№ 520.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Приватъ-Доцента В. Ф. КАГАНА.

27402

XLIV-го Семестра № 4-й.

http://vofem.ru

ОДЕССА.
Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.
1910.

Н. С. Дрентельнъ.

УКАЗАТЕЛЬ

лучшихъ общедоступныхъ книгъ

ПО ФИЗИКѢ и ФИЗИЧЕСКИМЪ ЗНАНІЯМЪ,

съ руководящими характеристиками.

Пособіе для самостоятельныхъ занятій и справокъ лицамъ, имѣющимъ подготовку среднеучебнаго заведенія или городского четырехкласснаго училища (частью и меньшую), а также для учащихся и учащихъ.

Цѣна 75 коп.

Предлагаемый трудъ содержитъ достаточную для многихъ цѣлей **выборку** изъ нашей „общедоступной“ литературы по физикѣ и физическимъ знаніямъ (въ общемъ 155 названій книгъ и 38 статей въ повременныхъ изданіяхъ).

Н. С. Дрентельнъ. ПОСОБІЕ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХЪ РАБОТЪ ПО ФИЗИКѢ ВЪ СРЕДНЕЙ ШКОЛѢ. Съ вопросами для упражненія и 63 рис. XI + 208 стр. Изд. Т-ва И. Д. Сытина, 1908. Ц. 90 к.

Его-же. ПРОСТЫЕ ФИЗИЧЕСКІЕ ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ. IV + 52 стр. съ 48 рис. Изд. Т-ва И. Д. Сытина, 1908. Ц. 40 к.

Его-же. ФИЗИКА ВЪ ОБЩЕДОСТУПНОМЪ ИЗЛОЖЕНІИ. Пособіе для обученія и самообразованія. Книга содержитъ основныя свѣдѣнія изъ физики, изложенныя въ связи съ повседневными явленіями и безъ помощи математическихъ формулъ; надлежащее мѣсто отведено обобщающимъ началамъ и современнымъ открытіямъ. XVIII + 808 стр. со многими вопросами для упражненія и 517 рис. Ц. 2 р. 85 к. Изданіе Т-ва И. Д. Сытина, 1909.

http://vofem.ru

Вышелъ изъ печати и поступилъ въ продажу

ПЕДАГОГИЧЕСКІЙ КАЛЕНДАРЬ-СПРАВОЧНИКЪ

на 1910 — 1911 учебный годъ.

Составленъ 16 преподавателями подъ общей редакціей С. Ананьина и М. Цитрона.

1-ая часть — **Записная книжка и календарь** для ежедневнаго обихода.

2-ая часть — **Настольный педагогическій справочникъ.**

I.—Библіографическій отдѣлъ. 1) Вслѣдствіе разбросанности педагог. литературы и почти полнаго отсутствія **періодическихъ** библіограф. указателей, спеціально приспособленныхъ для учителей средн. школы, отыскиваніе нужнаго матеріала по тому или другому вопросу отнимаетъ непроизводительно много труда, а въ провинціи и вообще почти невозможно. Поэтому редакція приложила особыя усилія для того, чтобы этотъ отдѣлъ отвѣчалъ слѣд. требованіямъ: 2) Списки книгъ и статей должны давать minimum литературы, необход. для того, чтобы разобраться въ томъ или другомъ вопросѣ, но за то указывать литературу по возможно большему числу вопросовъ. 3) Указываться должны только такія изданія, которыя можно безусловно рекомендовать вниманію преподавателей. 4) Для желающихъ болѣе полно ознакомиться съ какимъ-либо вопросомъ даются списки спеціальныхъ указателей. Списки книгъ и статей по отдѣльн. вопросамъ школьной жизни редактированы педагогами-спеціалистами.

II.—Законы и циркуляры, касающіеся дѣятельности преподавателей. 1) Служебныя права учителей. Объ опредѣленіи на службу, о содержаніи, вычетахъ, пенсіяхъ и пособіяхъ. 2) О центральн. правительствен. учрежденіяхъ, завѣдующихъ народнымъ образованіемъ, и средн. учебн. заведеніяхъ **различныхъ вѣдомствъ.**

III.—Различныя справочныя свѣдѣнія.

Цѣна за обѣ части — 1 р. 10 к. (первая часть въ мягкомъ коленк. перепл.).

Продается во всѣхъ большихъ книжныхъ магазинахъ.

Выписывающіе изъ главн. склада издательства „Сотрудникъ" (Кіевъ, Александровская, 27) за пересылку не платятъ.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Геометрія круга (Циклометрія).

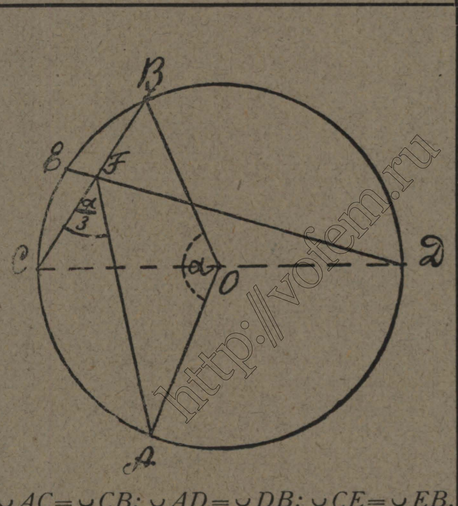
Рѣшеніе проблемы о геометрическомъ раздѣленіи дуги и угла на части пропорціональныя и равныя. Казань, 1908 г. Стр. XI+114+6=131. Цѣна 1 руб.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. Ч. I-я.

Общее рѣшеніе уравненій первой степени: неопредѣленныхъ и опредѣленныхъ. Казань, 1900 г. 333 стр. Цѣна 2 р. 50 к.

Обращаться въ книжные магазины:

„Новаго Времени" (СПБ., Москва, Харьковъ, Саратовъ, Одесса), Н. Н. Карбасникова (СПБ., Москва, Варшава, Вильна), А. А. Дубровина (Казань), „Общественная Польза" (СПБ.), Оглоблина (Кіевъ), Т-ва Сытина (Москва), „Трудъ" (Москва). „Сотрудникъ Школъ" (Москва), Бельке (Кіевъ), „Товарищества" (Самара), „Волжанинъ" (Самара) и др.



$\smile AC = \smile CB;\ \smile AD = \smile DB;\ \smile CE = \smile EB.$

http://vofem.ru

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый,

под редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библіографическій отдѣлъ: обзоръ спеціальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается за одну 7-коп. марку.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 190$^9/_{10}$ г.

42-ой семестръ.

М. Зиминъ. Приближенное вычисленіе корней квадратнаго уравненія. — *П. В. Шепелевъ.* Объ изложеніи основныхъ понятій и законовъ механики.—*Э. Пикаръ.* Успѣхи динамическаго воздухоплаванія.—Проф. *Ф. Содди.* Отецъ радія.—*К. Граффъ.* Комета Галлея и ея предстоящее возвращеніе.— *А. Долговъ.* О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо.—Проф. *Ф. Содди.* Къ вопросу о происхожденіи радія.— Прив.-доц. *В. Каганъ.* Что такое алгебра?— Проф. *К. Делтеръ.* Искусственные драгоцѣнные камни.—*Л. Видеманъ.* По поводу новаго объясненія твердости тѣлъ.—Проф. *Г. Кайзеръ.* Современное развитіе спектроскопіи.— Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ.—*Д. Ефремовъ.* О четырехугольникахъ.— *А. Пугаченко.* Приближенное дѣленіе угла на n равныхъ частей при помощи циркуля и линейки.— Опыты проф. І. І. Косоногова по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа.— Проф. *А. Беккеръ.* Сжиженіе газовъ.

43-ій семестръ.

Г. Пуанкаре. Новая механика. — *П. Флоровъ.* Способъ вычисленія отношенія окружности къ діаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ.— *И. Мессершмидтъ.* Марсъ и Сатурнъ. — *П. Лоуэль.* Марсъ — *С. Виноградовъ.* Развитіе понятія о числѣ въ его исторіи и въ школѣ.— *Е. Григорьевъ.* О разложеніи въ ряды функцій $\sin x$ и $\cos x$.— Проф. *Д. Синцовъ.* Къ вопросу о преподаваніи математики. Я. Штейнеръ, какъ преподаватель— *Г. Урбэнъ.* Являются ли основные законы химіи точными или же лишь приближенными. — *Е. Смирновъ.* Объ ирраціональныхъ числахъ — *П. Ренаръ.* Авіація, какъ спортъ и наука.—Проф. *О. Лоджъ.* Міровой эѳиръ — *К. Лебединцевъ.* Понятіе объ ирраціональномъ числѣ въ курсѣ средней школы.— *Э. Кроммелинъ.* Происхожденіе и природа кометъ. — *А. Филипповъ.* Дѣйствія съ періодическими дробями. — Прив.-доц. *В. Бобынинъ.* Естественные и искусственные пути возстановленія историками математики древнихъ доказательствъ и выводовъ

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.** Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.** Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: **Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.**

XLIV Сем. № 4.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 520.

Броуновское движеніе.

А. Іоллоса.

Въ 1827 году англійскій ботаникъ Робертъ Броунъ (Brown) впервые наблюдалъ, что микроскопическія тѣльца, случайно плававшія въ водѣ и въ другихъ жидкостяхъ въ видѣ загрязненія или же умышленно внесенныя въ жидкость, обнаруживаютъ (подъ микроскопомъ) своеобразное безпорядочное движеніе, которое и получило названіе броуновскаго движенія. Работы самого Броуна и цѣлаго ряда дальнѣйшихъ изслѣдователей показали, что это явленіе общее, свойственное всѣмъ достаточно мелкимъ частицамъ, плавающимъ внутри жидкости, будь то частицы разведенныхъ въ жидкости мелкихъ порошковъ всевозможныхъ веществъ, или микроскопическіе пузырьки газа, или капли другой жидкости. Въ послѣднее время тѣ же движенія наблюдались и внутри газовъ, напримѣръ, на частицахъ табачнаго дыма въ воздухѣ.

Долгое время броуновское движеніе не вызывало среди физиковъ особаго интереса. Полагали, очевидно, что его можно объяснить конвекціонными токами внутри жидкости, вызванными случайными мѣстными разностями температуры, подобно тому, какъ танцуютъ пылинки въ солнечномъ лучѣ, увлекаемыя мѣстными конвекціонными теченіями воздуха. Если бы это было такъ, то, конечно, броуновское движеніе не представляло бы ничего замѣчательнаго. Но самый характеръ этого движенія противорѣчитъ такому простому объясненію. Если бы оно было правильно, то двѣ сосѣднія частицы должны были бы двигаться болѣе или менѣе одинаково, между тѣмъ какъ въ дѣйствительности движенія каждой отдѣльной частицы происходятъ совершенно индивидуально и какъ будто совершенно независимы отъ движеній остальныхъ частицъ. Далѣе, рядъ опытовъ, продѣланныхъ особенно французскимъ физикомъ Гуи (Gouy) показалъ, что ни тщательное устраненіе температурныхъ неравенствъ, ни предварительное поглощеніе тепловыхъ лучей источника свѣта, освѣщающаго микроскопическій препаратъ, ни внезапное пониженіе энергіи проходящаго свѣта до $^1/_{1000}$ доли первоначальной ея величины нисколько не отражаются на интенсивности и характерѣ явленія. Также броуновское движеніе остается одинаковымъ, наблюдается ли оно въ сравнительно толстомъ слоѣ или въ слоѣ толщиной въ малую долю миллиметра. Между тѣмъ по подсчету, приведенному Смолуховскимъ (Smoluchowski), въ послѣднемъ случаѣ требовалась бы температурная разность, градіентъ, въ 100 000^0 на 1 *см.*, для того, чтобы получились конвекціонные токи той скорости, которую проявляютъ частицы,

Итакъ, гипотеза конвекціонныхъ токовъ отпадаетъ. Отпадаетъ также предположеніе, что движенія частицъ происходятъ отъ какихъ-либо внѣшнихъ сотрясеній. Тщательная установка, исключающая всякую тряску, какъ показали Экснеръ (Exner) и тотъ же Гуи, не устраняетъ и не измѣняетъ явленія. Несостоятельными оказались и нѣсколько другихъ, болѣе сложныхъ гипотезъ. Со времени работъ Гуи (1888) броуновское движеніе начало обращать на себя усиленное вниманіе, мало-по-малу пробила себѣ дорогу та теорія, которая источникъ энергіи броуновскаго движенія видитъ во внутренней тепловой энергіи жидкости, выражаясь нагляднѣе, въ толчкахъ молекулъ жидкости, ударяющихъ о плавающія въ ней частицы. Предположеніе это, высказанное уже въ 1863 году Винеромъ (Wiener), затѣмъ Гуи и др., было математически разработано Смолуховскимъ и Эйнштейномъ (Einstein). Послѣ недавнихъ экспериментальныхъ изслѣдованій Перрена (Perrin) мы какъ будто уже не имѣемъ права сомнѣваться въ его справедливости. Но прежде, чѣмъ приступить къ изложенію фундаментальныхъ результатовъ этихъ новѣйшихъ работъ, фундаментальныхъ не только для объясненія броуновскаго движенія, но и для всей кинетической теоріи теплоты и для нашихъ представленій о молекулярномъ строѣ матеріи вообще, мы должны еще нѣсколько подробнѣе познакомиться съ основнымъ характеромъ броуновскаго движенія, или молекулярнаго движенія, какъ его уже называютъ въ виду его происхожденія отъ ударовъ молекулъ.

Броуновское движеніе наблюдается въ обыкновенный микроскопъ на частицахъ самой различной величины. Почти незамѣтное при величинѣ діаметра въ 10 μ (тысячныхъ миллиметра), оно тѣмъ замѣтнѣе, чѣмъ меньше частицы, и достигаетъ большой интенсивности для частицъ, по своей малости находящихся близко у предѣла микроскопической наблюдаемости. При обыкновенномъ микроскопическомъ наблюденіи, когда изслѣдуемый препаратъ освѣщается проходящимъ свѣтомъ, диффракція свѣта, какъ извѣстно, не допускаетъ наблюдать частицы, немного меньшія по діаметру, чѣмъ длина волны освѣщающаго свѣта. Въ міръ болѣе мелкихъ частицъ позволилъ проникнуть ультра-микроскопъ, изобрѣтенный въ 1903 году Зидентопфомъ (Siedentopf) и Жигмонди (Zsigmondy). Въ немъ геніально использована именно диффракція свѣта около мелкихъ частицъ, мѣшающая ихъ распознанію въ обыкновенномъ микроскопѣ. Наглядная демонстрація принципа ультрамикроскопа это — солнечный лучъ, падающій сквозь щель въ темную комнату. Наблюдатель, стоящій сбоку отъ хода луча, видитъ на темномъ фонѣ танцующія въ немъ пылинки благодаря тому свѣту, который претерпѣваетъ около нихъ диффракцію. Точно такъ же въ ультрамикроскопѣ препаратъ освѣщается сбоку. Проходящій черезъ него свѣтъ не попадаетъ въ микроскопъ и въ глазъ наблюдателя. Послѣдній наблюдаетъ въ направленіи нормальномъ (или вообще наклоненномъ) къ прохожденію лучей источника свѣта. Если препаратъ не однороденъ, если, напримѣръ, въ жидкости содержатся мелкія ультрамикроскопическія частицы, то наблюдатель видитъ на темномъ фонѣ свѣтлыя звѣздочки. Онъ наблюдаетъ свѣтъ, происходящій именно отъ диффракціи.

Непосредственное наблюденіе черезъ ультрамикроскопъ обнаруживаетъ существованіе ультрамикроскопическихъ частицъ и ихъ движенія, но оно по существу своему не можетъ показать намъ формы и размѣры этихъ частицъ. Тѣмъ не менѣе, новый инструментъ сдѣлалъ возможнымъ огромное число работъ особенно въ области изученія такъ называемыхъ коллоидальныхъ растворовъ. Основной признакъ коллоидальныхъ растворовъ, давшій Грехему (Graham) возможность отдѣлить ихъ отъ обыкновенныхъ растворовъ (кристаллоидовъ), состоитъ въ томъ, что „растворенное" вещество, коллоидъ, не пропускается обычно употребляемыми перепонками, при помощи которыхъ его поэтому можно отфильтровать отъ растворителя. Это свойство, равно какъ малая величина осмотическаго давленія, медленность диффузіи и нѣкоторыя другія особенности коллоидальныхъ растворовъ, объясняется ихъ структурой. Ихъ надо считать чѣмъ-то среднимъ между простой смѣсью жидкости съ плавающимъ въ ней порошкомъ и настоящимъ растворомъ. Они разсѣиваютъ свѣтъ, и ультрамикроскопъ дѣйствительно обнаруживаетъ въ нихъ присутствіе большого числа мелкихъ частицъ. Особенно тщательно были изслѣдованы Жигмонди коллоидальные растворы нѣкоторыхъ металловъ: золота, серебра, платины и др. Такіе растворы золота, напримѣръ, получаются либо химическимъ способомъ при дѣйствіи какого-нибудь возстановителя на растворы солей золота либо путемъ раздробленія золотыхъ электродовъ, между которыми перескакиваетъ интенсивная дуга или искра. Смотря по условіямъ опыта, получаются прозрачные коллоидальные растворы разнаго цвѣта, розовые, пурпуровые или фіолетовые. Въ ультрамикроскопѣ они обнаруживаютъ огромное число частицъ, обладающихъ чрезвычайно быстрымъ безпорядочнымъ движеніемъ. Это и есть опять броуновское молекулярное движеніе, но соотвѣтственно малымъ размѣрамъ частицъ значительно болѣе быстрое, чѣмъ то, которое наблюдалось надъ частицами, различаемыми еще въ обыкновенный микроскопъ. Для коллоидальныхъ растворовъ золота Жигмонди удалось даже косвеннымъ путемъ опредѣлить порядокъ величины движущихся частицъ. Онъ опредѣлилъ общее количество золота въ растворѣ и сдѣлалъ подсчетъ числа частицъ въ опредѣленномъ микроскопическомъ объемѣ. Отсюда получается вѣсъ, а затѣмъ и объемъ отдѣльной частицы. Величина частицъ, сильно варіирующая для разныхъ растворовъ, въ случаѣ самыхъ мелкихъ частицъ была равна 6 $\mu\mu$ (милліоннымъ миллиметра), слѣдовательно, въ 100 разъ меньше, чѣмъ величина частицъ, удобно видныхъ въ обыкновенный микроскопъ. Замѣтимъ тутъ же, что эти мельчайшія частицы золота лишь въ нѣсколько десятковъ разъ больше величины молекулъ (напримѣръ, молекулъ водорода, воды и т. д.). Интенсивность молекулярнаго движенія зависитъ не только отъ величины частицъ, но и отъ температуры, именно: она растетъ вмѣстѣ съ температурой.

Самое поразительное свойство броуновскаго движенія это его замѣчательное постоянство. Мы уже указали на цѣлый рядъ измѣненій во внѣшнихъ условіяхъ, ничуть не отражающихся на броуновскомъ движеніи. Оно дѣйствительно неутомимо. Частицы, подверженныя ему, не падаютъ на дно, а продолжаютъ свой лихорадочный танецъ въ теченіе часовъ, дней, недѣль, даже годовъ. Откуда берется энергія для этого безпрерывнаго движенія? Мы уже сказали, что, надо полагать, изъ движенія молекулъ среды, того самого движенія, интенсивность котораго, по кинетической теоріи теплоты, обусловливаетъ температуру, которое становится равнымъ нулю лишь при температурѣ абсолютнаго нуля и которое растетъ вмѣстѣ съ температурой.

Самый видъ броуновскаго движенія, по словамъ Смолуховскаго, наводитъ на ту мысль, что именно такъ должно происходить безпорядочное тепловое движеніе самихъ молекулъ. „Это не колебательное движеніе и не поступательное, это какое-то дрожаніе. Частицы, какъ будто толкаемыя случайными ударами молекулъ жидкости, описываютъ произвольные зигзагообразные пути, и, несмотря на свое лихорадочное движеніе, онѣ лишь медленно двигаются съ мѣста“. Слова эти относятся къ наблюденіямъ въ обыкновенный микроскопъ. Вотъ какъ описываетъ Жигмонди болѣе быстрое движеніе частицъ золота, частицъ ультрамикроскопическихъ: „Онѣ уже не вибрируютъ, онѣ передвигаются, и при томъ съ поразительной быстротой. Кто видѣлъ рой комаровъ, играющихъ въ солнечномъ лучѣ, тотъ можетъ себѣ представить движеніе частицъ въ водномъ коллоидальномъ растворѣ золота. Онѣ танцуютъ и прыгаютъ, сближаются и расходятся, такъ что трудно за ними услѣдить“.

Переходя теперь къ кинетической теоріи, устранимъ сперва одно существенное недоразумѣніе. Мы уже сказали, что тѣльца движутся подъ случайными ударами молекулъ среды. Можно спросить, и дѣйствительно спрашивали, достаточно ли удара одной молекулы воды для того, чтобы сообщить частицѣ діаметромъ въ 1 μ или даже въ 10 μ (т. е. частицѣ, очень большой по сравненію съ молекулой) наблюдаемую подъ микроскопомъ скорость? Подсчетъ показываетъ, что совершенно недостаточно. Но самый вопросъ исходитъ изъ неправильнаго представленія. Наблюдаемое движеніе есть результатъ огромнаго числа ударовъ. Такъ, шаръ, діаметръ котораго равенъ 1μ, въ водѣ получаетъ въ секунду 10^{20} ударовъ. Среди этихъ ударовъ въ одинъ короткій промежутокъ времени нѣсколько преобладаютъ удары въ одномъ направленіи, въ слѣдующемъ промежуткѣ — удары въ другомъ направленіи. Это и приводитъ частицу въ движеніе. Мы сейчасъ увидимъ, что дѣйствительная скорость, пріобрѣтаемая частицей, должна быть даже гораздо больше той скорости перемѣщенія, которая непосредственно наблюдается въ микроскопъ. Представимъ себѣ частицу сперва въ состояніи покоя. Подъ вліяніемъ ударовъ, дѣйствующихъ въ данный моментъ какъ разъ въ одномъ направленіи, частица перемѣстится въ этомъ направленіи; въ слѣдующій моментъ будутъ преобладать удары въ направленіи, наклоненномъ противъ перваго, — частица повинуется имъ и измѣнитъ первоначальное направленіе движенія и т. д. Словомъ, она будетъ описывать путь чрезвычайно сложный, отдѣльные прямолинейные кусочки котораго въ микроскопъ совершенно невозможно различить. Частица можетъ сравнительно долгое время казаться неподвижной, между тѣмъ какъ въ дѣйствительности она проходитъ чрезвычайно длинный зигзагообразный путь, не увлекающій ее, однако, сколько-нибудь замѣтно отъ первоначальнаго мѣстонахожденія. Если мы въ микроскопъ все-таки наблюдаемъ конечныя перемѣщенія, то они, въ свою очередь, являются результатомъ того, что въ опредѣленный конечный промежутокъ времени въ совокупности всѣхъ прямолинейныхъ частицъ пути преобладаетъ какое-нибудь одно направленіе, въ слѣдующій такой же конечный промежутокъ времени — другое направленіе. Поэтому путь частицъ, наблюдаемый нами непосредственно, безконечно проще того дрожащаго движенія, составленнаго изъ безконечнаго числа невидимыхъ для насъ зигзаговъ, которое въ дѣйствительности выполняется частицами. И легко понять, что для выполненія этого сложнаго движенія требуется скорость гораздо большая, чѣмъ та, которая просто вычисляется изъ конечныхъ перемѣщеній, наблюдаемыхъ черезъ опредѣленные конечные промежутки времени.

Но на основаніи кинетической теоріи можно вычислить дѣйствительную среднюю скорость движенія частицъ. Подъ ударами молекулъ частица пріобрѣтаетъ кинетическую энергію, которая, конечно, будетъ то увеличиваться, то уменьшаться, но средняя величина которой достигнетъ извѣстнаго предѣла: именно, будетъ происходить выравниваніе между кинетической энергіей толкающихъ молекулъ среды и энергіей толкаемыхъ частицъ. Средняя кинетическая энергія частицы, совершающей броуновское движеніе, станетъ равной средней кинетической энергіи молекулъ среды. Если обозначимъ черезъ m и u массу и (среднюю) скорость молекулъ среды, черезъ M и U массу и скорость броуновской частицы, то, слѣдовательно, имѣется уравненіе: $\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}MU^2$, откуда получаемъ:

$$U = u\sqrt{\frac{m}{M}}.$$

Примемъ за среду газъ-кислородъ. Извѣстны вѣсъ и скорость его молекулъ (мы ниже увидимъ, какъ ихъ получили). Вѣсъ m равенъ круглой цифрой $5 \cdot 10^{-23}$ *гр.*, скорость u — 400 *м.* въ секунду. Возьмемъ въ качествѣ броуновской частицы шарикъ съ діаметромъ въ 1μ и съ плотностью 1. Подставляя эти числа въ формулу, получаемъ для средней скорости броуновскаго движенія такихъ частицъ 4 *мм.* въ секунду. Сейчасъ мы покажемъ, что та же скорость получилась бы и для любой жидкой среды. Поэтому и въ водѣ наша частица будетъ обладать той же скоростью 4-хъ *мм.* въ секунду, въ то время какъ непосредственное наблюденіе конечныхъ перемѣщеній даетъ гораздо меньшую величину,— по опытамъ Экснера, напримѣръ, въ нѣсколько сотъ разъ меньшую. Если бы можно было экспериментально опредѣлить дѣйствительную скорость частицъ, то это была бы самая простая провѣрка кинетической теоріи броуновскаго движенія. Мы видимъ, что такая провѣрка намъ, къ сожалѣнію, недоступна.

Для того, чтобы дать понятіе о дѣйствительно проведенной провѣркѣ и полное представленіе о значеніи броуновскаго движенія для всѣхъ нашихъ атомистическихъ и кинетическихъ воззрѣній, придется хотя бы самымъ упрощеннымъ способомъ вывести нѣкоторыя фундаментальныя теоремы кинетической теоріи газовъ и теплоты. Представимъ себѣ объемъ газа въ формѣ куба со стороной a. Пусть абсолютная температура будетъ T, а давленіе на единицу поверхности p. Какъ температура, такъ и давленіе по кинетической теоріи обусловливаются движеніемъ молекулъ газа, кинетической энергіей этого движенія и ударами молекулъ о стѣнки. Для упрощенія нашего вывода представимъ себѣ, что всѣ молекулы, число которыхъ обозначимъ черезъ n, обладаютъ одной и той же скоростью u (средней скоростью молекулярнаго движенія) и, далѣе, что скорости направлены только по 3-мъ осямъ координатъ такимъ образомъ, что одна треть молекулъ движется параллельно оси X, вторая треть параллельно оси Y, третья треть параллельно оси Z. Достаточно будетъ разсмотрѣть движеніе одной такой трети. Молекулы ударяютъ о нормальную къ ихъ движенію стѣнку куба со скоростью $+u$ и отскакиваютъ обратно со скоростью $-u$, ихъ скорость мѣняетъ свой знакъ. Если m обозначаетъ массу молекулы, то у стѣнки каждая молекула, переходя отъ скорости $+u$ до нуля и затѣмъ до $-u$, получаетъ количество движенія, равное двойному произведенію массы на скорость u, т. е. $2mu$. Примемъ во вниманіе, что молекула, возвращаясь обратно, ударяетъ о противоположную стѣнку, находящуюся на разстояніи a отъ первой, затѣмъ опять попадаетъ въ первую и т. д. Въ теченіе секунды, такимъ образомъ, одна и та же молекула ударитъ о первую стѣнку $\frac{u}{2a}$ разъ. А такъ какъ молекулъ, движущихся въ этомъ направленіи, у насъ $\frac{1}{3}n$, то общее количество движенія, отдаваемое стѣной, будетъ: $2mu \cdot \frac{u}{2a} \cdot \frac{1}{3}n$, или $\frac{1}{3}mu^2 \cdot \frac{n}{a}$. Но то же количество движенія, по принципу дѣйствія и противодѣйствія, пріобрѣла бы и стѣна, т. е. она отодвинулась бы подъ ударами молекулъ, если бы была подвижной. Вмѣсто движенія ея получается давленіе на всю ея поверхность, равное $p \cdot a^2$, и, слѣдовательно, должно имѣть мѣсто уравненіе:

$$p \cdot a^2 = \frac{1}{3} mu^2 \cdot \frac{n}{a},$$

или (такъ какъ a^3 есть объемъ газа, который обозначимъ черезъ v)

$$pv = \frac{1}{3} mu^2 \cdot n.$$

Болѣе глубокое изслѣдованіе обнаруживаетъ, что уравненіе это остается въ силѣ независимо отъ тѣхъ упрощенныхъ предположеній, которыя мы сдѣлали для его вывода; такъ какъ $\frac{1}{2} mu^2$ есть средняяя кинетическая энергія w молекулъ, а $m \cdot n$ — общая масса M даннаго объема газа, то можно еще написать:

$$pv = \frac{2}{3} w \cdot n$$

и

$$pv = \frac{1}{3} Mu^2.$$

Напомнимъ теперь, что по соединеннымъ законамъ Бойля-Маріотта и Гэ-Люссака для идеальныхъ газовъ $pv = RT$, гдѣ R — постоянная величина, извѣстная и одна та же для всѣхъ газовъ, если формулу примѣнить, напримѣръ, къ количествамъ газа, равнымъ граммъ-молекуламъ, т. е. вѣсящимъ столько граммовъ, сколько показываетъ число ихъ молекулярнаго вѣса. Это, очевидно, будутъ количества эквимолекулярныя, содержащія одинаковое число молекулъ. По закону Авогадро такія количества газовъ при равной температурѣ и равномъ давленіи занимаютъ также одинаковый объемъ. Будемъ же въ дальнѣйшемъ подразумѣвать, что мы имѣемъ дѣло съ граммъ-молекулами газовъ, и обозначимъ черезъ N число содержащихся въ нихъ молекулъ. Это число будетъ универсальная постоянная, число молекулъ въ граммъ-молекулѣ вещества. Мимоходомъ замѣтимъ, что уравненіе $pv = \frac{1}{3} Mu^2 = RT$ позволяетъ вычислить u, среднюю скорость молекулъ газа для данной температуры. Такъ и были получены молекулярныя скорости газовъ, равныя нѣсколькимъ сотнямъ метровъ въ секунду. Числомъ, полученнымъ для кислорода, мы выше уже воспользовались (точнѣе, 435 *м.* въ секунду при 0^0 Ц.).

Итакъ, въ примѣненіи къ граммъ-молекулѣ газа наши формулы можно писать въ такомъ видѣ:

$$pv = \frac{2}{3} wN = RT.$$

Перемѣнными тутъ могутъ быть только p, v, w и T, ибо N и R суть постоянныя. Вторая часть этого двойного уравненія показываетъ, что

http://www.vtorich.ru

температура пропорціональна кинетической энергіи. Изъ первой же части уравненія выводимъ заключеніе, что при равномъ объемѣ граммъ-молекулы газа давленіе опредѣляется кинетической энергіей молекулъ. Средняя кинетическая энергія молекулъ w при данной температурѣ во всѣхъ газахъ должна быть одна и та же.

До сихъ поръ мы говорили только о газахъ. Но все сказанное будетъ справедливо также примѣнительно къ растворамъ, если подъ давленіемъ понимать осмотическое давленіе. Растворенное вещество ведетъ себя такъ же, какъ газъ, занимающій тотъ же объемъ. Если мы сравнимъ граммъ-молекулу газа и какого-нибудь растворенного вещества, то при равной температурѣ средняя кинетическая энергія молекулъ w въ газѣ и растворенномъ веществѣ опять должна быть, слѣдовательно, одна и та же. Наконецъ, разъ эти разсужденія примѣнимы, напримѣръ, къ молекуламъ алкоголя, растворенного въ водѣ, то они также должны быть справедливы по отношенію къ молекуламъ воды, „растворенным" въ водѣ же, къ „раствору воды въ водѣ". Другими словами, при равной температурѣ средняя кинетическая энергія молекулъ во всѣхъ жидкостяхъ имѣетъ опять-таки ту же самую величину, что и въ газахъ. Этимъ обстоятельствомъ мы уже воспользовались выше при вычисленіи дѣйствительной скорости броуновскаго движенія. Исходя отъ растворовъ, намъ также легко понять, что и средняя кинетическая энергія частицъ, исполняющихъ броуновское движеніе, должна быть равна той же самой величинѣ, какъ это было уже сказано выше. Дѣйствительно, какъ мы уже указали, мы можемъ себѣ представить всѣ переходы отъ настоящихъ растворовъ кристаллоидовъ къ коллоидальнымъ растворамъ и отъ этихъ послѣднихъ къ грубымъ эмульсіямъ. „Тяжелыя молекулы сахара, растворенного въ водѣ", говоритъ Перренъ, „обладаютъ той же средней кинетической энергіей, какъ подвижныя молекулы воды. Молекулы сахара содержатъ уже 35 атомовъ; молекулы сѣрнокислаго хинина содержатъ болѣе сотни атомовъ, и можно было бы привести еще болѣе сложныя и тяжелыя молекулы, на которыя все же распространяются законы осмотическаго давленія. Вообразимъ себѣ частицу еще немножко большую, состоящую изъ нѣсколькихъ молекулъ, словомъ, пылинку. Не слѣдуетъ ли, что и она будетъ вести себя, просто какъ очень крупная молекула?"

(Продолженіе слѣдуетъ).

Дѣленіе на 9.

Изъ книги „Четыре ариѳметическихъ дѣйствія".

А. Филиппова.

Нетрудно, конечно, произвести дѣленіе натуральнаго числа на 9. Однако, весьма любопытно отмѣтить существованіе разнообразныхъ способовъ выполненія этой задачи. Нѣкоторые изъ этихъ пріемовъ,

http://vofem.ru

малоизвѣстные для публики, безусловно проще обыкновеннаго пріема, другіе интересны своей конструкціей.

I пріемъ. — Обыкновенный пріемъ.

Прежде всего замѣтимъ, что при обыкновенномъ процессѣ дѣленія на однозначныя числа можно сократить запись, пользуясь слѣдующимъ расположеніемъ вычисленій. Раздѣлимъ 857 316 на 9:

Фиг. 1.

4 2 5 6 3 (остатокъ).

8 5 7 3 1 6

9 5 2 5 7 (частное).

Дѣлимъ 85 на 9; получаемъ въ частномъ 9 и въ остаткѣ 4; 9 пишемъ подъ 5, а 4 пишемъ сверху. Дѣлимъ 47 на 9 и т. д. Получаемъ въ частномъ 95 257, въ остаткѣ 3. При совершеніи дѣйствія стрѣлки, указанныя на фиг. 1, писать, конечно, нѣтъ надобности.

II пріемъ. — Дѣленіе на 9 при помощи сложенія.

Такъ какъ $\frac{1}{9} = 0,(1)$, то $\frac{a}{9} = \frac{a}{10} + \frac{a}{100} + \frac{a}{1000} + \cdots$

Фиг. 2.

857 316 : 9 =

85731,6

8573,16

857,316

85,7316

8,57316

0,857316

....

95257,238076 ...

III пріемъ. — Дѣленіе на 9 по способу сложенія цифръ дѣлимаго.

Нѣкоторые авторы предлагаютъ примѣнять формулу:

$$E\left(\frac{abcde}{9}\right) = E\left(\frac{a+b+c+d+e}{9}\right) + a+b+c+d+10.(a+b+c)+$$
$$+100.(a+b)+1000.a;$$

гдѣсь $E\left(\frac{m}{n}\right)$ означаетъ цѣлую часть частнаго $\frac{m}{n}$. Примѣняя этотъ рпіемъ къ данному примѣру получимъ:

Фиг. 3.

$8+5+7+3+1+6=30$	Дробь	3
$(3)+8+5+7+3+1=27$	Единицы	7
$(2)+8+5+7+3=25$	Десятки	5
$(2)+8+5+7=22$	Сотни	2
$(2)+8+5=15$	Тысячи	5
$(1)+8=9$	Десятки тысячъ	9
		95257,(3)

IV пріемъ. — Дѣленіе на 9 по методу Фонтеса.

Значительно упрощается III пріемъ, если его примѣнять въ обратномъ направленіи. Для этого надо воспользоваться дѣленіемъ Фонтеса[1]).

Фиг. 4.

8	8
$8+5$ . . .	13
$13+7$	20
$20+3$	23
$23+1$	24
$24+6$	30
30	30
	95257,33 . . .

V пріемъ. — Способъ Ф. Мартеля[2]).

Ф. Мартель указываетъ слѣдующій пріемъ, который онъ называетъ „дѣленіемъ на 9 посредствомъ вычитанія“. Будемъ различать два случая:

[1]) О дѣленіи Фонтеса см. брошюру автора „О дѣленіи“, Могилевъ-Под., 1909.

[2]) См. Ф. Мартель, „Пріемы быстраго счета“. Перев. съ французскаго П. П. Мироносицкаго. СПБ., 1909. Стр. 141—142.

http://vofem.ru

1-й случай. — Дѣлимое дѣлится на 9 безъ остатка. Пусть N есть число, которое требуется раздѣлить на 9, а Q — девятая часть этого числа:

$$N = Q \times 9 = Q \times 10 - Q,$$

$$Q = Q \times 10 - N.$$

Отсюда выводимъ правило: чтобы найти частное отъ дѣленія на 9 числа, кратнаго 9-ти, вычитаютъ изъ 10 единицы дѣлимаго; изъ найденнаго остатка — десятки дѣлимаго; изъ новаго остатка — сотни дѣлимаго и т. д. (Блюсти избытки).

Напримѣръ: 3438 : 9.

Фиг. 5.

$$\begin{array}{ccccccccc} & \scriptstyle 8 & & \scriptstyle 6 & & \scriptstyle 4 & & \scriptstyle 2 & \\ 0 & \leftarrow & 3 & \leftarrow & 8 & \leftarrow & 2 & \leftarrow & 0 \\ & & \uparrow{\scriptstyle 7} & & \uparrow{\scriptstyle 5} & & \uparrow{\scriptstyle 3} & & \uparrow{\scriptstyle 1} \\ & & 3 & & 4 & & 3 & & 8 \end{array}$$

Частное : 382.

2-й случай. — Дѣлимое не дѣлится безъ остатка на 9.

Сначала вычитаемъ остатокъ отъ дѣленія такого числа на 9, который вычисляемъ сложеніемъ цифръ дѣлимаго. Потомъ къ полученному кратному 9-ти прилагаемъ только-что изложенное правило.

VI пріемъ. — Дополнительное дѣленіе.

Съ успѣхомъ можно примѣнить дополнительное дѣленіе[1]). При этомъ можно пользоваться тѣмъ же расположеніемъ вычисленій, которое дано въ I пріемѣ:

4 2 5 6 3 (остатокъ).

$\diagdown\ \diagdown\ \diagdown\ \diagdown$

8 5 7 3 1 6

9 5 2 5 7 (частное).

Только въ этомъ случаѣ остатки 4, 2, 5, 6, 3 получаются сложеніемъ цифръ частнаго 9, 5, 2, 5, 7 со стоящими надъ ними цифрами дѣлимаго: 5, 7, 3, 1, 6. Дѣлимъ 85 на 9, получаемъ въ частномъ 9; $9 + 5 = 14$, поэтому первый остатокъ равенъ 4 и т. д.

VII пріемъ. — Методъ безконечнаго умноженія[1]).

857316 : 9 = (857316 * 1) = 95257,(3).

http://vofem.ru

Читателямъ „Вѣстника“ этотъ пріемъ извѣстенъ [3]).

1) 3 3 2 3 8 0 7 6
   0 0 1 **8 5 7 3 1**
   1 1

2) 3 3 3 3 3 3
   — 2 3 8 0 7 6
   9 5 2 5 7

VIII пріемъ. — Алгориѳмъ безконечнаго дѣленія.

Наконецъ, можно воспользоваться методомъ безконечнаго дѣленія***), который въ данномъ случаѣ совпадаетъ съ IV пріемомъ.

Сравнивая между собой эти пріемы, видимъ, что IV и VI представляются наиболѣе простыми и удобными

Тѣ же пріемы можно приложить къ дѣленію на 99, 999 и т. д. и вообще на числа вида $10^n - 1$.

Міровой эѳиръ.

Проф. О. Лоджа.

*(Продолженіе *).*

Опытъ Майкельсона.

Однако, американскій физикъ Майкельсонъ придумалъ планъ такого опыта, который, повидимому, долженъ былъ на самомъ дѣлѣ оказаться рѣшительнымъ; преодолѣвъ много затрудненій, онъ привелъ этотъ планъ въ исполненіе. Опытъ этотъ описанъ въ журналѣ „Philosophical Magazine“ за 1887 годъ.

Знаменитый опытъ Майкельсона состоитъ въ изслѣдованіи интерференціи двухъ половинъ пучка свѣта, изъ которыхъ одна направляется туда и обратно поперекъ линіи потока эѳира, а другая — туда и обратно вдоль линіи потока эѳира.

Полупрозрачное зеркало, расположенное подъ угломъ въ 45^0, предназначается для расщепленія пучка, а два обыкновенныхъ зеркала, поставленныхъ перпендикулярно къ обоимъ полупучкамъ, направляютъ ихъ обратно туда, откуда они пришли, такъ что черезъ зрительную трубу они могутъ войти въ глазъ.

Это расположеніе приборовъ существенно отличается отъ интерференціоннаго калейдоскопа (рис. 7), такъ какъ здѣсь нѣтъ пути *BC* и свѣтъ не описываетъ замкнутаго контура. Каждая половина пучка идетъ туда и обратно по своему собственному пути; пути же эти не совпадаютъ, а, наоборотъ, отдѣлены одинъ отъ другого, при чемъ

---

[3]) См. №№ 467—468 и 485—486 „Вѣстника“, а также брошюру „О дѣленіи“.

*) См. № 519 „Вѣстника“,

одинъ направленъ, скажемъ, съ сѣвера на югъ, а другой съ востока на западъ.

При этихъ условіяхъ полосы гораздо сильнѣе дрожатъ, чѣмъ при расположеніи, указанномъ на рис. 7 и подвержены всевозможнымъ сотрясеніямъ. Приборъ долженъ быть чрезвычайно устойчивъ, и даже колебанія температуры оказываются недопустимыми ни на одномъ изъ свѣтовыхъ путей. Чтобы выполнить это, источникъ свѣта, зеркала и зрительная труба были всѣ установлены на массивной каменной плитѣ, а эта послѣдняя плавала въ ртутной ваннѣ.

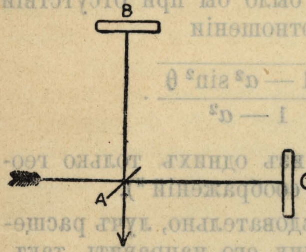


Рис. 10.

Путь свѣта и двухъ полупучковъ въ знаменитомъ опытѣ Майкельсона.

Свѣтъ расщепляется въ A, одна половина направляется къ B и обратно, другая — къ C и обратно. Ср. рис. 7.

Плиту можно было медленно поворачивать, такъ что либо путь AB, либо путь AC могъ быть направленъ приблизительно вдоль или поперекъ направленія движенія земли въ пространствѣ.

Такъ какъ продольное движеніе, при всѣхъ прочихъ равныхъ обстоятельствахъ, должно занимать немного больше времени, чѣмъ поперечное движеніе, то можно было ожидать нѣкотораго смѣщенія полосъ интерференціи при вращеніи плиты.

Но, если во всѣхъ до сихъ поръ описанныхъ опытахъ искомый эффектъ былъ перваго порядка малости, по величинѣ равный $^1/_{10000}$ или $^1/_{20000}$, — иначе говоря, зависѣлъ отъ первой степени отношенія скорости земли къ скорости свѣта, — то ожидаемый теперь эффектъ зависитъ отъ квадрата того же отношенія и потому даже въ самомъ благопріятномъ случаѣ не можетъ быть больше одной 100-милліонной.

Поэтому легко себѣ представить, что опытъ Майкельсона исключительно труденъ, и что для успѣшнаго выполненія его требовалось и большое искусство и настойчивость.

Что этотъ опытъ исключительно труденъ, будетъ ясно изъ того, что онъ былъ бы неубѣдителенъ, если бы не была достигнута точность въ одну 400-милліонную.

Майкельсонъ считаетъ, что съ помощью своей послѣдней установки онъ могъ бы открыть одну 4000-милліонную долю, если бы она существовала (а это равносильно обнаруженію ошибки въ 1 *мм.* при измѣреніи разстоянія въ 4 тысячи *км.*); и, однако, онъ ничего не обнаружилъ. Все происходило совершенно такъ, какъ будто бы эѳиръ былъ по отношенію къ землѣ неподвиженъ, — какъ будто бы земля вполнѣ увлекала съ собою эѳиръ, находящійся въ непосредственномъ сосѣдствѣ съ нею. Къ такому именно заключенію и пришелъ Майкельсонъ.

http://fiz.ru

Теорія опыта Майкельсона.

Теорію опыта Майкельсона можно изложить такъ (оптическій чертежъ остается тотъ же самый, что на рис. 6).

Если источникъ и пріемникъ, неподвижные другъ относительно друга, движутся сквозь эөиръ со скоростью u, — при чемъ $\frac{u}{v} = a$ есть постоянная аберраціи, — то время прохожденія каждаго пути SM (туда и обратно), наклоненнаго подъ угломъ θ къ направленію движенія, возрастаетъ противъ того, каково оно было бы при отсутствіи движенія, въ отношеніи

$$\frac{\sqrt{1 - a^2 \sin^2 \theta}}{1 - a^2}.$$

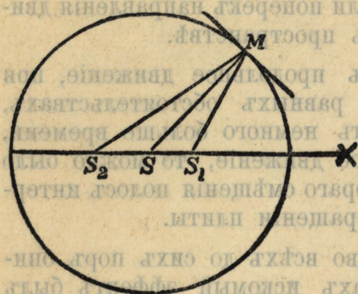


Рис. 6.

Нормальное отраженіе въ движущейся средѣ. Уголъ MSX есть уголъ θ въ теоріи Майкельсона.

Это слѣдуетъ изъ однихъ только геометрическихъ соображеній *).

Если, слѣдовательно, лучъ расщепить и половину его направить такъ, чтобы $\theta = 0^0$, а другую половину такъ, чтобы $\theta = 90^0$ (какъ на рис. 10), то одна половина отстанетъ отъ другой на разстояніе, равное пройденному пути, умноженному на $^1/_2 a^2$; хотя разстояніе это и весьма мало, тѣмъ не менѣе оно можетъ составить замѣтную долю длины волны, а потому и можетъ произвести замѣтное смѣщеніе полосъ.

---

*) Обозначимъ $\angle S_2MS = \angle SMS_1$ черезъ φ, линіи же S_2M и S_1M соотвѣтственно черезъ x и y; тогда

$$\frac{x}{l} = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta - \varphi)} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta \cos \varphi - \sin \varphi \cos \theta},$$

$$\frac{y}{l} = \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \varphi)} = \frac{\sin \theta}{\sin \theta \cos \varphi + \sin \varphi \cos \theta}.$$

Отсюда получается искомая величина

$$\frac{x + y}{2l} = \frac{\sin^2 \theta \cos \varphi}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta}.$$

Остается замѣнить φ черезъ θ:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \theta} = \frac{S_2S}{x} = \frac{SS_1}{y} = \frac{u}{v} = a, \quad \sin \varphi = a \sin \theta,$$

послѣ чего получается выраженіе, даваемое Лоджемъ.

http://vofem.ru

Но при аккуратной постановкѣ опыта никакого смѣщенія не наблюдается.

Итакъ, опытъ, повидимому, доказываетъ, что никакого движенія черезъ эѳиръ нѣтъ, что не существуетъ никакого потока эѳира по отношенію къ землѣ, что эѳиръ, непосредственно прилегающій къ землѣ, связанъ съ нею, или, иными словами, что земля влечетъ съ собою весь находящійся по сосѣдству съ нею эѳиръ.

Избѣжать этого заключенія довольно трудно. Заключеніе это основано не на сомнительныхъ свойствахъ прозрачныхъ веществъ, а на фундаментальномъ принципѣ, лежащемъ въ основаніи цѣлаго ряда фактовъ, въ родѣ нижеслѣдующихъ. Больше времени приходится употребить на то, чтобы проплыть извѣстное разстояніе сначала противъ теченія, потомъ по теченію, чѣмъ то же разстояніе туда и обратно въ стоячей водѣ; не такъ скоро можно взбѣжать на холмъ и спуститься, чѣмъ пробѣжать соотвѣтствующее разстояніе по ровному мѣсту; дороже стоитъ купить нѣкоторое число апельсиновъ по гривеннику за три штуки и такое же число по гривеннику за пару, чѣмъ купить ихъ въ кругъ по двугривенному за пятокъ.

Значитъ, если можно какимъ-нибудь путемъ обойти опытъ Майкельсона, то во всякомъ случаѣ очевиднаго пути къ этому нѣтъ; и если правильный выводъ состоитъ не въ томъ, что эѳиръ относительно земли неподвиженъ, то этотъ опытъ долженъ вести къ нѣкоторому иному, важному и неизвѣстному, факту.

Этотъ фактъ въ настоящее время достаточно выяснился. Впервые онъ пришелъ въ голову покойному дублинскому профессору Фицджеральду, когда мы съ нимъ сидѣли въ моемъ кабинетѣ въ Ливерпулѣ и обсуждали этотъ вопросъ. Идея эта съ самаго начала производитъ впечатлѣніе истинной. Къ ней независимо пришелъ профессоръ Лоренцъ въ Лейденѣ; въ его теоріи она нашла себѣ подходящее мѣсто, и онъ блестящимъ образомъ разработалъ ее въ своей системѣ. Кратко можно изложить ее такъ.

Движущіеся электрическіе заряды образуютъ электрическій токъ. Одноименные заряды взаимно отталкиваются, но токи, одинаково направленные, притягиваются. Слѣдовательно, два одноименные заряда, движущіеся по параллельнымъ линіямъ, будутъ отталкиваться слабѣе, чѣмъ въ неподвижномъ состояніи,—слабѣе также, чѣмъ при движеніи одинъ вслѣдъ за другимъ по одной и той же линіи. Точно такъ же два противоположныхъ заряда, находящихся на опредѣленномъ разстояніи, притягиваются меньше, двигаясь бокъ-о-бокъ, чѣмъ при движеніи въ догонку одинъ за другимъ. Измѣненіе статической силы, происходящее отъ этого, зависитъ отъ квадрата отношенія ихъ общей скорости къ скорости свѣта.

Атомы вещества заряжены; сцѣпленіе есть остаточное электрическое притяженіе (см. конецъ приложенія 1). И потому, когда комокъ вещества движется сквозь всепроникающій эѳиръ, силы сцѣпленія въ поперечномъ направленіи къ движенію ослабѣваютъ, и, слѣдовательно, въ этомъ направленіи тѣло расширяется на величину, пропорціональную квадрату постоянной аберраціи.

Путь луча, туда и обратно, поперекъ линіи относительнаго движенія среды, совершается немного быстрѣе, чѣмъ тотъ же путь, туда и обратно, по направленію движенія (см. стр. 94). Но если пути эти начерчены или связаны съ размѣрами какого-нибудь куска вещества, то они не остаются неизмѣнными при движеніи въ пространствѣ; какъ мы только-что видѣли, поперечный путь становится длиннѣе, чѣмъ продольный. Избытокъ разстоянія компенсируетъ или нейтрализуетъ избытокъ скорости, а потому свѣтъ совершаетъ оба пути въ одно и то же время.

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Разложеніе углекислоты и синтезъ углеводовъ подъ дѣйствіемъ ультрафіолетоваго свѣта. Въ отчетахъ французской Академіи Наукъ (Comptes Rendus, № 25) помѣщенъ краткій докладъ Д. Бертело (Berthelot) и Годешона (Gaudechon), доложенный въ засѣданіи Академіи 20 іюня текущаго года. Названнымъ экспериментаторамъ удалось при помощи ультрафіолетовыхъ лучей ртутной дуги разложить углекислоту (CO_2) на закись углерода (CO) и кислородъ и при помощи тѣхъ же лучей получить изъ смѣси закиси углерода съ водородомъ и аммiакомъ — простѣйшія органическія соединенія. Возстановленіе углекислоты при обыкновенной температурѣ до сихъ поръ не было достигнуто искусственнымъ способомъ. Между тѣмъ именно этотъ процессъ въ природѣ играетъ первостепенную роль. Поступающая въ атмосферу (образующаяся при процессахъ горѣнія) углекислота постоянно разлагается вновь растеніями подъ дѣйствіемъ солнечныхъ лучей при помощи зеленаго вещества — хлорофила. При этомъ углеродъ ассимилируется растеніями и перерабатывается въ органическія соединенія вплоть до бѣлковъ, а кислородъ возвращается въ воздухъ. Какъ извѣстно, безъ этого процесса, производимаго растительнымъ міромъ, запасъ атмосфернаго кислорода, который столь необходимъ для дыханія всѣхъ живыхъ существъ, въ скоромъ времени истощился бы, превратившись именно въ углекислоту въ самомъ процессѣ дыханія, равносильнаго медленному сгоранію. Растенія, съ одной стороны, вновь освобождаютъ кислородъ, съ другой — вновь строятъ тѣ сложныя органическія соединенія, которыя сжигаются въ процессѣ дыханія. Какимъ образомъ растенія, при помощи только хлорофила и солнечнаго свѣта, выполняютъ эту важную задачу, это до сихъ поръ оставалось тайной. Работа Бертело и Годешона открываетъ путь къ ея разгадкѣ. Уже раньше они наблюдали разложеніе цѣлаго ряда газовъ подъ дѣйствіемъ ультрафіолетовыхъ лучей и при обыкновенной температурѣ, напримѣръ: сѣроводорода (H_2S), аммiака (NH_3), соляной кислоты (HCl), окисей азота (N_2O и NO) и др.

Къ этимъ наблюденіямъ они въ новой своей работѣ еще прибавили разложеніе водяныхъ паровъ (H_2O). Надо замѣтить, что всѣ эти фотохимическіе процессы обратимы. Ультрафіолетовый свѣтъ не только разлагаетъ названные газы на составные элементы, но и, наоборотъ, воспроизводитъ соединенія изъ смѣси этихъ составныхъ элементовъ, при чемъ этотъ обратный процессъ соединенія протекаетъ даже гораздо свободнѣе: существуетъ состояніе равновѣсія, въ которомъ имѣются рядомъ другъ съ другомъ соединеніе и его составные элементы, и условія этого равновѣсія таковы, что соединеніе количественно сильно преобладаетъ надъ несоединенными элементами. Если, напримѣръ, подвергнуть смѣсь кислорода и водорода дѣйствію ультрафіолетовыхъ лучей, то для полученія равновѣсія эти газы должны образовать значительное количество водяныхъ паровъ, соединиться почти цѣликомъ и процессъ въ этомъ направленіи поэтому наблюдается довольно легко. Если же, наоборотъ, освѣтить водяные пары ультрафіолетовыми лучами, то сперва, правда, нѣкоторое количество паровъ разлагается на водородъ и кислородъ, но равновѣсіе будетъ сейчасъ же достигнуто и процессъ пріостановится. Для того, чтобы онъ продолжался, употребляется простое средство: удаляется одна изъ образовавшихся составныхъ частей. Въ нашемъ примѣрѣ въ водяныхъ парахъ помѣщается фосфоръ, который поглощаетъ кислородъ. Тогда равновѣсіе не въ состояніи установиться, и процессъ разложенія продолжается до конца. То же самое имѣетъ мѣсто и при разложеніи углекислоты на закись углерода и кислородъ, которое удалось произвести французскимъ ученымъ. Смѣсь закиси углерода и кислорода, помѣщенная въ трубкѣ на разстояніи 1 *см.* отъ кварцевой лампы, медленно соединялась въ углекислоту. Разложеніе же углекислоты при тѣхъ же условіяхъ было получено въ присутствіи фосфора, поглощающаго образуемый кислородъ или въ присутствіи водорода, который соединяется съ обоими продуктами разложенія, образуя воду и муравьиный алдегидъ ($HCOH$). Въ послѣднемъ случаѣ мы сразу имѣемъ синтезъ простѣйшаго алдегида изъ углекислоты и водорода. Этотъ синтезъ былъ полученъ и путемъ соединенія закиси углерода съ водородомъ. Наконецъ, также при помощи однихъ ультрафіолетовыхъ лучей изъ смѣси приблизительно равныхъ объемовъ закиси углерода и амміака былъ полученъ формамидъ ($HCONH_2$), органическое соединеніе уже четырехъ химическихъ элементовъ, являющееся первой ступенью по пути къ образованію бѣлковъ.

А. Іоллосъ.

РЕЦЕНЗІИ.

Д. Левитусъ. *Курсъ элементарной алгебры для среднихъ учебныхъ заведеній.* Часть I. Изд. Т-ва И. Д. Сытина. Москва, 1910 г. Ц. 50 коп.

Руководство г. Левитуса представляетъ изъ себя попытку изложить курсъ элементарной алгебры въ новомъ духѣ, соотвѣтственно требованіямъ современной методики математики. Первая его часть, о которой здѣсь идетъ рѣчь, обнимаетъ введеніе въ алгебру и курсъ основныхъ четырехъ дѣйствій надъ цѣлыми алгебраическими количествами, а также рѣшеніе уравненій 1-й степени съ однимъ неизвѣстнымъ, содержащихъ явные коэффиціенты; существенное отличіе этого курса отъ руководствъ обычнаго типа заключается въ томъ, что изложеніе вопросовъ объ алгебраическихъ обозначеніяхъ и дѣйствіяхъ поставлено въ тѣсную связь съ рѣшеніемъ простѣйшихъ уравненій и задачъ, изъ условій которыхъ составляются уравненія; такимъ образомъ, на первый планъ въ начальномъ курсѣ алгебры выдвигаются не преобразованія выраженій, а уравненія и ихъ примѣненіе къ рѣшенію задачъ; преобразованія же сохраняютъ служебную роль, и цѣль ихъ изученія становится для учащихся болѣе ясной, такъ какъ изученныя преобразованія непосредственно прилагаются къ рѣшенію уравненій.

Безспорно, такую перестройку курса слѣдуетъ признать весьма цѣлесообразной и желательной. Но при этомъ приходится указать и на нѣкоторые довольно существенные недочеты разбираемаго труда. Такъ, напримѣръ, въ самомъ началѣ курса авторъ долженъ бы сосредоточить вниманіе читателя на основномъ вопросѣ о смыслѣ и цѣли употребленія буквъ въ алгебрѣ, и лишь затѣмъ давать понятія объ алгебраическихъ формулахъ, выраженіяхъ и т. д.; между тѣмъ г. Левитусъ сперва знакомитъ учащагося съ употребленіемъ буквы x (почему непремѣнно x?) для обозначенія искомаго числа, затѣмъ говоритъ объ уравненіи (хотя значеніе этого термина не можетъ еще быть выяснено учащимся), о нѣкоторыхъ алгебраическихъ обозначеніяхъ, о рѣшеніи задачъ помощью составленія простѣйшихъ уравненій, и послѣ этого опять возвращается къ вопросу объ употребленіи буквъ для обозначенія извѣстныхъ количествъ и т. д.; при этомъ ему иногда приходится повторять одно и то же по два раза (ср., напримѣръ, §§ 5-6 съ §§ 24-25). Далѣе, вопросъ объ одночленахъ и многочленахъ и объ употребленіи скобокъ изложенъ очень растянуто (болѣе, чѣмъ на 20 страницахъ), и все-таки не указано полное правило о порядкѣ дѣйствій: учащіеся такъ и не будутъ знать, нужно ли производить возвышеніе въ степень раньше умноженія или наряду съ нимъ. Но самымъ неудачнымъ мѣстомъ курса является изложеніе вопроса объ отрицательныхъ числахъ. Опредѣлять отрицательное число, какъ такое, отъ прибавленія котораго уменьшается то число, къ которому мы прибавляли, значитъ впадать въ логическій кругъ: понятіе о „прибавленіи" отрицательнаго числа не можетъ считаться извѣстнымъ, пока не опредѣлено понятіе о самомъ отрицательномъ числѣ. Тотъ примѣръ, которымъ авторъ пытается объяснить дѣло (примѣръ уменьшенія капитала лица, имѣющаго наличныхъ 1000 р. и принимающаго наслѣдство изъ 200 руб. долга), можетъ лишь подать поводъ къ новымъ недоразумѣніямъ: для ученика будетъ совершенно непонятно, почему принятіе наслѣдства нужно отождествлять въ данномъ случаѣ съ „прибавленіемъ", а не съ „убавленіемъ". Подобнымъ же образомъ весьма неудачно изложено умноженіе отрицательныхъ чиселъ: подобно нѣкоторымъ иностраннымъ учебникамъ, авторъ догматически излагаетъ правило знаковъ, въ видѣ новаго условія, которое вводится въ алгебру. Но хотя правило знаковъ при умноженіи не можетъ быть доказано на основаніи прежнихъ условій, а требуетъ непремѣнно ихъ дополненія, это не освобождаетъ преподавателя отъ обязанности ввести то или иное условіе съ должной мотивировкой, а не прямо догматически, безъ всякой видимой причины; разумѣется, мотивировка эта лучше всего можетъ быть проведена на цѣлесообразно подобранномъ конкретномъ примѣрѣ.

Курсъ содержитъ и упражненія при каждомъ отдѣлѣ, но характеръ примѣровъ и задачъ почти не отличается отъ обычнаго.

К. Л.

Н. П. Кильдюшевскій. *Сборникъ упражненій по аналитической геометріи на плоскости съ приложеніемъ формулъ и статьи „Коническія сѣченія"*. Примѣнительно къ программѣ реальныхъ училищъ. Казань, 1909 г. Литотипографія И. Н. Харитонова. Ц. 65 к.

Книжка содержитъ нѣсколько больше, чѣмъ говоритъ ея заглавіе: первыя 32 страницы содержатъ конспектъ аналитической геометріи на плоскости, — опредѣленія и основныя формулы въ объемѣ министерской программы,— и болѣе подробное изложеніе параграфа о плоскихъ сѣченіяхъ прямого кругового конуса. Въ такомъ краткомъ изложеніи, конечно, хорошо предпослать самымъ задачамъ собраніе формулъ и теоремъ, которыми придется пользоваться. Но краткость изложенія усугубляетъ значеніе допускаемыхъ неточностей. Безъ такихъ неточностей, конечно, дѣло не обошлось. Такъ, на первой же страницѣ, гдѣ говорится о „Положеніи точки на плоскости" (лучше бы сказать „Опредѣленіе положенія точки на плоскости") разстояніе данной точки отъ оси x-овъ (на чертежѣ AB) называется ординатой данной точки", а черезъ шесть строкъ: „ординаты, откладываемыя вверхъ отъ оси x-овъ, считаются положительными". Здѣсь соединены благодаря краткости изложенія двѣ различныя вещи, и получилось затрудненіе: одна и та же ордината откладывается въ двухъ различныхъ направленіяхъ; для ясности нужна промежуточная фраза, которая опущена. На стр. 7 не сказано, что разстояніе между двумя точками считается положительнымъ и передъ корнемъ берется знакъ $+$, пока говорятъ только о длинѣ отрѣзка. На стр. 8 для координатъ точки, дѣлящей данный отрѣзокъ въ данномъ отношеніи, по традиціи, нарушается правило знаковъ. Отмѣтимъ далѣе, что асимптоту не слѣдуетъ писать черезъ два „с". Конусъ слѣдовало бы называть круговымъ, а не круглымъ". Я отмѣчаю эти какъ будто бы мелочи, потому что онѣ портятъ впечатлѣніе, въ общемъ скорѣе благопріятное. Что касается главнаго отдѣла задачъ, то здѣсь прежде всего отмѣчу внѣшній недостатокъ, во введеніи еще мало бросающійся въ глаза: стремленіе къ сокращеніямъ: $\angle$ вмѣсто „уголъ“, $\|$ вмѣсто „параллельно“, $\perp$'а вмѣсто „перпендикулярна“, $\triangle$'ъ вмѣсто „треугольникъ“ и т. д. Вторымъ недостаткомъ является не всегда удачная редакція: на стр. 40 авторъ долженъ былъ даже самъ пояснить въ примѣчаніи, что требуется сдѣлать въ его задачахъ 28—33 Объ отрѣзкахъ прямой „на осяхъ“ сказано, что они отсѣкаются „отъ осей“. Неудачна и формулировка n⁰ 177: „формулами аналитической геометріи провѣрить теорему“ вмѣсто „доказать аналитически или методами аналитической геометріи“. Въ общемъ при бѣдности нашей учебной литературы книжку г. Кильдюшевскаго можно рекомендовать въ качествѣ пособія при преподаваніи. Цѣна 65 к. нѣсколько высока для книжки въ 91 стр.

Проф. Д. Синцовъ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей привать-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 324 (5 сер.). Доказать, что наибольшее цѣлое число, содержащееся въ выраженіи

$$(2+\sqrt{3})^n\,[-2^{n+1}+1,$$

гдѣ n — первоначальное нечетное число, дѣлится на $12n$.

Л. Богдановичъ (Ярославль).

№ 325 (5 сер.). Пусть O — центръ круга, описаннаго около треугольника ABC. Доказать, что середина I радіуса OB, середина H медіаны BM и центръ E окружности Эйлера*) треугольника ABC лежатъ на одной прямой.

Н. Агрономовъ (Немме).

№ 326 (5 сер.). Изъ вершины каждаго угла треугольника ABC опущены перпендикуляры на биссектрисы двухъ другихъ угловъ. Обозначимъ длины прямыхъ, соединяющихъ основанія двухъ изъ этихъ перпендикуляровъ, проведенныхъ изъ одной и той же вершины A, B или C, черезъ a, β, γ. Пока-

*) Окружностью Эйлера называется окружность, проходящая черезъ середины сторонъ треугольника.

http://vofem.ru

зать, что треугольникъ ABC вполнѣ опредѣляется тремя отрѣзками α, β, γ, и доказать формулу

$$s = \sqrt{\alpha\beta\gamma(\alpha + \beta + \gamma)},$$

гдѣ s — площадь треугольника.

А. Фельдманъ (Одесса).

№ 327 (5 сер). Въ окружности даннаго радіуса R построить вписанный четырехугольникъ $ABCD$ такъ, чтобы діагонали AC и BD дѣлились въ точкѣ пересѣченія M соотвѣтственно въ данныхъ отношеніяхъ $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$ и чтобы діагональ AC имѣла данную длину l.

В. Моргулевъ (Одесса).

№ 328 (5 сер.). Нѣкто жилъ въ девятнадцатомъ вѣкѣ. Суммы цифръ года его рожденія и смерти одинаковы, а число лѣтъ, прожитыхъ этимъ лицомъ, начинается цифрой 8. Опредѣлить годъ рожденія и смерти этого лица.

Федоровъ (Воронежъ).

№ 329 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$3^x 2^{x-1} - 3^{x-1} 2^x = 2^x . 3^2.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 217 (5 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$x^3 + y^3 + xy\sqrt{xy} = 73,$$

$$x^3 + z^3 + xz\sqrt{xz} = 757,$$

$$y^3 + z^3 + yz\sqrt{yz} = 1009.$$

Записавъ данную систему въ видѣ

$$x^3 + y^3 + \sqrt{x^3y^3} = 73, \quad x^3 + z^3 + \sqrt{x^3z^3} = 757, \quad y^3 + z^3 + \sqrt{y^3z^3} = 1009$$

и полагая

$$x^3 = a^2, \quad y^3 = b^2, \quad z^3 = c^2, \qquad (1)$$

приводимъ ее къ виду:

$$a^2 + b^2 + ab = 73, \quad a^2 + c^2 + ac = 757, \quad b^2 + c^2 + bc = 1009. \qquad (2)$$

Вычитая изъ третьяго уравненія системы (2) второе, получимъ:

$$b^2 - a^2 + bc - ac = 252 = (b - a)(b + a) + c(b - a), \quad \text{или} \quad (b - a)(a + b + c) = 252.$$

http://vofem.ru

Подобнымъ же образомъ, вычитая изъ перваго уравненія системы (2) второе и изъ третьяго первое, имѣемъ:

$$(b-c)(a+b+c)=-684, \quad (c-a)(a+b+c)=936.$$

Такимъ образомъ мы получаемъ систему уравненій:

$$(b-a)(a+b+c)=252, \quad (b-c)(a+b+c)=-684, \quad (c-a)(a+b+c)=936. \quad (3)$$

Сложивъ уравненія (2), находимъ:

$$2(a^2+b^2+c^2)+(ab+ac+bc)=1839. \quad (4)$$

Съ другой стороны, возвышая уравненія (3) въ квадратъ и складывая результаты, получимъ:

$$[(b-a)^2+(b-c)^2+(c-a)^2](a+b+c)^2=252^2+684^2+936^2,$$

или

$$\begin{aligned}[2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+bc+ac)][a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)]=\\=252^2+684^2+936^2.\end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя значеніе $a^2+b^2+c^2$ изъ уравненія (4) въ уравненіе (5), имѣемъ:

$$[1839-(ab+bc+ac)-2(ab+bc+ac)]\left[\frac{1839-(ab+bc+ac)}{2}+2(ab+bc+ac)\right]=$$

$$=252^2+684^2+936^2,$$

или, умножая обѣ части на 2 и дѣлая приведеніе, получимъ:

$$[1839-3(ab+bc+ac)][1839+3(ab+bc+ca)]=2(252^2+684^2+936^2),$$

т. е.

$$1839^2-9(ab+bc+ac)^2=2(252^2+684^2+936^2),$$

откуда

$$(ab+bc+ac)^2=\frac{1839^2-2(252^2+684^2+936^2)}{9}=613^2-2(84^2+228^2+312^2)=63001,$$

$$ab+bc+ac=\sqrt{63001}=\pm 251.$$

Записавъ уравненіе (4) въ видѣ $2(a+b+c)^2-3(ab+bc+ac)=1839$ и подставляя найденное значеніе суммы $ab+bc+ac$, получимъ:

$$2(a+b+c)^2=1839\pm 3.251,$$

т. е.

$$2(a+b+c)^2=2592 \quad \text{или} \quad 2(a+b+c)^2=1086,$$

а потому

$$(a+b+c)^2=1296 \quad \text{или} \quad (a+b+c)^2=543.$$

Послѣднія два равенства даютъ соотвѣтственно:

$$a+b+c=\pm 36, \quad (6)$$

$$a+b+c=\pm\sqrt{543}. \quad (7)$$

http://vofem.ru

Подставляя значенie $a+b+c$ въ первое и второе изъ уравненiй (3) и сокращая ихъ затѣмъ на ± 36, получимъ:

$$b-a=\pm 7, \quad b-c=\mp 19. \tag{8}$$

Сложивъ эти уравненiя съ уравненiемъ (6), имѣемъ: $3b=\pm 24$, $b=\pm 8$, а затѣмъ съ помощью уравненiй (8) вычисляемъ значенiя a и c. Такимъ образомъ находимъ:

$$a=\pm 1, \quad b=\pm 8, \quad c=\pm 27,$$

откуда [см. (1)] $x^3=1$, $y^3=8^2$, $z^3=27^2$, т. е. $x=\alpha$, $y=4\beta$, $z=8\gamma$, гдѣ α, β, γ суть одно изъ трехъ вообще возможныхъ значенiй корня кубичнаго изъ единицы. Провѣряя полученныя рѣшенiя, мы видимъ, что они удовлетворяютъ предложенной системѣ, если подъ α, β, γ подразумѣвать одно и то же значенie корня кубичнаго изъ единицы [если только, въ случаѣ мнимаго значенiя $\alpha=\sqrt[3]{1}$, мы примемъ равенство $\sqrt{\alpha^2}=\alpha$, но не $(-\alpha)$]. Итакъ, приходимъ къ рѣшенiямъ $x=\alpha$, $y=4\alpha$, $z=9\alpha$, гдѣ $\alpha=\sqrt[3]{1}$; среди этихъ корней вещественные корни суть $x=1$, $y=4$, $z=9$.

Уравненie (7) въ связи съ первыми двумя уравненiями системы (3) даетъ послѣдовательно:

$$b-a=\pm\frac{252}{\sqrt{543}}, \quad b-c=\mp\frac{684}{\sqrt{543}}, \quad a+b+c=\pm\frac{543}{\sqrt{543}},$$

откуда

$$a=\mp\frac{215}{\sqrt{543}}, \ b=\pm\frac{37}{\sqrt{543}}, \ c=\pm\frac{721}{\sqrt{543}}; \quad x^3=\frac{215^2}{543}, \ y^3=\frac{37^2}{543}, \ z^3=\frac{721^2}{543}, \tag{9}$$

$$x=\alpha\sqrt[3]{\frac{215^2}{543}}, \quad y=\alpha\sqrt[3]{\frac{37^2}{543}}, \quad z=\alpha\sqrt[3]{\frac{712^2}{543}}, \tag{10}$$

гдѣ подъ кубичными радикалами подразумѣваются ихъ ариѳметическiя значенiя и гдѣ α — одно изъ значенiй $\sqrt[3]{1}$. По провѣркѣ оказывается, что корни (10) удовлетворяютъ не предложенной системѣ, но системѣ

$$x^3+y^3-xy\sqrt{xy}=73, \quad x^3+z^3-xz\sqrt{xz}=757, \quad y^3+z^3+yz\sqrt{yz}=1009,$$

гдѣ подъ квадратными радикалами подразумѣваются ихъ ариѳметическiя значенiя. Это слѣдуетъ изъ того, что значенiя a, b, c, найденныя въ формулахъ (9), удовлетворяютъ системѣ (2) и что знакъ a, согласно съ формулами (9), противоположенъ одинаковому знаку b и c. Итакъ, формулы (10) не даютъ рѣшенiя предложенной системы въ обычномъ смыслѣ слова.

Л. Богдановичъ (Ярославль); *И. Чемисовъ* (Никольскъ-Уссурiйскiй); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *В. Бунятянцъ* (Баку) *Е. Бабицкiй* (Минскъ); *Нюта Г.* (Нижнiй-Новгородъ); *В. Колодiй* (Нѣжинъ).

№ 234 (5 сер.). *Рѣшить систему уравненiй*

$$(x^2+y^2)(25+z^2)=793,$$

$$yz-4x=10,$$

$$x+5y+xz=29.$$

http://vofem.ru

Съ помощью извѣстнаго тожества

$$(a^2+b^2)(a'^2+b'^2)=(aa'\pm bb')^2+(ab'\mp a'b)^2$$

находимъ:

$$(x^2+y^2)(5^2+z^2)=(5x-yz)^2+(xz+5y)^2. \qquad (1)$$

Но изъ данныхъ уравненій имѣемъ:

$$(x^2+y^2)(25+z^2)=793,\quad yz-5x=yz-4x-x=10-x,\quad xz+5y=29-x,$$

а потому уравненіе (1) можно записать въ видѣ: $(x-10)^2+(x-29)^2=793$, откуда получимъ послѣдовательно:

$$x^2-20x+100+x^2-58x+841=2x^2-78x+941=793,\quad 2x^2-78x+148=0,$$

$$x^2-39x+74=0,\quad x=\frac{39\pm\sqrt{39^2-4\cdot 74}}{2}=\frac{39\pm 35}{2},\quad x_1=2,\quad x_2=37.$$

Подставляя вмѣсто x его значеніе 2 во второе и третье изъ данныхъ уравненій, находимъ:

$$yz=10+4.2=18,\quad 5y+2z=29-2=27;\quad 2z.y=36,\quad (27-5y)y=36,$$

$$5y^2-27y+36=0,\quad y=\frac{27\pm\sqrt{27^2-36.20}}{10}=\frac{27\pm 3}{10},\quad y_1=3,\quad y_2=2{,}4;$$

$$z_1=\frac{18}{3}=6,\quad z_2=\frac{18}{2{,}4}=7{,}5.$$

Такимъ образомъ получаемъ рѣшенія:

$$x=2,\quad y=3,\quad z=6;\quad x=2,\quad y=2{,}4,\quad z=7{,}5.$$

Подобнымъ же образомъ, полагая $x=37$, имѣемъ:

$$yz=10+37.4=158,\quad 5y+37z=29-37=-8,\quad z=\frac{158}{y},$$

$$5y+37\cdot\frac{158}{y}=-8,\quad 5y^2+8y+37.158=0,$$

откуда

$$y=\frac{-4\pm\sqrt{16-5.37.158}}{5}=\frac{-4\pm 3\sqrt{3246}\,i}{5},$$

$$z=\frac{158.5(-4\mp\sqrt{16-5.37.158})}{(-4\pm\sqrt{16-5.37.158})(-4\mp\sqrt{16-5.37.158})}=$$

$$=\frac{(-4\mp 3\sqrt{3246})\,i.5.158}{5.37.158}=\frac{-4\mp 3\sqrt{3246}\,i}{37},$$

http://vofem.ru

гдѣ $i = \sqrt{-1}$. Такимъ образомъ, получаемъ остальныя (мнимыя) рѣшенія:

$$x = 37, \quad y = \frac{-4 \pm 3\sqrt{3246}\, i}{5}, \quad z = \frac{-4 \mp 3\sqrt{3246}\, i}{37},$$

при чемъ въ выраженіяхъ для y и для z нужно взять одновременно либо верхніе, либо нижніе знаки передъ радикаломъ.

Л. Богдановичъ (Ярославль; *Б. Двойринъ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ).

№ 236 (5 сер.) *Доказать справедливость тожества*

$$\frac{(r_a - r)(r_b - r)(r_c - r)}{r_a r_b r_c} = \frac{4Rr}{p^2},$$

гдѣ r, R, r_a, r_b, r_c, p *суть соотвѣтственно радіусы вписаннаго, описаннаго и внѣвписанныхъ круговъ и полупериметра нѣкотораго треугольника.*

Изъ формулъ $r_a = \frac{s}{p-a}$ и $r = \frac{s}{p}$, гдѣ s площадь треугольника, имѣемъ: $\frac{r_a}{r} = \frac{p}{p-a}$, откуда, составляя производную пропорцію и пользуясь извѣстными формулами $R = \frac{abc}{4s}$ (a, b, c — стороны треугольника) и $r = \frac{s}{p}$, находимъ послѣдовательно:

$$\frac{r_a - r}{r_a} = \frac{a}{p} \text{ и подобнымъ же образомъ: } \frac{r_b - r}{r_b} = \frac{b}{p}, \quad \frac{r_c - r}{r_c} = \frac{c}{p};$$

$$\frac{(r_a - r)(r_b - r)(r_c - r)}{r_a r_b r_c} = \frac{r_a - r}{r_a} \cdot \frac{r_b - r}{r_b} \cdot \frac{r_c - r}{r_c} = \frac{abc}{p^3} = 4\frac{abc}{4s} \cdot \frac{s}{p} \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{4Rr}{p^2}.$$

Л. Богдановичъ (Ярославль); *В. Колодій* (Нѣжинъ); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *С. Розенблатъ* (Балта); *В. Моргулевъ* (Одесса); *Н. Кольскій-Редереръ* (Одесса); *Н. Howsepheanz* (Владикавказъ); *Б. Крымерманъ* (Могилевъ); *С. Слугиновъ* (Казань); *А. Фельдманъ* (Одесса).

ПОПРАВКИ.

1) Въ задачѣ **№ 214** (№ 497 „Вѣстника") вмѣсто x^{16} слѣдуетъ читать x^6

2) Въ задачѣ **№ 230** (№ 502 „Вѣстника") вмѣсто $AD^2 + DC^2 = k^2$ слѣдуетъ читать $BD^2 + DC^2 = k^2$.

http://vofem.ru

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.