

№ 532.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

—♦ И ♦—

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

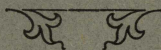
ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLV-го Семестра № 4-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1911.

<http://vofem.ru>

В. І. ОРЛОВСКИЙ,

преподаватель физики 3-й Киевской гимназии.

МЕХАНИЧЕСКИЙ ОТДѢЛЪ КУРСА ФИЗИКИ

для средней школы.

Цѣна 50 коп. съ пересылкой. Торговцамъ уступ. 30%. Продается у автора.
Адресъ: Киевъ 3-я гимназія В. І. ОРЛОВСКОМУ.

„Авторъ рекомендуетъ книгу лицамъ, готовящимся къ конкурснымъ экзаменамъ въ спеціальн. высш. уч. заведенія“.

Вышелъ № 1 новаго НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАГО журнала „ВОЗДУШНЫЙ ПУТЬ“

Журналъ издается при участіи извѣстныхъ дѣятелей по воздухоплаванию и двигателямъ внутреннего сгорания:

Инженеръ В. П. Аршауловъ, ад.-проф. Н. А. Быковъ, инженеръ В. Д. Вареновъ, инженеръ К. У. Курбатовъ, профес. В. В. Кузнецовъ, инженеръ Н. Г. Кузнецовъ, полковн. В. Ф. Найденовъ, профес. А. В. Панкинъ, инженеръ Л. А. Розенцвейгъ, профес. Г. Л. Тираспольскій, инженеръ Н. А. Рынинъ, инженеръ М. Л. Франкъ и др.

„Воздушный путь“, помѣщая рядъ оригинальныхъ и переводныхъ статей по всѣмъ отраслямъ воздухоплавания, даетъ въ нихъ помимо теоретическаго освѣщенія вопросовъ, волнующихъ современное общество, также и массу практическихъ свѣдѣній, необходимыхъ для каждаго интересующагося вопросами воздухоплавания. Въ каждомъ номерѣ помимо текущей журнальной литературы русской и иностранной, отзывомъ о выдающихся новыхъ книгахъ будетъ отведено достаточно мѣста для „Вопросовъ и отвѣтовъ“.

Журналъ выходитъ ежемѣсячно размѣромъ 3—4 печатн. листа. Подписной годъ съ 1 декабря 1910 г.; подписка принимается въ редакціи журнала и магазинахъ гор. С.-Петербурга.

Подписная цѣна съ доставкой:

на 1 г. (12 №№) 4 р. 50 к.

на 1/2 г. (6 №№) 2 р. 40 к.

Отдѣльные №№ можно выписывать изъ редакціи, высылая 45 коп.

Адресъ редакціи:

С.П.Б., Технологическій Институтъ.

Редакторъ

Инжен.-механ. М. Л. Франкъ

Вѣстникъ Опытной Физики

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 532.

Содержаніе: Методы и новѣйшіе результаты опредѣленія силы тяжести. *Т. Нитгаммера.* — Общія формы чиселъ, заключенныхъ между арифметической и гармонической срединами. Отвѣтъ на тему для учащихся № 1. (Окончаніе). *Нюты Г.* — Новая книга по алгебрѣ. *Прив.-доц. С. Виноградова.* — Опыты и приборы: Простой способъ очистки ртути. *Е. Кварнберга.* — Рецензіи: Роберто Бонола, „Неевклидова геометрія“. *Прив.-доц. В. Кагана.* — Задачи №№ 392—397 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ: №№ 262, 267, 268 и 269 (5 сер.). — Объявленія.

Методы и новѣйшіе результаты опредѣленія силы тяжести.

Т. Нитгаммера *).

Если изобразить землю въ видѣ шара съ радіусомъ въ одинъ метръ и представить на немъ въ соотвѣтственно уменьшенной величинѣ подъёмы материковъ и впадины морского дна, то высія вершины горъ будутъ находиться отъ центра шара лишь на 3 мм. дальше, чѣмъ самыя глубокія мѣста морского дна. Наблюденія, производимыя на поверхности земли, при помощи которыхъ мы стараемся познать внутреннюю структуру земной массы, распространяются, слѣдовательно, въ лучшемъ случаѣ на долю радіуса, равную $\frac{3}{1000}$ всей его величины. Дальнѣйшее значительное ограниченіе терпитъ наше знаніе еще благодаря тому, что непосредственно доступная намъ твердая часть земной поверхности есть только $\frac{1}{4}$ всей этой поверхности. О состояніи внутри земли мы заключаемъ поэтому лишь косвенно на основаніи наблюденій, сдѣланныхъ на сравнительно малой части земли.

*) Статья Нитгаммера (Niethammer) была помѣщена въ новомъ популярно-научномъ сборникѣ „Fortschritte der naturwissenschaftlichen Forschung“. Переводъ нѣсколько сокращенъ противъ оригинала.

Если бы распределение массъ внутри земли было въ точности извѣстно, то законъ тяготѣнія Ньютона позволилъ бы вычислить для любой точки силу тяжести, въ ней дѣйствующую. Но если, наоборотъ, дана величина притяженія для каждой точки, лежащей на поверхности земли или еще дальше отъ центра, то изъ этихъ данныхъ нѣтъ возможности заключить о распределеніи массъ внутри земли. Это легко понять, если предположимъ, что земля любымъ образомъ составлена изъ однородныхъ концентрическихъ шаровыхъ оболочекъ, т. е. что плотность есть функція только разстоянія отъ центра. Примѣненіе закона Ньютона къ однородному шаровому слою приводитъ къ извѣстному теоремѣ, что притяженіе, испытываемое въ точкѣ, лежащей внѣ этого слоя, можно вычислить, предполагая всю массу шарового слоя перенесенной въ центръ. Всю массу земли можно распределить по однороднымъ шаровымъ слоямъ безконечнымъ числомъ разныхъ способовъ, и во всѣхъ этихъ разнообразныхъ распределеніяхъ притяженіе въ точкѣ, находящейся на данномъ разстояніи внѣ земли, будетъ одно и то же. Если мы, слѣдовательно, измѣримъ силу тяжести на земной поверхности или внѣ ея на шаровой поверхности, описанной около центра земли, и найдемъ, что на такой поверхности эта сила имѣетъ постоянную величину, то мы не будемъ въ состояніи заключить отсюда о самомъ распределеніи массы внутри земли, но мы, по крайней мѣрѣ, получимъ возможность съ увѣренностью сказать, что масса земного шара построена изъ однородныхъ концентрическихъ шаровыхъ слоевъ.

Однако, насколько такое заключеніе соответствуетъ дѣйствительности, зависитъ отъ точности нашихъ измѣреній. Инструментъ, которымъ преимущественно пользуются для измѣренія силы притяженія земли, это — маятникъ. Періодъ T колебаній математическаго маятника можетъ быть вычисленъ изъ его длины l и изъ постоянной g силы тяжести, и, какъ извѣстно,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Длина l для маятника математическаго, т. е. состоящаго изъ матеріальной точки, подвѣшенной на невѣсомой нити, равна разстоянію между этой матеріальной точкой и точкой подвѣса. Если, наоборотъ, кромѣ l извѣстенъ періодъ T , то можно вычислить силу тяжести g . На практикѣ для измѣреній приходится пользоваться маятникомъ физическимъ, т. е. массой любой формы, приводимой въ колебанія около горизонтальной оси. Но изъ размѣровъ этого маятника и распределенія въ немъ массы можно вычислить длину того математическаго маятника, который обладалъ бы тѣмъ же періодомъ. Если рѣчь идетъ только о томъ, измѣняется ли сила тяжести по своей величинѣ, то намъ даже не надо знать длины соответствующаго математическаго маятника. Изъ приведенной формулы для періода T слѣдуетъ, напри-
мѣръ, для періодовъ T_1 и T_2 одного и того же физическаго маятника, помѣщеннаго послѣдовательно въ двухъ мѣстахъ, для которыхъ мы

желаемъ сравнить величины g_1 и g_2 силы тяжести:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_2}};$$

откуда выводимъ:

$$g_2 : g_1 = T_1^2 : T_2^2.$$

Величина силы тяжести, такимъ образомъ, обратно пропорціональна квадрату періода. Но надо замѣтить, что g_1 и g_2 не суть чистыя величины силы притяженія земной массы. Это лишь равнодѣйствующія изъ силы тяжести и центробѣжнаго ускоренія, происходящаго отъ вращенія земли вокругъ своей оси.

Если изготовить маятникъ, который подъ 45° географической широты на уровнѣ моря будетъ обладать періодомъ ровно въ одну секунду, и затѣмъ опредѣлить его же періодъ на экваторѣ, то получимъ величину 1.0012 секундъ; подъ 80° широты мы нашли бы для того же маятника 0.9990 секундъ. Изъ этихъ чиселъ мы и заключаемъ, что распределеніе массы внутри земли не можетъ значительно отклоняться отъ распределенія по однороднымъ шаровымъ слоямъ, такъ какъ сила тяжести варьируетъ лишь на $\frac{1}{2000}$ ея величины подъ широтой 45° . Часть этой варіаціи, кромѣ того, приходится на измѣненіе въ величинѣ центробѣжнаго ускоренія, которое на экваторѣ сильнѣе, а подъ 80° широты слабѣе, чѣмъ подъ 45° . Одновременно мы, однако, можемъ отмѣтить, что періодъ маятника надо опредѣлять еще много точнѣе для того, чтобы можно было съ увѣренностью опредѣлить мелкія разности въ дѣйствіи притяженія земныхъ массъ. Точность, которая въ настоящее время приблизительно достигается при такихъ относительныхъ измѣреніяхъ силы тяжести, это (для g) тысячная доля $\frac{cm}{sec^2}$. Изъ формулы для періода маятника мы тотчасъ же можемъ опредѣлить, съ какой точностью въ такомъ случаѣ надо измѣрять періодъ колебанія маятника. Изъ пропорціи $g_1 : g_2 = T_1^2 : T_2^2$ слѣдуетъ:

$$\frac{g_2 - g_1}{g_1} = - \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_2^2} = - \frac{(T_2 - T_1) \cdot (T_2 + T_1)}{T_2^2}.$$

Обозначимъ разность двухъ періодовъ $T_2 - T_1$ черезъ dT , а разность въ силахъ тяжести $g_2 - g_1$ черезъ dg . Тогда имѣемъ:

$$\frac{dg}{g_1} = - \frac{T_2 + T_1}{T_2^2} dT.$$

Такъ какъ T_2 и T_1 лишь очень мало отличаются другъ отъ друга, то мы безъ замѣтной ошибки можемъ ихъ сумму замѣнить двойнымъ значеніемъ одной изъ нихъ: вмѣсто $T_2 + T_1$ пишемъ $2T_2$ и тогда получаемъ болѣе простое уравненіе:

$$\frac{dg}{g_1} = - \frac{2}{T_2} dT, \text{ или } dT = - \frac{T_2}{2g_1} dg.$$

Положимъ g_1 равнымъ $981 \frac{cm}{sec^2}$, а T , періодъ маятника, приблизительно равнымъ одной секундѣ; тогда изъ послѣдней формулы вычисляемъ, что измѣненію dg силы тяжести, равному одной тысячной, соответствуетъ измѣненіе въ періодѣ маятника dT , равное $5,2 \cdot 10^{-7}$ секундъ (т. е. около одной двухмилліонной доли секунды). Итакъ, чтобы знать измѣненія въ силѣ тяжести съ требуемой точностью, именно, — въ одну тысячную, намъ надо умѣть опредѣлить періодъ колебанія маятника съ точностью въ одну двухмилліонную долю секунды. Само собой разумѣется, что для достиженія такой точности нельзя просто считать число колебаній маятника по секундному бою часовъ. Пришлось бы выждать приблизительно $\frac{1}{4}$ милліона ненарушенныхъ колебаній и указать время, необходимое для ихъ совершенія, съ точностью въ $\frac{1}{10}$ секунды. Для этого маятникъ долженъ былъ бы качаться непрерывно въ теченіе трехъ сутокъ. Но свободно качающійся маятникъ, единственно пригодный для этого опыта, уже черезъ нѣсколько часовъ, благодаря сопротивленію воздуха и тренію около оси, приходитъ въ состояніе покоя. Даже въ вакуумѣ качаніе врядъ ли можетъ наблюдаться дольше, чѣмъ въ теченіе 10 часовъ. Затрудненія устраняются примѣненіемъ „метода совпаденій“, особенность котораго состоитъ въ слѣдующемъ: періодъ колебанія маятника нарочно дѣлается немного больше (или меньше), чѣмъ одна секунда, примѣрно равнымъ 1,016 секундъ. Если такой маятникъ привести въ колебаніе, то прохожденіе черезъ положеніе равновѣсія, въ общемъ, происходитъ между двумя секундными ударами часовъ. Но такъ какъ періодъ маятника нѣсколько больше секунды, то прохожденіе черезъ положеніе равновѣсія все болѣе запаздываетъ по отношенію къ секундному бою часовъ, и, въ концѣ концовъ, одно такое прохожденіе точно совпадаетъ съ ударомъ секунды. Записываемъ этотъ моментъ и ждемъ, пока произойдетъ слѣдующее такое совпаденіе при томъ же направленіи движенія маятника. Пусть это случится черезъ c секундъ. Въ теченіе этого времени маятникъ, очевидно, совершилъ однимъ колебаніемъ меньше, чѣмъ число секундъ, указанныхъ нашими часами. Число совершенныхъ колебаній, слѣдовательно, равно $c - 1$, откуда выводимъ, что періодъ маятника

$$T = \frac{c}{c - 1}.$$

Между двумя совпаденіями при томъ же направленіи движенія маятника происходитъ и совпаденіе такое, при которомъ маятникъ проходитъ черезъ положеніе равновѣсія въ противоположномъ направленіи. Если, для сокращенія времени опыта, мы отмѣтимъ и это совпаденіе и получимъ, что оно произошло черезъ c' секундъ, то, очевидно, $2c' = c$ и, слѣдовательно,

$$T = \frac{2c'}{2c' - 1}.$$

Предположимъ теперь, что при отсчетѣ времени c' между двумя совпаденіями мы допустили ошибку, скажемъ, въ dc' секундъ, т. е. что мы

опредѣлили это время въ $c' + dc'$ сек. вмѣсто дѣйствительной его величины c' . Тогда изъ этой ошибочной величины мы вычисляемъ и ошибочную величину періода (T' вмѣсто T)

$$T' = \frac{2(c' + dc')}{2(c' + dc') - 1}.$$

Наша ошибка въ опредѣленіи T будетъ:

$$dT = T' - T = -\frac{2dc'}{(2c' - 1) \cdot [2(c' + dc') - 1]},$$

или если мы въ знаменателѣ вмѣсто $c' + dc'$ опять напомнимъ c' , что дастъ лишь очень незначительную неточность, то

$$dT = -\frac{2dc'}{(2c' - 1)^2}.$$

Эта формула намъ говоритъ слѣдующее о преимуществѣ метода совпадений. Для $T = 1,016$ секундъ c' будетъ круглымъ счетомъ 32 секунды; если мы по ошибкѣ опредѣлимъ вмѣсто этого $c' = 31$ сек., т. е. сблѣаемъ ошибку $dc' = 1$ сек., то ошибка въ вычисленномъ періодѣ будетъ равной не $\frac{2}{63}$, а $\frac{2}{63}$ секунды, или, круглымъ счетомъ, $dT = \frac{1}{2000}$. Для того же, чтобы ошибка въ періодѣ T была не больше одной двухмилліонной секунды, надо опредѣлить время между двумя совпаденіями съ точностью въ одну тысячную секунды. Этой точности достигъ не трудно при помощи аппарата, построеннаго Штернекомъ (Sterneck) и позволяющаго опредѣлять отдѣльные моменты совпадений съ точностью $\frac{1}{10} - \frac{2}{10}$ секунды. Предоставляемъ маятнику качаться не только отъ перваго до втораго совпаденія, но выждемъ, примѣрно, сто совпадений и опредѣлимъ затѣмъ разность времени между первымъ и 101-мъ, а также между вторымъ и 102-ымъ и т. д. вплоть до разности между десятымъ и 110-ымъ совпаденіемъ. Беремъ среднее изъ этихъ десяти разностей и дѣлимъ его на 100. Такимъ образомъ получимъ время между двумя послѣдующими совпаденіями съ требуемой точностью въ одну тысячную долю секунды, при чемъ маятнику приходится качаться не дольше часа. На практикѣ обыкновенно довольствуются десятью значеніями 60-кратнаго времени между двумя совпаденіями и предпочитаютъ получить болѣе высокую точность путемъ повторенія того же опыта съ разными маятниками.

Простая формула $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ требуетъ на практикѣ рядъ поправокъ, вызываемыхъ слѣдующими причинами:

1) Амплитуда по простой формулѣ для T не зависитъ отъ размаха колебаній маятника. Болѣе точная формула показываетъ, что въ дѣйствительности T растетъ вмѣстѣ съ увеличеніемъ амплитуды. Это вліяніе амплитуды только въ томъ случаѣ не отражается на седьмомъ десятичномъ знакѣ, если амплитуда остается меньше $4'$. Поэтому прихо-

дится продолжительности колебанія, наблюденныя при амплитудахъ, большихъ 4', сводить путемъ поправки къ тѣмъ періодамъ, которые наблюдались бы при безконечно малой амплитудѣ.

2) Температура. Обыкновенно маятники состоятъ изъ латуни или бронзы, т. е. изъ сплавовъ, значительно расширяющихся при повышеніи температуры. Увеличивается, слѣдовательно, длина, а вмѣстѣ съ тѣмъ и періодъ маятника. Повышеніе температуры на 1°C . увеличиваетъ періодъ такого маятника примѣрно на $\frac{1}{100\,000}$ секунды. Чтобы можно было учесть вліяніе измѣненія температуры съ точностью до седьмого десятичнаго знака, надо знать среднюю температуру маятника съ точностью до $\frac{1}{50}^{\circ}\text{C}$., а также измѣненіе періода, соотвѣтствующее измѣненію температуры на 1°C . (такъ называемую температурную постоянную маятника), съ точностью до $\frac{1}{5}^{\circ}\text{‰}$. Послѣдняя постоянная опредѣляется особыми опытами: опредѣленіемъ періода маятника при низкой и при высокой температурѣ. Въ новѣйшее время удовлетворительные опыты были сдѣланы съ маятниками изъ сплава никкеля и стали, нечувствительнаго къ измѣненіямъ температуры.

3) Барометрическое давленіе. Качающійся маятникъ преодолеваетъ сопротивленіе окружающаго воздуха и, кромѣ того, по принципу Архимеда въ воздухѣ испытываетъ потерю вѣса. Вліяніе, получающееся въ результатъ обѣихъ этихъ причинъ, состоитъ въ увеличеніи періода съ увеличеніемъ атмосфернаго давленія, которое съ достаточной точностью можно принять пропорціональнымъ измѣненію давленія. Подобно температурной постоянной, и барометрическая постоянная маятника опредѣляется особыми опытами, продѣлываемыми при возможно болѣе отличающихся другъ отъ друга давленіяхъ. Постоянная эта представляетъ то измѣненіе періода маятника, которое получилось бы при переходѣ отъ нормальнаго атмосфернаго давленія (760 мм.) къ давленію 0 (въ безвоздушномъ пространствѣ).

4) Колебанія штатива. Колебанія маятника передаются до нѣкоторой степени всему штативу, на которомъ онъ подвѣшенъ, а колебанія штатива, съ своей стороны, вліяютъ на періодъ маятника, и это вліяніе, на которое долгое время не было обращено достаточно вниманія, также требуетъ внесенія особой поправки.

5) Возможность ошибки въ ходѣ часовъ. При методѣ совпаденій число прохожденій маятника черезъ положеніе равновѣсія сравнивается съ числомъ секундъ, показываемыхъ часами. Надо непосредственно, путемъ астрономическихъ опредѣленій времени, или косвенно, путемъ сравненія съ ходомъ точныхъ часовъ астрономической обсерваторіи, опредѣлить отклоненія въ показаніи секундъ для тѣхъ часовъ, которые служили при опытѣ.

Если мы съ маятникомъ, индивидуально изслѣдованнымъ, учитывая всѣ источники возможныхъ ошибокъ, опредѣлимъ силу тяжести въ двухъ мѣстахъ, значительно удаленныхъ одно отъ другого по широтѣ, то мы, какъ извѣстно, получаемъ разности въ ускореніяхъ, которыя уже не могутъ быть объяснены простой гипотезой, что земля состоитъ изъ однородныхъ концентрическихъ шаровыхъ оболочекъ.

Такъ, на примѣръ, путемъ относительнаго опредѣленія ускоренія силы тяжести въ Гаммерфестѣ (на сѣверѣ Норвегіи) и въ Рангунѣ (въ Индо-Китаѣ),—при чемъ обѣ станціи прямо или косвенно отнесены къ Потсдаму, гдѣ имѣло мѣсто точное абсолютное опредѣленіе силы тяжести при помощи оборотнаго маятника, — получены слѣдующія числа:

	Географическая широта:	Долгота:	Ускореніе, отнесенное къ уровню моря:
Гаммерфестъ	70° 40',2	23° 40',3	982,350 <i>cm/sec</i> ² ,
Рангунъ	16° 48',3	96° 10',1	978,501 <i>cm/sec</i> ² .

Отсюда съ увѣренностью можно заключить, что ускореніе силы тяжести увеличивается, если идти отъ экватора къ полюсамъ. Какъ извѣстно, впервые натолкнулся на этотъ фактъ Рише (Richer) во время экспедиціи въ Кайенну, предпринятой въ 1672 году для опредѣленія параллакса планеты Марса, а Ньютонъ тогда же въ этомъ фактѣ усмотрѣлъ подтвержденіе своего мнѣнія, что землю можно считать приплюснутымъ эллипсоидомъ вращенія.

Дальнѣйшее использованіе этихъ данныхъ наблюденія становится возможнымъ лишь при помощи теоремъ изъ теоріи потенциала. Уровень моря, какъ поверхность, повсюду нормальная къ направленію силы тяжести, представляетъ такъ называемую поверхность уровня или равнаго потенциала. Задача математическаго анализа — опредѣлить форму этой поверхности уровня и связь между ея формой и варіаціей тяжести при данной скорости вращенія; если бы распредѣленіе массы внутри земли можно было выразить какой-нибудь формулой, то наша проблема допускала бы строгое математическое рѣшеніе. Но общую связь между формой поверхности равновѣсія и варіаціей силы тяжести отъ экватора къ полюсамъ можно указать, и не зная точнаго распредѣленія земной массы; приходится лишь ввести одно ограничительное условіе. Получается тогда отношеніе, извѣстное подъ названіемъ теоремы Клэро (Clairaut). Если принять поверхность равновѣсія за поверхность вращенія и обозначить черезъ $2a$ діаметръ экваторіальнаго круга и черезъ $2b$ — разстояніе между полюсами, черезъ g_a — ускореніе силы тяжести на экваторѣ и черезъ g_p — на полюсахъ, наконецъ, черезъ $\omega^2 \cdot a$ — центробѣжное ускореніе, происходящее отъ вращенія земли, на экваторѣ (ω = угловая скорость), то теорема Клэро гласитъ:

$$\frac{a-b}{a} + \frac{g_p - g_a}{g_a} = \frac{5}{2} \frac{\omega^2 a}{g_a}.$$

Здѣсь $\frac{a-b}{a}$ есть сжатіе земли, которую можно, слѣдовательно, вычислить, если извѣстны остальные величины этого уравненія. А разъ извѣстно сжатіе, то извѣстна и форма поверхности уровня.

То ограничительное условіе или предположеніе, которое требуется для вывода теоремы Кларо, состоитъ въ слѣдующемъ: предполагается, что земная масса распредѣлена такимъ образомъ, что сила тяжести на наружной поверхности можетъ быть вычислена, — по крайней мѣрѣ, приблизительно — такъ, какъ будто бы земля была построена изъ концентрическихъ однородныхъ шаровыхъ оболочекъ.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Общія формы чиселъ, заключенныхъ между арифметической и гармонической срединами.

Отвѣтъ на тему для учащихся № 1.

Нюты Г.

(Окончаніе *).

Вторая часть темы.

Пусть

$$f(x) = x^m + B_{m-1}x^{m-1} + \dots + B_hx^h + \dots + B_1x + B_0 = \quad (16)$$

$$= \left(x + \frac{q_1}{p_1}\right) \left(x + \frac{q_2}{p_2}\right) \dots \left(x + \frac{q_m}{p_m}\right),$$

$$x^{m-1} + B_{m-2}^{(r)}x^{m-2} + \dots + B_h^{(r)}x^h + \dots + B_1^{(r)}x + B_0^{(r)} = \quad (17)$$

$$= \left(x + \frac{q_1}{p_1}\right) \dots \left(x + \frac{q_{r-1}}{p_{r-1}}\right) \left(x + \frac{q_{r+1}}{p_{r+1}}\right) \dots \left(x + \frac{q_m}{p_m}\right) \quad [\text{при } r=1, 2, \dots, m].$$

Тогда

$$f'(x) = mx^{m-1} + (m-1)B_{m-1}x^{m-2} + \dots + (h+1)B_{h+1}x^h + \dots + B_1. \quad (18)$$

Полагая въ равенствѣ (17) послѣдовательно $r=1, 2, \dots, m$ и складывая получаемыя равенства, получимъ, какъ легко видѣть, въ правой части производную $f'(x)$ отъ многочлена $f(x)$ [см. (16)], а въ лѣвой части многочленъ степени $m-1$, коэффициентомъ при x_h ($h=0, \dots, m-2$) у котораго будетъ выраженіе:

$$B_h^{(1)} + B_h^{(2)} + \dots + B_h^{(r)} + \dots + B_h^{(m)},$$

такъ что [см. (18)]

$$B_h^{(1)} + B_h^{(2)} + \dots + B_h^{(r)} + \dots + B_h^{(m)} = (h+1)B_{h+1}.$$

*) См. № 531 „Вѣстника“.

А потому изъ неравенства (2) получаемъ (если не всё числа $\frac{q_r}{p_r}$ равны между собой, то и не всё числа $B_h^{(r)}$ равны, при $h \leq m-2$):

$$\frac{1}{B_h^{(1)}} + \frac{1}{B_h^{(2)}} + \dots + \frac{1}{B_h^{(m)}} > \frac{m^2}{(h+1) B_{h+1}}. \quad (19)$$

Умноживъ равенство (17) на $x + \frac{q_r}{p_r}$, получимъ въ правой части многочленъ $f(x)$ [см. (16)], а въ лѣвой части получимъ многочленъ степени m , коэффициентомъ при x^h ($h=1, 2, \dots, m-2$) у котораго будетъ выраженіе:

$$B_{h-1}^{(r)} + \frac{q_r}{p_r} B_h^{(r)}.$$

А потому [см. (16)]

$$B_{h-1}^{(r)} + \frac{q_r}{p_r} B_h^{(r)} = B_h,$$

т. е.

$$\frac{q_r}{p_r} = \frac{B_h}{B_h^{(r)}} - \frac{B_{h-1}^{(r)}}{B_h^{(r)}} \quad (h=1, 2, \dots, m-2; r=1, 2, \dots, m). \quad (20)$$

Полагая въ равенствѣ (20) послѣдовательно $r=1, 2, \dots, m$ и складывая полученные равенства, находимъ:

$$\begin{aligned} & \frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m} = \\ & = B_h \left[\frac{1}{B_h^{(1)}} + \frac{1}{B_h^{(2)}} + \dots + \frac{1}{B_h^{(m)}} \right] - \left[\frac{B_{h-1}^{(1)}}{B_h^{(1)}} + \frac{B_{h-1}^{(2)}}{B_h^{(2)}} + \dots + \frac{B_{h-1}^{(m)}}{B_h^{(m)}} \right]. \end{aligned}$$

А потому [см. (19)] при $h=1, 2, \dots, m-2$:

$$\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m} > \frac{m^2}{h+1} \cdot \frac{B_h}{B_{h+1}} - \left[\frac{B_{h-1}^{(1)}}{B_h^{(1)}} + \frac{B_{h-1}^{(2)}}{B_h^{(2)}} + \dots + \frac{B_{h-1}^{(m)}}{B_h^{(m)}} \right] \quad (21)$$

Неравенство (21) показываетъ, что, если при $h=1, 2, \dots, m-2$ существуетъ неравенство

$$\frac{\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_{r-1}}{p_{r-1}} + \frac{q_{r+1}}{p_{r+1}} + \dots + \frac{q_m}{p_m}}{m-1} > \frac{m-h}{h} \cdot \frac{B_{h-1}^{(r)}}{B_h^{(r)}}, \quad (22)$$

гдѣ $r = 1, 2, \dots, m$, то при тѣхъ же значеніяхъ h существуетъ и неравенство

$$\frac{\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m}}{m} > \frac{m-h}{h+1} \cdot \frac{B_h}{B_{h+1}}. \quad (23)$$

Дѣйствительно, полагая въ неравенствѣ (22) послѣдовательно $r = 1, 2, \dots, m$ и складывая получаемыя неравенства, легко найдемъ,

$$\frac{h}{m-h} \left(\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m} \right) > \frac{B_{h-1}^{(1)}}{B_{(h)}^{(1)}} + \frac{B_{h-1}^{(2)}}{B_h^{(2)}} + \dots + \frac{B_{h-1}^{(m)}}{B_h^{(m)}}. \quad (24)$$

Складывая неравенства (21) и (24), получимъ:

$$\frac{m}{m-h} \left(\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m} \right) > \frac{m^2}{h+1} \cdot \frac{B_h}{B_{h+1}},$$

откуда заключимъ о справедливости неравенства (23) при $h = 1, 2, \dots, m-2$. Допустимъ теперь, если $m > 2$, справедливость неравенства (23) для $m-1$ величинъ при $h = 0, 1, 2, \dots, (m-1)-2$; тогда неравенство (22) (при $r = 1, 2, \dots, m$) будетъ справедливо при $h = 1, 2, \dots, m-2$, такъ что, въ силу сказаннаго выше, и неравенство (23) будетъ справедливо для m величинъ при $h = 1, 2, \dots, m-2$; въ справедливости же его при $h = 0$ убѣждаемся, исходя непосредственно изъ неравенства (2). Такъ какъ при $m = 2$ и $h = 0$ неравенство (23) справедливо, то индуктивнымъ путемъ послѣдовательно заключаемъ, что оно справедливо при $m = 3$ и $h = 0, 1$, при $m = 4$ и $h = 0, 1, 2$, вообще при любомъ $m \geq 2$ и $h = 0, 1, \dots, m-2$.

Замѣтивъ, что $A_h = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_m \cdot B_h$, $A_{h+1} = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_m \cdot B_{h+1}$, на основаніи неравенства (23), заключаемъ, что при $h = 0, 1, \dots, m-2$

$$\frac{\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m}}{m} > \frac{m-h}{h+1} \cdot \frac{A_h}{A_{h+1}}. \quad (25)$$

Подобнымъ же образомъ, рассматривая функцію

$$\begin{aligned} x^m + C_{m-1}x^{m-1} + \dots + C_h x^h + \dots + C_1 x + C_0 = \\ = \left(x + \frac{p_1}{q_1} \right) \left(x + \frac{p_2}{q_2} \right) \dots \left(x + \frac{p_m}{q_m} \right), \end{aligned}$$

найдемъ, что при $h = 1, 2, \dots, m-1$

$$\frac{\frac{p_1}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} + \dots + \frac{p_m}{q_m}}{m} > \frac{h+1}{m-h} \cdot \frac{C_{m-h-1}}{C_{m-h}}.$$

Замѣтивъ, что вообще $A_h = q_1 \cdot q_2 \dots q_m \cdot C_{m-h}$, запишемъ это неравенство въ видѣ

$$\frac{\frac{p_1}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} + \dots + \frac{p_m}{q_m}}{m} > \frac{h+1}{m-h} \cdot \frac{A_{h+1}}{A_h} \quad (h=1, 2, \dots, m-1). \quad (26)$$

Итакъ [см. (25) и (26)], при $h=1, 2, \dots, m-2$

$$\frac{\frac{q_1}{p_1} + \frac{q_2}{p_2} + \dots + \frac{q_m}{p_m}}{m} > \frac{m-h}{h+1} \cdot \frac{A_h}{A_{h+1}} > \frac{m}{\frac{p_1}{q_1} + \frac{p_2}{q_2} + \dots + \frac{p_m}{q_m}}; \quad (27)$$

при $h=0$ среднее выраженіе совпадаетъ съ правымъ, а при $h=m-1$ — съ лѣвымъ.

Третья часть темы.

Если въ неравенствѣ (27) послѣдовательно положить $h=0, 1, 2, \dots, m-1$, то получимъ m формъ чиселъ

$$x_1 = \frac{m}{1} \cdot \frac{A_0}{A_1}, \quad x_2 = \frac{m-1}{2} \cdot \frac{A_1}{A_2}, \quad \dots, \quad x_m = \frac{m-h+1}{h} \cdot \frac{A_{h-1}}{A_h}, \quad \dots, \quad x_m = \frac{1}{m} \cdot \frac{A_{m-1}}{A_m},$$

удовлетворяющихъ неравенству (1), съ той, впрочемъ, оговоркой, что x_1 равняется лѣвому выраженію, а x_m — правому. Пусть будутъ

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_m \quad (28)$$

какія угодно положительные числа. Тогда, на основаніи неравенства (27), мы получимъ безконечное число формъ вида:

$$\frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_m x_m}{a_1 + a_2 + \dots + a_m},$$

каждая изъ которыхъ удовлетворяетъ неравенству (1). Такъ какъ число комбинацій (28) безконечно, то, значитъ, и число формъ можно получить безконечное множество. Но можно ихъ получить еще новое безконечное число по формамъ вида:

$$\frac{1}{(x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \dots x_m^{a_m})^{a_1+a_2+\dots+a_m}}$$

Если

$$y_1, \quad y_2, \quad \dots, \quad y_r; \quad \beta_1, \quad \beta_2, \quad \dots, \quad \beta_r$$

будутъ: первые — формы, полученные по какой-нибудь изъ предыдущихъ формъ, а вторые — произвольныя положительныя числа, то мы снова получимъ безконечное число формъ видовъ:

$$(1) \frac{y_1 \cdot \beta_1 + y_2 \cdot \beta_2 + \dots + y_r \cdot \beta_r}{\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_r}, \quad (y_1^{\beta_1} \cdot y_2^{\beta_2} \dots y_r^{\beta_r})^{\frac{1}{\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_r}}.$$

удовлетворяющихъ неравенству (1). Поступая подобнымъ же образомъ съ новыми формами, мы получимъ новыя формы и т. д. Итакъ, мы доказали, что число формъ, удовлетворяющихъ неравенству (1), безконечно, и показали, какъ находить эти формы. Интересно было бы только знать, всѣ ли формы можно получить такимъ путемъ?

Новая книга по алгебрѣ.

S. Barnard and I. M. Child. A new Algebra.

Parts I—IV. 1909. London (Macmillan and Co.).

Новый учебникъ алгебры, принадлежащій двумъ англійскимъ педагогамъ-математикамъ Барнард и Чайльду, заслуживаетъ вниманія по своему плану, который явился результатомъ стремленія составить такой учебникъ, который «содержалъ бы логическое развитіе предмета согласно съ современными взглядами (preface, V) и въ то же время былъ бы практически полезенъ для школы». Въ совмѣстномъ выполненіи этихъ двухъ условій заключалось, по словамъ авторовъ, главное затрудненіе при составленіи учебника. Авторы полагаютъ, что послѣ многихъ группировокъ и перегруппировокъ матеріала они достигли желаемой цѣли (preface, V).

Изъ основныхъ математическихъ понятій (число, уравненіе, функція), съ которыми имѣетъ дѣло элементарный курсъ алгебры, понятіе о числѣ выдвинуто въ рассматриваемомъ учебникѣ, какъ центральное. Развитію этого понятія посвящены отдѣльныя части учебника.

Первая часть (главы I—X) носитъ заглавіе: «Натуральныя числа». Первый § ея опредѣляетъ ея содержаніе, и я приведу полный переводъ его:

«Ариѳметика и алгебра суть части науки о числахъ. Знаки основныхъ дѣйствій ариѳметики суть:

+ читается плюсъ и называется знакомъ сложенія, — читается минусъ и называется знакомъ вычитанія; \times и $:$ называются соотвѣственно знаками умноженія и дѣленія.

Въ алгебрѣ эти знаки получаютъ болѣе широкій смыслъ, и въ послѣдующемъ мы придемъ къ новымъ классамъ чиселъ, не рассматриваемымъ въ ариѳметикѣ; поэтому мы начнемъ съ рассмотрѣнія точной природы основныхъ дѣйствій».

Далѣ идетъ рѣчь о счетѣ, какъ источникѣ полученія ряда натуральныхъ чиселъ, его законахъ, представляющихъ основаніе всей науки о числѣ, четырехъ дѣйствій надъ натуральными числами и законахъ этихъ дѣйствій. Въ § 4 авторы вводятъ для обозначенія натуральныхъ чиселъ буквы, и это даетъ имъ возможность при разсмотрѣніи законовъ дѣйствій установить правила дѣйствій надъ цѣлыми одночленами и многочленами (за исключеніемъ «длиннаго дѣленія»), указать нѣкоторые приемы разложенія многочленовъ на множители (вынесеніе за скобку, группировка членовъ, формулы квадрата суммы и разности, разности квадратовъ, суммы и разности кубовъ, квадратный трехчленъ) и вывести правила дѣйствій надъ алгебраическими дробями. При этомъ вездѣ, конечно, подразумѣваются ограниченія, вытекающія изъ того, что всѣ разсмотрѣнія ведутся въ области натуральныхъ чиселъ. Въ этой же части дается понятіе о возрастающей арифметической прогрессіи и вычисленіи n -аго члена ея и о корнѣ n -ой степени изъ даннаго числа, при чемъ даются теоремы объ умноженіи корней съ одинаковымъ показателемъ и объ извлеченіи корня изъ корня.

Кромѣ указанныхъ выше вопросовъ, относящихся къ понятію о числѣ, въ первой же части начинается знакомство и съ двумя другими основными понятіями: уравненіемъ и функціей. Въ § 7 дается опредѣленіе тождества и уравненія, а затѣмъ главы III и VII посвящены уравненіямъ и задачамъ 1-ой степени.

Въ главѣ III, послѣ указанія на однозначность четырехъ дѣйствій, приводятся теоремы о равенствахъ и неравенствахъ, составляющіе вмѣстѣ съ законами дѣйствій основаніе всѣхъ алгебраическихъ процессовъ, а затѣмъ авторы переходятъ къ рѣшенію уравненія 1-ой степени съ однимъ неизвѣстнымъ. Способъ рѣшенія выясняется на примѣрѣ: $2x + 3 = 17$. Рѣшеніе этого уравненія равносильно вопросу: «если $2x + 3$ стоитъ вмѣсто 17, то вмѣсто какого числа стоитъ x ?» Допуская существованіе отвѣта, мы находимъ черезъ вычитаніе по 3 изъ $2x + 3$ и 17, что $2x$ стоитъ вмѣсто 14, а черезъ дѣленіе $2x$ и 14 на 2, что x стоитъ вмѣсто 7. Слѣдовательно, если отвѣтъ на вопросъ есть, то онъ выражается числомъ 7. Чтобы убѣдиться, что число 7 дѣйствительно представляетъ отвѣтъ на поставленный вопросъ, нужно пройти всѣ ступени сдѣланнаго вычисленія въ обратномъ порядкѣ, т. е. показать обратимость вычисленій. Послѣ разбора этого примѣра дается понятіе о равносильныхъ уравненіяхъ и приводятся теоремы о преобразованіи уравненія въ равносильное ему, при чемъ въ теоремѣ объ умноженіи и дѣленіи обѣихъ частей уравненія разсматривается только случай постояннаго множителя и дѣлителя, а общій случай разсматривается позднѣе.

Глава VII содержитъ примѣры рѣшенія болѣе сложныхъ уравненій съ однимъ неизвѣстнымъ, затѣмъ изложеніе методовъ рѣшеній системъ уравненій первой степени и понятія о несовмѣстныхъ и зависимыхъ уравненіяхъ.

Послѣдняя глава первой части посвящена графическому изображенію чиселъ. Въ ней прежде всего выясняется понятіе о числѣ, какъ результатѣ измѣренія величинъ, затѣмъ разсматривается сложеніе, вычитаніе и измѣреніе прямыхъ отрѣзковъ и, наконецъ, указывается графическое изображеніе натурального числа и пары натуральныхъ чиселъ. Для того, чтобы можно было воспользоваться методомъ координатъ для упражненій, требуется

знаніе нѣкоторыхъ фактовъ изъ геометріи. Эти факты выдѣлены въ отдѣльный §, который подъ названіемъ «Различные факты изъ геометріи» содержитъ теоремы объ измѣреніи площади параллелограмма, треугольника, трапеціи и теорему Пифагора. Разобранные въ слѣдующемъ § примѣры содержатъ вычисленіе разстояній между двумя точками и вычисленіе площадей треугольника и четырехугольника, данныхъ координатами вершинъ. Послѣ эгихъ предварительныхъ упражненій дѣлается переходъ къ построенію точекъ, координаты которыхъ связаны линейнымъ уравненіемъ. Путемъ опыта (посредствомъ линейки) вырабатывается увѣренность, что полученные точки лежатъ на прямой, которая получаетъ названіе графика данного уравненія, а данное уравненіе — уравненія прямой линіи.

Полученные результаты прилагаются затѣмъ къ рѣшенію графическимъ способомъ системы двухъ линейныхъ уравненій съ двумя неизвѣстными.

Въ послѣднихъ §§ этой главы дается понятіе о функціи, вообще, и линейной функціи, въ частности, и о графикахъ функцій.

Вторая часть (главы XI — XVI) книги носитъ названіе: «Ноль и отрицательныя числа». Въ главѣ XI указывается прежде всего потребность изобрѣсти новыя числа съ цѣлью устранить ограниченія, имѣющія мѣсто при вычитаніи натуральныхъ чиселъ, а затѣмъ эти числа изобрѣтаются, для чего шкала натуральныхъ чиселъ расширяется посредствомъ введенія нуля и отрицательныхъ чиселъ.

Относительное положеніе чиселъ на этой расширенной шкалѣ позволяетъ установить понятія: «больше» и «меньше». Та же шкала даетъ возможность распространить данныя раньше опредѣленія сложенія и вычитанія на случай прибавленія положительнаго числа къ какому-нибудь числу (положительному, нулю или отрицательному) или вычитанія положительнаго числа изъ какого-нибудь числа, а также расширить смыслъ законовъ перемѣстительнаго и сочетательнаго при сложеніи и вычитаніи положительныхъ чиселъ. Въ послѣднемъ § этой главы указывается на пользование нулемъ и отрицательными числами при измѣреніи.

Главы XII и XIV посвящены дѣйствіямъ съ отрицательными числами. Правила дѣйствій надъ отрицательными числами выводятся изъ допущенія принципа постоянства (перманентности) формулъ. Такъ, при сложеніи положительныхъ чиселъ имѣетъ мѣсто тождество: $a + b = b + a$. Допуская, что это тождество справедливо и въ тѣхъ случаяхъ, когда подъ a и b разумѣются отрицательныя числа и полагая $a = 2$ и $b = -3$, находимъ: $2 + (-3) = -3 + 2 = 2 - 3$ (законъ перемѣстительный). Отсюда заключаемъ, что прибавить -3 къ какому-нибудь числу значитъ вычесть изъ него 3.

Подобнымъ же образомъ при умноженіи правило знаковъ можно получить, допуская справедливость тождества

$$(a - b)(x - y) = ax - ay - bx + by$$

безъ прежнихъ ограниченій, что a, b, x, y суть натуральныя числа, удовлетворяющія условіямъ: $a > b$ и $x > y$.

Главы XIII, XV и XVI расширяютъ свѣдѣнія, данныя въ первой части относительно графическаго изображенія чиселъ и линейной функціи, разложенія

многочленовъ на множители, умноженія и дѣленія многочленовъ (long multiplication, long division, the division transformation).

Отдѣльные §§ посвящены выясненію роли новыхъ чиселъ при измѣреніи при рѣшеніи задачъ.

Третья часть новаго учебника (главы XVII — XXV) озаглавлена «Рациональные числа». Въ ней понятіе о числѣ расширяется введеніемъ дробныхъ чиселъ, какъ такихъ, которыя устраняютъ невозможность въ нѣкоторыхъ случаяхъ выполнить дѣленіе. Планъ, по которому развивается теорія дробей, остается тотъ же, который былъ принятъ при введеніи и изученіи отрицательныхъ чиселъ. Глава XXII пополняетъ свѣдѣнія объ уравненіяхъ первой степени разсмотрѣніемъ безконечныхъ рѣшеній и уравненій, содержащихъ неизвѣстныя въ знаменателяхъ дробей. Въ XXIII главѣ расширяется матеріалъ, относящійся къ графическому изображенію линейной функции, а именно вводится понятіе объ угловомъ коэффициентѣ (gradient or slope), которымъ измѣряется скорость измѣненія функции; составляются уравненія прямыхъ, проходящихъ черезъ одну или двѣ данныхъ точки; приводится примѣръ приближеннаго рѣшенія графическимъ путемъ системы двухъ линейныхъ уравненій съ двумя неизвѣстными.

Главы XXIV и XXV посвящены квадратнымъ уравненіямъ съ однимъ неизвѣстнымъ и задачамъ, которыя приводятъ къ этимъ уравненіямъ.

XXIV глава представляется мнѣ заслуживающей вниманія по методической разработкѣ вопроса, который въ ней трактуется. Поэтому я приведу заглавія ея отдѣльныхъ §§.

§ 171. Произведенія, равныя нулю (zero Products). § 172. О рѣшеніи уравненій. (Этотъ § содержитъ примѣры на приложеніе теоремы § 171). § 173. Равносильныя уравненія. Въ этомъ § содержится опредѣленіе равносильныхъ уравненій и теорема о полученіи изъ даннаго уравненія равносильнаго ему путемъ обратимыхъ процессовъ. § 174. Примѣры необратимыхъ процессовъ. § 175. Выводы изъ предыдущихъ §§, касающіеся приобрѣтенія постороннихъ рѣшеній и потери первоначальныхъ при извѣстныхъ преобразованіяхъ уравненій. § 176. Составленіе уравненія по даннымъ корнямъ. § 177. Квадратныя уравненія. Въ этомъ § дается общій видъ квадратнаго уравненія и рѣшеніе его разложеніемъ (въ частныхъ случаяхъ) первой части его на множители. § 178. Разложеніе на множителей трехчлена $ax^2 + bx + c$ приведеніемъ его къ разности квадратовъ. § 179. Примѣры къ § 178. § 180. Уравненія съ дробями. § 181. Различные примѣры на квадратныя уравненія.

Какъ видно изъ приведеннаго содержанія этой главы, главная цѣль ея заключается въ томъ, чтобы установить связь двухъ задачъ: разложенія квадратнаго трехчлена на множители и рѣшенія квадратнаго уравненія. Всѣ задачи подобраны, конечно, такъ, чтобы не встрѣчалось ни иррациональных ни мнимыхъ корней. Объ общей формулѣ нѣтъ рѣчи.

Четвертая часть учебника не носитъ особаго заглавія. Она содержитъ 9 главъ (XXVI — XXXIV), изъ которыхъ особое вниманіе обращаютъ на себя XXVIII и XXIX главы, занимающіяся приближенными вычисленіями и введеніемъ иррациональных чиселъ. Первая изъ нихъ (§§ 193 — 196) содержитъ понятія объ абсолютной и относительной ошибкахъ при измѣреніи, о десятич-

ныхъ приближенійхъ, о числахъ «большихъ» и «малыхъ» и ихъ порядкахъ и основныя теоремы о предѣлахъ, въ которыхъ заключаются результаты 4-хъ дѣйствій надъ двумя числами, данными приближенно. Въ главѣ XXIX (§§ 197—203) дается понятіе объ ирраціональномъ числѣ. Приведу подробно содержаніе этой главы. Въ § 197 приводится теорема о цѣломъ числѣ, не представляющемъ точнаго квадрата. § 198 озаглавленъ: «Приближенные корни». Въ немъ на примѣрѣ выясняется возможность найти такіа два раціональных числа a и a' , что $a^n < A < a'^n$, гдѣ A есть данное раціональное число; а затѣмъ этимъ числамъ a и a' дается названіе приближенныхъ корней n -ой степени изъ числа A съ съ погрѣшностями, меньшими $a' - a$. Если при вычисленіи приближенныхъ значеній корня пользоваться десятичными дробями, то получается нѣкоторая безконечная дробь, которую авторы называютъ дробью, соответствующею корню n -ой степени изъ A . Въ § 199 высказывается недостаточность раціональныхъ чиселъ для нѣкоторыхъ цѣлей; на примѣръ, для извлеченія квадратнаго корня изъ числа 7, для вычисленія длины окружности даннаго діаметра. Отсюда вытекаетъ необходимость изобрѣсти новый классъ чиселъ, которымъ присваивается названіе ирраціональныхъ.

Авторы полагаютъ, что въ данномъ мѣстѣ для учащагося нужно: 1) познакомиться съ общей идеей о характерѣ ирраціональныхъ чиселъ и ихъ отношеніи къ измѣренію и 2) понять, что для цѣлей практическихъ ирраціональное число всегда можно замѣнить раціональнымъ. Въ § 200 дается опредѣленіе ирраціональнаго числа указаніемъ его мѣста среди раціональныхъ чиселъ, т. е. приводится въ короткихъ словахъ теорія сѣченій Дедекинда, и вмѣстѣ съ тѣмъ появляется символъ для обозначенія его (примѣръ: \sqrt{r}). Въ § 201 содержится геометрическая иллюстрація дѣленія раціональныхъ чиселъ на два класса.

§ 202 объединяетъ раціональныя и ирраціональныя числа въ одну систему вещественныхъ чиселъ и содержитъ указаніе, что правила равенствъ и неравенствъ и опредѣленія дѣйствій, данныя раньше для раціональныхъ чиселъ, можно распространить и на ирраціональныя числа, при чемъ сохраняются основныя законы дѣйствій. § 203 даетъ примѣры на вычисленія съ приближенными значеніями ирраціональныхъ чиселъ.

Въ предисловіи авторы сами обращаютъ вниманіе на главу о приближенныхъ вычисленіяхъ, какъ на необходимое введеніе при выясненіи понятія объ ирраціональномъ числѣ, и указываютъ, что такая глава появляется въ первый въ англійскихъ учебникахъ алгебры. Нельзя не раздѣлять взгляда авторовъ на объемъ свѣдѣній объ ирраціональныхъ числахъ въ элементарномъ курсѣ, нельзя оспаривать существенную пользу ознакомленія учащихся съ приближенными вычисленіями при выясненіи понятія объ ирраціональномъ числѣ, но нельзя также не отмѣтить и вкрашивуюся въ ихъ изложеніе логическую неловкость: въ § 198 они даютъ опредѣленіе приближеннаго значенія корня n -ой степени изъ даннаго числа, а въ § 200 — опредѣленіе самого корня.

Остальныя главы этой части содержатъ статью о дѣйствіяхъ надъ радикалами, о рѣшеніи квадратныхъ уравненій (системы квадратныхъ уравненій съ 2 неизвѣстными, уравненія, приводимыя къ квадратнымъ, общая формула рѣшенія квадратнаго уравненія, изслѣдованіе корней квадратнаго уравненія,

ирраціональних уравнень), ученіє обь отношеніяхъ и пропорціяхъ, прямо и обратно пропорціональнихъ величинахъ и прогрессіяхъ ариѳметической, геометрической и гармонической. Послѣдняя глава посвящена изученію измѣненій простѣйшихъ функцій, построенію ихъ графиковъ, рѣшенію нѣкоторыхъ вопросовъ на maxima и minima, приближенному рѣшенію уравненій (1 примѣръ въ § 257) и методу Ньютона для приближенного вычисленія корня уравненія (§ 264). Теоріи комплексныхъ чиселъ въ учебникѣ нѣтъ. Но потребность новаго расширенія понятія о числѣ указана при разсмотрѣніи вопроса обь извлеченіи квадратнаго корня (§ 116) и при выводѣ общей формулы для рѣшенія квадратнаго уравненія (§ 223).

Изъ приведеннаго содержанія отдѣльныхъ частей учебника видно, что авторы стремились создать такой курсъ элементарной алгебры, въ которомъ ярко выступала бы органическая связь между отдѣльными главами. Выбравъ для этой цѣли понятіе о числѣ, какъ центральное, и выясняя постепенно понятія обь уравненіи и функціи при различныхъ фазахъ знакомства съ центральнымъ понятіемъ, они, по моему мнѣнію, поступили совершенно правильно: учащіеся, приступая къ изученію курса алгебры, имѣютъ уже достаточный запасъ свѣдѣній о числѣ изъ ариѳметики и могутъ поэтому, не разбрасываясь, ознакомиться съ новыми понятіями.

Тщательное изученіе законовъ дѣйствій надъ натуральными числами позволяетъ авторамъ стать на уровень «современныхъ взглядовъ» при дальнѣйшемъ расширеніи понятія о числѣ.

Но при разсмотрѣніи вопросовъ о дѣйствіяхъ съ новыми классами чиселъ авторы обнаруживаютъ колебаніе: для отрицательныхъ чиселъ правила сложенія и умноженія выводятся изъ допущенія принципа перманентности формулъ, для сложенія же и умноженія дробныхъ чиселъ даются формальныя опредѣленія съ указаніемъ на сохраненіе законовъ дѣйствій при этихъ опредѣленіяхъ.

Мнѣ кажется, что было бы правильнѣе держаться одного приѣма, а именно — для дѣйствій надъ новыми числами давать новыя опредѣленія (формальныя), а присвоеніе новымъ дѣйствіямъ старыхъ названій оправдывать указаніемъ на сохраненіе основныхъ законовъ дѣйствій *). Этотъ приѣмъ, по моему мнѣнію, отличается и бѣльшей простотой, чѣмъ тотъ, которымъ пользовались авторы при установленіи правилъ дѣйствій надъ отрицательными числами: начинающему изучать курсъ алгебры легче понять необходимость новыхъ правилъ для дѣйствій надъ новыми числами, чѣмъ важность сохраненія формулъ. Это замѣчаніе относится къ способу введенія степеней съ нулевыми, дробными и отрицательными показателями.

Разработку понятій обь уравненіи и функціи можно назвать образцовой. Пожалѣть приходится только обь одномъ: авторы не ввели въ свой курсъ понятія о производной, хотя все нужное для его первоначальнаго выясненія имѣется

*) Ср. Stolz und Gmeiner, „Theoretische Arithmetik“; А. В. Васильевъ, „Введеніе въ анализъ“, Ч. II.

налицо въ ихъ учебникѣ. Вѣроятно, это случилось подъ вліяніемъ современныхъ программъ въ Англіи. Этимъ же я объясняю появленіе въ учебникѣ статьи объ извлеченіи квадратнаго корня изъ многочленовъ и примѣровъ на опредѣленіе maxima и minima. То и другое я считаю для элементарнаго курса курса совершенно ненужнымъ.

Въ предисловіи авторы высказываютъ нѣсколько мыслей о пользованіи учебникомъ: «не предполагается, что начинающій долженъ заучивать учебникъ такъ, чтобы быть въ состояніи воспроизвести рядъ параграфовъ; онъ долженъ только научиться отвѣчать на вопросы, относящіеся къ ихъ содержанию. Учебникъ, желающій приобрести большой навыкъ въ вычисленіяхъ, можетъ этого достигнуть, продѣлывая упражненія. Они содержатъ весьма большое число примѣровъ, заботливо подобранныхъ и обладающихъ большимъ разнообразіемъ».

Авторы, какъ видно изъ этихъ словъ, имѣютъ въ виду только ученика. Но я думаю, что ихъ книга представляетъ большую цѣнность и для учителя: эта цѣнность заключается въ тѣхъ методическихъ указаніяхъ, которыя можно почерпнуть изъ внимательнаго чтенія ея, и въ тѣхъ вопросахъ, которые она возбуждаетъ относительно постановки курса элементарной алгебры.

Прив.-доц. С. Виноградовъ (Москва).

Опыты и приборы.

Простой способъ очистки ртути.

Желая заняться цвѣтнымъ фотографированіемъ по способу пр. Липпмана, для котораго, какъ извѣстно, необходима чистая, сухая ртуть, служащая зеркаломъ во время съемки, я по необходимости заинтересовался ея очисткой. Идеальнымъ способомъ очистки ртути, какъ извѣстно, служить ея перегонка въ пустотѣ, для чего удобенъ приборъ Вейнгольда. Однако, рѣдкій физическій кабинетъ среднихъ учебныхъ заведеній имѣетъ его, такъ какъ, кромѣ сравнительно большой стоимости, онъ требуетъ еще и присутствія въ кабинетѣ газа для нагрѣванія ртути кольцеобразной горѣлкой. Ни этого прибора ни газа въ физическомъ кабинетѣ гимназіи, въ которой я служу, нѣтъ, что заставило меня примѣнить одинъ изъ способовъ очистки, рекомендуемыхъ въ различныхъ руководствахъ. Испробовавъ ихъ, я убѣдился, что ни одинъ изъ нихъ не даетъ удовлетворительныхъ результатовъ. Въ особенности трудно совершенно удалить съ поверхности ртути мутную пленку, которая ее всегда покрываетъ. Мнѣ, однако, удалось выработать простой и доступный всякому способъ ея очистки, который заключается въ слѣдующемъ. Прежде всего грязную ртуть необходимо взболтать съ эфиромъ или спиртомъ для удаленія жира. Затѣмъ, сливъ по возможности эфиръ, ее продолжительное время взбалтываютъ съ крѣпкимъ растворомъ пятихлористаго желѣза или же съ растворомъ пяти частей двуххромовокислаго калия ($K_2Cr_2O_7$) въ 10% сѣрной кислотѣ для извле-

ченія изъ ртути металловъ, которые почти всегда бываютъ въ ней растворены. Взбалтывать надо сильно, чтобы ртуть разбилась на мелкія капли. Послѣ этого ее необходимо хорошо промыть прокипяченной водой. Однако, сколько бы мы ее ни мыли, на ней всегда остается грязная пленка. Чтобы ее устранить и осушить ртуть, я вливаю ее въ чистую склянку,—по возможности, съ небольшимъ количествомъ воды, безъ которой перелить ее нельзя,—и затыкаю отверстие каучуковой пробкой, черезъ которую проходятъ двѣ тонкія стеклянныя трубки, изъ которыхъ одна доходитъ немного болѣе, чѣмъ до середины склянки, а другая оканчивается надъ поверхностью ртути. На вторую трубку насаживается каучуковая груша, помощью которой нагнетается въ плотно закрытую склянку воздухъ, вслѣдствіе чего ртуть будетъ выливаться черезъ первую трубку совершенно чистой и сухой, такъ какъ трубка погружена въ середину ртути. Если и попадетъ при первомъ переливаніи нѣсколько капель воды, то при вторичномъ такомъ же процессѣ ртуть будетъ уже совершенно суха и чиста съ идеальной зеркально-чистой поверхностью. Сохранять и переливать очищенную такимъ образомъ ртуть очень удобно помощью такого же сосуда, такъ какъ, регулируя нагнетаніе воздуха, можно отливать ее небольшими порціями. Надо замѣтить, что переливаніе надо оканчивать въ то время, когда въ сосудѣ останется еще нѣкоторое количество ртути, въ которую погружена трубка, чтобы не увлечь поверхностнаго грязнаго слоя. Способъ этотъ я всегда примѣняю для нуждъ физическаго кабинета съ постояннымъ успѣхомъ и думаю, что всякій, испробовавъ его, убѣдится въ его цѣлесообразности.

Е. Кварнбергъ.

РЕЦЕНЗІИ.

Роберто Бонола, проф. Scuola Normale въ Павіи. *Неевклидова геометрія*. Критико-историческое изслѣдованіе ея развитія, дополненное замѣткой проф. А. В. Васильева „Объ отношеніи Н. И. Лобачевского къ теоріи параллельныхъ линій до 1826 г.“ и приложеніями автора. Съ 80 чертежами. Переведъ съ итальянскаго съ разрѣшенія автора А. Кулишера. С.-Петербургъ. Изданіе т-ва „Общественная польза“. Стр. XII + 216. Ц. 1 р. 50 к.

Въ послѣднее время въ европейской литературѣ появилось не мало новыхъ сочиненій по основамъ геометріи и по неевклидовой геометріи. Однако, несмотря на высокій интересъ, который представляютъ многія изъ этихъ сочиненій*), почти всѣ они доступны лишь лицамъ, хорошо освѣдомленнымъ въ неевклидовой геометріи.

Появившаяся въ переводѣ г. Кулишера книга Бонола представляетъ въ этомъ отношеніи счастливое исключеніе. Книга содержитъ систематическое изложеніе развитія идей объ основаніяхъ геометріи въ исторической послѣдовательности. Интересъ задачи о сведеніи числа постулатовъ къ минимуму по началу, какъ извѣстно, былъ сосредоточенъ на постулатѣ Евклида.

*) Наиболѣе интереснымъ мы считаемъ книгу Шуръ: F. Schur., „Grundlagen der Geometrie“, Leipzig 1909.

Авторъ и излагаетъ сначала важнѣйшія доказательства Евклидова постулата, а затѣмъ постепенно переходитъ къ тѣмъ сомнѣніямъ, къ которымъ эти доказательства и изысканія приводили. Авторъ излагаетъ, какъ постепенно появились идеи о неевклидовой геометріи сначала полусознательно у предшественниковъ современной неевклидовой геометріи, а потомъ сознательно — у ея творцовъ. Далѣе данъ очеркъ современнаго развитія великихъ идей Гаусса, Лобачевскаго и Болье. Все это изложено въ высшей степени элементарно и не въ томъ только смыслѣ, что авторъ пользуется исключительно средствами элементарной математики: это изложено доступно, понятно для читателя, владѣющаго среднимъ математическимъ образованіемъ. Конечно, мѣстами авторъ долженъ пользоваться и основными понятіями дифференціального исчисления и аналитической геометріи; но, кто хочетъ говорить объ идеяхъ Римана, Гельмгольца и Ли, тотъ не можетъ этого избѣжать. Впрочемъ, нѣкоторую оговорку относительно доступности мы должны сдѣлать. Пока рѣчь идетъ о предшественникахъ и творцахъ неевклидовой геометріи, изложеніе дѣйствительно, остается вполне понятнымъ; но когда авторъ переходитъ къ развитію этихъ идей, то тутъ изложеніе страдаетъ чрезвычайной краткостью. Римана много брали за краткость его знаменитаго мемуара; но Боннола излагаетъ его мемуаръ на 1½ страницахъ (§ 77). Всякій, кто знаетъ Римана, согласится, что въ этихъ рамкахъ нельзя выяснитъ его идей*). Не менѣе кратко, но зато еще менѣе ясно изложены идеи Ли. Зато къ достоинствамъ сочиненія должно быть отнесено то, что въ ней удѣлено гораздо болѣе мѣста, чѣмъ это дѣлается въ другихъ сочиненіяхъ, эллиптической геометріи и достаточно выяснена ея связь съ гиперболической.

Любопытныя свѣдѣнія сообщены проф. А. В. Васильевымъ (въ приложеніи I) о взглядахъ Лобачевскаго на теорію параллельныхъ линій, — вѣрнѣе, о процессѣ нарастанія этихъ идей, поскольку ихъ можно прослѣдить по сохранившимся матеріаламъ.

Возвращаясь къ оцѣнкѣ всего сочиненія, мы должны сказать, что, какъ историческое введеніе въ ученіе о неевклидовой геометріи, книга почти не оставляетъ желать лучшаго. Но систематическаго изложенія неевклидовой геометріи читатель въ немъ все же не найдетъ, — это не составляло задачи автора.

Переводъ книги сдѣланъ, можно сказать, безукоризненно. На стр. 129 намъ кажется терминъ „распредѣлительность“ неудачнымъ; здѣсь рѣчь идетъ не о распредѣлительности, а объ „аддитивности“.

Книга г. Боннола переведена на нѣмецкій и французскій языки. Мы отъ души привѣтствуемъ ея появленіе на русскомъ языкѣ и усердно рекомендуемъ ее нашимъ читателямъ. Весьма возможно, что многія идеи — по прочтеніи этой книги — еще останутся у читателя недостаточно выясненными; но, мы повторяемъ, эта книга призвана служить лишь введеніемъ въ изученіе основъ геометріи.

В. Каганъ.

**) Здѣсь рѣчь идетъ собственно о „Hypothesen“ Римана; такъ называемой Римановой геометріи (о которой Риманъ самъ упоминаетъ только вскользь) удѣлено достаточно мѣста, даже больше, чѣмъ это дѣлается обычно.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента **Е. Л. Буницкаго**.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 392 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^4 - 6p^3x + 8p^2x^2 + 3p^3x - 2p^4 = 0.$$

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 393 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x(x+ab)(x+bc) = \frac{m}{x+(a+c)b},$$

Н. Азрономовъ (Немме).

№ 394 (5 сер.). Доказать, что число

$$6^{n+1} - 125n^3 + 300n^2 - 205n - 6$$

кратно 3750 при всякомъ цѣломъ и неотрицательномъ значеніи n .

Р. Витвинскій (Одесса).

№ 395 (5 сер.). Дано, что число

$$a^n b^n (x^{2n} + y^{2n})$$

дѣлится на $xy(a^2 + b^2) - ab(x^2 + y^2)$; доказать, что и число

$$x^n y^n (a^{2n} + b^{2n})$$

дѣлится на того же дѣлителя $xy(a^2 + b^2) - ab(x^2 + y^2)$. (Числа a, b, x, y — цѣлыя, n — цѣлое положительное число).

Е. Ръзницкій (ст. Михайлово).

№ 396 (5 сер.). Доказать тождество

$$abcl_a l_b l_c = 8r_a r_b r_c a'b'c',$$

гдѣ a, b, c — стороны, l_a, l_b, l_c — биссектрисы, r_a, r_b, r_c — радиусы вѣѣвписанныхъ круговъ нѣкотораго треугольника, а a', b', c' — три несмежныхъ отрѣзка, опредѣляемыхъ биссектрисами на сторонахъ треугольника.

И. Поляковъ (Тифлисъ).

№ 397 (5 сер.). Найти maximum и minimum выраженія

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-4)}.$$

(Занѣмствъ.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 262 (5 сер.). Вычислить углы треугольника ABC , въ которомъ одинъ изъ угловъ его A дѣлится на три части высотой и медианой, проведенными изъ его вершины. Построить треугольникъ указаннаго свойства по одному изъ его линейныхъ элементовъ (напримѣръ, по радиусу круга вписаннаго).

Назовемъ черезъ AM и AD медиану и высоту треугольника. Высота AD треугольника MAC есть, по условію, биссектриса угла MAC ; поэтому треугольникъ MAC равнобедренный, а именно $AM = AC$. Слѣдовательно, и $MD = DC$, откуда $MD = DC = \frac{MC}{2} = \frac{BM}{2}$, такъ какъ AM есть медиана; итакъ,

$\frac{MD}{BM} = \frac{1}{2}$. Но, по условію, AM есть биссектриса угла BAD , а потому $\sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{MD}{MB} = \frac{1}{2}$; слѣдовательно, уголъ B , какъ острый, равенъ 30° , а

уголъ $BAD = 60^\circ$. Замѣчая, что $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = \angle BAD + \frac{1}{2} \angle BAD$;

находимъ: $\frac{2}{3} \angle BAC = \angle BAD = 60^\circ$, откуда $\angle A = \angle BAC = 90^\circ$. Итакъ,

треугольникъ ABC есть прямоугольный, одинъ изъ острыхъ угловъ котораго равенъ 30° . Построеніе такого треугольника по данному линейному элементу выполняется съ помощью метода подобія. Напримѣръ, пусть данъ радиусъ r круга вписаннаго. Строимъ какой-нибудь прямоугольный треугольникъ $A'B'C'$ съ острымъ угломъ въ 30° , вписываемъ въ него кругъ, соединяемъ центръ этого круга O' съ точками касанія a', b', γ' къ сторонамъ треугольника; затѣмъ, отложивъ на прямыхъ $Oa', O\beta', O\gamma'$ отрѣзки $Oa = O\beta = O\gamma = r$, проводимъ въ точкахъ a, β, γ прямыя, соответственно перпендикулярныя къ прямымъ $Oa, O\beta, O\gamma$; пересѣченіемъ этихъ перпендикуляровъ образуется искомый треугольникъ.

Б. Двойринъ (Одесса); М. Черняевъ (Москва); К. Бергманъ (Митава); П. Безчеревныхъ (Козловъ); А. Фельдманъ (Одесса); Л. Богдановичъ (Ярославъ); В. Богомолъ (Шацкъ); В. Моргулевъ (Одесса); Г. Варкеннинъ (Бердянскъ).

№ 267 (5 сер.). Въ выпукломъ четырехугольникѣ $ABCD$ діагонали AC и BD образуютъ со сторонами восемь угловъ, которые мы обозначимъ въ круговомъ порядкѣ черезъ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8$. Доказать, что

$$\sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \sin \alpha_5 \sin \alpha_7 = \sin \alpha_2 \sin \alpha_4 \sin \alpha_6 \sin \alpha_8.$$

Пусть O есть точка пересѣченія діагоналей и пусть $\angle OAD = \alpha_1$, $\angle OAB = \alpha_2$, $\angle OBA = \alpha_3$, ..., $\angle ODA = \alpha_8$. Изъ треугольниковъ OAD , OAB , OBC , OCB имѣемъ послѣдовательно:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_8} = \frac{OD}{OA}, \quad \frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_2} = \frac{OA}{OB}, \quad \frac{\sin \alpha_5}{\sin \alpha_4} = \frac{OB}{OC}, \quad \frac{\sin \alpha_7}{\sin \alpha_6} = \frac{OC}{OD}.$$

Перемноживъ эти равенства, получимъ:

$$\frac{\sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \sin \alpha_5 \sin \alpha_7}{\sin \alpha_2 \sin \alpha_4 \sin \alpha_6 \sin \alpha_8} = 1,$$

откуда

$$\sin \alpha_1 \sin \alpha_3 \sin \alpha_5 \sin \alpha_7 = \sin \alpha_2 \sin \alpha_4 \sin \alpha_6 \sin \alpha_8.$$

Замѣчаніе. Доказанное нами равенство есть частный случай слѣдующаго болѣе общаго предложенія (доказываемаго аналогичнымъ способомъ): соединивъ точку O , лежащую внѣ каждой изъ сторонъ плоскаго многоугольника A_1A_2, \dots, A_n , съ его вершинами, получимъ $2n$ угловъ $OA_1A_2, OA_1A_n, OA_2A_1, OA_2A_3, \dots, OA_nA_1$; эти углы удовлетворяютъ соотношенію

$$\frac{\sin OA_1A_2 \cdot \sin OA_2A_3 \cdot \dots \cdot \sin OA_nA_1}{\sin OA_1A_n \cdot \sin OA_2A_1 \cdot \dots \cdot \sin OA_nA_{n-1}} = 1.$$

Предложеніе это является двойственнымъ по отношенію къ теоремѣ Карно (являющейся обобщеніемъ теоремы Менелая): если стороны многоугольника (или ихъ продолженія) пересѣчены прямою, то произведеніе отрѣзковъ сторонъ, не имѣющихъ общихъ концовъ, равно произведенію остальныхъ отрѣзковъ.

И. Чижевскій (Александрія); *И. Лурье* (Смоленскъ); *А. Фельдманъ* (Одесса); *С. Слугиновъ* (Казань); *Х.*; *Г. Пистракъ* (Лодзь); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Н. Доброгавъ* (Тульчинъ); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *Г. Варкентинъ* (Бердянскъ).

№ 268 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^{4,5m} - 7x^{3m} + 16x^{1,5m} - 12 = 0.$$

Полагая

$$x^{1,5m} = y, \quad (1)$$

можно записать предложенное для рѣшенія уравненіе въ видѣ:

$$y^3 - 7y^2 + 16y - 12 = (y - 2)^2(y - 3) = 0,$$

откуда [см. (1)] $y_1 = 2$, $y_2 = 3$, $x_1 = 2^{\frac{2}{3m}}$, $x_2 = 3^{\frac{2}{3m}}$.

А. Фрумкинъ (Одесса); *И. Чижевскій* (Александрія); *Л. Марголинъ* (С.-Петербургъ); *Н. Навсерпханъ* (Владикавказъ); *А. Доминикевичъ* (Лодзь); *А. Фельдманъ* (Одесса); *Н. Н.*; *Г. Пистракъ* (Лодзь); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *В. Моргулевъ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *Г. Варкентинъ* (Бердянскъ); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *В. Бунятянъ* (Шуша); *Н. Доброгавъ* (Тульчинъ); *Е. Доманичскій* (Каменецъ-Подольскъ).

№ 269 (5 сер.) *Рѣшить неравенство*

$$2(2x+1) > 3\sqrt{-x^2-x+6}.$$

Для того, чтобы предложенное для рѣшенія неравенство имѣло смыслъ, необходимо соблюденіе условія $-x^2-x+6 \geq 0$, или $(2-x)(x+3) \geq 0$, откуда

$$-3 \leq x \leq 2. \quad (1)$$

Такъ какъ въ правой части разсматривается, по условію, арифметическое и поэтому неотрицательное значеніе корня квадратнаго, то лѣвая часть неравенства должна быть положительна, а потому $2(2x+1) > 0$, т. е. $2x+1 > 0$, откуда

$$x > -\frac{1}{2}. \quad (2)$$

Такъ какъ обѣ части предложеннаго неравенства неотрицательны, то оно равносильно неравенству

$$[2(2x+1)]^2 > (3\sqrt{-x^2-x+6})^2, \text{ или } 4(4x^2+4x+1) - 9(-x^2-x+6) > 0,$$

т. е.

$$25x^2 + 25x - 50 > 0, \quad x^2 + x - 2 > 0, \quad (x+2)(x-1) > 0,$$

откуда

$$x < -2 \text{ или } x > 1. \quad (3)$$

Итакъ, для рѣшенія предложеннаго неравенства надо одновременно удовлетворить неравенствамъ (1), (2), (3). Первое изъ неравенствъ (3) противорѣчитъ неравенству (2), а потому остается рѣшить систему неравенствъ $-3 \leq x \leq 2$,

$x > -\frac{1}{2}$, $x > 1$. Эти неравенства удовлетворяются одновременно при условіи

$$1 < x \leq 2 \quad (4)$$

и только при этомъ условіи. Итакъ, всѣ искомыя значенія x опредѣляются неравенствами (4).

М. Марголинъ (С.-Петербургъ); *Н. Howsepheanz* (Владикавказъ); *А. Доминикиевичъ* (Лодзь); *N. N.*; *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Х.*; *Н. Доброгаевъ* (Тульчинъ); *В. Моргулевъ* (Одесса).

КАТАЛОГЪ ОТДѢЛЬНЫХЪ ИЗДАНІЙ

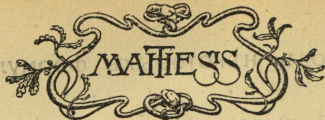
„Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики.“

	Цѣна
№ 9. Э. Шпачинскій. О землетрясеніяхъ	50 к.
№ 34. Н. Успенскій. О гальванопластикѣ	10 к.
№ 37. Ѳ. Мацонъ. Именованныя величины въ школьномъ преподаваніи и историческое развитіе ученія о нихъ.	85 к.
№ 39. Б. Голицынъ. О газообразномъ и жидкомъ состояніи тѣлъ	1 р. —
№ 44. Д. Ефремовъ. Проективные ряды съ общимъ основаніемъ	10 к.
№ 50. О. Пергаментъ. Краткій историческій очеркъ развитія ученія объ электричествѣ	60 к.
№ 58. Таблицы четырехзначныхъ логариѳмовъ и антилогариѳмовъ	25 к.
№ 64. Проф. Г. де-Метцъ. Hermann von Helmholtz. Рѣчь, произнесенная въ торжественномъ засѣданіи Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей	15 к.
№ 73. А. Мануйловъ. Основы ученія о величинахъ	30 к.
№ 107. Систематическій указатель статей, помѣщенныхъ въ первыхъ пятнадцати семестрахъ „Вѣстника“	50 к.
№ 109. Проф. Н. Пильчиковъ. Изъ введенія въ курсъ механической теоріи теплоты. Основные принципы энергетики	15 к.
№ 133. А. Бравэ. Изслѣдованіе о многогранникахъ симметрической формы. Переводъ Я. Самойлова	30 к.
№ 135. Проф. В. Оствальдъ. Побѣда надъ научнымъ матеріализмомъ. Переводъ съ нѣмецкаго В. Гернета	15 к.
№ 136. Б. Чихановъ. О логариѳмахъ Непера	5 к.
№ 140. П. Свѣшниковъ. Опредѣленіе maximum и minimum простѣйшихъ выраженій, зависящихъ отъ двухъ переменныхъ	10 к.
№ 143. Проф. Б. Меншуткинъ. Гелій	15 к.
№ 144. И. Точидловскій. Машина Л. Торре для рѣшенія уравненій	20 к.
№ 145. Прив.-доц. Б. П. Вейнбергъ. О величинѣ молекулъ	20 к.
№ 146. И. Точидловскій. Къ теоріи машины Wimshurst'a	10 к.
№ 147. Элементарная теорія эллипса	50 к.
№ 152. Проф. П. Фанъ-деръ-Флитъ. Замѣтка объ изотермѣ пара	5 к.
№ 154. Н. Флоровъ. Построеніе корней тригонометрическихъ уравненій	20 к.
№ 157. С. Шатуновскій. О нѣкоторыхъ методахъ рѣшенія задачъ тригонометріи на плоскости	40 к.
№ 158. Проф. Н. Пильчиковъ. Радій и его лучи. Съ приложеніемъ двухъ радіографій	30 к.

- № 159. **Прив.-доц. Б. Вейнбергъ.** Къ вопросу о прерывности твердаго и жидкаго состояній 25 к.
- № 160. **Прив.-доц. В.Каганъ.** Новое доказательство трансцендентности чиселъ π и e . Доказательство Θ . Валена 30 к.
- № 161. **Ш. Гильомъ.** Жизнь вещества. Переводъ съ французскаго М. Вейнбергъ 15 к.
- № 162. **Проф. Н. Гезехусъ.** Радиометръ Крукса съ катодными лучами 5 к.
- № 163. **Г. Пфлаумъ.** Нѣсколько опытовъ съ новымъ электроскопомъ 5 к.
- № 164. **Прив.-доц. Б. Вейнбергъ.** Впечатлѣнія отъ перваго международнаго физическаго конгресса 5 к.
- № 165. **Проф. Н. Пильчиковъ.** О маятникѣ Фуко 10 к.
- № 166. **А. Вольфензонъ.** Аккумуляторы въ физическихъ кабинетахъ среднихъ учебныхъ заведеній 10 к.
- № 167. **Прив.-доц. А. Орбинскій.** Одесское Отдѣленіе Николаевской Главной Астрономической Обсерваторіи 10 к.
- № 168. **К. Покровскій.** Строеніе вселенной 10 к.
- № 169. **В. Оболенскій.** Изслѣдованіе сплавовъ никкеля и желѣза 10 к.
- № 170. **W. Spring,** профессоръ въ Лютихъ. Свойства твердыхъ тѣлъ подъ давленіемъ, диффузія твердаго вещества, внутреннія движенія въ твердомъ веществѣ. Переводъ съ французскаго Д. Шора 30 к.
- № 171. **S. Arrhenius,** профессоръ въ Стокгольмѣ. О причинѣ полярныхъ сіяній. Переводъ съ нѣмецкаго Д. Шора 40 к.
- № 172. **А. Веребрюсовъ.** О числѣ рѣшеній неопредѣленныхъ уравненій 1-й степени 15 к.
- № 173. **М. Зиминъ.** О наименьшемъ кругѣ, вмѣщающемъ данную систему точекъ на плоскости 20 к.
- № 174. **О. Wiener,** профессоръ въ Лейпцигѣ. Расширеніе нашихъ чувствъ. Переводъ съ нѣмецкаго Д. Шора 40 к.
- № 175. **А. Галлардо.** Математика и біологія. Переводъ съ франц. 10 к.
- № 177. **А. Slaby,** профессоръ въ Берлинѣ. Новѣйшіе успѣхи въ области телеграфированія безъ проводовъ. Переводъ съ нѣмецкаго Д. Шора 35 к.
- № 178. **И. Т. Памяти Остроградскаго** 10 к.
- № 179. **Проф. И. Занчевскій.** Замѣтка по атомистической теоріи строенія тѣлъ 10 к.
- № 180. **Проф. Д. Зейлигеръ.** Двѣ задачи 10 к.
- № 182. **Проф. С. Танатаръ.** Термохимическія работы Бертло 10 к.
- № 183. **Проф. Д. Гольдгаммеръ.** Столѣтіе физики. Рѣчь, произнесенная на 3-емъ Общемъ Собраніи XI-го Съѣзда русскихъ естествоиспытателей и врачей 25 к.
- № 184. **Проф. И. Слешинскій.** Жизнь и труды Н. Абеля. Рѣчь, произнесенная въ годичномъ засѣданіи Общества Естествоиспытателей при Новороссійскомъ Университетѣ 14 марта 1903 года 30 к.
- № 185. **Проф. Д. Зейлигеръ.** Объ ускореніи равномернаго движенія по окружности 5 к.

- № 186. Прив.-доц. Б. Вейнбергъ. Выводъ нѣкоторыхъ формулъ механики 5 к.
- № 187. И. Точидловскій. Элементарный выводъ формулы сферическаго зеркала 5 к.
- № 188. Вл. Оболенскій. Задача о маятникѣ 5 к.
- № 189. В. Шлыгинъ. Построеніе корней уравненія
 $a \sin x + b \sin (\omega - x) = c$ 5 к.
- № 191. А. Фомиліантъ. Два случая дѣйствія электричества на фотографическую пластинку 15 к.
- № 192. Проф. Е. Mathias. Приготовление ожиженныхъ газовъ и ихъ важнѣйшія примѣненія. Переводъ съ франц. Д. Шора . . 40 к.
- № 193. Ф. Бѣлоярцевъ. Опредѣленіе наименьшей толщины жидкой пластинки, какъ способъ опредѣленія діаметра молекулъ . 15 к.
- № 194. М. Тауберъ. О новѣйшихъ приложеніяхъ стереоскопіи . . 15 к.
- № 195. В. Егуновъ. О видимомъ движеніи планетъ 15 к.
- № 196. Прив.-доц. Б. Вейнбергъ. Къ исторіи опредѣленія скорости свѣта 30 к.
- № 197. Д. Шоръ. О средствахъ, достаточныхъ для построенія геометрическихъ задачъ второй степени 40 к.
- № 199. Проф. В. Ермаковъ. Дѣйствіе и противодѣйствіе 10 к.
- № 200. М. Тауберъ. О новѣйшихъ проекціонныхъ аппаратахъ и микрофотографіи 20 к.
- № 202. Прив.-доц. М. Сидоренко. Землетрясенія 15 к.
- № 203. Проф. К. Schwarzschild. О небесной механикѣ 10 к.
- № 204. И. Александровъ. Приборы для публичныхъ чтеній по космографіи 5 к.
- № 205. Э. Шпачинскій. Изъ методологіи физики 10 к.
- № 206. Прив.-доц. Б. Вейнбергъ. „N-лучи“ 25 к.
- № 207. П. Свѣшниковъ. О разложеніи функцій на непрерывныя дроби 10 к.
- № 208. С. Новосильцевъ. О логариѣмахъ Непера 5 к.
- № 209. Прив.-доц. М. Сидоренко. Главнѣйшія задачи современной минералогіи 10 к.
- № 210. В. Шлыгинъ. О двухъ гармоническихъ группахъ трансверсалея тругольника 5 к.
- № 211. Д. Фефеловъ. Магнито-оптическія явленія 25 к.
- № 212. П. Флоровъ. О числахъ, произведеніе которыхъ равняется суммѣ ихъ квадратовъ 10 к.
- № 213. М. Волковъ. Гауссово доказательство теоремы о возможности существованія плоскости 5 к.
- № 214. И. Александровъ. Основанія ариѣметики 5 к.
- № 215. Н. Извольскій. Два предложенія элементарной геометріи . 20 к.

Пропущенныя номера соотвѣтствуютъ распроданнымъ изданіямъ.



Вышли въ свѣтъ слѣдующія изданія:

АРРЕНИУСЪ, СВ. проф. *Физика неба* *). Перев. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *А. Р. Орбинского*. VIII+250 стр. 8°. 66 черн. и 2 цвѣтн. рис. въ текстѣ. Черная и спектральная таблицы. 1905.

Научность содержанія, ясность и простота изложенія и превосходный переводъ соперничаютъ другъ съ другомъ.

Русская Мысль.

АБРАГАМЪ, Г. проф. *Сборникъ элементарныхъ опытовъ по физикѣ* *). Перев. съ франц. подъ ред. прив.-доц. *Б. П. Вейнберга*.

Часть I: XVI+272 стр. 8°. Свыше 300 рис. 2-е изд. 1909. Ц. 1 Р. 50 к.

Систематически составленный сводъ наиболѣе удачныхъ, типичныхъ и поучительныхъ опытовъ.

Вѣстникъ и Библиотека Самообразования.

Часть II: 434+LXXV стр. 8°. Свыше 400 рис. 2-е изд. 1910. Ц. Р. 2. 75 к. Мы надѣемся, что разбираемый трудъ станетъ настольной книгой каждой физической лабораторіи въ Россіи.

Русская Мысль.

УСПѢХИ ФИЗИКИ *). Сборникъ статей подъ ред. *Вѣстн. Опытной Физики и Элементарной Математики* *). 3-е изд. VIII+148 стр. 8°, 41 рис. и 2 табл. 1910. Ц. 75 к. Нужно надѣяться, что послѣднее... послужитъ къ широкому распространенію этой чрезвычайно интересной книги.

Русская Мысль.

АУЭРБАХЪ, Ф. проф. *Царица міра и ея тѣнь* *). Общедоступное изложеніе основаній ученія объ энергіи и энтропіи. Пер. съ нѣм. VІІІ+50 стр. 8°. 5-е изданіе. 1911. Ц. 40 к. Слѣдуетъ признать брошюру Ауэрбаха чрезвычайно интересной.

Ж. М. Н. Пр.

НЬЮКОМЪ, С. проф. *Астрономія для всѣхъ* *). Перев. съ англ. подъ ред. прив.-доц. *А. Р. Орбинского*. XXIV+286 стр. 8°. Съ портретомъ автора. 64 рис. и 1 табл. 1911. 2-е изданіе. Ц. Р. 1. 50 к.

И исполнѣ научно, и совершенно доступно, и изящно написанная книга... переведена и издана очень хорошо.

Вѣстникъ Воспитанія.

ВЕБЕРЪ, Г. и ВЕЛЬШТЕЙНЪ, І. проф. *Энциклопедія элементарной алгебры* *). Т. I. Перев. съ нѣм. подъ ред. и съ примѣч. прив.-доц. *В. Ф. Кагана*. XIV+623 стр. 8°. Съ 38 чер. 1907. Печатается 2-е изд. Ц. Р. 3. 50 к.

Вы все время видите передъ собой мастера своего дѣла, который съ любовью показываетъ великія творенія человѣческой мысли, извѣстныя ему до тончайшихъ подробностей.

Педагогическій Сборникъ.

ДЕДЕКИНДЪ, Р. проф. *Непрерывность и ирраціональные числа*. Перев. съ нѣм. съ примѣч. прив.-доц. *С. О. Шатуновского*; съ присоед. его статьи: *Доказательство существованія трансцендентныхъ чиселъ*. 2-е изд. 40 стр. 8°. 1909. Ц. 40 к.

Небольшой по объему, но, такъ сказать, законодательный по содержанію трудъ...

Русская Школа.

ПЕРРИ, ДЖ. проф. *Вращающийся волчокъ* *). Публичная лекція. Пер. съ англ. VІІІ+96 стр. 8°. Съ 63 рис. 2-е изданіе. 1908. Ц. 60 к.

Книжка, воочію показывающая, какъ люди истиннаго знанія, не цеховой только науки, умѣютъ распоряжаться научнымъ матеріаломъ при его популяризаціи.

Русская Школа.

С. Шохоръ-Троцкий.

ШЕЙДЪ, К. *Химическіе опыты для юношества*. Перев. съ нѣмецк. подъ ред. лаборанта *Е. С. Ельчина*. IV+192 стр. 8°. Съ 79 рисунками. 1907. Ц. Р. 1. 20 к. Превосходная книга, каковой намъ давно не хватало. Всюду въ книгѣ сохраняешь благотворное чувство, что находишься въ совершенно надежныхъ рукахъ... учить серьезной наукѣ въ болѣ легкой формѣ.

Zeitschrift für Lehrmittelwesen und pädagogische Litteratur.

ШМИДЪ, В. проф. *Философская хрестоматія* *). Пер. съ нѣм. *Ю. А. Говсѣева* подъ ред. и съ пред. проф. *Н. Н. Ланге*. VІІІ+172 стр. 8°. 1907. Ц. Р. 1. —

... Для человѣка, занятаго самообразованіемъ и немного знакомаго съ философіей и наукой, она (книга) даетъ разнообразный и интересный матеріалъ.

Вопросы философіи и психологіи

*) Изданія, отмѣченные звѣздочкой, Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. признаны заслуживающими вниманія при пополненіи ученическихъ библиотекъ среднихъ учебныхъ заведеній.

ВИХЕРТЪ, Э. проф. Введение въ геодезію *). Перев. съ нѣмецк. 80 стр. 16°. Съ 14
рисунок. 1907. (Распродано)

Излагаетъ основы низшей геодезіи, имѣя въ виду пользованіе ея въ школахъ въ качествѣ
практическаго пособия... Изложеніе очень сжато, но полно и послѣдовательно.

Вопросы Физики.

ТРОМГОЛЬТЪ, С. Игры со спичками. Задачи и развлечения. Пер. съ нѣм. 146 стр. 16°.
Свыше 250 рис. и черт. 1907. Ц. 50 к.

УШИНСКИЙ, Н. проф. Лекціи по бактериологіи. VIII+135 стр. 8°. Съ 34 черными и
цвѣтными рисунками. 1908. Ц. Р. 1, 50 к.

ВЕТГЭМЪ, В. проф. Современное развитіе физики *). Пер. съ англ. подъ ред. проф.
Б. П. Вейнберга и прив.-доц. А. Р. Орбинскаго. Съ прилож. рѣчи А. Бальфура.

Нѣсколько мыслей о новой теоріи вещества. VIII+319 стран. 8°. Съ 5 портрет.,
6 таблиц. и 33 рисунок. Ц. Р. 2. —

Старается представить въ стройной и глубокой системѣ всѣ явленія физическаго опыта
и рисуетъ читателю дѣйствительно захватывающую картину грандіозныхъ завоеваній
человѣческаго гения.

Современный Миръ.

РИГИ, А. проф. Современная теорія физическихъ явленій *) (іоны, электроны, радио-
активность). Пер. съ 3-го итальянск. изданія. VIII+146 стр. 8°. Съ 21 рис. 1910.
Второе изданіе. Ц. 90 к.

Книгу Риги можно смѣло рекомендовать образованному человѣку, какъ лучшее имѣюще-
еся у насъ изложеніе новѣйшихъ взглядовъ на обширную область физическихъ явленій.

Педагогическій Сборникъ.

**КЛОССОВСКИЙ, А. проф. Физическая жизнь нашей планеты на основаніи современныхъ
воззрѣній ***). 46 стран. 8°. 2-е изданіе, испр. и дополн. 1908. Ц. 40 к.

Рѣдко можно встрѣтить изложеніе, въ которомъ въ такой степени соединилась бы вы-
сокая научная эрудиція съ картинностью и увлекательностью рѣчи.

Педагогическій Сборникъ.

ЛАКУРЪ, П. и АППЕЛЬ, Я. Историческая физика *). Пер. съ нѣм. подъ ред. „Вѣстн. Оп.
Физики и Элемент. Матем.“ Въ 2-хъ том. большого формата, 892 стр. Съ 799
рис. и 6 отдѣльными цвѣтными таблицами. 1908. Ц. Р. 7, 50 к.

„Нельзя не привѣтствовать этого интереснаго изданія... Книга читается легко; содержитъ
весьма удачно подобранный матеріалъ и обильно снабжена хорошо выполненными рисун-
ками. Переводъ никакихъ замѣчаній не вызываетъ“...

Ж. М. Н. Пр.

АРРЕНІУСЪ, СВ. проф. Образование міровъ *). Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. К. Д. По-
кровскаго. VIII+200 стр. 8°. Съ 60 рис. 1908. Ц. Р. 1, 75 к.

Книга чрезвычайно интересна и богата содержаніемъ.

Педагог. Сборн.

КАГАНЪ, В. прив.-доц. Задача обоснованія геометріи въ современной постановкѣ.
Рѣчь, произнесенная при защитѣ диссертациі на степень магистра чистой математики.
35 стр. 8°. Съ 11 чертеж. 1908. Ц. 35 к.

ЦИММЕРМАНЪ, В. проф. Объемъ шара, шароваго сегмента и шароваго слоя. 34 стр.
16°. Съ 6 черт. 1908. Ц. 25 к.

Распространеніе подобнаго рода элементарныхъ монографій среди учащихся весьма же-
лательно.

Русская Школа.

РИГИ, А. проф. Электрическая природа матеріи *). Вступительная лекція. Пер. съ итал-
янскаго подъ ред. „Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ 28 стр. 8°. 2-е изд. 1911. Ц. 30 к.
Эта прекрасная рѣчь обладаетъ всеми преимуществами многочисленныхъ популярныхъ
сочиненій знаменитаго проф. Болонскаго университета.

Ж. М. Н. Пр.

ЛЕМАНЪ, О. проф. Жидкіе кристаллы и теорія жизни. Пер. съ нѣмецк. П. В. Каза-
нецкаго. VIII+43 стр. 8°. Съ 30 рис. 1908. Ц. 40 к.

...весьма кстати является краткая сводка главныхъ фактовъ, сдѣланная проф. Леманомъ.

Педагогическій Сборникъ.

ГРЕЙБЕРГЪ, І. проф. Новое сочиненіе Архимеда *). Посланіе Архимеда къ Эратосѣену
о нѣкоторыхъ вопросахъ механики. Пер. съ нѣм. подъ ред. и съ предисл. прив.-доц.
И. Ю. Тимченко. XV+27 стр. 8°. Съ 15 рис. 1909. Ц. 40 к.

Математикамъ... будетъ весьма интересно познакомиться съ новой драгоцѣнной науч-
ной находкой...

Образованіе.

ВЕЙНБЕРГЪ, В. П. проф. Снѣгъ, иней, градъ, ледъ и ледники *) IV+127 стр. 8°.
Съ 138 рис. и 2 фототип. табл. 1909. Ц. Р. 1.

Mathesis можетъ гордиться этимъ изданіемъ.

Ж. М. Н. Пр.

РАМЗАЙ, В. проф. Благородные и радиоактивные газы. Пер. подъ ред. „Вѣстн. Оп.
Физ. и Эл. Мат.“ 37 стр. 16°. Съ 16рис. 1909. Ц. 25 к.

- КОВАЛЕВСКИЙ, Г. проф. Введение въ исчисленіе безконечно-малыхъ *).** Перев. съ нѣмецкаго подъ редакц. и съ прим. прив.-доц. *С. О. Шатуновскаго*. VIII+140 стр. 8°. Съ 18 черт. 1909. Ц. Р. 1.
Книга проф. Ковалевскаго, несомнѣнно, прекрасное введеніе въ высшій анализ...
Русская Школа.
- ТРОМПСОНЪ, СИЛВАНУСЪ, проф. Добываніе свѣта *).** Общедоступная лекція для рабочихъ, прочит. на собраніи Британск. Ассоціаціи 1906. Перев. съ англ. VIII+88 стр. 16°. Съ 28 рис. 1909. Ц. 50 к.
Въ этой весьма интересно составленной рѣчи собранъ богатый матеріалъ по вопросу добыванія свѣта.
Ж. М. Н. Пр.
- СЛАВИ, А. проф. Резонансъ и затуханіе электрическихъ волнъ.** Пер. съ нѣм. подъ ред. „*Вѣстн. Опыт. Физ. и Элемент. Матем.*“. 41 стр. 8°. Съ 36 рис. Ц. 40 к.
- СНАЙДЕРЪ, К. проф. Картина міра въ свѣтѣ современнаго естествознанія.** Перев. съ нѣм. подъ ред. проф. *В. В. Завьялова*. VIII+193 стр. 8°. Съ 16 отдѣльными портретами. 1909. Ц. Р. 1. 50 к.
Книга касается интереснѣйшихъ вопросовъ о природѣ.
Педагог. Сборникъ.
- БРУНИ, К. проф. Твердые растворы *).** Пер. съ итал. подъ ред. „*Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.*“. 37 стр. 16°. 1909. Ц. 25 к.
- БОЛЛЪ, Р. С. проф. Вѣка и приливы.** Пер. съ англ. подъ ред. прив.-доц. *А. Р. Орбинскаго*. VIII+104 стр. 8°. Съ 4 рис. и 1 табл. 1909. Ц. 75 к.
.....настоящее изданіе „*Mathesis*“ слѣдуетъ привѣтствовать, наравнѣ съ прочими, какъ почтенный, заслуживающій распространенія и серьезнаго вниманія, вкладъ въ русскую науку.
Русская Школа.
- СЛАВИ, А. проф. Беспроволочный телефонъ.** Пер. съ нѣм. подъ ред. „*Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.*“. 28 стр. 8°. Съ 23 рис. 1909. Ц. 30 к.
- ЛИНДЕМАНЪ, Ф. проф. Спектръ и форма атомовъ.** Рѣчь ректора Мюнхенскаго универ. Перев. съ нѣм. 23 стр. 16°. Изд. 2-ое. 1909. Ц. 15 к.
- КУТЮРА, Л. Алгебра логики.** Перев. съ французскаго съ прибавленіями проф. *И. Слешинскаго*. IV+107+XIII стр. 8°. 1909. Ц. 90 к.
- ВЕБЕРЪ, Г. и ВЕЛЬШТЕЙНЪ, І., проф. Энциклопедія элементарной геометріи.** Томъ II, книга I. Основанія геометріи. Пер. съ нѣм. подъ ред. и съ примѣч. прив.-доц. *В. Ф. Кагана*. XII+362 стр. 8°. Съ 144 черт. и 5 рис. 1909. Ц. Р. 3.
- ЛОРЕНЦЪ, Г. проф. Курсъ Физики. *).** Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. *Н. П. Кастерина*
Т. I. VIII+348 стр. больш. 8°. Съ 236 рис. 1910. Ц. Р. 2. 75 к.
Т. II. VIII+466 стр. больш. 8°. Съ 257 рис. 1910. Ц. Р. 3. 75 к.
Съ появленіемъ этого перевода русская литература обогатилась превосходнымъ курсомъ физики.
Ж. М. Н. Пр.
- ГЕРНЕТЪ, В. А. Объ единствѣ вещества.** 46 стр. 16°. Ц. 25 к.
- ЗЕЕМАНЪ, П. проф. Происхожденіе цвѣтовъ спектра.** Съ прил. статьи *В. Ритца*. „*Линейные спектры и строеніе атомовъ*“. 50 стр. 16°. Ц. 30 к.
- НЬЮКОМЪ, С. проф. Теорія движенія Луны.** (Исторія и современное состояніе этого вопроса). 26 стр. 16°. Ц. 20 к.
- КЛОССОВСКИЙ, А. проф. Основы метеорологіи. *).** XVI+527 стр. больш. 8°. Съ 199 рис., 2 цвѣтн. и 3 черн. табл. 1910. Ц. Р. 4.
Честъ и слава „*Mathesis*“ за изданіе этой прекрасной книги, которою можетъ гордиться русская наука!
Ж. М. Н. Пр.
- КЭДЖОРИ, Ф. проф. Исторія элементарной математики (съ нѣкоторыми указаніями для препод. *).** Перев. съ англ. подъ ред. и съ примѣч. прив.-доц. *И. Ю. Тимченко*. VIII+368 стр. 8°. Съ рис. 1910. Ц. Р. 2. 50 к.
Книга читается съ большимъ интересомъ и весьма полезна.. Мы настоятельно рекомендуемъ „Исторію элемент. мат.“ Кэджори.
Вѣстн. Воспит.
- РАМЗАЙ, В. проф. Введеніе въ изученіе физической химіи.** Перев. съ англ. подъ ред. проф. *П. Г. Меликова*. VIII+76 стр. 16°. 1910. Ц. 40 к.
- РОУ, С. Геометрическія упражненія съ кускомъ бумаги.** Пер. съ англ. XVI+173 стр. 16°. Съ 87 рис. и чертежами. 1910. Ц. 90 к.
- ТРОМПСОНЪ, Дж. Дж. проф. Корпускулярная теорія вещества.** Переводъ съ англійск. *Г. Левинтова*, подъ ред. „*Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.*“. VIII+162 стр. 8°. Съ 29 рис. 1910. Ц. Р. 1. 20 к.

- ГРАФФЪ, К. Комета Галлея.*)** Пер. съ нѣм. VIII+71 стр. 16°. Съ 13 рис. и 2 отд. табл.
Изданіе второе исправл. и дополненное 1910. Ц. 30 к.
Брошюра Граффа хорошо выполняетъ свое назначеніе. Педагог. Сборникъ.
- НИМФЮРЪ, Р. Воздухоплаваніе.*)** Научныя основы и техническое развитіе. Пер. съ нѣм.
VIII+161 стр. 8°. Съ 52 рис. 1910. Ц. 90 к.
- Галлеева Комета въ 1910 году. Общедоступное изданіе.** Содержаніе: О вселенной —
О кометахъ—О кометѣ Галлея. 32 стр. 8°. Съ 12 иллюстраціями 1910. Ц. 12 к.
- КАЙЗЕРЪ, Г. проф. Развѣтїе современной спектроскопіи.*)** Пер. съ нѣм. подъ ред.
„Вѣстн. Оп. Физ. и Эл. Мат.“ 45 стр. 16° 1910. Ц. 25 к.
- ГАМПСОНЪ-ШЕФЕРЪ.*) Парадоксы природы.*)** Книга для юношества, объясняющая явле-
нія, которыя находятся въ противорѣчїи съ повседневымъ опытомъ. Пер.
съ нѣм. VIII+193 стр. 8° Съ 67 рис. Ц. Р. 1. 20 к.
- КАГАНЪ В. прив.-доц. Что такое алгебра?*)** 72 стр. 16°. Ц. 40 к.
- ВЕВЕРЪ и ВЕЛЬШТЕЙНЪ, проф. Энциклопедія элементарной математики*).** Т. II, кн. 2
и 3. Тригонометрія, аналитическая геометрія и стереометрія. Пер. съ нѣм. подъ
ред. прив.-доц. В. Кагана. VIII+321 стр. 8°. Съ 109 рис. 1910. Ц. Р. 2. 50 к.
- ПУАНКАРЕ, Г. проф. Наука и Методъ.** Пер. съ франц. И. Брусиловскаго подъ ред.
прив.-доц. В. Кагана. VIII+384 стр. 16°. 1910. Ц. Р. 1. 50 к.
- ЛЁВЪ. Динамика живого вещества.** Переводъ съ нѣм. подъ ред. прсф. В. В. За-
вьялова. VIII+352 стр. 8°. Съ 64 рис. 1910. Ц. Р. 2. 50 к.
- АДЛЕРЪ, А. Теорія геометрическихъ построеній.** Перев. съ нѣмецкаго подъ ред. прив.-
доц. С. О. Шатуновскаго XXIV+325 стр. 8°. Съ 177рис. 1910. Ц. Р. 2. 25 к.
- СОДДИ, Ф. проф. Радій и его разгадка.** Пер. съ англ. подъ ред. лаборанта Новоросс.
универс. Л. Хмырова. VII+190 стр. 8°. Съ 31 рис. 1910. Ц. Р. 1. 25 к.
- СМИТЪ, А. проф. Введеніе въ неорганическую химію.** Пер. съ англ. подъ ред. проф.
П. Г. Меликова. Вып. I. VI+400 стр. 8°. Съ рис. 1911. Ц. Р. 2.—
- КОВАЛЕВСКІЙ Г., проф. Основы дифференціального и интегрального исчисленій.**
Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. С. О. Шатуновскаго. VIII+503 стр. 8°. 1911.
Ц. Р. 3. 50 к.
- БОРЕЛЬ, Э. проф. Элементарная математика.** Ч. I. Ариѳметика и Алгебра. Въ обра-
боткѣ проф. П. Штэккеля. Пер. съ нѣмецк. подъ ред. прив.-доц. В. Ф. Ка-
гана. Съ приложеніемъ его статьи „О реформѣ преподаванія математики“. LXIV+434 стр. 8°. 1911. Ц. Р. 3.—
- ВИНЕРЪ, О. проф. О цвѣтной фотографіи и родственныхъ ей естественно-научныхъ**
вопросахъ Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. Н. П. Кастерина. VI+69 стр. 8°. Съ
3 цвѣтн. таблицами. 1911. Ц. 60 к.
- МАРКОВЪ, А. акад. Исчисленіе конечныхъ разностей.** Въ двухъ частяхъ. Изд. 2-ое
исправл. и дополненное. VIII+274 стр. 8°. 1911. Ц. Р. 2. 25 к.
- ФУРЬЕ ДАЛЬБЪ Э. Два новыхъ міра (Инфра-мїръ. Супра-мїръ).** Пер. съ англ.
VIII+119 стр. 8°. Съ 1 рис. и 1 табл. 1911. Ц. 80 к.
- БРАУНЪ, Ф. проф. Мои работы по беспроволочной телеграфіи и по электроо-
тичѣ.** Рѣчь, произнесенная по случаю полученія Нобелевской преміи, съ дополн.
автора. Пер. съ рукописи Л. Мандельштама и Н. Папалекси. со вступит. статьей
переводчиковъ. XXIV+92 стр. 16° Съ 25 рис. и портретомъ автора. 1911. Ц. 70 к.
- ШУВЕРТЪ, Г. проф. Математическія развлеченія и игры.** Пер. съ нѣм. Г. Левин-
това. Подъ ред., съ приб. и прим. „В. Оп. Ф. и Эл. Мат.“. XII+354 стр. 16°.
Со мног. табл. 1911. Ц. Р. 1. 40 к.

Имѣются на складѣ:

- МУЛЬТОНЪ, Ф. проф. Эволюція солнечной системы.** Перев. съ англійск. IV+82 стр.
16°. Съ 12 рис. 1908. Ц. 50 к.
Изложеніе планетезимальной гипотезы образованія солнечной системы изъ спиральной ту-
манности съ попутной критикой космогонической теоріи Лапласа.
- ЕФРЕМОВЪ, Д. кандид. матем. наукъ. Новая геометрія треугольника.** 334+XIII стр.
8°. 1902 Ц. Р. 2.—

Печатаются и готовятся къ печати:

КЛЕЙНЪ. Лекціи по элементарной математикѣ для учителей. Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *В. Казана.*

ТРЕЛЬСЪ-ЛУНДЪ. Небо и міровоззрѣніе въ круговоротѣ времени. Пер. съ нѣмецкаго.

ЛОВЕЛЛЬ, П. Обитаемость Марса. Пер. съ англ. Со мног. рис.

АНДУАЙЕ, проф. Курсъ астрономіи. Переводъ съ французскаго.

УСПѢХИ ФИЗИКИ. Сборникъ статей подъ ред. „*Вѣстн. Опытн. Физ. и Элемент. Мат.*“ Выпускъ второй.

МАМЛОКЪ, Л. проф. Стереохимія. Переводъ съ нѣмецкаго подъ ред. проф. *П. Меликова.*

ГАССЕРТЪ, проф. Изслѣдованія полярныхъ странъ. Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. *Г. Танфильева.*

ПЛАНКЪ, М. Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому міровоззрѣнію. Пер. съ нѣм. подъ ред. *Вѣстн. Опытн. Физ. и Элем. Мат.*

РУДИО. Архимедъ, Гюйгенсъ, Лагранжъ и Ламбертъ о квадратурѣ круга. Пер. съ нѣм.

ЛОДЖЪ, Оливеръ, проф. Мировой зѣри. Пер. съ англ. подъ ред. прив.-доц. Новороссійскаго университета *Д. Хмырова.*

МОРЭНЪ, проф. Физическія состоянія вещества. Переводъ съ французскаго.

ДЗЮБЕКЪ, проф. Курсъ аналитической геометріи. Въ 2 част. Пер. съ нѣм. подъ ред. преподав. С.П.Б. Высш. Женск. Курсовъ *В. І. Шиффа.*

Русская математическая библиографія въ 1908 г. Подъ ред. проф. *Д. Н. Синцова.*

КЛАРКЪ, А. Исторія астрономіи XIX столѣтія. Пер. съ англ. подъ ред. прив.-доц. С.П.Б. университета *В. Серафимова.*

ШТОКЪ-ШТЕЛЕРЪ. Практическое руководство по количественному неорганическому анализу. Пер. съ нѣм. подъ ред. проф. *П. Меликова.*

ВЕРИГО, Б. Ф. проф. Основы общей биологіи Около 30 печатныхъ листовъ.

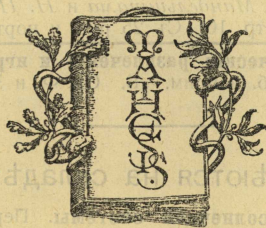
ГРОТЪ, проф. Введеніе въ химическую кристаллографію. Пер. подъ ред. проф. *М. Д. Сидоренко.*

ЛАГРАНЖЪ Ж. Дополненія къ „элементамъ алгебры“ Эйлера. Неопредѣленный анализъ. Пер. съ фр. подъ ред. прив.-доц. *С. О. Шатуновскаго.*

БОЛЬЦАНЪ, Б. Парадоксы безконечнаго. Пер. съ нѣмец. подъ ред. проф. *И. В. Слешинскаго.*

БАХМАНЪ, проф. Основы новѣйшей теоріи чиселъ. Пер. съ нѣм. подъ ред. прив.-доц. *С. О. Шатуновскаго.*

Выписывающіе изъ
главнаго склада изданій
„Матезисъ“ (Одесса,
Новосельская 66) на
сумму 5 р. и больше за
пересылку не платятъ.



Подробный катало-
гъ высылается по
требованію бесплатно.

Отдѣленія склада изданій „Матезисъ“:

Въ **Москвѣ**—Книжн. магазинъ „Образованіе“, Кузнецкій мостъ 11.

Въ **С.-Петербургѣ**—Книжн. магаз. *Г. С. Шукермана*, Алексан.пл. 5.

Въ **Варшавѣ**—Книжный магазинъ „Оросъ“, Новый Свѣтъ 70.

Въ **Кіевѣ**—Книж. магазинъ *В. А. Просяниченко*, Фундуклеевская.

Продолжается подписка на журналъ 1911 г. (XXII г.)
„ВОПРОСЫ ФИЛОСОФІИ И ПСИХОЛОГІИ“.

Издание Московскаго Психологическаго О-ва, при содѣйствіи

С.-ПЕТЕРБУРГСКАГО ФИЛОСОФСКАГО О-ВА.

Вышла 1-я (январь—февраль) книга 1911 г. Ея содержаніе: Психологія женщинъ, **В. Хвостова**. Что нужно знать педагогу изъ психологіи, **Г. Челпанова**. Позиція религіи въ новое время и предѣлы религіозной эволюціи, **И. Холопова**. Скептицизмъ и догматизмъ Юма, **Г. Шпетта**. Къ вопросу о трансцендентной реальности, **М. Рубинштейна**. Идея личности въ ученіи Штирнера, **И Ильина**. Новая система панлогизма, **А. Селитренникова**. Критика и библиографія. 1 Библиографическій листокъ. Извѣстія и замѣтки. Московское Психологическое Общество (Отчеты о засѣданіяхъ). Объясненія.

ЮБИЛЕЙНЫЙ № 103 ПРОДАЕТСЯ ОТДѢЛЬНО. ЦѢНА 1 р. 50 к.

Журналъ выходитъ **пять** разъ въ годъ (приблизительно въ концѣ февраля, апрѣля, іюня, октября и декабря) книгами около 15 печатныхъ листовъ.

Условія подписки: на годъ (съ 1-го января 1911 г. по 1-е января 1912 г.) безъ доставки—**6 р.**, съ доставкой въ Москвѣ—**6 р. 50 к.**, съ пересылкой въ другіе города—**7 р.**, за границу—**8 р.**

Учащіеся въ высшихъ учебныхъ заведеніяхъ, сельскіе учителя и сельскіе священники пользуются скидкой въ **2 р.** Подписка на льготныхъ условіяхъ принимается **только** въ конторѣ журналъ: **Москва, Б.-Никитская, б. Чернышевскій пер., домъ № 9, кв. 5** и въ книжныхъ магазинахъ: **Новаго Времени, Карбасникова, Вольфа, Оглоблина, Башмакова** и другихъ.

Редакторъ **Л. М. Лопатинъ.**

1911	Открыта подписка на техниче-	XVIII
годъ.	скій ежемѣсячный журналъ	годъ.

„ВѢСТНИКЪ ОБЩЕСТВА ТЕХНОЛОГОВЪ“

Издаваемый Обществомъ Технологовъ въ С.-Петербургѣ.

„Вѣстникъ Общества Технологовъ“ будетъ издаваться въ **1911 году** по прежней программѣ подъ руководствомъ редакціоннаго комитета, состоящаго изъ профессоровъ-спеціалистовъ по различнымъ отраслямъ технологии подъ общей редакціей проф. **П. В. Котурицкаго**.

Редакціонный Комитетъ:

В. П. Аршауловъ, Л. Г. Богаевскій, Н. А. Быковъ, А. А. Вороновъ, С. А. Ганешинъ, А. Д. Гатцукъ, М. В. Гололобовъ, Г. Ф. Деппъ, М. А. Дешевой, М. Г. Евангуловъ, А. С. Ломшаковъ, К. Э. Рерихъ, А. А. Русановъ, Н. А. Рѣзцовъ, Н. Н. Саввинъ, А. М. Самусъ, П. С. Селезневъ, А. М. Соколовъ, А. И. Степановъ, А. М. Тихомировъ, В. В. Фармаковский, И. М. Холмогоровъ.

„Вѣстникъ Общества Технологовъ“, помѣщая цѣлый рядъ оригинальныхъ и переводныхъ статей по всѣмъ отраслямъ механическаго и химическаго производствъ, электротехники и желѣзнодорожнаго дѣла, даетъ въ нихъ, помимо теоретическаго освѣщенія вопросовъ, волнующихъ инженера-ученаго, также и массу практическихъ свѣдѣній, необходимыхъ для каждаго инженера-практика. Въ каждомъ номерѣ даются обзоры всей текущей журнальной технической литературы, какъ русской, такъ и иностранной, а также отзывы о выдающихся новыхъ техническихъ книгахъ, какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ.

Подписная цѣна на журналъ:

Съ доставкой и пересылкой въ годъ **7 руб.** Для студентовъ (допускается разсрочка по третямъ года по **1 р.**) **3 руб.** Для членовъ Кружка Технологовъ Московскаго района не состоящихъ членами Об-ва **4 руб.**

Всѣмъ членамъ „Общества Технологовъ“ журналъ высылается бесплатно.

ОТДѢЛЬНЫЙ НУМЕРЪ 75 КОП.

Журналъ выходитъ **ЕЖЕМѢСЯЧНО** тетрадями большого формата въ размѣрѣ **4—6 листовъ.**

Подписка принимается въ конторѣ журнала: **С.-Петербургъ, Николаевская ул., № 29.**

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не
менѣ 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.



ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для соотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премию. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн. город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1910 г.

43-й семестръ.

Г. Пуанкаре. Новая механика. — *П. Флоровъ.* Способъ вычисленія отношенія окружности къ диаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ. — *И. Мессершмидтъ.* Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэлъ.* Марсъ — *С. Виноградовъ.* Развитие понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ. — *Е. Григорьевъ.* О разложеніи въ ряды функций $\sin x$ и $\cos x$. — Проф. *Д. Синцовъ.* Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель. — *Г. Урбанъ.* Являются ли основныя законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ.* Объ ирраціональныхъ числахъ — *П. Ренаръ.* Авіація, какъ спортъ и наука. — Проф. *О. Лоджъ.* Міровой эфиръ — *К. Лебединцевъ.* Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы. — *Э. Кроммелинъ.* Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ.* Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобынинъ.* Естественныя и искусственныя пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ

44-й семестръ.

О построеніяхъ, производимыхъ циркулемъ и линейкой. Прив.-доц. *С. О. Ша-туновскаго.* О биссектрисахъ треугольника. *Н. Извольскаго.* О четырехугольникѣ, имѣющемъ при данныхъ сторонахъ наибольшую площадь. Проф. *Б. К. Млодзевскаго.* Практическія занятія по физикѣ въ германской средней школѣ. *К. Иванова.* Замѣтка по вопросу о трисекціи угла. Проф. *Д. Синцова.* Нѣкоторыя свойства вращающагося твердаго тѣла. *Н. Васильева.* Броуновское движеніе. *А. Иоллоса.* Дѣленіе на 9. *А. Филиппова.* Объ ирраціональныхъ числахъ. *Е. Смирнова.* Основы беспроволочной телеграфіи. *Л. Мандельштама* и *Н. Папалекси.* О биссектрисахъ треугольника. *Е. Томашевича.* О геометрическихъ построеніяхъ съ помощью линейки при условіи, что дана неизмѣнная дуга круга съ центромъ. Проф. *Д. Мордухай-Болтовскаго.* Отношеніе новѣйшей физики къ механистическому мировоззрѣнію. *М. Планка.* Генезисъ минераловъ. *Г. Е. Бёкке.* Еще къ вопросу объ ирраціональныхъ числахъ. *К. Лебединцева.* Приближенное рѣшеніе задачи объ удвоеніи куба. Прив.-доц. *А. А. Дмитровскаго.* Причина землетрясеній, горообразованія и родственныхъ явленій. *Т. Арльта.*

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ **5% уступки.**

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.