

№ 514.

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

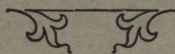
В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Привать-Доцента В. Ф. КАГАНА.

---

XLIII-го Семестра № 10-й.



ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1910.

<http://vofem.ru>



ВЫШЕЛЪ № 4 (АПРѢЛЬ) ЖУРНАЛА

# „СОВРЕМЕННЫЙ МІРЪ“

XX-й ГОДЪ ИЗДАНІЯ.

**СОДЕРЖАНІЕ:** I отд. Въ улицѣ Rosier (разск.), Д. Айзмана; „На словѣ“ (разск.), М. Первухина; „Сентябровское солнце“ (пов.), Сигурда (А. Хеденшерна); „Джинерва Дельи Амьери“ (разск.), Г. Мана; „Очерки теоріи историческаго познанія“, Р. Виппера; „Субъективный матеріализмъ“, Ортодоксъ; **СТИХОТВОРЕНІЯ:** В. Волькенштейна, Гликберга. II отд. „Лирика современной души“, В. Львова-Рогачевского; „Формы американскаго рабочаго движенія“, Ч. Райса; „А. Стриндбергъ“, А. Левинсона; „Къ статистикѣ репрессій въ Россіи“, А. Вентина; „Изъ быта ссыльных“, І. Ларскаго; „Родныя картинки“, А. Яблоновскаго; „Еще о Чернышевскомъ“, Г. Плеханова; „Къ читателямъ“. Критика и библіографія. Новыя книги. Объявленія.

== ПРОДОЛЖАЕТСЯ ПОДПИСКА НА 1910 ГОДЪ. ==

Условія подписки (съ дост. и пер.) годъ—9 руб.; полгода—4 р. 50 к.; на 4 мѣс.—3 руб. Заграницу: 12 руб. годъ и 6 руб. полгода. Безъ доставки въ Спб.: 8 руб. годъ и 4 руб. полгода.

Проспекты высылаются по первому требованію.

===== Спб., Надеждинская, 41. =====

---

ВТОРОЙ ГОДЪ ИЗДАНІЯ. **1909—10** ВТОРОЙ ГОДЪ ИЗДАНІЯ.

---

Двухнедѣльный иллюстрированный журналъ

## „Новости Техники и Промышленности“

**Программа:** Сообщенія, распоряженія и узаконенія. Общества, собранія и сѣзды. Выставки, конкурсы и экспертизы. Теорія и практика въ технику и промышленности. Открытія, изобрѣтенія и усовершенствованія. Критика и библіографія. Послѣдніе номера журналовъ. Хроника и мелкія замѣтки.

**Подп. плата ДВА РУБЛЯ въ годъ (24 №№) съ дост. и перес. Заграницу 4 р.**

**ПРОБНЫЙ НОМЕРЪ БЕЗПЛАТНО.**

Адресъ редакціи: г. **ЕКАТЕРИНОСЛАВЪ**, 2-й Казарменный пер., д. № 3.

„Новости Техники и Промышленности“ печатаются въ 1000 экземплярахъ, изъ которыхъ 500 экземпляровъ каждого номера рассылаются бесплатно попеременно инженерамъ различныхъ специальностей, рудникамъ, заводамъ, конторамъ и Правительствамъ, учреждениямъ.

**12 000 адресовъ въ годъ** кромѣ постоянныхъ подписчиковъ.

**ПЛАТА ЗА ОБЪЯВЛЕНІЯ:** страница среди объявленій 200 руб. въ годъ (24 раза), среди текста 4000 рублей. Дробныя части страницы (половина и четверть) пропорціонально меньше. Спросъ и предложеніе труда 25 коп. за одинъ разъ.

О всѣхъ книгахъ присылаемыхъ въ редакцію или дается отзывъ или трижды печатается въ отдѣлѣ новыя книги.

Ред.-Изд. Инж.-Техн. **Н. Ивановъ.**

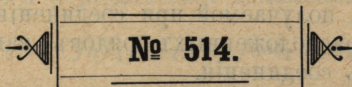
**Подписной годъ начинается 15-го декабря.**



# Вѣстникъ Опытной Физики

и

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 514.

**Содержаніе:** Дѣйствія съ періодическими дробями. *А. Филиппова.* — Мировой эфиръ. *Проф. О. Лоджа.* (Продолженіе). — Происхожденіе и природа кометъ. *Эндрю Кроммеллина.* (Окончаніе). — Международная Коммиссія по преподаванію математики. — Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 12 марта 1910 г. — Рецензіи: Н. С. Лукьяновъ. Физическій кабинетъ среднихъ учебныхъ заведеній. Руководство къ экспериментированію для преподавателей физики. Выпускъ V. Опыты по лучистой энергіи. Полтава, 1909. — Задачи №№ 288—293 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 194, 201, 208 и 209. (5 сер.). — Объявленія.

### Дѣйствія съ періодическими дробями.

*А. Филиппова.*

§ 1. Мы привыкли еще со школьной скамьи не производить операций надъ періодическими дробями, а при производствѣ дѣйствій замѣнять эти дроби обыкновенными; при этомъ намъ иногда даже указывали, что производить операции надъ періодическими дробями нельзя, не обращая ихъ въ обыкновенныя.

Въ этой произвольной стадіи знакомства съ періодическими дробями онѣ вызываютъ естественное недоумѣніе учащихся: для какой цѣли могутъ служить числа, надъ которыми нельзя производить дѣйствій?

Затѣмъ, при изученіи свойствъ ирраціональных чиселъ и операций надъ ними обыкновенно указываютъ на то, что операции надъ періодическими дробями можно производить такъ же, какъ и операции надъ ирраціональными числами, т. е. по приближенію.

При такой постановкѣ вопроса теряется существенное различіе между ирраціональнымъ и рациональнымъ числомъ, и операции практически дѣлаются трудно выполнимыми.

Наша цѣль заключается въ томъ, чтобы установить простые приемы вычисленій съ періодическими дробями. Эти приемы настолько просты, что могутъ быть сообщены даже въ средней школѣ\*).

\*) Помѣщая эту статью, интересную самое по себѣ, мы не раздѣляемъ, однако, мнѣнія автора, что изложеніе теоріи дѣйствій надъ періодическими дробями можетъ быть полезно въ средней школѣ.



Будучи сообщены въ младшихъ классахъ, они разрушаютъ ложное представленіе о невозможности выполненія операцій надъ разсматриваемыми объектами. Въ старшихъ классахъ эта теорія можетъ быть изложена въ цѣляхъ разъясненія существенной разницы между раціональнымъ и ирраціональнымъ числомъ.

Идея указаннаго метода заключается въ томъ, что операціи надъ праворасположенными десятичными безконечными рядами, въ какомъ видѣ представляются періодическія дроби, приводятся къ операціямъ надъ лѣворасположенными безконечными десятичными рядами. Вычисленіе величины цифры, получаемой при соединеніи (сложеніи, вычитаніи и умноженіи) праворасположенныхъ рядовъ зависитъ отъ величины послѣдующихъ цифръ соединенія.

При указанныхъ операціяхъ надъ лѣворасположенными десятичными рядами аналогичная величина не зависитъ отъ величины послѣдующихъ цифръ. Въ то время, какъ въ первомъ случаѣ приходится иногда производить каждую ступень операціи сначала, наново, во второмъ случаѣ вычисленія производятся послѣдовательно, и каждая ступень операціи пользуется результатомъ вычисленія предыдущей ступени.

§ 2. Періодическіе десятичные ряды. Если отвлечься отъ понятія величины, то можно сказать, что чистая періодическая дробь

$$e_1 e_2 e_3 \dots e_{p-1} e_p, (f_1 f_2 f_3 \dots f_k) \quad (1)$$

образуетъ праворасположенный періодическій десятичный рядъ:

$$e_1 e_2 e_3 \dots e_{p-1} e_p f_1 f_2 f_3 \dots f_k f_1 f_2 f_3 \dots f_k \dots, \quad (2)$$

который мы условимся изображать символомъ

$$e_1 e_2 e_3 \dots e_{p-1} e_p \overline{f_1 f_2 f_3 \dots f_k}. \quad (3)$$

Напримѣръ, дробь  $0,(142\ 857)$  образуетъ десятичный рядъ

$$0\ 142\ 857.$$

Дробь  $12,(021)$  образуетъ десятичный рядъ

$$12\ 021.$$

Такимъ образомъ, правый періодическій десятичный рядъ содержитъ двѣ конечныхъ группы:

$$\text{допериодическую: } e_1 e_2 e_3 \dots e_{p-1} e_p, \quad (4)$$

$$\text{периодическую: } f_1 f_2 f_3 \dots f_{k-1} f_k. \quad (5)$$

Если число цифръ наименьшаго періода разсматриваемой періодической дроби есть  $r$ , то  $k$  можетъ принимать значенія

$$r, 2r, 3r, 4r, \dots, mr. \quad (6)$$



Такъ, дробь  $1, (24)$ , кромѣ ряда  $124$ , образуетъ ряды  $12424$ ,  $1242424$  и т. д., которые мы будемъ считать идентичными между собой. Переменному числу  $k$  всегда можно дать такое значеніе, чтобы было  $f_1 f_2 f_3 \dots f_k \geq e_1 e_2 e_3 \dots e_p$ . Пусть наименьшее значеніе  $k$ , удовлетворяющее этому условію, есть  $q$ . Пусть разность  $f_1 f_2 \dots f_q - e_1 e_2 e_3 \dots e_p$  будетъ  $d_1 d_2 d_3 \dots d_q$ ; чтобы она содержала столько же цифръ, сколько и періодъ  $f_1 f_2 f_3 \dots f_q$ , условимся ее дополнять слѣва необходимымъ числомъ нулей.

Образуетъ лѣвый періодическій десятичный рядъ:

$$\dots f_1 f_2 f_3 \dots f_k f_1 f_2 f_3 \dots f_k d_1 d_2 d_3 \dots d_q, \quad (7)$$

который условимся изображать символомъ

$$\overline{f_1 f_2 f_3 \dots f_k d_1 d_2 d_3 \dots d_q}. \quad (8)$$

Этотъ рядъ назовемъ сопряженнымъ данному правому. Такъ, ряду  $428\ 563$  сопряженъ рядъ  $563\ 135$ , ряду  $826\ 1320$  сопряженъ рядъ  $1320\ 0494$ , ряду  $71\ 8$  — рядъ  $8\ 17$  и т. д.

Конечно, зная лѣвый рядъ, нетрудно опредѣлить сопряженный ему правый. Въ лѣвыхъ рядахъ мы можемъ разсматривать число цифръ доперіодической группы какъ число переменное, принимающее значенія:

$$q, 2q, 3q, \dots, nq. \quad (9)$$

Такимъ образомъ, ряды  $563\ 135$ ,  $563\ 563\ 135$ ,  $563\ 563\ 563\ 135$ ,  $563\ 563\ 563\ 563\ 135$  суть ряды идентичные. Всѣмъ имъ соответствуетъ одинъ и тотъ же сопряженный правый рядъ  $428\ 563$ . Очевидно, каждой періодической дроби соответствуетъ одинъ опредѣленный лѣвый періодическій десятичный рядъ и обратно.

Если первую справа значащую цифру лѣваго ряда вычесть изъ 10, а остальные изъ 9, то полученный лѣвый десятичный рядъ назовемъ дополненіемъ даннаго. Такимъ образомъ, ряды:  $563\ 135$ ,  $8\ 17$ ,  $24\ 30$  имѣютъ соответственно дополненія:  $436\ 865$ ,  $1\ 83$ ,  $75\ 70$  и т. д.

Такъ какъ доперіодическая группа лѣваго ряда должна содержать столько же цифръ, сколько содержитъ періодъ, то число ея цифръ всегда можно опредѣлить, если даже рядъ данъ безъ раздѣленія на двѣ указанные группы.

Такимъ образомъ, для точнаго опредѣленія ряда мы прежде всего устанавливаемъ величину  $r$  наименьшаго періода, затѣмъ отсчитываемъ отъ начала группу изъ  $rm$  цифръ такъ, чтобы оставшаяся часть была чисто періодическая. Поэтому рядъ  $\dots 436436865$  мы считаемъ идентичнымъ ряду  $436\ 865$ . Такіе лѣвые ряды, у которыхъ доперіодическая группа больше періодической, содержащей то же количество цифръ, называются неправильными. Такъ, рядъ  $24\ 30$  есть рядъ неправильный, а рядъ  $24\ 20$  есть рядъ правильный. Лѣвые ряды,



соотвѣтствующіе чистой періодической дроби, суть правильные ряды, а ихъ дополненія суть ряды неправильные.

Не представляетъ труда доказать слѣдующія предложенія:

Дополненіе даннаго лѣваго періодическаго десятичнаго ряда есть лѣвый періодическій десятичный рядъ.

Дополненіе дополненія даннаго ряда есть данный рядъ.

§ 3. Дѣйствія съ десятичными лѣвыми рядами. Суммой двухъ лѣвыхъ десятичныхъ рядовъ называется лѣвый десятичный рядъ, который получается въ результатъ сложенія двухъ лѣвыхъ десятичныхъ рядовъ, при чемъ сложеніе производится такъ же, какъ сложеніе натуральныхъ чиселъ: подписываютъ одинъ рядъ подъ другимъ такъ, чтобы единицы одинаковыхъ разрядовъ стояли одна подъ другой, и т. д.

Такимъ образомъ,

$$714285\ 714284 + \overline{619047\ 619046} = \overline{30}.$$

Сложеніе надо производить до тѣхъ поръ, пока въ суммѣ не обнаружится періодъ.

Здѣсь мы не будемъ доказывать, что результатъ сложенія двухъ правильныхъ лѣвыхъ періодическихъ рядовъ является тоже правильнымъ лѣвымъ періодическимъ рядомъ.

Вычитаніе лѣвыхъ десятичныхъ рядовъ производится такъ же, какъ и вычитаніе натуральныхъ чиселъ. Ряды подписываются одинъ подъ другимъ такъ, чтобы единицы одинаковыхъ разрядовъ стояли другъ подъ другомъ, и производятъ вычитаніе. Разность двухъ лѣвыхъ періодическихъ десятичныхъ рядовъ есть десятичный періодическій рядъ. Если даны два правильныхъ лѣвыхъ ряда  $A$  и  $B$ , то разность  $A - B$  есть дополненіе разности  $B - A$ .

Пусть  $a_s$  и  $b_s$  суть  $s$ -ья съ конца и неравныя цифры рядовъ  $A$  и  $B$ , а остальные  $a_{s-1}, a_{s-2}, \dots, a_3, a_2, a_1$  соотвѣтственно равны цифрамъ  $b_{s-1}, b_{s-2}, \dots, b_3, b_2, b_1$ . Тогда  $c_s$ , т. е.,  $s$ -ая цифра разности  $A - B$ , есть либо  $a_s - b_s$ , либо  $10 + a_s - b_s$ ;  $d_s$ , т. е.  $s$ -ая цифра разности  $B - A$ , будетъ либо  $10 + b_s - a_s$ , либо  $b_s - a_s$ . Въ обоихъ случаяхъ  $d_s$  является дополненіемъ  $c_s$ ; въ первомъ случаѣ  $d_s = 10 - c_s$ , во второмъ случаѣ  $c_s = 10 - d_s$ .

Если ряды  $a_{s-1}, a_{s-2}, \dots, a_2, a_1$  и  $b_{s-1}, b_{s-2}, \dots, b_2, b_1$  не тождественны, то, предполагая, что  $a_s > b_s$ , имѣемъ:  $c_s = a_s - b_s$  или  $c_s = a_s - 1 - b_s^*)$ .

Въ первомъ случаѣ  $d_s = 10 + b_s - 1 - a_s = 9 - c_s$ , во второмъ случаѣ  $c_s = 9 - d_s$  и т. д.

\*) Въ зависимости отъ того, какое изъ двухъ соотношеній имѣетъ мѣсто:  $a_{s-1} \geq b_{s-1}$  или  $a_{s-1} < b_{s-1}$ .



Отсюда слѣдуетъ, что каждый изъ рядовъ  $A-B$ ,  $B-A$  является дополненіемъ другого.

$$\text{Такъ: } \overline{714285\ 714284} - \overline{619047\ 619046} = \overline{095238\ 095238},$$

$$\overline{619047\ 619046} - \overline{714285\ 714284} = \overline{904761\ 904762}.$$

Если написать два лѣвыхъ десятичныхъ ряда одинъ подъ другимъ такъ, чтобы единицы ихъ соответствующихъ разрядовъ стояли одна подъ другой, и затѣмъ производить умноженіе этихъ рядовъ такъ, какъ умножаютъ методически\*) натуральные числа, то полученный въ результатъ рядъ называется произведеніемъ данныхъ лѣвыхъ періодическихъ рядовъ. Произведеніе двухъ періодическихъ лѣвыхъ рядовъ есть также періодическій десятичный лѣвый рядъ. Мы здѣсь не будемъ доказывать этой теоремы, а также и того, что дополненіе произведенія двухъ правильныхъ лѣвыхъ десятичныхъ рядовъ есть правильный лѣвый десятичный рядъ, что это дополненіе равно также произведенію одного изъ данныхъ рядовъ на дополненіе другого.

Умножимъ для примѣра:

$$\overline{714285\ 714284} \text{ на } 33.$$

I способъ:

$$\dots 714285714284$$

$$\dots 333333333333$$

$$\dots 428571428572$$

$$\text{Дополненіе } \overline{428571\ 428572} = \overline{571428\ 571428}.$$

II способъ:

$$\dots 714285714284$$

$$\dots 666666666667$$

$$\dots 571428571428$$

III способъ:

$$\dots 4285716$$

$$\dots 3333333$$

$$\dots 571428$$

\*) Методическое умноженіе, о которомъ говоритъ авторъ, производится такъ, какъ перемноженіе степенныхъ рядовъ, къ числу которыхъ и принадлежатъ, собственно, числа, написанныя въ десятичной системѣ. Чтобы помножить, скажемъ, 328 на 452, умножаемъ въ такомъ порядкѣ:

$$8 \times 2 = 16; 6 \text{ единицъ и } 1 \text{ десятокъ.}$$

$$2 \times 2 + 5 \times 8 = 44 \text{ десятка; да еще } 1 \text{ десятокъ, полученный раньше; всего } 5 \text{ десятковъ и } 4 \text{ сотни.}$$

$$3 \times 2 + 2 \times 5 + 8 \times 4 = 48 \text{ сотенъ; да } 4 \text{ сотни—будетъ } 52 \text{ сотни.}$$



Какъ увидимъ далѣе, опредѣленіе дополненія произведенія данныхъ лѣвыхъ рядовъ играетъ существенную роль при умноженіи періодическихъ дробей.

§ 4. Дѣйствія съ періодическими дробями. Чтобы произвести сложеніе, вычитаніе или умноженіе двухъ какихъ-нибудь періодическихъ дробей прежде всего опредѣляемъ соотвѣтствующие имъ лѣвые десятичные ряды.

Если требуется сложить двѣ періодическихъ дроби, то мы складываемъ соотвѣтствующие десятичные лѣвые ряды. Періодическая дробь, соотвѣтствующая суммѣ лѣвыхъ рядовъ, будетъ суммой данныхъ періодическихъ рядовъ.

Если требуется изъ одной періодической дроби вычесть другую, то мы изъ десятичнаго лѣваго ряда, соотвѣтствующаго уменьшаемому, вычитаемъ лѣвый рядъ, соотвѣтствующій вычитаемому. Періодическая дробь, соотвѣтствующая найденной разности, будетъ разностью данныхъ періодическихъ дробей.

Если требуется одну періодическую дробь умножить на другую, то мы опредѣляемъ дополненіе произведенія лѣвыхъ рядовъ, соотвѣтствующихъ даннымъ періодическимъ дробямъ. Періодическая дробь, соотвѣтствующая найденному дополненію, будетъ произведеніемъ данныхъ періодическихъ дробей

Примѣръ 1.

$$1,(714285) + 1,(619047) = 3,(3)$$

$$\begin{array}{r} 714285 \quad 714284 \\ 619047 \quad 619046 \\ \hline \end{array} \left\{ + \right.$$

... 33330

Ряду 30 соотвѣтствуетъ дробь 3,(3).

Примѣръ 2.

$$1,(714285) - 1,(619047) = 0,(095238)$$

$$\begin{array}{r} 714285 \quad 714284 \\ 619047 \quad 619046 \\ \hline \end{array} \left\{ - \right.$$

095238 095238

Ряду 095238 095238 соотвѣтствуетъ дробь 0,(095238).

Если польза введенія лѣвыхъ десятичныхъ рядовъ въ теорію періодическихъ рядовъ иногда проблематична въ операціяхъ сложения и вычитанія, то операція умноженія безусловно облегчается и упрощается при этой методѣ.



Примѣръ 3.

$$0,(142857) \times 301 = 43$$

$$\left. \begin{array}{r} 142857 \ 142857 \\ \dots 000301 \end{array} \right\} \times$$

$$\dots 999957$$

Число  $\overline{0}301$  есть дополненіе числа 301, ибо  $301 = 300,(9)$ . Ряду  $\overline{9}57$  соответствуетъ дробь  $42,(9) = 43$ .

Примѣръ 4.

$$1,(714285) \times 0,(3) = 0,(571428).$$

Дѣйствительно, дополненіе произведенія ряда  $\overline{714285}714284$  на рядъ  $\overline{3}3$  есть рядъ  $\overline{571428}571428$ . Этому ряду соответствуетъ періодическая дробь  $0,(571428)$ .

При дѣленіи періодическихъ дробей, конечно, удобнѣе всего пользоваться приѣмомъ методическаго дѣленія Фурье. Этотъ приѣмъ позволяетъ вычислять съ желаемой степенью точности результаты дѣленія двухъ праворасположенныхъ десятичныхъ рядовъ.

Конечно, многія положенія, здѣсь высказанныя, не обоснованы, но цѣлью нашей было лишь, не вдаваясь въ детали и строгія разсужденія, указать на возможность введенія операций съ праворасположенными рядами (периодическими) къ операциямъ съ лѣворасположенными рядами

## Міровой зѣиръ.

Проф. О. Лоджа.

(Продолженіе \*).

### II.

#### Междупланетный зѣиръ, какъ соединяющая среда.

Выше я далъ только общее понятіе о современномъ состояніи волнообразной теоріи свѣта какъ въ теоретическомъ, такъ и въ экспериментальномъ отношеніи. Свѣтовые волны не являются чѣмъ-либо механическимъ или матеріальнымъ, а представляютъ собою нечто электрическое и магнитное, — въ дѣйствительности это — электрическія возмущенія,

\*) См. „Вѣстникъ“, № 512.



ріодическія въ пространствѣ и во времени и распространяющіяся въ міровомъ эфирѣ съ извѣстной намъ неимовѣрной скоростью. Самое ихъ существованіе зависитъ отъ ээира, а ихъ скорость распространенія представляетъ собою наилучше изученное и количественно наиболѣе прочно установленное его свойство.

Все вышеизложенное даже поверхностно не выражаетъ хотя бы малой доли нашихъ знаній по данному вопросу; знанія же наши отнюдь не исчерпываютъ значительной части области доступныхъ намъ фактовъ; однако, то, что установлено выше, можно разсматривать, какъ достовѣрное, несмотря на то, что отсутствіе въ этой теоріи механики или обыкновенной динамики исключаетъ ее — или повидимому исключаетъ — изъ предѣловъ исторически наиболѣе прочной и наиболѣе разработанной области физической науки, а именно — изъ области, изслѣдуемой по ньютоновскому методу. Впрочемъ, есть полное основаніе полагать, что Ньютонъ раздѣлялъ бы съ нами эти новые взгляды.

Мнѣ кажется, существуетъ общая тенденція преуменьшать достовѣрность нѣкоторыхъ убѣжденій, къ которымъ постепенно, по мѣрѣ изученія природы, были приведены люди, занимающіеся философій природы; въ особенности, когда эти убѣжденія касаются чего-либо неосязаемаго или скрытаго. Напримѣръ, существованіе непрерывной наполняющей пространство среды, по всей вѣроятности, разсматривается большинствомъ образованныхъ людей, какъ болѣе или менѣе фантастическая гипотеза, вымыселъ научнаго воображенія, способъ комбинировать и соединять въ одно цѣлое нѣкоторое количество наблюденныхъ фактовъ, но вовсе не какъ реальность въ физическомъ значеніи этого слова, подобная реальности воды или воздуха.

Я говорю исключительно, какъ физикъ. Можетъ существовать еще другая точка зрѣнія, съ которой можно отрицать всякую матеріальную реальность; но до такихъ вопросовъ физикъ собственно нѣтъ никакого дѣла; она принимаетъ свидѣтельства чувствъ, считая послѣднія орудіями или инструментами, съ помощью которыхъ человекъ можетъ надѣяться понять вселенную съ опредѣленной стороны; она оставляетъ философамъ, снабженнымъ инымъ орудіемъ, другія стороны, которыя матеріальный міръ можетъ — и даже долженъ — имѣть.

Подъ физическимъ „объясненіемъ“ понимаютъ ясное опредѣленіе факта или закона при помощи чего-либо такого, съ чѣмъ насъ познакомила повседневная жизнь. Всѣ мы ближе всего знакомы, съ самаго юнаго возраста, съ двумя, повидимому, простыми вещами, съ движеніемъ и съ силой. Для каждой изъ этихъ вещей у насъ есть непосредственное чувство. Глубокаго пониманія этихъ вещей у насъ нѣтъ, — быть можетъ, мы ихъ даже не понимаемъ вовсе, — но мы съ ними свыклись. Движеніе и сила — это первые объекты нашего опыта и сознанія; и посредствомъ ихъ всѣ другія, менѣе знакомыя вещи, съ которыми намъ приходится сталкиваться, могутъ быть понятно опредѣлены и охвачены. Всякій разъ, когда вещь можетъ быть такимъ способомъ ясно и опредѣленно установлена, про нее говорятъ, что она



объяснена или понята, и считаютъ, что мы обладаемъ „динамической теоріей“ ея. Что-нибудь краткое въ этомъ родѣ можетъ сойти за предварительную или неполную теорію, какъ объясненіе менѣе извѣстнаго черезъ болѣе извѣстное, но движеніе и сила постулируются въ физикѣ, какъ нѣчто вполне извѣстное: и даже не дѣлается попытки сжать границы объясненія еще больше. Динамическая теорія признается въ одно и то же время и необходимой и достаточной.

И вотъ, слѣдуетъ прежде всего признать, что лишь для весьма немногихъ вещей у насъ въ настоящее время есть такое динамическое объясненіе. Нѣтъ у насъ такого объясненія вещества, напримѣръ, или тяготѣнія, или электричества, или эѳира и свѣта. Впрочемъ, допустимо, что нѣкоторыхъ вещей такого рода намъ никогда и не удастся объяснить чисто динамически, такъ какъ по самому существу своему онѣ, можетъ быть, включаютъ въ себѣ что-либо помимо движенія и силы. И однако, физика должна настойчиво искать объясненія, доводя его до крайнихъ предѣловъ; и пока она не замазываетъ себѣ глазъ неопредѣленными и пустыми фразами (слабость, отъ которой ея вожди защищаются рѣшительно, иногда даже страстно, рискуя лучше отбросить цѣнныя мысли, чѣмъ допустить, хотя бы отчасти, принятіе чего-либо вымышленнаго или темнаго), пока она прилагаетъ всѣ усилія къ изслѣдованію явленій, находящихся въ предѣлахъ ея досягаемости, стремясь ввести физическіе взгляды на нихъ въ границы понятій о движеніи и силѣ, — до тѣхъ поръ она навѣрное находится на надежномъ пути. И на основаніи своей неспособности разобраться въ нѣкоторыхъ явленіяхъ, она должна будетъ узнать то, что она уже начинаеть подозрѣвать и о чемъ у ея вождей давно уже мелькала догадка: существованіе нѣкоторой третьей, пока еще неизвѣстной категоріи, съ принятіемъ которой физика будущаго, быть можетъ, достигнетъ недосягаемыхъ теперь высотъ и выйдетъ на широкій просторъ.

Я сказалъ, что прочтѣе всего мы освоились съ двумя вещами — съ движеніемъ и силой, но есть еще и третья вещь, съ которой мы точно такъ же всю свою жизнь находимся въ соприкосновеніи и которую мы знаемъ еще болѣе непосредственно, хотя, быть можетъ, мы такъ погружены въ нее, что наше знаніе ея проявляется лишь позже; это жизнь и мысль. Я не имѣю въ виду въ настоящее время опредѣлять эти термины или обсуждать вопросъ, дѣйствительно ли они обозначаютъ, по существу, одну и ту же вещь, а не двѣ различныя. Они существуютъ въ томъ смыслѣ этого слова, въ которомъ мы позволяемъ себѣ употреблять его, и до сихъ поръ въ физикѣ имъ еще не отдѣлено мѣста. Пока они еще не включены въ физику, онѣ могутъ оставаться болѣе или менѣе неопредѣленными; но какимъ образомъ и когда они могли бы быть включены, объ этомъ я не могу высказывать даже догадокъ.

Однако, физику необходимо выяснять, какъ представляется ему вселенная въ ея общихъ чертахъ и въ физическомъ отношеніи. Если бы я сдѣлалъ попытку такого рода, то я счелъ бы необходимымъ



ради ясности начать съ самыхъ простыхъ и основныхъ идей; при этомъ я старался бы иллюстрировать при помощи общеизвѣстныхъ фактовъ и понятій свойства того процесса, который, собственно, имѣетъ мѣсто при образованіи понятій высшаго порядка и менѣе обычныхъ, въ областяхъ, съ которыми народныя массы знакомы настолько мало, что ходячія свѣдѣнія изъ этихъ областей совершенно ничтожны и могутъ быть признаны бесполезными.

Первоначальное знакомство съ внѣшнимъ міромъ.

Начавъ съ самаго основного нашего чувства, я могъ бы намѣтить такое рѣшеніе поставленной проблемы.

Мы обладаемъ мускулами и можемъ двигаться. Анализировать движеніе я не умѣю, — сомнѣваюсь даже, чтобы попытка къ этому имѣла смыслъ, — это просто непосредственный актъ воспріятія, прямое ощущеніе свободного, не встрѣчающаго сопротивленія мускульнаго дѣйствія. Правда, мы можемъ двигаться, не чувствуя этого, и это насъ ничему не научаетъ, но мы можемъ двигаться и такъ, что будемъ это чувствовать, и это научаетъ насъ многому и ведетъ къ нашему первому научному выводу, именно къ заключенію о существованіи пространства, т. е. мѣста, въ которомъ можетъ происходить движеніе. У насъ могло бы быть ощущеніе, что мы стиснуты въ густо заполненномъ мірѣ; но его у насъ нѣтъ: мы ощущаемъ пространственный міръ.

Конечно, мы не останавливаемся на этомъ слишкомъ уже элементарномъ заключеніи; наши способности, развитыя вѣковымъ воспитаніемъ, ведутъ насъ къ тому, что понятіе о реальномъ существованіи пространства мы распространяемъ далеко за предѣлы возможности непосредственного ощущенія; далѣе, посредствомъ прямого ощущенія связанной съ движеніемъ скорости — постоянной и перемѣнной — мы получаемъ возможность формулировать идею времени, или равномерности въ ходѣ послѣдовательности событій; получаемъ мы также и другія, болѣе сложные понятія — объ ускореніи и т. п., входять въ разсмотрѣніе которыхъ намъ теперь нѣтъ надобности.

Но наше мускульное чувство не ограничивается воспріятіемъ свободного движенія; мы постоянно замѣчаемъ, что оно встрѣчаетъ препятствіе или сильное сопротивленіе. Это мускульное воздѣйствіе на препятствіе есть второе непосредственное чувство, чувство силы; и попытки разложить его на что-либо болѣе простое, чѣмъ оно само, до сихъ поръ вели только къ путаницѣ. Подъ силой прежде всего подразумѣвается мускульное дѣйствіе, не сопровождаемое движеніемъ. Это ощущеніе наше научаетъ насъ тому, что пространство, само по себѣ не препятствующее движенію, не пусто; а это приводитъ насъ ко второму нашему научному заключенію — о существованіи того, что мы называемъ веществомъ.

Однако, на одномъ этомъ заключеніи мы не останавливаемся. Благодаря другому ощущенію, ощущенію боли или только чувствительности, мы



дѣлаемъ различіе между массами вещества, находящимися въ непосредственномъ, повидимому, отношеніи къ намъ, и другими, чуждыми намъ скопленіями вещества. Массами перваго рода мы пользуемся, какъ мѣрой для вещества втораго рода. Человѣческое тѣло — вотъ нашъ образецъ размѣра. Далѣе, мы подраздѣляемъ идею о веществѣ — соответственно различіямъ въ сопротивленіи, которое она оказываетъ нашимъ мускуламъ, — на четыре различныхъ состоянія, или „элемента“, какъ ихъ называли древніе; именно: твердое, жидкое, газообразное и эфирное. Сопротивленіе, ощущаемое при встрѣчѣ съ тѣмъ или другимъ видомъ матеріальнаго существованія, измѣняется отъ чего-то, воздѣйствующаго чрезвычайно сильно, — твердаго, черезъ нѣчто почти неощущаемое — газообразное, къ чему-то совершенно тонкому, воображаемому, т. е. доступному намъ только путемъ умозаключенія, — къ эйру.

Эфиръ совершенно не воздѣйствуетъ на наше чувство осязанія (или силы); движенію онъ не оказываетъ ни малѣйшаго сопротивленія. Не только наши тѣла могутъ двигаться черезъ него, но тѣла гораздо большія, планеты и кометы, могутъ нестись сквозь него со скоростью, которую можно назвать необычайной (несравненно превосходящей скорость людей, состояющихъ въ бѣгѣ), не встрѣчая ни малѣйшаго признака тренія. И дѣйствительно, я лично придумалъ и выполнялъ цѣлый рядъ тонкихъ опытовъ съ цѣлью изслѣдовать, не можетъ ли вертѣщаяся масса желѣза захватить съ собою и завертѣть эфиръ, хотя бы со скоростью, равной тысячной долѣ своей собственной. Эти опыты будутъ описаны впослѣдствіи, а пока можно сказать, что результатъ получился опредѣленный. Отвѣтъ — отрицательный; я не могъ найти ни слѣда механической связи между матеріей и эфиромъ въ родѣ вязкости или тренія.

Но если онъ такъ неосязаемъ, то что же даетъ намъ право утверждать, что онъ существуетъ? Не фантастическая ли это выдумка, которую слѣдуетъ изгнать изъ физики, и чѣмъ скорѣе, тѣмъ лучше? Если бы мы были ограничены въ нашихъ познаніяхъ о веществѣ только чувствомъ осязанія, то и самого вопроса объ этомъ никогда бы не возникало; мы просто не знали бы объ эфирѣ подобно тому, какъ мы не знаемъ о жизни или о разумѣ во вселенной, которыя не соединены съ какимъ-либо видомъ матеріальныхъ тѣлъ. Но наши чувства достигли болѣе высокой степени развитія, чѣмъ эта. Мы получаемъ свѣдѣнія о веществѣ еще и другими способами, кромѣ силы сопротивленія. На опредѣленную небольшую часть нашего тѣла вещество дѣйствуетъ совершенно особымъ образомъ, и мы получаемъ ощущеніе вкуса. Даже на разстояніе вещество можетъ разбрасывать весьма малыя частицы, достаточныя для того, чтобы подѣйствовать на другое тонкое чувство. Затѣмъ, если она колеблется съ соответствующей частотой; то откликается еще одна часть нашего тѣла; и мѣръ оказывается не безмолвнымъ, а краснорѣчиво говорящимъ тому, кто имѣетъ уши, чтобы слышать. Существуютъ ли еще открытія, которые надо сдѣлать? Да, и нѣкоторые уже сдѣланы. Всѣ чувства, упомянутыя до сихъ поръ, говорятъ намъ о присутствіи обыкновеннаго вещества — плотнаго вещества, какъ его часто называютъ. Правда, когда оно дѣйствуетъ на наше



чувство обонянія или, въ особенности, на чувство обонянія собаки, оно не такъ уже плотно; и все-таки, съ чувствами, перечисленными до сихъ поръ, мы никогда не узнали бы объ эфирѣ. Ударъ молніи могъ бы разложить наше тѣло на его неорганическія составныя части, электрическій токъ можетъ доставить намъ странное и мучительное ощущеніе; но у этихъ жестокихъ учителей мы научились бы не болѣе, чѣмъ школьникъ научается у трости, которую такъ часто держатъ наготовѣ.

Но дѣло обстоитъ такъ, что вся поверхность нашей кожи обладаетъ еще особаго рода чувствительностью, а одна малая часть ея обладаетъ чувствительностью изумительной и прекрасной къ воздѣйствію совершенно особаго рода, не связанному необходимо съ какой-либо формой обыкновеннаго вещества, достигающему до насъ даже черезъ пространство, изъ котораго удалено всякое твердое, жидкое и газообразное вещество. Подержите руку передъ огнемъ, обратите ваше лицо къ солнцу, какъ опредѣлить то, что вы при этомъ чувствуете? Вы получаете свѣдѣнія о чемъ-то, что достигаетъ до васъ вовсе не черезъ обыкновенное вещество. Вы самымъ прямымъ образомъ познаете эфирную среду. Правда, процессъ самъ по себѣ не слишкомъ непосредственный. Вы не можете познать эфиръ, какъ вы познаете матерію, трогая, вкушая или хотя бы обоняя его; процессъ этотъ аналогиченъ, до нѣкоторой степени, тому воспріятію обыкновеннаго вещества, которое было бы у насъ, если бы мы обладали только чувствомъ слуха. То, что ощущаетъ наша кожа и что чувствуютъ наши глаза, до нѣкоторой степени похоже на колебанія эфира.

Справедливо можно утверждать, что наши нервы, реагируя на тепло, ощущаютъ не самыя эфирныя возмущенія, а только тѣ движенія, которыя они возбуждаютъ въ нашихъ тканяхъ; то же самое можно сказать и относительно нашихъ, болѣе высоко развитыхъ и специализированныхъ зрительныхъ нервахъ. Всѣ нервы должны чувствовать только то, что происходитъ на порогѣ ихъ ощущеній, и непосредственно не могутъ чувствовать ничего иного; но излученіе — причина, вызвавшая эти возмущенія — совершало свой путь черезъ эфиръ, а не черезъ какую-либо матеріальную среду, извѣстную инымъ путемъ.

Говорить, какъ мы узнаемъ объ этомъ, значило бы повторять общія мѣста. Вкратцѣ дѣло обстоитъ такъ: лучи, очевидно, приходятъ къ намъ отъ солнца. Если и существуетъ какое-либо свободное или обыкновенное вещество въ промежуточномъ пространствѣ, — оно должно быть чрезвычайно разрѣженнымъ газомъ. Другими словами, оно должно состоять изъ разбѣянныхъ частицъ вещества, изъ которыхъ однѣ достаточно велики для того, чтобы ихъ можно было назвать кусками, другія настолько малы, что могутъ быть атомами, но каждая на значительномъ разстояніи отъ своихъ сосѣдей. Такія изолированныя частицы совершенно неспособны передавать свѣтъ. Здѣсь, вѣстятъ, я могу сказать, что ни одинъ видъ обыкновеннаго вещества — твердый, жидкій и газообразный — не можетъ быть передатчикомъ чего-либо, двигающагося со скоростью свѣта и подчиняющагося извѣстнымъ свѣтовымъ законамъ. Къ передачѣ излученія, или свѣта, всякое обыкновенное вещество не



только неспособна, но безнадежно и до нелѣпости неспособна. Если это излученіе вообще чѣмъ-либо передается, то это нѣчто должно быть чѣмъ-то своеобразнымъ — sui generis.

Однако, свѣтъ передается, ибо для перехода онъ требуетъ времени, и странствуетъ съ хорошо намъ извѣстной, определенной скоростью; и онъ представляетъ собой колебательное, или періодическое, возмущеніе, которое можно отнести къ категоріи волнообразныхъ движеній. Это болѣе несомнѣнно, чѣмъ что-бы то ни было. Противъ этого не возражаетъ ни одинъ физикъ. Самъ Ньютонъ, по справедливости признаваемый всѣми проповѣдникомъ противоположной теоріи, чувствовалъ необходимость эфирной среды и зналъ, что свѣтъ состоитъ, въ существенной своей части, изъ волнъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

## Происхожденіе и природа кометъ.

Эндрю Кромелина.

(Окончаніе\*).

Теперь остается лишь разсмотрѣть вопросъ о причинахъ, порождающихъ хвостъ. Повидимому, для того, чтобы объяснить испусканіе газовъ метеоритами во время приближенія кометы къ перигелію, нѣтъ необходимости прибѣгать къ какому-либо другому дѣятелю, помимо солнечной теплоты. Существуетъ, по меньшей мѣрѣ, три теоріи, объясняющія отталкиваніе хвоста отъ солнца: 1) свѣтовое давленіе; 2) электрическое отталкиваніе; 3) механическое бомбардированіе электронами или другими мелкими частицами, которыя съ силой извергаются солнцемъ. Вполнѣ возможно, что всѣ эти три причины дѣйствуютъ совмѣстно, такъ какъ ни одна изъ нихъ, отдѣльно взятая, повидимому, не въ состояніи объяснить всѣхъ фактовъ. Свѣтовое давленіе и электрическое, представляя собой центральныя силы, не могли бы измѣнять секторіальную скорость движенія частицы кометы вокругъ солнца. Легко вывести, что хвосты, порожденные этими двумя силами, устремлялись бы всегда отъ ядра въ направленіи радіуса-вектора данного момента. Фотографіи, полученныя въ теченіе нѣсколькихъ послѣднихъ лѣтъ, даютъ намъ примѣры хвостовъ, которые выходятъ изъ головы въ направленіи, составляющемъ съ этой линіей довольно большой уголъ. Ясно, повидимому, что порождающія ихъ силы не имѣютъ исключительно солнечнаго происхожденія. Какія-то отталкивательныя силы, о которыхъ я могъ бы предполагать лишь, что онѣ имѣютъ электрическую природу, выбрасываютъ частицы изъ головы въ различныхъ направленіяхъ; при этомъ, повидимому, слегка преобладаетъ направленіе въ сторону солнца: это обстоятельство могло бы объяснить намъ параболоидальныя огibaющія по-

\*) См. № 513 „Вѣстника“.



верхности, которые такъ часто видны на обращенной къ солнцу сторонѣ ядра и напоминаютъ струю фонтана. На кометѣ Моргоуза (Morehouse) 1908 г. онѣ видны были весьма ясно. Эддингтонъ (Eddington) сообщалъ въ Королевскомъ Институтѣ 26 марта 1909 г. свое изслѣдованіе этихъ поверхностей. По его вычисленію скорость изверженія изъ ядра достигаетъ 110 000 км. въ часъ, а отталкивающая сила солнца въ 800 разъ больше силы тяжести: поразительный результатъ, далеко превосходящій величины, найденныя раньше Бредихиномъ и Егерманомъ. Другимъ доказательствомъ въ пользу взгляда, что силы, порождающія хвостъ, исходятъ отчасти изъ ядра, является циклъ измѣненій въ формѣ хвоста, который обнаружили нѣкоторыя кометы, въ особенности комета Моргоуза. Въ послѣдней снятыя въ Гринвичѣ фотографіи открыли довольно правильный циклъ, повторявшійся нѣсколько разъ, такъ что оказалось возможнымъ въ началѣ цикла предсказывать послѣдующую фазу. Такъ какъ мы не можемъ съ какой-либо долей вѣроятности приписать эти варіаціи съ короткимъ періодомъ какому-нибудь измѣненію въ дѣйствіи солнца, то мы должны предположить, что источникъ ихъ находится въ ядрѣ.

Съ послѣдними измѣненіями находятся въ связи многочисленные случаи видимаго вращенія хвоста, при чемъ онъ кажется попеременно то широкимъ, то узкимъ, подобно саблѣ, разсматриваемой то съ широкой стороны, то съ остраго края. Такого рода видъ имѣла комета Галлея въ 1835 г., и Бессель объяснялъ это вращеніемъ хвоста съ періодомъ около 5 дней. Трудно, однако, допустить вращеніе хвоста, такъ какъ при этомъ пришлось бы допустить наличность либо твердаго тѣла, либо же мощной центральной силы, которая направляла бы вращающіяся частицы; хвостъ же не удовлетворяетъ ни одному изъ этихъ условій. Если же мы предположимъ вращеніе головы, то оно дѣйствительно обуславливало бы нѣчто въ родѣ вращенія въ хвостѣ, который она испускаетъ. Представленіе о вращеніи ядра заставляетъ насъ допустить, что ея отдѣльныя метеоритныя массы сконцентрированы довольно густо, такъ какъ въ противномъ случаѣ ихъ взаимнаго тяготѣнія было бы недостаточно для того, чтобы опредѣлять собой вращеніе. Другія циклическія варіаціи хвоста, о которыхъ мы говорили выше, тоже говорятъ въ пользу концентраціи въ ядрѣ: дѣйствительно, если бы отдѣльныя частицы въ послѣднемъ были разбросаны на большое пространство, трудно было бы понять, какимъ образомъ разрозненныя частицы могли дѣйствовать всѣ согласно, какъ это, повидимому, происходитъ въ дѣйствительности.

Упомянемъ еще теорію, недавно предложенную проф. Ньюолломъ (Newall) и Г. Бёрнсомъ (G. Burns) (можетъ быть, также и нѣкоторыми другими); они предполагаютъ, что хвостъ кометы состоитъ изъ матеріи, которая находится уже *in situ*, т. е. на пути кометы; но вслѣдствіе прохожденія кометы въ этой матеріи какимъ-то образомъ возбуждается свѣченіе. Они указываютъ, что такое допущеніе объясняло бы сходство спектровъ, испускаемыхъ большинствомъ кометныхъ хвостовъ; проф. Ньюоллъ, кромѣ того, нашелъ указаніе на существованіе ціана въ междупланетномъ пространствѣ. Пред-



ставленіе о разбѣянныхъ газахъ подтверждается случаями разрушенія кометныхъ хвостовъ; примѣрами могутъ служить комета Брукса, фотографированная Барнардомъ (Barnard) въ 1893 г., и комета Моргоуза 15 октября 1908 г.; здѣсь врядъ ли можетъ быть сомнѣніе, что вещество хвоста натолкнулось въ пространствѣ на нѣкоторое препятствіе, которое внезапно задержало его движеніе впередъ.

Но мнѣ трудно повѣрить, что хвостъ, по крайней мѣрѣ, въ началѣ, не есть истеченіе ядра: въ самомъ дѣлѣ, спектрограммы, полученныя съ помощью объективной призмы, часто показываютъ совершенно непрерывный переходъ отъ ядра къ хвосту, такъ что нелегко сказать, гдѣ кончается первое и начинается второй.

Я перехожу теперь къ теоріи, согласно которой хвостъ объясняется изверженіемъ матеріальныхъ частицъ изъ солнца. Я полагаю, что впервые этотъ взглядъ высказалъ проф. Шеберле (Schaeberle) въ 1893 г. Онъ высказалъ предположеніе, что какъ корона, такъ и кометные хвосты произошли такимъ именно образомъ. Приводимъ его слова изъ „Astronomical Journal“, стр. 306: „Хвостъ кометы образовался изъ видимыхъ частичекъ вещества, которые первоначально составляли атмосферу кометы, и изъ невидимыхъ раньше частичекъ потока, исходящаго изъ короны; послѣднія, двигаясь съ большой скоростью, вызываютъ, наконецъ, повторными толчками послѣдующихъ частицъ почти такія же самыя движенія въ видимой атмосферѣ кометы, какія породила бы непрерывная ускоряющая сила, направленная отъ солнца. Благодаря своему замедленію вещество короны дѣлается столь плотнымъ, что становится само видимымъ и, наконецъ, увлекается вмѣстѣ съ атмосферой кометы въ хвостъ подъ дѣйствіемъ повторнаго бомбардированія послѣдующихъ частей потока, которыя не подверглись замедленію“. Уже послѣ того, какъ это было написано, наука открыла радиоактивные элементы и приняла теорію распада атома на электроны. Поэтому частицы, о которыхъ говорятъ проф. Ньюоллъ и Г. Бѣрнсъ, гораздо меньше частицъ проф. Шеберле. Г. Бѣрнсъ говоритъ („Journal Brit. Astron. Assoc.“, XIX, 5): „Лучистая матерія, испускаемая солнцемъ, тождественна съ  $\beta$ -лучами радія. Столкновеніе этой лучистой матеріи съ метеоритами, составляющими ядро кометы, порождаетъ свѣтъ, и спектръ послѣдняго есть спектръ атмосферы, окружающей метеориты. Образование хвоста мы можемъ объяснить извѣстнымъ свойствомъ лучистой матеріи, дѣйствующей въ качествѣ центровъ сгущенія молекулярныхъ агрегатовъ. Я полагаю, что частицы лучистой матеріи изъ солнца при прохожденіи черезъ голову кометы собираютъ вокругъ себя вещество и получаютъ достаточно большой объемъ, чтобы быть въ состояніи отражать свѣтъ“. Проф. Ньюоллъ писалъ въ „Monthly Notices“, въ февралѣ 1909 г.: „Развѣ рѣшится кто-нибудь, знакомый съ явленіями и теоріей кометныхъ хвостовъ, сказать, что отталкиваніе этихъ хвостовъ не есть просто явленіе, указывающее на существованіе этого постояннаго радіальнаго истеченія пыли, которая становится видимой благодаря свѣщенію паровъ, выдѣленныхъ ядромъ кометы, быть можетъ, вслѣдствіе безпрестанной



бомбардировки пылинками? "Особенно замѣчательно, что обѣ приведенныя выдержки были написаны одновременно, при чемъ Бѣрнсъ ничего не зналъ о взглядѣ Ньюолла. Представленіе о бомбардировкѣ ультрамикроскопическими частицами, изверженными солнцемъ, приобретаетъ, чѣмъ дальше, тѣмъ большее значеніе для объясненія различныхъ явленій въ солнечной системѣ, въ частности короны, сѣвернаго сіянія и магнитныхъ бурь. Въ связи съ послѣдними напомнимъ о статьяхъ Маундера (Maunder) въ „Montly Notices“; онъ доказываетъ, что вещество, которое порождаетъ, какъ предполагаютъ, эти бури, не было выброшено изъ солнца въ равной мѣрѣ по всемъ направленіямъ, но лишь изъ опредѣленныхъ участковъ солнца (часто отмѣченныхъ какимъ-нибудь замѣтнымъ пятномъ или другимъ возмущеніемъ поверхности), и виѣ его направлялось вдоль опредѣленныхъ линій тока, подобно струѣ воды изъ пожарнаго насоса. По этой причинѣ я не склоненъ приписать этому дѣйствию всю совокупность явленій въ кометныхъ хвостахъ, хотя я полагаю, что въ настоящій моментъ было бы рѣшительно преждевременно отрицать связь между этимъ дѣйствіемъ и особенными взрывами въ родѣ тѣхъ, которые наблюдались на кометѣ Моргоуза и о которыхъ Эддингтонъ сказалъ: „Я не увѣренъ, что исключительная активность этой кометы не объясняется скорѣ физическимъ состояніемъ солнца въ данный моментъ, чѣмъ строеніемъ самого объекта“.

Упомянемъ также объ открытіи русскаго академика Баклунда, что эпохи измѣненія ускоренія кометы Энке совпадали съ періодами наибольшей активности солнца, и что за послѣднее время были приведены нѣкоторые доводы въ пользу предположенія, что яркость этой кометы при различныхъ появленіяхъ ея также мѣняется въ зависимости отъ состоянія солнечной поверхности.

Электрическая теорія отталкиванія хвостовъ объясняетъ тотъ фактъ, что ускореніе нѣкоторыхъ узловъ въ хвостѣ прекращается на извѣстномъ разстояніи отъ головы; это явленіе слѣдуетъ приписать истеченію заряда. Равнымъ образомъ электрическое возбужденіе объясняетъ свѣченіе газовъ въ хвостахъ лучше, чѣмъ предположеніе, что газы свѣтятся вслѣдствіе того, что они дѣйствительно раскалены: послѣднее врядъ ли можетъ имѣть мѣсто, за исключеніемъ лишь случаевъ кометъ съ весьма малымъ разстояніемъ перигелія.

Въ заключеніе я долженъ сказать, что каждое изъ трехъ изложенныхъ объясненій хвостового отталкиванія кажется мнѣ *vera causa*, и мы имѣемъ полное основаніе полагать, что всѣ три причины оказываютъ свое дѣйствіе; единственная трудность заключается въ томъ, чтобы выдѣлить дѣйствія каждой изъ нихъ въ отдѣльности. Это — задача будущаго; быстрый прогрессъ космической физики въ послѣдніе годы позволяетъ намъ надѣяться, что полное рѣшеніе проблемы есть лишь вопросъ времени.



## Международная Коммиссія по преподаванію математики.

### Собрание въ Брюсселѣ.

Мы уже сообщали, что лѣтомъ въ Брюсселѣ состоится частичное собраніе Международной Коммиссіи. Въ настоящее время сообщается, что засѣданіе состоится въ среду, 10 августа новаго стиля. Главная цѣль этого собранія заключается въ томъ, чтобы составить совѣщаніе депутатовъ Бельгіи и сосѣднихъ странъ и вызвать, такимъ образомъ, обменъ мнѣній по вопросу о преподаваніи математики въ различныхъ странахъ. Само собою разумѣется, что всѣ делегаты, которые пожелаютъ посѣтить Брюссель къ этому времени, будутъ желанными гостями. Это приглашеніе относится также и къ членамъ національных подкоммиссій. Вотъ въ общихъ чертахъ программа этого собранія:

Засѣданіе Центральнаго Комитета. Во вторникъ 9 августа въ 9 часовъ утра, а въ случаѣ надобности и въ 4 часа пополудни.

Подготовительное засѣданіе; во вторникъ 9 августа въ 8½ часовъ вечера. (Мѣсто будетъ указано позже въ окончательной программѣ, которая будетъ сообщена делегатамъ въ началѣ іюня). Это засѣданіе предназначено, главнымъ образомъ, для взаимнаго ознакомленія.

Засѣданіе делегатовъ; въ среду въ 9 часовъ утра (salle Ravenstein, 3, rue Ravenstein, près la place Royale).

Порядокъ дня: 1) привѣтственное слово президента; 2) состояніе работъ въ разныхъ странахъ; представленіе готовыхъ докладовъ; 3) бесѣда объ общей организациі работъ; 4) предварительныя соображенія относительно сѣзда делегатовъ въ 1911 году.

На это собраніе приглашаются члены національных подкоммиссій.

Публичное общее собраніе; въ среду 10 августа въ 4 часа дня (въ томъ же залѣ).

Порядокъ дня: 1) привѣтствіе одного изъ представителей Бельгіи; 2) рѣчь профессора Клейна, президента Коммиссіи, о цѣли Коммиссіи и о преподаваніи математики вообще; 3) краткій обзоръ состоянія работъ въ разныхъ странахъ; 4) лекція К. Бурле (C. Bourlet, Paris) о взаимной связи между чистой и прикладной математикой въ средней школѣ.

За справками обращаться къ главному секретарю Коммиссіи (H. Fehr, 72, route de Florissant, Genève).



## Краткій отчетъ о засѣданіи Московскаго Математическаго Кружка 12 марта 1910 г.

5-го марта сего года исполнилось двадцатипятилѣтіе академической дѣятельности предсѣдателя Математическаго Кружка, профессора В. К. Млодзѣвскаго. Кружокъ принялъ участіе въ чествованіи В. К. Млодзѣвскаго принесеніемъ ему въ день юбилея привѣтствія черезъ особую депутацію и поднесеніемъ экземпляра журнала „Bibliotheca Mathematica“.

12 марта, открывая засѣданіе, В. К. Млодзѣвскій выразилъ благодарность Кружку за его поздравленіе и сказалъ, что работа въ Кружкѣ всегда была для него пріятна и симпатична. Въ элементарной математикѣ, которая служитъ главнымъ предметомъ занятій Кружка, онъ видитъ чрезвычайно важную отрасль науки, ибо въ ней, какъ въ зернѣ или зародышѣ, скрыта и вся высшая математика, и разработка вопросовъ элементарной математики и ея преподаванія является важнымъ условіемъ прогресса математической науки вообще. Поэтому онъ всегда охотно принималъ участіе въ тѣхъ обществахъ, въ кругъ занятій которыхъ входила элементарная математика, каковы: Математическая Коммиссія при Учебномъ Отдѣлѣ Общества распространенія техническихъ знаний, Отдѣленіе преподавателей математики Московскаго Педагогическаго Общества и, наконецъ, Математическій Кружокъ. Въ этомъ послѣднемъ создалась особенно благоприятная атмосфера для дѣятельности благодаря дружной работѣ членовъ Кружка и энергіи членовъ Правленія, чрезвычайно облегчающихъ задачу предсѣдателя. Достигнутые успѣхи уже ясно обнаружили, несмотря на недавнее существованіе Кружка, во время бывшаго въ текущемъ году XII Съѣзда Естествоиспытателей, когда Кружокъ устроилъ засѣданія и выставку математическихъ книгъ и пособій. Выражая искреннюю признательность Кружку за его привѣтствіе, В. К. Млодзѣвскій выразилъ горячее пожеланіе ему и въ дальнѣйшемъ успѣшной дѣятельности.

Секретарь Кружка І. И. Чистяковъ отмѣтилъ что 25-лѣтіе академической дѣятельности В. К. Млодзѣвскаго совпало съ 20-лѣтнимъ юбилеемъ его руководства математическими кружками въ Москвѣ. Послѣдовательно сѣмивѣшійся общества, имѣвшія цѣлью разработку вопросовъ элементарной математики, неизмѣнно избирали В. К. Млодзѣвскаго своимъ руководителемъ, и онъ вносилъ въ ихъ работу научный духъ и высокоинтересное содержаніе. Математическій Кружокъ въ особенности многимъ обязанъ В. К. Млодзѣвскому, который былъ его учредителемъ, оказывалъ Кружку поддержку личнымъ вліяніемъ и хлопотами передъ администраціей въ трудные моменты его существованія и вообще всячески содѣйствовалъ его преуспѣванію.

Прив.-доц. Московскаго Университета А. А. Волковъ сдѣлалъ сообщеніе: „Выводъ формулы объема прямоугольнаго параллелепипеда“.

Въ началѣ доклада референтъ указалъ тѣ недостатки, которыми страдаетъ обычное изложеніе теоремъ о вычисленіи объема прямоугольнаго параллелепипеда. Главнымъ изъ нихъ является оторванность изложенія этой статьи отъ тѣхъ простыхъ соображеній, при помощи которыхъ вычисляется объемъ этого тѣла при обученіи арифметикѣ. Вторымъ и тоже существеннымъ недостаткомъ референтъ считаетъ умышленное смѣшеніе геометрическаго понятія объема и его численнаго значенія, при помощи котораго обычно исключается объемъ вспомогательнаго параллелепипеда изъ сложныхъ пропорцій, которыми пользуются при выводѣ формулы объема прямоугольнаго параллелепипеда



(последнее особенно выпукло выступает въ изложеніи г. Киселева). По мнѣнію докладчика, объемъ прямоугольнаго параллелепипеда, въ случаѣ соизмѣримости всѣхъ его реберъ, можетъ быть найденъ дѣленіемъ его на малые параллелепипеды, измѣреніями которыхъ служатъ общія мѣры реберъ и единицы длины, и счетомъ числа такихъ параллелепипедовъ въ данномъ параллелепипедѣ и кубѣ, объемъ котораго принять за единицу. — Для вывода формулы въ случаѣ, когда одно, два или всѣ три ребра параллелепипеда несоизмѣримы съ единицею длины, докладчикъ пользуется леммою: „Если формула  $V = abh$  справедлива, когда одно изъ реберъ, — напримѣръ, обозначенное черезъ  $h$ , — соизмѣримо съ единицею длины, то она будетъ справедлива и въ томъ случаѣ, если ребро  $h$  считать несоизмѣримымъ съ единицею длины“. При доказательствѣ этой леммы референтъ пользуется лишь признакомъ равенства несоизмѣримыхъ чиселъ, заключающимся въ совпаденіи ихъ приближенныхъ значеній и при всякой степени точности.

Послѣдовавшая педагогическая бесѣда была посвящена вопросу о соотношеніи между углами треугольника и его биссектрисами. При этомъ Н. А. Извольскій привелъ два доказательства теоремы о равенствѣ угловъ треугольника при равенствѣ его биссектрисъ: одно — приведенное въ сочиненіяхъ Я. Штейнера, а другое — свое собственное, основанное на построеніи. Е. С. Томашевичъ сообщилъ свое доказательство теоремы о томъ, что при неравныхъ углахъ треугольника биссектрисы его неравны.

Въ заключеніе засѣданія приглашенный фотографъ снялъ группу присутствующихъ членовъ Клуба.

## РЕЦЕНЗІИ.

**Н. С. Лукьяновъ.** *Физическій кабинетъ среднихъ учебныхъ заведеній. Руководство къ экспериментированію для преподавателей физики.* Выпускъ V. *Опыты по лучистой энергіи.* Полтава, 1909.

Едва ли найдется преподаватель физики, которому не было бы знакомо руководство Н. С. Лукьянова; да это было бы почти невозможно, такъ какъ первые выпуски этой книги были циркулярно рекомендованы для обязательнаго приобрѣтенія всѣми учебными заведеніями, имѣющими физическіе кабинеты. Но не только въ этомъ официальном одобреніи не лежитъ причина общезвѣстности этого руководства: достоинства его такъ неоспоримо велики, что оно должно было стать настольною книгой для всякаго преподавателя физики, не взирая даже на то, что въ последнее время вышли въ свѣтъ прекрасныя пособія по экспериментированію.

Объемистый V выпускъ, весь посвященный опытамъ по свѣту, по характеру изложенія мало отличается отъ прежнихъ выпусковъ; мы тутъ встрѣчаемъ ту же обстоятельность или лучше кропотливость въ описаніи мельчайшихъ деталей постановки опыта. Все предусмотрено, ничто не забыто. Иной разъ кажется, что книга разчитана на лицъ, которые еще никогда не видѣли физическаго прибора. Руководя преподавателемъ, авторъ не выпускаетъ изъ виду и благополучіе прибора. Говоря, напримѣръ, о приборахъ изъ каменной соли, авторъ не только предостерегаетъ отъ влажности, не только совѣтуетъ на три пальца правой руки надѣть каучуковые наперстки, чтобы предохранить предметъ отъ вліянія пота, но самые наперстки онъ попутно рекомендуетъ держать въ водѣ, чтобы они не портились; а въ такомъ случаѣ (т. е. если наперстки хранились въ водѣ) ихъ передъ употребленіемъ слѣдуетъ хорошо высушить; на всякій случай тутъ же указано, что наперстки могутъ быть замѣнены нѣсколько разъ сложенной тряпочкой (стр. 388). Авторъ останавливается и на такихъ приборахъ, описаніе которыхъ можно



найти во всѣхъ учебникахъ физики. Конечно, это безъ крайней надобности увеличиваетъ размѣры книги, и на это уже было указано въ нашемъ журналѣ въ рецензіи первыхъ двухъ выпусковъ разбираемаго руководства\*). Но мы не станемъ упрекать автора за это уже потому, что и при описаніи старыхъ приборовъ онъ даетъ весьма цѣнныя указанія относительно ихъ наилучшаго дѣйствія.

Отсутствіе оглавленія или указателя нѣсколько затрудняетъ пользованіе книгой, и съ этимъ неудобствомъ придется, къ сожалѣнію, довольно долго мириться, такъ какъ авторъ не очень-то спѣшитъ съ выпускомъ въ свѣтъ своей книги. Пожелаемъ все-таки, чтобы слѣдующій выпускъ не заставилъ себя такъ долго ждать, какъ разбираемый V-й.

М. И.—й.

## ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

**№ 288 (5 сер.).** Доказать, что число

$$\frac{11^{11} + 1}{11 + 1}$$

есть число составное, разлагаемое, по крайней мѣрѣ, на 3 сомножителя.

*Е. Григорьевъ (Саратовъ).*

**№ 289 (5 сер.).** Вычислить сумму

$$C_n^m + C_n^{m-1} C_n^1 + C_n^{m-2} C_n^2 + \dots + C_n^{m-k} C_n^k + \dots + C_n^1 C_n^{m-1} + C_n^m,$$

гдѣ вообще  $C_n^k$  означаетъ число сочетаній изъ  $n$  элементовъ по  $k$ , при чемъ  $m$  и  $n$  суть цѣлыя числа и  $m \leq n$ .

*Л. Богдановичъ (Ярославль).*

**№ 290 (5 сер.).** Найти предѣлъ выраженія

$$2 \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^4}\right) \left(1 + \frac{1}{3^8}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{3^{2^{n-1}}}\right)$$

при  $n = \infty$ .

*А. Д. (Лодзь).*

\*) См. № 375 „Вѣстника“, стр. 65.



**№ 291** (5 сер.). Найти сумму  $n$  членов ряда

$$\operatorname{arctg} \frac{r}{1+a_1 a_2} + \operatorname{arctg} \frac{r}{1+a_2 a_3} + \dots + \operatorname{arctg} \frac{r}{1+a_n a_{n+1}} + \dots,$$

гдѣ  $r, a_1, a_2, \dots, a_n$  суть разность и послѣдовательные члены нѣкоторой арифметической прогрессии.

С. Розенблатъ (Балта).

**№ 292** (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$x^3 - 4x^2 + 3x + 2(x-1)\sqrt{x} = 0.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

**№ 293** (5 сер.). Построить прямоугольный треугольникъ по периметру его  $2p$  и по биссектрисѣ  $l$  прямого угла.

(Займств.).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

**№ 194** (5 сер.). Доказать тождество

$$\frac{ar_a^2 + br_b^2 + cr_c^2 + \frac{1}{4}(a+b+c)^3}{(a+b+c)(r_a + r_b + r_c)} = 2R,$$

гдѣ  $a, b, c$  — стороны,  $R, r_a, r_b, r_c$  — радиусы круговъ описаннаго и вписанныхъ нѣкотораго треугольника.

Обозначая черезъ  $S$  — площадь, черезъ  $p$  — полупериметръ, а черезъ  $r$  — радиусъ круга вписаннаго, имѣемъ:

$$r_a - r = \frac{S}{p-a} - \frac{S}{p} = \frac{Sa}{(p-a)p} = \frac{ar_a}{p}, \quad ar_a^2 = r_a p (r_a - r) = pr_a^2 - prr_a.$$

Подобнымъ же образомъ находимъ:

$$br_b^2 = pr_b^2 - prr_b, \quad cr_c^2 = pr_c^2 - prr_c.$$

Слѣдовательно:

$$\begin{aligned} \frac{ar_a^2 + br_b^2 + cr_c^2 + \frac{1}{4}(a+b+c)^3}{(a+b+c)(r_a + r_b + r_c)} &= \frac{p(r_a^2 + r_b^2 + r_c^2) - pr(r_a + r_b + r_c) + 2p^3}{2p(r_a + r_b + r_c)} = \\ &= \frac{r_a^2 + r_b^2 + r_c^2 + 2p^2}{2(r_a + r_b + r_c)} - \frac{r}{2}. \end{aligned} \quad (1)$$



Исходя изъ равенства

$$\begin{aligned} r_a + r_b + r_c - r &= \frac{S}{p-a} + \frac{S}{p-b} + \frac{S}{p-c} - \frac{S}{p} = \\ &= \frac{S[p(p-b)(p-c) + p(p-c)(p-a) + p(p-a)(p-b) - (p-a)(p-b)(p-c)]}{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \\ &= \frac{3p^3 - 2p^2(a+b+c) + p(ab+bc+ac) - p^3 + p^2(a+b+c) - p(ab+bc+ac) + abc}{S} = \\ &= \frac{3p^3 - 2p^3 - p^3 + abc}{S} = \frac{abc}{S} = 4R, \end{aligned}$$

(такъ какъ, по извѣстной формулѣ,  $R = \frac{abc}{4S}$ ), приходимъ къ извѣстному въ геометріи треугольника соотношенію

$$r_a + r_b + r_c = 4R + r. \quad (2)$$

Съ другой стороны,

$$r_a^2 + r_b^2 + r_c^2 = (r_a + r_b + r_c)^2 - 2(r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a),$$

при чемъ

$$\begin{aligned} r_a r_b + r_b r_c + r_c r_a &= \frac{S^2}{(p-a)(p-b)} + \frac{S^2}{(p-b)(p-c)} + \frac{S^2}{(p-c)(p-a)} = \\ &= p(p-c) + p(p-a) + p(p-b) = p(3p-2p) = p^2. \end{aligned}$$

Слѣдовательно [см. (2)],

$$r_a^2 + r_b^2 + r_c^2 = (r_a + r_b + r_c)^2 - 2p^2 = (4R + r)^2 - 2p^2.$$

Итакъ [см. (1), (2), (3)],

$$\begin{aligned} \frac{ar_a^2 + br_b^2 + cr_c^2 + \frac{1}{4}(a+b+c)^3}{(a+b+c)(r_a + r_b + r_c)} &= \frac{(4R+r)^2 - 2p^2 + 2p^2}{2(4R+r)} - \frac{r}{2} = \\ &= \frac{4R+r}{2} - \frac{r}{2} = 2R. \end{aligned}$$

В. Моргулевъ (Одесса); М. Добровольскій (Сердобскъ); М. Богдановичъ (Ярославль); П. Безчеревныхъ (Козловъ); В. Богомоловъ (Шацкъ).

**№ 201** (5 сер.). Доказать, что, если число  $a^n b^n$  дѣлится на число  $xy - abz$ , то и число  $x^n y^n$  дѣлится на  $xy - abz$  (предполагается, что  $a, b, x, y, z$  — цѣлыя числа и что  $n$  — цѣлое положительное число).

Разность  $n$ -хъ степеней  $(xy)^n - (abz)^n$  дѣлится, по извѣстной формулѣ, нацѣло на разность  $xy - abz$ . По условію, число  $a^n b^n$  дѣлится на  $xy - abz$ , а потому и сумма

$$(xy)^n - (abz)^n + a^n b^n \cdot z^n = x^n y^n - a^n b^n z^n + a^n b^n z^n = x^n y^n$$

кратна числа  $xy - abz$ , т. е.  $x^n y^n$  дѣлится на  $xy - abz$ .

Д. Мацкевичъ (Комратъ); Л. Богдановичъ (Ярославль); В. Богомоловъ (Шацкъ); П. Безчеревныхъ (Козловъ).



**№ 208** (5 сер.). На плоскости даны окружность и точки  $A$  и  $O$ . Построить треугольник  $ABC$  так, чтобы вершины  $B$  и  $C$  его лежали на окружности и чтобы центр тяжести его лежал в  $O$ .

Назовем центр окружности через  $O_1$ . Предполагая, что задача решена, проведем прямую  $AO$  до встречи с  $BC$  в точке  $M$ . Тогда, согласно с известным свойством центра тяжести, имеем:  $OM = \frac{1}{2} OA$  и  $BM = MC$ , а потому прямая  $O_1M$  перпендикулярна к хорде  $BC$ . Отсюда вытекает следующее построение: отложим на продолжении отрезка  $AO$  часть  $OM = \frac{1}{2} AO$  и проведем через  $M$  прямую, перпендикулярную к  $O_1M$ , до встречи с окружностью в точках  $B$  и  $C$ ; треугольник  $ABC$  есть искомый. Задача возможна лишь тогда, если точка  $M$  лежит внутри данного круга (если  $M$  лежит на данной окружности, то треугольник обращается в отрезок  $AM$ , и задача в этом случае не имеет геометрического решения).

*В. Моргулевъ* (Одесса); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ); *Нюта Г.* (Нижний-Новгородъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *А. Фельдманъ* (Одесса); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Н. Новаксерчанъ* (Владикавказъ).

**№ 209** (5 сер.). Найти арифметическую прогрессию, сумма  $m$  членов которой относится к сумме  $n$  ее членов, как

$$(am^2 + bm) : (an^2 + bn),$$

где  $a$  и  $b$  суть данные числа, при всяких целых и положительных значениях  $m$  и  $n$ . Рассмотреть случай, когда  $b = 0$ .

Называя первый член искомой прогрессии через  $x$ , разность ее через  $y$  и сумму любого числа  $k$  ее членов через  $S_k$ , имеем:

$$\frac{S_m}{S_n} = \frac{[2x + y(m-1)]m}{2} : \frac{[2x + y(n-1)]n}{2} = \frac{[2x + y(m-1)]m}{[2x + y(n-1)]n},$$

откуда, согласно с условием, имеем:

$$\frac{[2x + y(m-1)]m}{[2x + y(n-1)]n} = \frac{am^2 + bm}{an^2 + bn}, \quad (1)$$

или

$$\frac{[2x + y(m-1)]m}{am^2 + bm} = \frac{[2x + y(n-1)]n}{an^2 + bn} = k,$$

где  $k$  — некоторая постоянная величина, не зависящая от значения  $m$ . Таким образом, имеем:

$$\frac{[2x + y(m-1)]m}{am^2 + bm} = \frac{ym^2 + (2x - y)m}{am^2 + bm} = \frac{ym + 2x}{am + b} = k, \quad (2)$$

откуда

$$ym + 2x - y - akm - bk = 0, \quad \text{или} \quad (y - ak)m + (2x - y - bk) = 0.$$



Последнее равенство должно оставаться вѣрнымъ при любомъ цѣломъ положительномъ значеніи  $m$ , а потому

$$y - ak = 0, \quad 2x - y - bk = 0, \quad \text{или же } y = ak,$$

$$2x - ak - bk = 2x - (a + b)k = 0, \quad \text{откуда } x = \frac{(a + b)k}{2}, \quad y = ak.$$

Полагая  $k = 2t$ , гдѣ  $t$  — нѣкоторое постоянное число, мы видимъ, что первый членъ и разность искомой прогрессіи должны имѣть видъ  $x = (a + b)t$ ,  $y = 2at$ , гдѣ  $t$  — произвольное число. Наоборотъ, при всякомъ значеніи  $t$  (не равномъ, однако, 0) выполняется условіе (2), изъ котораго вытекаетъ равенство (1). Итакъ, искомая прогрессія имѣетъ видъ

$$(a + b)t, \quad (a + b)t + 2at = (3a + b)t, \quad (5a + b)t, \dots, [(2n - 1)a + b]t, \dots,$$

гдѣ  $t$  — произвольное (но не равное нулю) число. Въ случаѣ  $b = 0$  имѣемъ по

условію:  $\frac{S_m}{S_n} = m^2 : n^2$ , и искомая прогрессія есть  $at, 3at, 5at \dots$ , или, замѣняя  $at$  просто черезъ  $t$ , имѣемъ:  $t, 3t, 5t, \dots$ , гдѣ  $t$  — произвольное не равное нулю число. При рѣшеніи задачи мы полагали, что  $a$  и  $b$  неравны одновременно нулю, такъ какъ иначе отношеніе  $\frac{am^2 + bm}{an^2 + bn}$ , обращаясь въ  $\frac{0}{0}$ , не давало

бы никакого опредѣленнаго условія для искомой прогрессіи. Точно такъ же, преобразовывая равенство (1), мы полагали, что  $x$  и  $y$  не равны одновременно нулю; въ противномъ случаѣ отношеніе суммъ такой прогрессіи обратилось

бы опять въ  $\frac{0}{0}$ , и такая прогрессія формально также удовлетворяла бы вопросу, поскольку мы условимся допускать равенство вида  $\frac{0}{0} = \frac{am^2 + bm}{bn^2 + bn}$ .

Замѣтимъ, что это особое рѣшеніе получается изъ общихъ формулъ при  $t = 0$ .

*В. Моргулевъ* (Одесса); *И. Коровицкій* (Аккерманъ); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *А. Масловъ* (Москва); *М. Добровольскій* (Сердобскъ); *Нюта Г.* (Нижній-Новгородъ); *Б. Двойринъ* (Одесса); *С. Розенблатъ* (Балта); *А. Фельдманъ* (Одесса); *В. Богомоловъ* (Шапкъ); *Н. Howsepheanъ* (Владикавказъ); *С. Каменецкій* (Весьегонскъ); *В. Колодій* (Нѣжинъ).



**А. П. ОХИТОВИЧЪ. Геометрія круга (Циклометрия).**

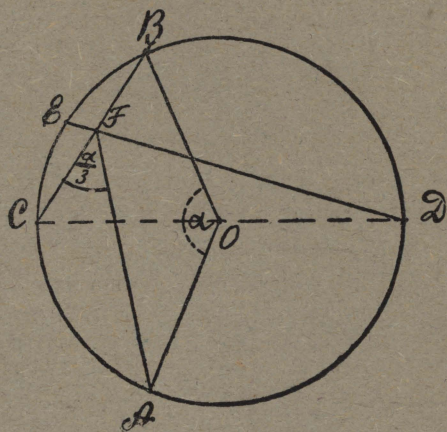
Рѣшеніе проблемы о геометрическомъ раздѣленіи дуги и угла на части пропорціональныя и равныя. Казань, 1908 г. Стр. XI+114+6=131. Цѣна 1 руб.

**А. П. ОХИТОВИЧЪ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. Ч. I-я.**

Общее рѣшеніе уравненій первой степени: неопредѣленныхъ и опредѣленныхъ. Казань, 1900 г. 333 стр. Цѣна 2 р. 50 к.

*Обращаться въ книжные магазины:*

„Новаго Времени“ (СПб., Москва, Харьковъ, Саратовъ, Одесса), Н. Н. Карбасникова (СПб., Москва, Варшава, Вильна), А. А. Дубровина (Казань), „Общественная Польза“ (СПб.), Оглоблина (Кіевъ), Т-ва Сытина (Москва), „Трудъ“ (Москва), „Сотрудникъ Школъ“ (Москва), Бельке (Кіевъ), „Товарищества“ (Самара), „Волжанинъ“ (Самара) и др.



$$\sphericalangle AC = \sphericalangle CB; \sphericalangle AD = \sphericalangle DB; \sphericalangle CE = \sphericalangle EB.$$

**ХІХ г.**  
изданія.

**Открыта подписка на журналъ**

**1910 г.**

# „ВѢСТНИКЪ ВОСПИТАНІЯ“

Журналъ ставитъ своею задачею выясненіе вопросовъ образованія и воспитанія на основахъ научной педагогики, въ духѣ общественности, демократизма и свободного развитія личности. Съ этою цѣлью журналъ слѣдитъ за развитіемъ педагогическихъ идей, за современнымъ состояніемъ образованія и воспитанія въ Россіи и за границей и даетъ систематическіе отзывы о вновь выходящихъ книгахъ по педагогикѣ, естествознанію, общественнымъ наукамъ и другихъ, о дѣтскихъ журналахъ, общедоступныхъ и дѣтскихъ книгахъ. Кромѣ того, въ журналѣ помѣщаются научно-популярныя статьи по различнымъ отраслямъ знанія и искусства, литературно-педагогическіе очерки, рассказы, воспоминанія и проч.

Журналъ выходитъ **9 разъ** въ годъ (въ теченіе лѣтнихъ мѣсяцевъ журналъ не выходитъ) въ каждой книжкѣ журнала болѣе 20 печатныхъ листовъ.

**Подписная цѣна:** въ годъ безъ доставки—5 руб., съ доставкой и пересылкой—6 р., въ полгода—3 р., съ пересылкой за границу—7 р. 50 к.; для студентовъ и недостаточныхъ людей цѣна въ годъ съ доставкой и безъ доставки—5 р.

Подписка принимается: въ Конторѣ редакціи (Москва, Арбатъ, Старо-Конюшенный пер., домъ № 32) и во всѣхъ крупныхъ книжныхъ магазинахъ обѣихъ столицъ. Г.г. иногороднихъ просятъ обращаться прямо въ редакцію.

Редакторъ-издатель д-ръ **Н. Ф. Михайловъ.**



# Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

**ПРОГРАММА ЖУРНАЛА:** Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросам преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премию. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ специальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляютъ настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы:** Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч. прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается **БЕЗПЛАТНО** по первому требованію.

**Важѣйшія статьи, помѣщенные въ 1909 г.**

**41-ый семестръ.**

Проф. Ф. Клейнъ. Лекціи по ариметикѣ для учителей.—Проф. В. Рамзай. Благородные и радиоактивные газы.—Прив.-доц. В. Каганъ. О бесконечно удаленныхъ элементахъ въ геометріи.—Проф. А. Слаби. Беспроволочный телефонъ.—А. Филипповъ. О періодическихъ дробяхъ.—А. Мюллеръ. Новое предложеніе о кругѣ.—Анри Пуанкаре. Математическое творчество.—П. Зееманъ. Происхожденіе цвѣтовъ спектра.—В. Гернетъ. Объ единствѣ вещества.—С. Ньюкомъ. Теорія движенія луны.—В. Ритцъ. Линейные спектры и строеніе атомовъ.—А. Кирилловъ. Къ геометріи треугольника.—Проф. Дж. Перри. Преподаваніе математики въ связи съ преподаваніемъ естественныхъ наукъ.—Э. Нанкин. О нѣкоторыхъ замѣчательныхъ плоскихъ кривыхъ.—Э. Борель. Методъ работы Пуанкаре.—Литература великой теоремы Фермата

**42-ой семестръ.**

М. Зиминъ. Приближенное вычисленіе корней квадратнаго уравненія.—П. В. Шепелевъ. Объ изложеніи основныхъ понятій и законовъ механики.—Э. Пикарь. Успѣхи динамическаго воздухоплаванія.—Проф. Ф. Содди. Отецъ радія.—К. Граффъ. Комета Галлея и ея предстоящее возвращеніе.—А. Долговъ. О построеніи нитяныхъ моделей многогранниковъ Пуансо.—Проф. Ф. Содди. Къ вопросу о происхожденіи радія.—Прив.-доц. В. Каганъ. Что такое алгебра?—Проф. К. Делтеръ. Искусственные драгоценные камни.—Л. Виодеманъ. По поводу новаго объясненія твердости тѣлъ.—Проф. Г. Кайзеръ. Современное развитіе спектроскопіи.—Новое сообщеніе проф. Рамзая о превращеніи химическихъ элементовъ.—Д. Ефремовъ. О четырехугольникахъ.—А. Пугаченко. Приближенное дѣленіе угла на  $n$  равныхъ частей при помощи циркуля и линейки.—Опыты проф. І. І. Косогова по изслѣдованію электролиза при помощи ультра-микроскопа.—Проф. А. Беккеръ. Сжиженіе газовъ.

## Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.**. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.**. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

**Журналъ за прошлые годы** по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.