийскій Съѣздъ преподавателей математики.

## Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается расценка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

**Журналъ за прошлые годы** по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 к.

**Адресъ для корреспонденцій:** Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.