

№ 505.

1 ФЕВ 1910

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

ИЗДАВАЕМЫЙ

В. А. ГЕРНЕТОМЪ

ПОДЪ РЕДАКЦІЕЙ

Привать-Доцента В. Ф. КАГАНА.

XLIII-го Семестра № 1-й.

ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1910.



<http://vofem.ru>

Открыта подписка на 1910 г.

на единственное въ Россіи литературное художественное
иллюстрированное изданіе.

„Новый журналъ Литературы, Искусства и Науки“

(бывш. **Ө. И. Булгакова** ред. газ. „Новое Время“).

Новый журналъ печатаетъ все выдающееся, оригинальное и характерное, почерпая свое содержаніе изъ этого фонда міровой культуры, ея идей и стремленій, который долженъ быть предметомъ любознательности для всѣхъ мыслящихъ и интеллигентныхъ людей.

ПРОГРАММА: 1) Произведенія знаменит. писателей съ древн. и новыхъ языковъ и иллюстрацій.—2) Новѣйш. произведенія лучш. иностр. писателей, съ рисунк.—3) Статьи по иностр. источникамъ, историческія, популярно-научн.—4) Статьи по вопросамъ литературн., обществен., нравствен. и художествен.—5) Статьи по воздухоплаванію, съ рисунк. и чертеж.—6) Статьи по гипнотизму, магнетизму, спиритизму, окультизму и факиризму.—7) Историческія мемуары.—8) Характеристика писателей, художник. и мыслителей.—9) Критика, хроника и обзоръ.—10) Иностранное обозрѣніе.—11) Новости.—12) Приложенія.

Подписчики новаго журн. получаютъ въ теченіи года:

12 книгъ ежемѣсячнаго литературнаго, художественнаго журнала, со множествомъ рисунковъ, большого формата in 8°, отпечатаннаго въ художественной типографіи на плотной глазированной бумагѣ четкимъ шрифтомъ.

12 книгъ новѣйш. произвед. слѣд. авторовъ: Поль Бурже, Жюль Кларети, Октавъ Мирбо, Анатоль Франсъ, Жоржъ Оне, Артуръ Шницлеръ, Шоломъ Аншъ, Г. Уэльсъ, Оскаръ Уальдъ, Гемфри Уордъ, П. Венсонъ, Перси Уайтъ.

Подписавшіеся и уплатившіе годовую цѣну журнала до 30 декабря 1909 г. получаютъ бесплатно новое художественное изданіе

со множествомъ иллюстрацій и рисунковъ

Премія ЗАМОКЪ НЕУШВАНШТЕЙНЪ премія

Баварскаго короля Людовика II.

Подписная цѣна съ доставк. и перес. 6 р.

Подписка принимается въ ред. „Новый Журн. Литературы, Искусства и Науки“.

С.-Петербургъ, М.-Царскосельскій пр., 36.

Издатель-редакторъ **С. Д. Жовиковъ.**

Вѣстникъ Опытной Физики

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 505.



Содержаніе: Новая механика. Г. Пуанкаре. — Звучащія искры. Густава Эйхгорна. — XII Съѣздъ Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей. Секція физики. — Международная Коммиссія по преподаванію математики. — Рецензіи: Физико-математическое приложеніе къ циркуляру по управленію Кавказскимъ Учебнымъ Округомъ. 1909 №№ 1 и 2. — Научная хроника: Ниппоній. — Задачи №№ 240—245 (5 сер.). — Рѣшенія задачъ №№ 151, 155, 177 и 179 (5 сер.) — Объявленія.

Новая механика.

Г. Пуанкаре.

Послѣдняя изъ шести лекцій, прочитанныхъ авторомъ въ Геттингенѣ по приглашенію Геттингенскаго Университета.

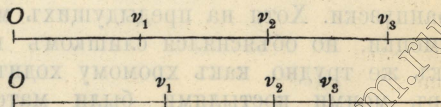
Я долженъ извиниться, что принужденъ сегодня говорить по-французски. Хотя на предыдущихъ моихъ докладахъ я объяснялся по-нѣмецки, но объяснялся слишкомъ плохо: говорить на чужомъ языкѣ такъ же трудно, какъ хрому ходить: необходимы костыли; до сихъ поръ моими костылями были математическія формулы, и вы не можете себѣ представить, какая это поддержка для оратора, который встрѣчаетъ затрудненія въ выраженіи своихъ мыслей. Сегодня я не хочу пользоваться формулами, я остаюсь безъ костылей, и вотъ почему долженъ говорить по-французски.

Всѣмъ извѣстно, что на свѣтѣ нѣтъ ничего неизмѣнно установленнаго, неразрушимаго; самыя великія, могущественныя государства не вѣчны: это излюбленная тема пророковъ. Научныя теоріи такъ же, какъ и государства, не могутъ быть увѣрены въ завтрашнемъ днѣ. Врядъ ли вы найдете другую теорію, которая казалась бы менѣ подверженной разрушительной силѣ времени, чѣмъ механика Ньютона; она была

общепризнанной; этому зданію казалось не угрожала гибель; но вотъ и оно, въ свою очередь, я не скажу, повергнуто въ прахъ, это было бы преждевременно, но во всякомъ случаѣ сильно пострадало подъ ударами великихъ разрушителей: одинъ изъ нихъ, Максъ Абрагамъ, находится среди васъ, другой — голландскій физикъ Лоренцъ. Я хотѣлъ бы сказать вамъ нѣсколько словъ о развалинахъ стараго зданія и о новой постройкѣ, которую хотятъ воздвигнуть на его мѣстѣ.

Итакъ, что же характеризовало старую механику? Слѣдующій простой фактъ: я беру тѣло, находящееся въ покоѣ, и сообщаю ему толчекъ, — другими словами, я прилагаю къ нему въ продолженіе опредѣленнаго времени опредѣленную силу; тѣло приходитъ въ движеніе и приобретаетъ нѣкоторую скорость; къ тѣлу, обладающему уже этой скоростью, прилагаемъ снова ту же силу въ продолженіе такого же времени, скорость удвоится; и если мы будемъ это повторять, то скорость утроится, послѣ того какъ мы въ третій разъ дадимъ ему такой же толчекъ. Если этотъ опытъ производить значительное количество разъ, то тѣло приобрететъ, наконецъ, очень большую скорость, которая можетъ превзойти всякія границы, — безконечную скорость.

Въ новой механикѣ, наоборотъ, предполагаютъ, что тѣлу, выведенному изъ равновѣсія, невозможно сообщить скорость, превосходящую скорость свѣта. Дѣло здѣсь заключается въ слѣдующемъ: я беру то же самое тѣло, находящееся въ покоѣ, и сообщаю ему первый толчекъ; оно получаетъ ту же скорость, что и въ предыдущемъ случаѣ; возобновляемъ вторично этотъ толчекъ, скорость еще увеличивается, но не удвоится, третій толчекъ дастъ аналогичные результаты, скорость увеличивается, но все менѣе и менѣе, тѣло оказываетъ сопротивленіе, которое постепенно возрастаетъ. Это сопротивленіе, или инерцію, обыкновенно называютъ массой; въ новой механикѣ все происходитъ такъ, какъ будто масса тѣла была бы не постоянной, а возрастала бы вмѣстѣ со скоростью. Мы можемъ представить явленія графически: въ старой механикѣ тѣло послѣ перваго толчка получаетъ скорость, представленную отрѣзкомъ On_1 (см. рис.); послѣ второго толчка On_1 увеличивается на отрѣзокъ $n_1'n_2$, который равенъ первому; съ каждымъ новымъ толчкомъ скорость увеличивается въ одинаковой степени, и отрѣзокъ, представляющій это увеличеніе, имѣетъ постоянную длину; въ новой механикѣ первый отрѣзокъ, изображающій скорость, увеличивается на отрѣзки $n_1'n_2'$, $n_2'n_3'$, которые становятся все меньше и меньше такимъ образомъ, что сумма не можетъ превзойти опредѣленнаго предѣла скорости.



Что же привело къ этимъ выводамъ? Дѣлались ли непосредственные опыты? Разногласіе между обѣими теоріями можетъ обнару-

житься лишь при наблюдении тѣлъ, движущихся съ весьма большой скоростью; только въ этомъ случаѣ указанныя выше различія сдѣлаются замѣтными. Но что называть большой скоростью? Скорость ли автомобиля, который мчится по городу, дѣлая 100 км. въ часъ? Но съ нашей точки зрѣнія это скорость улитки. Значительно большія скорости мы найдемъ въ астрономіи: Меркурій, самое быстрое изъ небесныхъ тѣлъ, проходитъ такъ же около 100 км., только не въ часъ, а въ секунду; тѣмъ не менѣе и эта скорость недостаточно велика, чтобы обнаружить тѣ различія, которыя мы хотимъ наблюдать. Я уже не говорю о пушечныхъ ядрахъ — они летятъ быстрѣе автомобиля, но значительно медленнѣе Меркурія; однако, вы знаете, что открыта новая артиллерія, ядра которой быстрѣе пушечныхъ: я говорю о радіи, который посылаетъ во всѣ направленія энергію, ядра; быстрота снарядовъ здѣсь несравненно большая, первоначальная скорость ихъ составляетъ 100 000 км. въ секунду, т. е. треть скорости свѣта; объемъ этихъ ядеръ и ихъ вѣсъ, правда, весьма незначительны, и мы не должны надѣяться, что эта артиллерія увеличитъ военное могущество нашихъ армій. Но возможны ли опыты съ этими ядрами? Такіе опыты были, дѣйствительно, предприняты; подъ влияніемъ электрическаго поля и магнитнаго поля происходитъ отклоненіе, которое позволяетъ установить существованіе инерціи и измѣрить ее. Такимъ образомъ было обнаружено, что масса зависитъ отъ скорости, и установленъ указанный выше законъ механики: инерція тѣла возрастаетъ съ его скоростью, которая всегда остается менѣе скорости свѣта, т. е. 300 000 км. въ секунду.

Теперь я перехожу ко второму принципу — принципу относительности. Предположимъ, что какой-нибудь наблюдатель подвигается направо; все происходитъ въ его глазахъ такъ, какъ будто онъ остается въ покоѣ, предметы же, которыми онъ окруженъ, перемѣщаются нѣтъ: нѣтъ никакой возможности опредѣлить, дѣйствительно ли предметы перемѣщаются, или движется самъ наблюдатель. Объ этомъ говорится во всѣхъ учебникахъ механики; въ нихъ всегда приводится примѣръ путешественника, идущаго по рѣкѣ на кораблѣ, которому кажется, что берега рѣки проносятся передъ нимъ, а корабль его неподвиженъ. При болѣе глубокомъ изслѣдованіи этотъ простой фактъ приобретаетъ важное значеніе; нѣтъ никакихъ средствъ для рѣшенія вопроса объ абсолютномъ движеніи; никакимъ опытомъ нельзя опровергнуть принципа, что нѣтъ абсолютнаго пространства и что только относительныя движенія доступны нашему наблюденію. Я когда-то мимоходомъ высказалъ эти соображенія, хорошо знакомыя всѣмъ философамъ, и даже этимъ приобрѣлъ извѣстность, отъ которой охотно бы отказался: всѣ реакціонныя французскія газеты приписывали мнѣ, будто я доказалъ, что солнце вращается вокругъ земли; въ знаменитомъ процессѣ Галилея съ инквизиціей вся вина оказывалась, такимъ образомъ, на сторонѣ Галилея.

Возвратимся къ старой механикѣ: она допускаетъ принципъ относительности; ея законы вмѣсто того, чтобы быть основанными на опытахъ, были выведены изъ этого основнаго принципа. Этихъ прин-

циповъ было достаточнo для объясненiя чисто механическихъ явленiй; но въ примѣненiи къ нѣкоторымъ важнымъ отдѣламъ физики, — напри- мѣръ, къ оптикѣ, — они уже отказывались служить. За абсолютную при- нималась скорость свѣта относительно эѳира: эту скорость можно было измѣрить, и, слѣдовательно, теоретически существовала возмож- ность сравнивать движенiе всякаго тѣла съ абсолютнымъ движенiемъ, т. е. существовала возможность установить, находится ли тѣло въ аб-солютномъ движенiи, или нѣтъ.

Такiе опыты съ чрезвычайно точными приборами, которыхъ я не стану вамъ описывать, были совершены съ цѣлью осуществить это сравненiе на практикѣ; они не дали никакихъ результатовъ. При- нципъ относительности въ новой механикѣ не допускаетъ никакихъ ограниченiй; онъ имѣетъ, если можно такъ выразиться, абсолютное значенiе.

Чтобы выяснитъ роль, которую играетъ принципъ относительности въ новой механикѣ, намъ нужно сначала познаться съ остроум- нымъ понятiемъ, введеннымъ физикомъ Лоренцомъ, съ такъ на- зываемымъ видимымъ временемъ. Представимъ себѣ двухъ наблюда- телей — одного *A* въ Парижѣ, другого *B* въ Берлинѣ. *A* и *B* имѣютъ одинаковые хронометры, которые они хотятъ установить; но наши наблюдатели необычайно педантичны, они требуютъ отъ установки чрезвычайной точности. Они хотятъ, напри- мѣръ, чтобы показанiя ихъ хронометровъ не могли отличаться болѣе, чѣмъ на одну миллиардную долю секунды. Чтобы быть вполне современными, допустимъ, что *A* посылаетъ изъ Парижа въ Берлинъ сигналъ по беспроводному теле- графу. *B* отмѣчаетъ моментъ полученiя сигнала; этотъ моментъ и бу- детъ для обоихъ хронометровъ началомъ времени. Но сигналу нужно нѣкоторое время, чтобы дойти отъ Парижа до Берлина, онъ передается со скоростью свѣта; *B*, конечно, понимаетъ, что благодаря этому часы его будутъ опаздывать, и постарается исправить ошибку. Дѣло, повидимому, очень просто: достаточно, чтобы *A*, въ свою очередь, по- лучилъ сигналъ отъ *B*; взявши среднюю арифметическую изъ двухъ отмѣтокъ, оба наблюдателя установятъ вполне точное соотвѣтствiе между своими часами. Но такъ ли это? Мы допускаемъ, что сигналъ отъ *A* къ *B* идетъ столько же времени, какъ и обратно. А между тѣмъ земля уноситъ обоихъ наблюдателей въ своемъ движенiи по отношенiю къ эѳиру, по которому распространяются электрическiя волны. Пославши свой сигналъ, *A* несется за нимъ, а *B* отъ него удаляется, — время, необходимое для передачи сигнала, въ данномъ случаѣ болѣе, чѣмъ, если оба наблюдателя находятся въ покоѣ. На- противъ, отъ *B* къ *A* сигналъ передается скорѣе, такъ какъ *A* дви- жется ему навстрѣчу; такимъ образомъ нѣтъ никакой возможности установить, показываютъ ли оба хронометра одно и то же время, или нѣтъ. Какой бы ни примѣнять способъ, затрудненiя останутся тѣ же; астрономическiя наблюденiя, какъ и всякiй оптичeskiй методъ, сталки- ваются съ тѣми же препятствiями; *B* доступна лишь видимая раз- ность времени, такъ сказать, мѣстное время. Принципъ относитель- ности остается въ полной силѣ.

Однако, въ старой механикѣ при помощи этого принципа доказывались всѣ основные законы. По примѣру классическихъ разсужденій можно было бы попытаться разсуждать слѣдующимъ образомъ. Положимъ, что передъ нами два наблюдателя, которымъ мы попрежнему дадимъ имена A и B , согласно принятому въ математикѣ обыкновению всегда такъ называть наблюдателей; положимъ, что они движутся, удаляясь одинъ отъ другого; ни одинъ изъ нихъ не можетъ обладать скоростью большею, чѣмъ скорость свѣта; пусть B , напримѣръ, дѣлаетъ 200 000 км. въ секунду вправо, A — столько же влѣво. A можетъ считать, что онъ находится въ покоѣ, но тогда онъ долженъ приписать B скорость въ 400 000 км. Если A знаетъ новую механику, онъ скажетъ себѣ: B обладаетъ скоростью, которой онъ не можетъ достигнуть; необходимо, слѣдовательно, допустить, что и я нахожусь въ движеніи. Такимъ образомъ у A , повидимому, есть данныя для выясненія своего абсолютнаго движенія. Но для этого ему необходимо наблюдать движеніе B ; чтобы сдѣлать это наблюденіе, A и B прежде всего устанавливають свои хронометры, затѣмъ B посылаетъ A телеграммы, чтобы сообщать ему о своихъ послѣдовательныхъ мѣстонахожденіяхъ; A , такимъ образомъ, можетъ отдать себѣ отчетъ въ движеніи B и начертить кривую этого движенія. Однако, сигналы передаются со скоростью свѣта; часы, которые показываютъ кажущееся время, постоянно мѣняются, и все происходитъ, какъ если бы часы у B уходили впередъ. B будетъ казаться, что онъ движется гораздо медленнѣе, и его относительная скорость по отношенію къ A никогда не превзойдетъ величины, которой она не должна достигнуть. Ничто не въ состояніи открыть наблюдателю, находится ли онъ въ движеніи или въ абсолютномъ покоѣ.

Нужно сдѣлать еще третью гипотезу, еще болѣе странную и трудно допустимую, такъ какъ она плохо вяжется съ нашими обычными представленіями. Всѣ тѣла во время движенія измѣняютъ форму, сжимаясь въ направленіи движенія: шаръ преобразовывается, напримѣръ, въ тѣло, похожее на приплюснутый эллипсоидъ, ось котораго параллельна движенію. Мы не замѣчаемъ этого измѣненія на каждомъ шагѣ вслѣдствіе его незначительности. Земля въ своемъ движеніи по орбитѣ измѣняетъ свою форму приблизительно на $\frac{1}{200\,000\,000}$; чтобы наблюдать это явленіе, нужны были бы приборы чрезвычайной точности; но, если бы даже ихъ точность была безконечна, то и тогда мы ничего не выиграли бы, такъ какъ вслѣдствіе того же движенія они точно такъ же измѣняли бы свою форму. Ничего нельзя будетъ замѣтить: метръ, которымъ мы могли бы измѣрять, будетъ становиться короче вмѣстѣ съ длиной, которую мы измѣряемъ. Можно узнать что-нибудь опредѣленное объ измѣненіи формы тѣлъ, лишь сравнивая длину этихъ тѣлъ со скоростью свѣта. Это осуществлено тонкими опытами Майкельсона, на подробномъ описаніи которыхъ я не буду останавливаться; они привели къ высшей степени замѣчательнымъ результатамъ; какъ бы удивительны ни показались эти результаты, но слѣдуетъ согласиться, что третья гипотеза вполне проверена. Таковы

основы новой механики; съ допущеніемъ гипотезъ она оказывается совмѣстимой съ принципомъ относительности. Но ее нужно еще связать съ новѣйшими воззрѣніями на вещество.

Для современнаго физика атомъ уже не представляется простымъ элементомъ; онъ сталъ настоящимъ міркомъ, въ которомъ тысячи планетъ вращаются вокругъ крошечныхъ солнцъ. Солнцами и планетами здѣсь служатъ отрицательно или положительно наэлектризованныя частицы; физикъ ихъ называетъ электронами и изъ нихъ создаетъ весь міръ. Нѣкоторые представляютъ себѣ атомъ, какъ центральную положительную массу, вокругъ которой движется большое число отрицательно заряженныхъ электроновъ, общая масса которыхъ равна по величинѣ массѣ центрального ядра.

Этотъ взглядъ на матерію позволяетъ легко объяснить увеличеніе массы тѣла съ его скоростью, которое мы отмѣтили какъ одно изъ основныхъ положеній новой механики. Такъ какъ тѣло представляетъ собою совокупность электроновъ, то достаточно разсмотрѣть движеніе этихъ послѣднихъ. Но извѣстно, что движеніе отдѣльнаго электрона въ эфирѣ производитъ электрической токъ, т. е. электромагнитное поле. Этому полю соответствуетъ нѣкоторое количество энергіи, находящееся не въ электронѣ, а въ эфирѣ. Измѣненіе величины или направленія скорости электрона сопровождается измѣненіемъ электромагнитной энергіи эфирѣ. Между тѣмъ какъ въ Ньютоновой механикѣ вся затрачиваемая энергія идетъ на преодоленіе инерціи движущагося тѣла, здѣсь часть энергіи уходитъ на преодоленіе того, что можно назвать инерціей эфирѣ относительно электромагнитныхъ силъ. Инерція эфирѣ возрастаетъ вмѣстѣ со скоростью и становится безконечно большой, когда скорость (электрона) приближается къ скорости свѣта. Такимъ образомъ, кажущаяся масса электрона возрастаетъ вмѣстѣ со скоростью; опыты Кауфмана показываютъ, что постоянная дѣйствительная масса электрона такъ ничтожна по сравненію съ его кажущейся массой, что ее можно считать равной нулю.

Итакъ, согласно новымъ воззрѣніямъ постоянной массы болѣе не существуетъ. Инерціей обладаетъ не матерія, а эфиръ; онъ одинъ оказываетъ сопротивленіе движенію, такъ что можно было бы сказать: нѣтъ матеріи, есть только дыры въ эфирѣ. Для движеній установившихся или почти установившихся новая механика, съ той степенью точности, которую допускаютъ наши измѣренія, не отличается отъ механики Ньютона; разница только въ томъ, что масса зависитъ отъ скорости и отъ угла между скоростью и направленіемъ ускоряющей силы. Напротивъ, значительныя измѣненія скоростей, — напримѣръ, очень быстрыя колебанія, — производятъ волны Герца, которые поглощаютъ часть энергіи электрона замедляя этимъ его движеніе. Такъ, въ безпроводномъ телеграфѣ распространеніе волнъ вызывается колебаніями электроновъ при колебательномъ разрядѣ.

Подобныя колебанія происходятъ въ пламени, а также и въ раскаленномъ твердомъ тѣлѣ. По теоріи Лоренца внутри раскаленного тѣла движется огромное число электроновъ, которые, не имѣя

возможности выйти из него, летаютъ во всѣхъ направленіяхъ и отражаются на его поверхности. Ихъ можно сравнить со множествомъ мошекъ, пойманныхъ въ банку, которая бьется крыльями о стѣнки своей тюрьмы. Чѣмъ выше температура, тѣмъ быстрѣ движенье электроновъ и тѣмъ чаще ихъ взаимныя столкновенья и отраженья на поверхности. Электромагнитныя волны, которыя возникаютъ отъ этихъ столкновень и отражень, вызываютъ въ насъ ощущеніе, что тѣло раскалено.

Движеніе электроновъ почти осязаемо въ трубкѣ Крукса. Въ ней происходитъ настоящая бомбардировка электронами со стороны катода. Эти катодныя лучи сильно ударяютъ антикатодъ и, частично отражаясь, производятъ электромагнитное колебаніе, которое многіе физики уподобляютъ Рентгеновскимъ лучамъ.

Намъ остается еще разсмотрѣть отношеніе новой механики къ астрономіи. Что станетъ съ закономъ Ньютона послѣ исчезновенія понятія постоянной массы тѣлъ? Этотъ законъ останется въ силѣ только для тѣлъ, находящихся въ покоѣ. Также придется считаться и съ тѣмъ, что притяженіе не мгновенно. Такимъ образомъ, естественно задать себѣ вопросъ, не послужитъ ли новая механика только къ усложненію астрономіи, не достигнувъ большей точности, чѣмъ классическая небесная механика. Лоренцъ изслѣдовалъ этотъ вопросъ. Допуская правильность закона Ньютона для двухъ наелектризованныхъ тѣлъ, находящихся въ покоѣ, онъ вычисляетъ электродинамическое дѣйствіе токовъ, производимыхъ этими тѣлами при движеніи; такимъ образомъ, онъ открываетъ новый законъ притяженія двухъ тѣлъ, зависящій отъ ихъ скоростей. Прежде, чѣмъ разсмотрѣть, какъ этотъ законъ объясняетъ астрономическія явленія, замѣтимъ еще, что ускореніе движенія небесныхъ тѣлъ имѣетъ слѣдствіемъ электромагнитное лучеиспусканіе, и, благодаря протекающей отсюда потерѣ энергіи, должно происходить постепенное уменьшеніе ихъ скоростей. Со временемъ планеты упадутъ на солнце, но эта мысль не должна насъ утешать, — катастрофа не можетъ произойти раньше, какъ черезъ миллионъ миллиардовъ вѣковъ. Возвращаясь къ закону тяготѣнія, мы ясно видимъ, что разница между обѣими механиками будетъ тѣмъ большей, чѣмъ больше скорость планетъ. Наибольшая разница должна обнаружиться въ теоріи движенія Меркурія, самой быстрой изъ всѣхъ планетъ. Дѣйствительно, движеніе Меркурія представляетъ еще одну необъясненную до сихъ поръ аномалію: движеніе его въ перигелии на $38''$ быстрѣ движенія, вычисленнаго классической теоріей. Леверье приписывалъ эту аномалію планетѣ, которая еще не открыта, и одинъ астрономъ-любитель утверждалъ, что наблюдалъ ея прохожденіе черезъ солнце. Съ тѣхъ поръ никто этой планеты не видѣлъ, и къ сожалѣнію, не подлежитъ сомнѣнію, что замѣченная планета была не что иное, какъ птица. Новая механика нѣсколько исправляетъ ошибку въ теоріи движенія Меркурія, доводя ее до $32''$, но не даетъ полного соотвѣтствія между наблюденіемъ и вычисленіемъ. Если этотъ результатъ не является рѣшающимъ въ пользу новой механики, то тѣмъ менѣе его можно считать неблагоприятнымъ для принятія ея, такъ

какъ она все-же уменьшаетъ ошибку теоріи. Теорія другихъ планетъ не измѣнилась сколько-нибудь замѣтно въ новой механикѣ, и съ той степенью точности, съ какой производятся наблюденія, результаты ея совпадаютъ съ результатами классической механики.

Подводя итоги всему сказанному, я нахожу, что, несмотря на важное значеніе доказательствъ и фактовъ, выдвинутыхъ противъ классической механики, было бы преждевременно разсматривать ее, какъ окончательно осужденную. Какъ бы то ни было, она во всякомъ случаѣ останется механикой скоростей очень малыхъ по сравненію со скоростью свѣта, механикой нашей практической жизни и нашей земной техники. Однако же, если ея соперница восторжествуетъ черезъ нѣсколько лѣтъ, я позволю себѣ отмѣтить опасность, которая грозитъ преподаванію. Многіе учителя, — по крайней мѣрѣ, во Франціи, — излагаютъ своимъ ученикамъ элементарную механику, поспѣшатъ имъ сообщить, что эта механика отжила свой вѣкъ, и что новая механика, гдѣ понятія массы и времени имѣютъ совсѣмъ другой смыслъ, ее замѣстила; они будутъ относиться свысока къ этой устарѣлой механикѣ, преподавать которую ихъ заставляютъ существующія программы, и внушать ученикамъ презрѣніе, которое они сами къ ней питаютъ. Я думаю, однако, что эта презираемая классическая механика будетъ такъ же необходима, какъ и теперь, и только тотъ, кто основательно изучитъ ее, въ состояніи будетъ понять новую механику.

Звучащія искры.

(Новая система беспроволочной искровой телеграфіи).

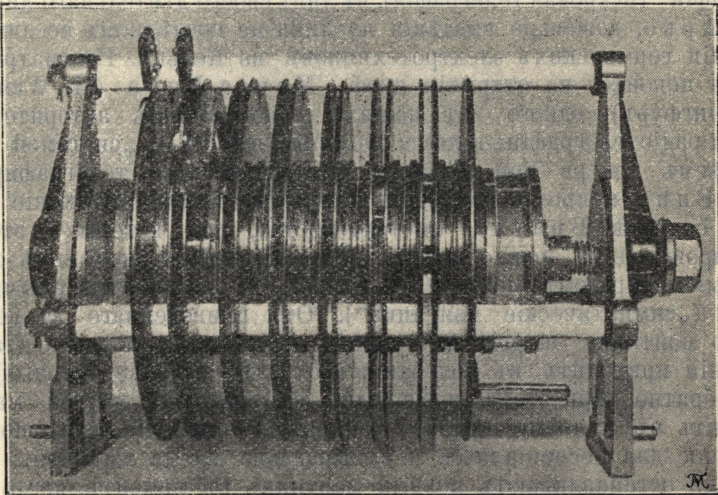
Густава Эйхгорна.

Общезвѣстныя акустическія явленія, имѣющія мѣсто при возникновеніи звука (колебанія) и передачѣ его (звуковыя волны), представляютъ наилучшую аналогію съ электрическими колебаніями и волнами, на которыхъ, какъ извѣстно, покоятся современные телеграфія и телефонія. Въ обоихъ случаяхъ различаютъ три свойства: силу звука, высоту его и продолжительность сохраненія колебаній („затуханіе волнъ“). Последнее свойство — большей длительности или скорѣйшаго замиранія электрическаго тона, т. е. ряда волнъ, — зависитъ отъ способа возникновенія электрическихъ колебаній является такимъ образомъ, глубоко характернымъ для различныхъ системъ радиотелеграфіи. Упомянемъ здѣсь прежде всего объ установившемся уже способѣ искровой телеграфіи, принадлежащемъ проф. Брауну (Braun)* и опира-

*) О современномъ устройствѣ системы Брауна мы помѣстимъ въ ближайшихъ номерахъ докладъ автора, прочитанный имъ при полученіи преміи Нобеля въ текущемъ году.

ющемся на прерывные искровые разряды въ электрической цѣпи, которая связана съ такъ называемой антенной, т. е. съ цѣлой системой воздушныхъ проводовъ; такимъ образомъ получаютъ болѣе или менѣе ослабленныя волны значительной энергіи. До недавняго времени, приблизительно въ теченіе десятилѣтій, этотъ методъ исключительно примѣнялся при беспроволочномъ телеграфированіи во всемъ мірѣ — между прочимъ, и самими Маркони. Далѣе слѣдуетъ система датскаго инженера Вальдемара Поульсена (W. Paulsen), который замѣнилъ искры въ первичной цѣпи связанной системы дрожащей свѣтовой дугой между электродами — углемъ и мѣдью, получая такимъ путемъ непрерывныя электрическія колебанія. Наконецъ, въ послѣднее время открыта третья система, которая оспариваетъ у двухъ предыдущихъ ихъ прежнее значеніе и распространеніе; это такъ называемая система „звучащихъ искръ“, о которой „Общество беспроволочной телеграфіи“ (искровая телеграфія), въ лицѣ своего дѣятельнаго директора, графа Арко, довело до свѣдѣнія публики на послѣднемъ соединенномъ засѣданіи германскихъ электротехниковъ въ Кельнѣ. Разсматриваемая система покоится на открытіи проф. Макса Вина (M. Wien) (Данцигъ-Лангфуръ), одного изъ нашихъ руководящихъ авторитетовъ въ области радіотелеграфіи; такимъ образомъ, вмѣстѣ съ „системой Вина“ мы имѣемъ теперь три системы беспроволочнаго телеграфированія. Проф. Винъ пришелъ къ своему открытію, изучая затуханіе въ связанной системѣ Брауна. Обстоятельства, при которыхъ это затуханіе происходитъ, можно изящно демонстрировать, измѣнивъ соотвѣственнымъ образомъ опытъ Обербека съ двумя связанными маятниками („симпатическіе маятники“). Отъ приведеннаго въ колебаніе перваго маятника энергія постепенно передается второму (такъ что послѣдній приходитъ въ колебанія все болѣе и болѣе сильныя), а затѣмъ обратно. При этомъ поочередно то одинъ, то другой маятникъ приходитъ въ состояніе полнаго равновѣсія — явленіе, совершенно неожиданное для неспеціалиста и вызывающее всегда живѣйшее удивленіе. Если останавливаютъ первый маятникъ въ моментъ, когда онъ въ первый разъ пришелъ въ состояніе полнаго покоя, или же прерываютъ связь (состоящую изъ нити, натянутой небольшимъ грузомъ) между обоими маятниками, то энергія не можетъ болѣе возвратиться, и второй маятникъ довершаетъ свои колебанія самостоятельно, но слабѣе. Въ случаѣ электрическихъ колебаній Винъ достигаетъ этой внезапной остановки первой, возбуждающей колебанія, системы тѣмъ, что, вмѣсто сильнаго искрового разряда (сопровождающагося значительнымъ трескомъ) старой искровой телеграфіи, онъ пользуется почти безшумными, очень малыми, такъ называемыми „шипящими“ или „гаснущими“ искрами. „Общество искровой телеграфіи“ получаетъ, пользуясь весьма частыми переменными токами (500—2000 переменъ въ секунду), рядъ искр-толчковъ, числомъ отъ 500 до 2000 въ секунду, и притомъ съ такой правильностью, что искры являются источникомъ чистаго музыкальнаго звука въ телефонной трубкѣ на приѣмной станціи; поэтому и система получила сокращенное названіе „звучащихъ искръ“. Названіе это не совсѣмъ удачно, такъ какъ на мѣстѣ отправления звукъ ненуженъ и даже нежелателенъ, а на мѣстѣ назначенія

нѣтъ никакихъ искръ. Правильнѣе было бы говорить о гасну-
щихъ искрахъ, являющихся источникомъ звука. При
полученіи необходимыхъ здѣсь весьма малыхъ искровыхъ промежут-
ковъ, особенно, когда число ихъ должно быть велико (напримѣръ, при
большихъ количествахъ энергіи), существуетъ опасность сліянія искръ
въ искровомъ промежуткѣ. Это обстоятельство, дѣйствительно служив-
шее въ началѣ серьезнымъ препятствіемъ, устранено теперь при по-
мощи „серіи искровыхъ промежутковъ“ (Serienfunkenstrecke), изо-
браженной на фигурѣ 1. Вся энергія равномерно распредѣляется на
такое большое количество искровыхъ промежутковъ, что каждымъ
приходится пользоваться въ возможной мѣрѣ; чѣмъ больше пускаемая
въ оборотъ энергія, тѣмъ многочисленнѣе должны быть искро-
вые промежутки. Электродныя пластинки, закрѣпленные на весь-



Фиг. 1.

ма малыхъ разстояній одна отъ другой, охлаждаются и приготовля-
ются изъ хорошо проводящаго тепло матеріала (мѣдь). Такимъ обра-
зомъ достигается въ секунду большое число колебательныхъ разрядовъ
конденсатора, и каждый разрядъ даетъ короткій звукъ. Связанная съ
цѣпью антенна получаетъ, такимъ образомъ, въ теченіе секунды боль-
шое число импульсовъ, изъ коихъ каждый возбуждаетъ въ ней свобод-
ныя электрическія колебанія съ опредѣленнымъ періодомъ.

Надлежитъ отмѣтить слѣдующія преимущества новой системы.
„Звучащія искры“ въ телефонной трубкѣ воспроизводятъ звукъ совер-
шенно отчетливо для слушающаго, несмотря на мѣшающій посторон-
ній шумъ, въ особенности — на постоянный трескъ, обусловленный
атмосферными разрядами. Примѣненіе опредѣленнаго тона сохра-

няетъ за каждымъ отправителемъ (т. е. отправляющимъ аппаратомъ) индивидуальность: при одновременномъ телеграфированіи черезъ одну и ту же антенну, даже въ случаѣ одинаковой длины волнъ, одинъ телеграфистъ можетъ записывать телеграмму, соответствующую низшему, другой — высшему тону. Кромѣ того, такой поющий звукъ можетъ быть легко усиленъ на станціи назначенія при помощи резонатора, усиливающего звукъ (Telephonrelais) — и притомъ до такой степени, что ясно слышны самые слабые сигналы, напримѣръ, отдаленные сигналы автомобильнаго рожка; при всемъ томъ отправитель работаетъ почти безшумно — въ противоположность прежнимъ трескучимъ искровымъ разрядамъ старыхъ системъ. Можно еще присоединить къ телефонному приемнику самопишущій аппаратъ Морза, который нечувствителенъ къ постороннимъ вліяніямъ и работаетъ съ такимъ же успѣхомъ, какъ и служащій. Далѣе, весьма важно, что теперь можно посылать только одну волну, число колебаній которой абсолютно постоянно, и на которую, въ силу ея слабого затуханія, можно точно настроить аппаратъ; въ связанной системѣ Брауна возникаютъ одновременно двѣ волны, изъ коихъ только одной приходится пользоваться въ приемникѣ. Весьма быстрая послѣдовательность импульсовъ, при сравнительно небольшомъ максимальномъ напряженіи, даетъ возможность насыщать энергіей даже малыя антенны, въ результатъ чего получается расширение сферы ихъ дѣятельности. Экономичность новой системы также должна быть признана за одно изъ ея достоинствъ; аппаратура проста.

Самъ проф. Винъ въ своихъ опытахъ помѣщаетъ между начальной возбуждающей системой (съ малыми искровыми промежутками) и той, въ которой возбуждаются колебанія (на практикѣ — антенна), еще „промежуточную систему“ (вполнѣ замкнутую электрическую цѣпь колебаній). Общество искровой телеграфіи обходится пока безъ этой промежуточной системы, такъ какъ ему до сихъ поръ не удалось достигнуть требуемой слабой степени затуханія послѣдней, и еще потому, что благодаря ей возникаютъ нѣкоторые практическія затрудненія, касающіяся измѣненія длины волнъ и связи. Такое опущеніе промежуточной системы, однако, возможно, пока пользуются весьма слабо затухающими антеннами.

Достойнымъ соперникомъ новой системы остается собственно одна только вышеупомянутая система Поульсена, которая, благодаря своимъ совершенно непрерывнымъ электрическимъ колебаніямъ, представляетъ крупныя специфическія преимущества; прежде всего, только при ея помощи возможна беспроволочная телефонія на большія разстоянія. Однако, система „звучащихъ искръ“ представляетъ новый важный этапъ въ дѣлѣ развитія и сотрудничества науки и техники.

Способъ вычисленія отношенія окружности къ діаметру съ пятью десятичными знаками, пригодный для преподаванія въ среднихъ школахъ.

Доложено въ засѣданіи секціи чистой математики XII Съѣзда Русскихъ Естествоиспытателей и врачей въ Москвѣ 3 января 1910 г.

П. Флорова.

Пусть P_n означаетъ периметръ правильного n -угольника, описаннаго около круга, радіусъ котораго равенъ единицѣ.

Имѣемъ формулу

$$P_n - P_{2n} = \frac{P_n P_{2n}^2}{16n^2}. \quad (1)$$

Въ самомъ дѣлѣ, пусть AB и CB будутъ половины сторонъ правильныхъ n -угольника и $2n$ -угольника, описанныхъ около круга радіуса r ; тогда

$$AB - CE = AC - CB, \quad (2)$$

гдѣ CE есть сторона правильнаго $2n$ -угольника.

Изъ подобія прямоугольныхъ \triangle -ковъ ACD и AOB имѣемъ:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{AO}{OB},$$

или

$$\frac{AC - CD}{CD} = \frac{AO - OB}{OB} = \frac{AD}{OB},$$

откуда

$$AC - CD = \frac{AD \cdot CD}{OB}. \quad (3)$$

Изъ подобія тѣхъ же \triangle -ковъ можно еще написать:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{OB}{DC},$$

а отсюда

$$AD = \frac{AB \cdot DC}{OB}. \quad (4)$$

Теперь, поставивъ въ соотношеніе (2) значеніе $AC - CB = AC - CD$ изъ равенствъ (3), а значеніе AD изъ (4), получимъ:

$$AB - CE = \frac{AB \cdot CD^2}{OB^2},$$

или

$$\frac{P_n}{2n} - \frac{P_{2n}}{2n} = \frac{P_n P_{2n}^2}{2n \cdot 16n^2 \cdot r^2},$$

и, наконецъ,

$$P_n - P_{2n} = \frac{P_n P_{2n}^2}{16n^2 r^2}.$$

При $r = 1$ эта формула приметъ видъ (1).

Эту формулу можно представить въ видъ:

$$\frac{1}{P_{2n}} - \frac{1}{P_n} = \frac{P_{2n}}{16n^2}.$$

Замѣнивъ здѣсь n черезъ $2n$ и умноживъ на 4, получимъ:

$$\frac{4}{P_{4n}} - \frac{4}{P_{2n}} = \frac{P_{4n}}{16n^2}.$$

Вычитая почленно послѣднее равенство изъ предпослѣдняго, найдемъ:

$$\frac{1}{P_{2n}} - \frac{1}{P_n} + \frac{4}{P_{2n}} - \frac{4}{P_{4n}} = \frac{P_{2n} - P_{4n}}{16n^2},$$

или

$$\frac{1}{P_{2n}} - \frac{1}{P_n} + \frac{4}{P_{2n}} - \frac{4}{P_{4n}} = \frac{P_{2n} P_{4n}^2}{4 \cdot 16 \cdot 16n^4}.$$

Перемѣнивъ здѣсь n на $2n$ и умноживъ на 16, будемъ имѣть:

$$\frac{16}{P_{4n}} - \frac{16}{P_{2n}} + \frac{64}{P_{4n}} - \frac{64}{P_{8n}} = \frac{P_{4n} P_{8n}^2}{4 \cdot 16 \cdot 16n^4}.$$

Вычитая снова почленно послѣднее равенство изъ предпослѣдняго, получимъ:

$$\frac{1}{P_{2n}} - \frac{1}{P_n} + \frac{20}{P_{2n}} - \frac{20}{P_{4n}} + \frac{64}{P_{8n}} - \frac{64}{P_{4n}} = \frac{P_{4n} (P_{2n} P_{4n} - P_{8n}^2)}{4 \cdot 16 \cdot 16 \cdot n^4}.$$

Помощью тождества

$$P_{2n} P_{4n} - P_{8n}^2 = (P_{4n} + P_{8n})(P_{4n} - P_{8n}) + P_{4n}(P_{2n} - P_{4n})$$

и формулъ

$$P_{4n} - P_{8n} = \frac{P_{4n} P_{8n}^2}{16 \cdot 16 \cdot n^2}, \quad P_{2n} - P_{4n} = \frac{P_{2n} P_{4n}^2}{4 \cdot 16 \cdot n^2}$$

найдемъ:

$$P_{4n}(P_{2n} P_{4n} - P_{8n}^2) = \frac{(P_{4n} P_{8n}^2 + P_{8n}^3 + 4 P_{2n} P_{4n}^2) P_{4n}^2}{16 \cdot 16 \cdot n^2} < \frac{6 P_{2n} P_{4n}^4}{16 \cdot 16 \cdot n^2}.$$

Такъ какъ

$$P_{2n} P_{4n}^4 < P_4 P_6^4 = 8(4\sqrt{3})^4 = 9 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 16,$$

то

$$0 < \frac{P_{4n}(P_{2n} P_{4n} - P_{8n}^2)}{4 \cdot 16 \cdot 16 \cdot n^4} < \frac{27}{64n^6}.$$

Слѣдовательно,

$$0 < \frac{1}{P_{2n}} - \frac{1}{P_n} + \frac{20}{P_{2n}} - \frac{20}{P_{4n}} + \frac{64}{P_{8n}} - \frac{64}{P_{4n}} < \frac{27}{64n^6}.$$

Перемѣнимъ здѣсь n на $2n$; въ результатѣ опять перемѣнимъ n на $2n$. Вообразимъ, что такая перемѣна произведена неограниченное число разъ и сложимъ полученные неравенства. Такъ какъ при неограниченно возрастающемъ числѣ k

$$\lim \frac{1}{P_k} = \frac{1}{2\pi}$$

и такъ какъ

$$1 + \frac{1}{64} + \frac{1}{64^2} + \dots = \frac{64}{63},$$

то въ результатѣ сложения неравенствъ получимъ:

$$0 < \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{P_n} + \frac{20}{P_{2n}} - \frac{20}{2\pi} + \frac{64}{2\pi} - \frac{64}{P_{4n}} < \frac{3}{7n^6},$$

откуда

$$\frac{2}{45} \left(\frac{64}{P_{4n}} - \frac{20}{P_{2n}} + \frac{1}{P_n} \right) < \frac{1}{\pi} < \frac{2}{45} \left(\frac{64}{P_{4n}} - \frac{20}{P_{2n}} + \frac{1}{P_n} \right) + \frac{2}{105n^6}.$$

При $n = 6$ имѣемъ:

$$\frac{2}{45} \left(\frac{64}{P_{24}} - \frac{20}{P_{12}} + \frac{1}{P_6} \right) < \frac{1}{\pi} < \frac{2}{45} \left(\frac{64}{P_{24}} - \frac{20}{P_{12}} + \frac{1}{P_6} \right) + \frac{1}{2449440}.$$

Если въ равенствѣ

$$P_n - P_{2n} = \frac{P_n P_{2n}^2}{16n^2}$$

положить

$$\frac{2n}{P_n} = E_n,$$

то оно приведетъ къ виду:

$$E_{2n} = E_n + \sqrt{1 + E_n^2}.$$

Посредствомъ этой формулы, зная, что

$$E_3 = \frac{6}{P_3} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

послѣдовательно получаемъ:

$$E_6 = \sqrt{3}, E_{12} = 2 + \sqrt{3}, E_{24} = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}.$$

Поэтому

$$\frac{64}{P_{24}} - \frac{20}{P_{12}} + \frac{1}{P_6} = \frac{12 + 16\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 16\sqrt{6}}{12}.$$

Слѣдовательно,

$$\frac{12 + 16\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 16\sqrt{6}}{270} < \frac{1}{\pi} < \frac{12 + 16\sqrt{2} + 7\sqrt{3} + 16\sqrt{6}}{270} + \frac{1}{2449440}.$$

Произведя вычисленіе, будемъ имѣть:

$$0,3183096 < \frac{1}{\pi} < 0,3183101.$$

Каждое изъ этихъ чиселъ представляетъ собою $\frac{1}{\pi}$ съ точностью до 0,0000005.

Изъ предыдущаго неравенства находимъ:

$$3,141590 < \pi < 3,141596.$$

ХІІ Съѣздъ Русскихъ Естествоиспытателей и Врачей.

Секція физики.

Съѣздъ закрылся. Въ ухахъ еще звучать заключительныя слова А. А. Эйхенвальда, говорившаго о стремленіи науки постичь гармонію міровъ и закончившаго свою поэтически красивую рѣчь цитатой изъ Полонскаго: „И жизнь... лишь только тому и не кажется ложью, кто слышалъ порой эту музыку Божью“. Приступаю къ задачѣ изложить читателямъ наиболѣе существенное изъ занятій секціи физики и постараюсь привести въ гармонію и порядокъ тотъ хаосъ впечатлѣній, который образовался отъ обилія докладовъ, демонстраціонныхъ опытовъ, выставокъ, осмотровъ, общихъ собраний, засѣданій секціи, соединенныхъ засѣданій и т. д. А для порядка придется отказаться отъ хронологической связи и группировать доклады по содержанію. Прежде всего мы разобьемъ ихъ всѣ на 2 группы — на доклады о новыхъ работахъ, представляющихъ новыя вклады въ науку, и на рефераты, дающіе обзоръ развитія отдѣльныхъ отраслей физики за послѣдніе годы. Къ этой второй группѣ естественно будетъ отнести и тѣ демонстраціонныя опыты по физикѣ, которыми Съѣздъ былъ особенно богатъ.

Какъ подобаетъ, удѣляю первое мѣсто сообщеніямъ о новыхъ изслѣдованіяхъ, изъ которыхъ, впрочемъ, остановлюсь лишь на двухъ. П. Н. Лебедевъ доложилъ Съѣзду объ измѣненіи свѣтового давленія на газы. Работа эта велась въ теченіе пяти лѣтъ, и теперь авторъ считаетъ ее законченной. Уже Максвеллъ изъ теоретическихъ соображеній пришелъ къ заключенію, что свѣтовая (электромагнитная) волна, падая на какое-либо тѣло, оказываетъ на него извѣстное давленіе, а П. Н. Лебедевъ первый доказалъ правильность этого вывода экспериментальнымъ путемъ для твердыхъ тѣлъ*). Отъ твердыхъ тѣлъ онъ въ новой своей работѣ перешелъ къ газамъ. Идея работы чрезвычайно проста: разъ свѣтъ давитъ на газы, то онъ долженъ увлекать молекулы газа въ томъ направленіи, въ которомъ онъ проходитъ черезъ газъ. Если увлекаемому газу загороженъ путь, то онъ долженъ, съ своей стороны, давить на преграду. Такой преградой, на которую давитъ газъ, увлекаемый въ узкомъ каналѣ падающимъ на него пучкомъ свѣта, у Лебедева служило плечо крутильных вѣсовъ. При помощи этихъ вѣсовъ и измѣряется давленіе. Простая идея, но осуществленіе ея на практикѣ представляло неимоверныя трудности. Каналъ, въ которомъ находился газъ, не долженъ былъ быть ни слишкомъ широкимъ, во избѣжаніе чрезмѣрныхъ эффектовъ отъ нагрѣванія и отъ конвекціонныхъ тепловыхъ токовъ, ни слишкомъ узкимъ, чтобы не было большого механическаго тренія. Измѣренія пошли удачно съ того момента, когда экспериментаторъ на примѣрѣ свѣтильнаго газа замѣтилъ, что выгодно примѣшать извѣстное количество водорода, большая теплопроводность котораго устраняла побочные теп-

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“, № 295.

ловые эффекты. Смѣси разныхъ газовъ съ водородомъ дали удовлетворительные результаты. Свѣтовое давленіе было измѣрено съ точностью въ 10% и соответствовало требованіямъ теоріи. Замѣтимъ еще, что величина давленія зависитъ отъ длины свѣтовой волны и отъ природы газа. При одномъ и томъ же источникѣ свѣта (лампа Нернста) оно оказывается различнымъ для разныхъ газовъ. А именно, по теоріи наибольшее давленіе оказываетъ такая свѣтовая волна, періодъ колебанія которой равенъ собственному періоду колебанія молекулъ даннаго газа, т. е. такая волна, которая поглощается газомъ. Въдь абсорбція объясняется резонансомъ между періодомъ свѣтовой волны и собственнымъ періодомъ молекулъ (колебаній электроновъ въ молекулахъ). Свѣтовое давленіе на газы имѣетъ большое значеніе для астрофизики. Хвосты кометъ, состоящіе изъ разрыхленныхъ газовъ, при приближеніи къ солнцу всегда обращаются въ противоположную отъ солнца сторону. Уже Кеплеръ въ 1617 году высказалъ предположеніе, что они отталкиваются солнечнымъ свѣтомъ. Въ виду невозможности демонстрировать свои трудные лабораторные опыты предъ аудиторіей, П. Н. Лебедевъ указалъ на ожидаемое новое появленіе Галлеевой кометы, которая можетъ быть рассматриваема какъ демонстрація свѣтового давленія на газы въ самомъ большомъ масштабѣ.

Вторая новая работа, съ которой мнѣ хотѣлось бы вкратцѣ познакомить читателей, это сдѣланное А. Ф. Гоффѣ изслѣдованіе электропроводности изоляторовъ. Кое-кто, пожалуй, удивится такой темѣ. Какъ можно вообще говорить объ электропроводности изоляторовъ, т. е. непроводниковъ? Но въ мірѣ нѣтъ ничего совершеннаго, нѣтъ и совершеннаго изолятора, и всякій изоляторъ такъ или иначе, хоть въ минимальной степеніи, пропускаетъ электрическій токъ. Я говорю: „такъ или иначе“, ибо оказывается, что разные непроводники подчиняются разнымъ законамъ. Извѣстно, что лейденская банка, предоставленная послѣ разряда самой себѣ, накапливаетъ новый зарядъ, и что ее можно вторично разрядить нѣкоторое время спустя. Часть первоначальнаго заряда банки, очевидно, перешла въ діэлектрикъ (стекло), не разрядилась поэтому въ первомъ разрядѣ и только въ послѣдствіи восстанавливается на обкладкахъ банки. Это явленіе діэлектрическаго послѣдствія старались объяснить разными способами. Говорили о диффузіи электричества въ діэлектрикъ, о томъ, что частицы діэлектрика опредѣленнымъ образомъ располагаются подъ дѣйствіемъ электрическаго поля, подобно тому какъ элементарные магнетики въ желѣзѣ выстраиваются подъ дѣйствіемъ магнитнаго поля. На одну важную и дѣйствительную причину указалъ Максвеллъ: діэлектрическое послѣдствіе должно получиться, если діэлектрикъ не однороденъ, а состоитъ изъ разнородныхъ слоевъ. Дѣйствительно, указаніе Максвелля подтвердилось на конденсаторѣ съ искусственно разслоеннымъ діэлектрикомъ, который былъ построенъ Нагаока (Nagaoka). Все-таки это не единственная возможность перехода электричества въ діэлектрикъ. Сначала Варбургъ и Тегетмейеръ (Warburg, Tegetmeyer), а затѣмъ вполне опредѣленно Ж. Кюри (J. Curie) вы-

сказались въ томъ смыслѣ, что стекло и кварцъ обладаютъ электропроводностью, и что въ нихъ, какъ въ электролитахъ, токомъ образуется электрическая сила поляризаціи, направленная противъ приложенной извнѣ разности потенциаловъ. А. Ф. Иоффе въ своихъ опытахъ, чтобы быть увѣреннымъ въ отсутствіи упомянутаго эффекта Максвелля, бралъ въ качествѣ діэлектрика пластинки кристалловъ, представляющія полную гарантію однородности. Путемъ ряда тонкихъ экспериментовъ ему удалось измѣрить первый начальный токъ чрезъ пластинку и токъ, уменьшенный образованіемъ противоѣдствующей силы поляризаціи, и, наконецъ, направленный въ противоположную сторону токъ поляризаціи, который получается послѣ устраненія внѣшней разности потенциаловъ. Сказанное относится къ опытамъ надъ известковымъ шпатомъ и каменной солью. Интересно, что поляризація въ этихъ случаяхъ сосредоточивается въ тонкомъ слое, прилежащемъ къ катоду. Если (послѣ значительнаго паденія первоначальнаго тока) отшлифовать поверхность кристаллической пластинки у анода, то токъ отъ этого не измѣняется; если же продѣлать то же самое у катода, то токъ сразу принимаетъ опять первоначальную величину — поляризація устранена. Толщина слоя поляризаціи должна составлять около 300 μ (милліонныхъ милліметра), т. е. длинѣ волнъ ультрафіолетоваго свѣта. Электропроводность известковаго шпата сильно растетъ съ температурой. Свѣтъ, даже ультрафіолетовый, на нее не дѣйствуетъ, но своеобразное вліяніе оказываютъ рентгеновскіе лучи. Если подвергнуть ихъ дѣйствию шпата при комнатной температурѣ, то послѣ такого освѣщенія въ теченіе недѣли наблюдается постепенный подъемъ электропроводности; затѣмъ она остается постоянной въ теченіе мѣсяцевъ и, наконецъ въ теченіе многихъ лѣтъ медленно падаетъ. При температурѣ въ 700° весь процессъ протекаетъ въ теченіе 10-ти часовъ. Объясняется онъ довольно просто: въ теченіе также 8-ми дней, когда наблюдается увеличеніе электропроводности, шпата флюоресцируетъ. Эта вызванная рентгеновскими лучами флюоресценція сопровождается вѣроятно переходъ шпата въ какую-то иную его модификацію, которая затѣмъ лишь чрезвычайно медленно подвергается обратному преобразованію. Совсѣмъ иного типа электропроводность кварца. Его надо сопоставить не съ электролитами, а съ газами. Какъ въ газахъ, электричество переносится случайно распавшейся на іоны частью молекулъ, съ той только разницей, что іоны въ кварцѣ по сравненію съ газами очень мало. Повышеніе температуры, ультрафіолетовые, рентгеновскіе и другіе лучи точно такъ же, какъ въ газахъ, увеличиваютъ число іоновъ, а слѣдовательно, и электропроводность. Третій типъ изоляторовъ, это — такіе, которые не содержатъ достаточнаго числа собственныхъ іоновъ и въ которыхъ токъ переносится растворенными частицами другихъ веществъ (загрязненіями). Такого рода электропроводность была найдена уже Герцомъ (Hertz) у бензола. Представителемъ четвертаго типа является сѣра, электропроводность которой подъ дѣйствиємъ свѣта возрастаетъ въ 10000 разъ; въ этомъ отношеніи она ведетъ себя совершенно такъ же, какъ принадлежащій къ той же группѣ періодической системы элементовъ металлъ селенъ, которымъ именно въ виду его свѣточувствительности пользуются для телефотографіи (передачи сним-

ковъ на разстояніе). Наконецъ, пятую категорію образуютъ такіе изоляторы, которые, какъ каменная соль, сильвинъ и др., непосредственно не свѣточувствительны, но приобретаютъ это свойство послѣ освѣщенія рѣнтгеновскими лучами.

Отъ специальныхъ изслѣдованій переходимъ къ рефератамъ-обзорамъ. Въ центрѣ всеобщаго вниманія физиковъ въ настоящее время стоитъ электронная теорія, приобретающая все болѣе универсальное значеніе. Неудивительно поэтому, что ей былъ посвященъ не одинъ, а цѣлый рядъ отчасти близко соприкасающихся докладовъ. Прежде всего мы объединимъ всѣ эти доклады (И. И. Боргмана, А. А. Эйхенвальда и другихъ, ниже названныхъ) въ одно послѣдовательное изложеніе. Электронная теорія, теорія объ атомистической структурѣ электричества, выросла на основаніи слѣдующихъ данныхъ:

1) Электролизъ. По закону Фарадѣя одинъ и тотъ же электрическій токъ въ равное время выдѣляетъ на электродахъ химическіе элементы въ количествахъ, пропорціональных ихъ химическимъ эквивалентамъ, или обратно: каждый химическій эквивалентъ переноситъ въ электролизѣ равное количество электричества. Другими словами: электричество соединяется здѣсь съ химическими элементами въ тѣхъ же пропорціяхъ, въ какихъ эти элементы соединяются между собой. Оно проявляетъ себя такъ, какъ будто бы оно само было одновалентнымъ химическимъ элементомъ. Каждый атомъ одновалентнаго элемента переноситъ въ электролизѣ одинъ атомъ электричества, одну натуральную единицу электрическаго заряда. Эти соединенія атомовъ матеріи съ атомами электричества (электронами), какъ извѣстно, называются іонами. Итакъ, электролизъ впервые внушаетъ мысль о прерывномъ, атомистическомъ строеніи электричества. Зная количество перенесеннаго электричества и количество одновременно выдѣленнаго химическаго вещества, — напримѣръ, водорода въ электролизѣ воды, — мы можемъ получить отношеніе заряда къ массѣ для каждаго іона. Для іона водорода это отношеніе круглымъ числомъ равно 10^4 . Электропроводность электролитовъ (растворовъ солей, кислотъ и основаній) обусловлена именно тѣмъ обстоятельствомъ, что опредѣленная доля ихъ молекулъ всегда диссоціирована, т. е. распалась на іоны, напримѣръ, въ растворѣ поваренной соли — на іоны натрія и хлора. Вмѣсто одной молекулы при распаденіи получаются два іона. Такое увеличеніе числа частицъ въ растворѣ и объясняется тотъ фактъ, что именно электролиты не подчиняются непосредственно законамъ Рауля (Raoult) и Вант'Гоффа (Vant'Hoff), согласно которымъ въ растворахъ, содержащихъ въ одномъ и томъ же объемѣ растворителя равное число молекулъ, должно наблюдаться одинаковое пониженіе точки замерзанія растворителя, одинаковое повышеніе точки кипѣнія и одинаковое осмотическое давленіе. Когда Аррениусъ ввелъ теорію диссоціаціи, онъ этимъ обнаружилъ связь между электропроводностью электролитовъ и отклоненіями отъ упомянутыхъ законовъ. Какъ теорію диссоціаціи стали примѣнять сначала къ воднымъ, потомъ и къ неводнымъ растворамъ и какъ на этой почвѣ выросла новая отрасль науки — физическая химія, объ этомъ разсказалъ П. И. Вальденъ въ докладѣ „Двадцати-

пятнадцатилетіе теоріи электролитической диссоціаціи“, прочитанномъ на соединенномъ засѣданіи Съѣзда съ Обществомъ испытателей природы.

2) Электропроводность въ газахъ. Фундаментальные опыты по изслѣдованію электропроводности въ газахъ были сдѣланы около 20-ти лѣтъ тому назадъ покойнымъ московскимъ физикомъ Столѣтовымъ. Основываясь на нихъ, онъ уже тогда высказалъ, что при прохожденіи тока черезъ газъ мы имѣемъ дѣло съ отдѣльными частицами электричества, съ электрическими атомами. Заряженная металлическая пластинка, освѣщаемая ультрафіолетовымъ свѣтомъ, какъ замѣтилъ въ 1887 году Герцъ, теряетъ свой зарядъ, отдаетъ его въ окружающій воздухъ. Столѣтовъ въ цѣляхъ количественнаго измѣренія поставилъ противъ пластинки параллельную металлическую сѣтку, сквозь которую падалъ на пластинку ультрафіолетовый свѣтъ. Пластинка соединялась съ отрицательнымъ полюсомъ батареи, а сѣтъ — съ положительнымъ. При такихъ условіяхъ въ цѣпи наблюдается электрическій токъ, несмотря на содержащійся въ ней воздушный промежутокъ между пластинкой и сѣткой. При малой разности потенціаловъ токъ слѣдуетъ закону Ома: онъ повышается пропорціонально повышенію потенціала. При большей же разности потенціаловъ сила тока съ дальнѣйшимъ увеличеніемъ потенціала растетъ все медленнѣе и, наконецъ, принимаетъ постоянную величину, не измѣняющуюся уже при повышеніи разности потенціаловъ. Объясняется это такъ. Ультрафіолетовый свѣтъ, падающій на пластинку, расщепляетъ ея молекулы, выдѣляя изъ нихъ заряженные частицы, которыя, попадая въ воздушный промежутокъ, могутъ служить носителями электричества отъ пластинки къ сѣткѣ и такимъ образомъ могутъ замыкать токъ. При слабомъ электрическомъ полѣ не всѣ частицы, вызванныя ультрафіолетовымъ свѣтомъ, участвуютъ въ токѣ, а лишь нѣкоторая часть. Если удвоить слабое поле, то въ токѣ будетъ участвовать вдвое больше частицъ. Но, повышая потенціалъ дальше, мы доходимъ постепенно до такого предѣла, когда частицъ уже не хватаетъ; увеличеніе силы тока станетъ совсѣмъ невозможнымъ, когда уже всѣ наличныя частицы участвуютъ въ переносѣ электричества. Такой максимальный токъ уже Столѣтовымъ былъ названъ „токомъ насыщенія“. Токъ насыщенія, впрочемъ, не есть крайній предѣлъ тока въ газахъ. Если воспользоваться достаточной разностью потенціаловъ и сообщить іонамъ достаточную скорость путемъ разрѣженія газа между электродами (пластинкой и сѣткою), то электрическій токъ снова и очень быстро растетъ съ повышеніемъ потенціала. Теперь получается опять новое явленіе, третья стадія послѣ тока по закону Ома и тока насыщенія. Обладающіе достаточной скоростью іоны, ударяя на своемъ пути о нейтральныя молекулы газа, съ своей стороны разбиваютъ ихъ на іоны, образуя такимъ способомъ новыя заряженные частицы, новые носители электричества, вследствие чего токъ и можетъ опять расти. Въ переносѣ электричества во всѣхъ этихъ опытахъ участвуютъ только болѣе подвижныя — отрицательно заряженные іоны; не получается никакого тока, если освѣщаемая пластинка заряжена положительно (а сѣтъ — отрицательно). На первомъ засѣда-

ни секціи физики, посвященномъ памяти Столѣтова, П. Н. Лебедевъ прочелъ докладъ объ этихъ его опытахъ и вмѣстѣ съ бывшимъ помощникомъ Столѣтова, И. Ф. Усагинымъ, демонстрировалъ ихъ аудиторіи, пользуясь отчасти сохранившимися оригинальными приборами Столѣтова. Тѣ самые опыты, однако, которые Столѣтову стоили мѣсяцевъ труда, теперь удастся въ течение часа показать большой публикѣ, благодаря усовершенствованному устройству современнаго физическаго института и примѣненію кварцевой лампы (ртутной дуги), какъ несравненно болѣе мощнаго и удобнаго источника ультрафіолетоваго свѣта, чѣмъ вольтова дуга между алюминіевыми электродами, которой пользовался Столѣтовъ.

3) Оптическія явленія. Теорія Максвелля, объединившая свѣтъ и электричество и признавая свѣтъ за электромагнитныя волны особой длины, собственно приписываетъ каждой средѣ, въ которой эти волны могутъ распространяться, одну определенную діэлектрическую постоянную ϵ и одинъ определенный коэффициентъ преломленія n , каковыя двѣ величины связаны между собой простой формулой: $\epsilon = n^2$. Эта теорія, однако, не даетъ отчета о столь основныхъ явленіяхъ оптики, какъ дисперсія и избирательное поглощеніе (которыя, впрочемъ, существуютъ и для длинныхъ электромагнитныхъ волнъ). Этотъ пробѣлъ былъ заполненъ теоріей Лоренца (Н. А. Lorentz). Внутри каждой молекулы мы должны представить себѣ элементарныя электрическія заряды — электроны (въ простѣйшемъ случаѣ — одинъ электронъ), способные къ колебаніямъ около нѣкаго центра равновѣсія и обладающіе определенными собственными періодами колебаній (подобно тому, какъ каждый камертонъ имѣетъ свой собственный періодъ колебанія). Самое лучеиспусканіе свѣтящагося газа — напримѣръ, паровъ натрія — происходитъ отъ того, что колеблющіеся своимъ определеннымъ періодомъ электроны газа возбуждаютъ vibraціи того же періода въ эфирѣ, т. е. посылаютъ въ пространство свѣтовую волну этого періода. Попадая въ какую-либо среду, эта волна будетъ раскачивать электроны въ молекулахъ этой среды. Взаимоотношеніемъ между періодомъ волны и собственными періодами электроновъ данной среды объясняется дисперсія. Если же электроны среды будутъ имѣть тотъ же собственный періодъ, какъ и падающая волна, если, напримѣръ, пропускать свѣтъ, соответствующій фраунгоферовымъ линіямъ D черезъ пары натрія, то между свѣтовой волной и vibraціями электроновъ получится резонансъ. Электроны будутъ особенно сильно раскачиваться и свѣтовая энергія будетъ поглощаться, чѣмъ и объяснена абсорбція. То же самое предположеніе о внутримолекулярныхъ колебаніяхъ электроновъ объясняетъ и явленіе Фарадѣя, т. е. вращеніе плоскости поляризаціи поляризованнаго свѣта въ магнитномъ полѣ. Оно же дало возможность предсказать знаменитое явленіе Зеемана (Zeeman), открытіе котораго было блестящимъ подтвержденіемъ теоріи Лоренца. Это явленіе, которое, впрочемъ, съ несовершенными средствами тѣсно пытался найти уже Фарадѣй, какъ извѣстно, состоитъ въ томъ, что свѣтящійся газъ, испускающій свѣтъ одной какой-либо спектральной

линии, подъ дѣйствіемъ магнитнаго поля дасть (въ простѣйшемъ случаѣ одного колеблющагося электрона) свѣтъ уже не одной спектральной линіи, а либо двухъ, расположенныхъ симметрично по обѣ стороны отъ мѣста первоначальной линіи, либо трехъ, одной на старомъ мѣстѣ и двухъ по сторонамъ. Двѣ линіи (дуплетъ) получаются, если мы будемъ наблюдать свѣтъ, идущій вдоль силовыхъ линій магнитнаго поля. Свѣтъ обѣихъ этихъ линій, по теоріи и по опыту, круговымъ образомъ поляризованъ въ противоположныхъ другъ другу направленіяхъ: одной — направо, другой — налѣво. Три линіи (триплетъ) получаются въ свѣтѣ, идущемъ нормально къ силовымъ линіямъ магнитнаго поля. Изъ нихъ средняя поляризована нормально къ силовымъ линіямъ магнитнаго поля, а обѣ линіи по сторонамъ — параллельно силовымъ линіямъ. Изъ наблюдений явленія Зеемана и изъ измѣреній разстоянія между линіями дуплетовъ и триплетовъ можно было, во-первыхъ, заключить, что въ молекулахъ колеблются лишь отрицательные заряды, и, во-вторыхъ, получить отношеніе между зарядомъ и массой колеблющагося электрона. Последнее оказалось величиной того же порядка, какъ и отношеніе, найденное изъ наблюдений надъ катодными лучами, о которыхъ рѣчь впереди. Болѣе сложныя формы явленія Зеемана, разложенія спектральной линіи не на двѣ или три, а на большее число линій, несимметричное разложеніе и т. п. даютъ указанія на болѣе сложную внутримолекулярную структуру. Такія указанія можно получить также на основаніи данныхъ дисперсіи и абсорбціи. Этимъ вопросамъ были посвящены на Съѣздѣ доклады А. Р. Колли и Т. П. Кравецъ.

4) Катодные лучи. Во всѣхъ до сихъ поръ разсмотрѣнныхъ случаяхъ электрическіе атомы, электроны, связаны съ атомами или молекулами матеріи. Огромное значеніе для электронной теоріи имѣетъ тотъ фактъ, что въ катодныхъ лучахъ (испускаемыхъ катодомъ разряженной трубки Крукса, гейслеровой или рентгеновской трубки), а также въ β -лучахъ радія, представляющихъ лишь катодные лучи особенно большой скорости, мы имѣемъ дѣйствительно свободные отъ матеріи электроны. Катодные лучи отклоняются отъ своего прямого пути магнитнымъ полемъ. Изъ того, въ какую сторону они отклоняются, можно было заключить, что они заряжены — отрицательно; изъ величины же отклоненія, если ее сопоставить съ другими данными (напримѣръ, съ отклоненіемъ въ электрическомъ полѣ), можно вывести, съ одной стороны, ихъ скорость, которая, особенно въ β -лучахъ радія, близка къ скорости свѣта, а, съ другой стороны, опять отношеніе заряда къ массѣ каждой частицы. Это отношеніе получается порядка 10^7 , т. е. въ 1000 разъ (точнѣе въ 1800 разъ) больше, чѣмъ то же отношеніе для іона водорода въ электролизѣ. Зарядъ частицы, по всѣмъ соображеніямъ, въ обѣихъ случаяхъ приходится считать равнымъ: это натуральная, недѣлимая единица электричества. Но, если заряды равны, то, очевидно, масса частицы въ катодныхъ лучахъ въ 1800 разъ меньше массы іона водорода. Тутъ пришлось, однако, вспомнить объ одномъ любопытномъ обстоятельстве, на которое уже въ 1881 году обратилъ вниманіе Дж. Томсонъ (J. J. Thomson). Всякое заряженное электричествомъ тѣло, кромѣ механической инерціи, обладаетъ еще инерціей другого, электромагнитнаго характера. Въ самомъ дѣлѣ, дви-

женіе электрическаго заряда есть электрическій токъ, а таковой, какъ извѣстно, вызываетъ вокругъ себя электромагнитное поле. Слѣдовательно, чтобы привести покоящееся заряженное тѣло въ движеніе, чтобы сообщить ему опредѣленную скорость, недостаточно дать ему лишь живую силу механическаго движенія, а надо еще прибавить достаточную энергію для созданія электромагнитнаго поля. Заряженное тѣло, кромѣ своей обыкновенной матеріальной массы, какъ будто имѣетъ еще нѣкоторую добавочную, кажущуюся, электромагнитную массу. Вѣдь его инерція, больше, чѣмъ простая инерція одной матеріальной его массы. И эта добавочная масса въ одномъ отношеніи совершенно не похожа на то, что мы называемъ обыкновенной матеріальной массой: именно, эта добавочная масса не постоянна, а зависитъ отъ скорости движенія, она растетъ вмѣстѣ со скоростью и становится весьма важнымъ факторомъ, когда мы имѣемъ дѣло съ такими большими скоростями, какъ въ катодныхъ и β -лучахъ. Слѣдовательно, матеріальная масса частицъ въ этихъ лучахъ не только въ 1800 разъ меньше массы іона водорода, но, очевидно, еще болѣе мала, такъ какъ, по крайней мѣрѣ, часть массы въ этомъ случаѣ все же матеріальная, а электромагнитная масса обусловлена лишь скоростью движенія. И вотъ опыты Кауфмана (Kaufmann) надъ отклоненіемъ β -лучей разной скорости въ магнитномъ полѣ дали возможность опредѣлить отдѣльно матеріальную и электромагнитную массу. Получился поразительный результатъ: матеріальная масса не только очень мала, она просто равна нулю. Вся масса частицъ въ β -лучахъ и катодныхъ лучахъ есть масса электромагнитная, вся ихъ инерція обусловлена образованіемъ электромагнитнаго поля, есть инерція самоиндукціи электрическаго тока. Эти лучи суть потокъ свободныхъ элементарныхъ (отрицательныхъ) зарядовъ — электроновъ. Очень заманчиво сдѣлать послѣ этого слѣдующій смѣлый шагъ дальше: въ катодныхъ и β -лучахъ мы имѣемъ дѣло со скоростями, близкими къ скорости свѣта, и масса частицъ оказывается чисто электромагнитной, зависимой отъ скорости. Въ обыденной жизни и въ механикѣ мы имѣемъ дѣло со сравнительно малыми скоростями, и масса здѣсь постоянна. Спрашивается, не есть ли это постоянство массы лишь послѣдствіе того, что скорость такъ мала? Нельзя ли предположить, что не только масса частицъ въ катодныхъ лучахъ, но вообще всякая масса есть масса электромагнитная, что всѣ матеріальные атомы и молекулы — лишь конфигураціи электроновъ? Такимъ путемъ электронная теорія приобретаетъ универсальное значеніе. Электромагнитныя возрѣнія не только вытѣснили механическія изъ собственной области электричества, но пытаются проникнуть въ самую механику.

Съ электронной теоріей тѣсно связанъ нашумѣвшій за послѣдніе годы такъ называемый принципъ относительности*). Я не могу привести здѣсь посвященные ему на Сѣздѣ доклады, такъ какъ это завело бы насъ далеко за предѣлы элементарной математики. Но не могу себѣ отказать привести хоть отрывокъ изъ живого и интереснаго доклада П. С. Эренфеста. Для этого потребуется лишь крат-

*) См. статью Пуанкаре въ этомъ же номерѣ.

кое пояснение. По электромагнитной теории Максвелля всё явление и законы должны были остаться теми же самыми какъ для неподвижнаго наблюдателя, такъ и въ предположеніи, что наблюдатель движется въ пространствѣ съ какой-либо скоростью, напримеръ, движется вмѣстѣ съ землею вокругъ солнца. Электронная же теорія Лоренца въ первоначальномъ своемъ видѣ приводила къ заключенію, что можно экспериментальнымъ путемъ установить абсолютное движеніе земли въ эфирѣ. Механика, какъ извѣстно, не знаетъ абсолютнаго движенія и учитъ, что всякое движеніе есть относительное. Майкельсонъ (Michelson) сдѣлалъ рѣшающій опытъ. Онъ наблюдалъ интерференцію свѣта разъ въ томъ случаѣ, когда свѣтъ пускался по направленію движенія земли вокругъ солнца, и затѣмъ второй разъ, когда онъ пускался по направленію, нормальному къ движенію земли. По Лоренцу надо было ожидать сдвигенія интерференціонныхъ полосъ. Такого, однако, не получилось. На основаніи этого и ряда другихъ опытовъ, также давшихъ лишь отрицательный результатъ, упрочилось убѣжденіе, что движеніе земли вообще не должно вліять, и что теорія Лоренца нуждается въ поправкѣ. Чисто-математическія уравненія, исключаяющія вліяніе какого-либо абсолютнаго движенія земли, но лишенные наглядности электронной теоріи Лоренца, были даны Э. Кономъ (E. Cohn). Затѣмъ Эйнштейнъ (Einstein) выставилъ принципъ относительности, т. е. выразилъ, какъ аксіому, что не только въ механикѣ, но и во всей физикѣ невозможно познать какое-либо движеніе, какъ абсолютное движеніе. Лоренцъ же, чтобы привести свою теорію въ согласіе съ отрицательнымъ результатомъ опыта Майкельсона и др., въ нее слѣдующее, на первый взглядъ странное, но наглядное допущеніе: всякій (первоначально шарообразный) электронъ и всякое тѣло, обладающее (абсолютной) скоростью, сокращаются въ направленіи своего движенія въ зависимости отъ своей скорости. Шарообразный электронъ, напримеръ, и всякій большой шаръ также принимаютъ форму эллипсоида. Странность этого допущенія отпадаетъ, если мы замѣтимъ, что измѣрить эти сокращенія совершенно невозможно, такъ какъ въ такой же мѣрѣ сокращаются и всѣ масштабы. Предположеніе Лоренца и принципъ относительности Эйнштейна приводятъ къ однимъ и тѣмъ же электромагнитнымъ уравненіямъ. Связь между этими двумя исходными базами какъ нельзя лучше иллюстрируетъ приведенный П. С. Эрнфестомъ „идеальный“ опытъ, который можно назвать идеализированнымъ опытомъ Майкельсона. Представимъ себѣ огромную лабораторію въ видѣ шара, въ центрѣ котораго находится наблюдатель, зажигающій въ центрѣ же искру. Свѣтъ, распространяясь во всѣ стороны, доходитъ до оболочки шара, отражается и, скажемъ, черезъ часъ попадаетъ одновременно со всѣхъ сторонъ обратно въ центръ шара, въ глазъ наблюдателя. Въ этотъ моментъ, слѣдовательно, наблюдатель сразу видитъ освѣщенную шарообразную стѣну своей лабораторіи. Такъ будетъ, пока наша лабораторія находится въ покоѣ. Но теперь представимъ себѣ, что вся она движется прямолинейно въ эфирѣ. Назовемъ полюсами нашего шара тѣ двѣ точки, которыя лежатъ на прямой линіи движенія, а экваторомъ — большой

кругъ, являющийся сѣченіемъ шара съ плоскостью, проходящей черезъ центръ и нормальной къ линіи движенія. Согласно принципу относительности, находящийся внутри шара наблюдатель ничѣмъ не можетъ установить, что лабораторія движется. Если онъ опять зажжетъ искру, то должно получиться то же самое, что и раньше—въ случаѣ покоя. Между тѣмъ подсчетъ показываетъ, что свѣтъ теперь употребитъ больше времени для того, чтобы пройти къ стѣнкѣ шара и обратно по направленію движенія, чѣмъ въ нормальномъ направленіи. Наблюдатель, слѣдовательно, увидѣтъ освѣщеннымъ сначала экваторіальный кругъ, потомъ послѣдовательно все параллели по обѣ стороны экватора и, наконецъ, послѣдними — оба полюса. И имѣя предъ собою такое явленіе, онъ, правда, все еще не могъ бы опредѣлить, движется ли онъ по прямой линіи вправо или влево, но ужъ непременно могъ бы сказать, что движется, и даже, что движется по прямой, соединяющей оба полюса. Но принципъ относительности сейчасъ же будетъ спасенъ, и все произойдетъ такъ же, какъ въ случаѣ покоя, какъ только мы примемъ вмѣстѣ съ Лоренцомъ, что нашъ шаръ при движеніи не остается шаромъ, что діаметръ его, совпадающій съ направленіемъ движенія, сокращается. Онъ по Лоренцу сокращается какъ разъ такъ, что свѣтъ со всѣхъ сторонъ придетъ опять одновременно къ центру. Такимъ образомъ, сокращенія Лоренца и принципъ относительности взаимно связаны. Надо все-таки сознаться, что остается нѣчто неудовлетворительное въ представленіи объ этихъ сокращеніяхъ, которыя по самой природѣ своей не могутъ быть доступны никакому наблюденію. Впрочемъ, въ этой области еще много неразработанныхъ вопросовъ и, можетъ быть, ждущихъ своего изслѣдователя сюрпризовъ.

Однако, пора намъ изъ нашей „идеальной“ лабораторіи, столь просторной, что свѣтъ въ ней гуляетъ по діаметру цѣлый часъ, вернуться въ переполненную аудиторію физическаго института, чтобы познакомиться съ рядомъ другихъ интересныхъ докладовъ.

А. Иоллосъ.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Международная Коммиссія по преподаванію математики*).

10-го января с. г. состоялось засѣданіе Центральнаго Комитета въ Базелѣ. Комитетъ прежде всего принялъ къ свѣдѣнію отчетъ объ организаціи и состояніи работъ въ 18-ти участвующихъ странахъ. Комитетъ съ большимъ удовольствіемъ констатировалъ, что въ большей части странъ работы въ полномъ ходу и уже приводятъ къ интереснымъ докладамъ. Собранныя свѣдѣ-

*) См. „Вѣстникъ“, № 502.

нія будутъ помѣщены въ циркуляръ № 2, который будетъ опубликованъ въ ближайшей книжкѣ официального органа Комиссiи „L'Enseignement Mathématique“.

Анкета дѣятельно ведется во всѣхъ странахъ при живомъ участіи большаго числа математиковъ. Можно предвидѣть, что къ концу зимы значительная часть доклада будетъ готова.

Въ слѣдующій разъ Центральный Комитетъ соберется въ Брюсселѣ около середины августа 1910 г. Комитетъ предполагаетъ также воспользоваться международной выставкой въ Брюсселѣ, чтобы организовать собраніе, по крайней мѣрѣ, частичное самой Международной Комиссiи. Къ участію въ этихъ засѣданіяхъ будутъ привлечены делегаты Бельгіи и сосѣднихъ странъ: Германіи, Англіи, Франціи и Голландіи; но само собой разумѣется, что всѣ члены Комиссiи, которые смогутъ принять въ ней участіе, будутъ желанными гостями. Возникаетъ даже мысль, чтобы эти засѣданія сопровождались лекціями, организованными въ педагогической секціи выставки и предназначенными для всѣхъ, кто интересуется преподаваніемъ точныхъ наукъ. Насколько эту идею удастся осуществить, еще не выяснилось.

РЕЦЕНЗІИ.

Физико-математическое приложение къ циркуляру по управленію Кавказскимъ Учебнымъ Округомъ. 1909. №№ 1 и 2. Лѣтомъ истекшаго года, подъ указаннымъ названіемъ, была выпущена брошюра въ 64 стр., за которой въ настоящее время послѣдовалъ уже выпускъ 2-й. Въ предисловіи къ первому выпуску указано, что попытки объединить статьи физико-математическаго содержанія, часто появляющіяся въ приложеніи къ циркуляру по Кавказскому Округу, въ одно изданіе и даже періодическое уже была сдѣлана Р. К. Шенгеромъ въ 1902 г. Однако, со смертію Р. К. Шенгера основанное имъ „Математическое приложеніе къ циркуляру по Кавказскому Учебному Округу“ прекратило существованіе. Въ настоящее время оно возродилось къ жизни и редакція разсчитываетъ, что будетъ имѣть возможность вести эти приложенія въ видѣ повременнаго, хотя бы и не правильно періодическаго изданія.

Вотъ содержаніе вышедшихъ двухъ выпусковъ.

№ 1. Въмѣсто предисловія. — Разложеніе многочленовъ на множителей. В. Крамаренка. — Примѣненіе правила Коши къ умноженію радикаловъ. С. Цатурова. — О практическихъ занятіяхъ по физикѣ. Н. Павлова. — Вычисленіе логарифмовъ. И. Пламеневскаго. — Радіи и другія радиоактивные вещества. Н. Павлова. — Разстояніе между двумя точками, выраженное въ трехлинейныхъ координатахъ. И. Пламеневскаго. — Элементарное доказательство неравенства Desmou's. — Теорема Стюарта. — Определеніе объемовъ и поверхностей тѣлъ вращенія. К. Асланова. — Одно изъ тождествъ А. А. Павлова. — Задачи. — Смѣсь.

№ 2. Объ улучшеніи преподаванія математики въ средней школѣ. А. Аммосова. — Разложеніе на множители (продолженіе). В. Крамаренка. — О практическихъ занятіяхъ по физикѣ. Н. Павлова. — Свойства линій, пересекающей стороны треугольника и проходящей черезъ постоянную точку. И. Пламеневскаго. — Объ ариѳметическихъ кольцахъ. Т. Науменка. — Радіи и другія радиоактивные вещества (продолженіе). Н. Павлова. — Определеніе объемовъ и поверхностей тѣлъ вращенія. К. Асланова. — Нѣкоторые свойства обращенныхъ чиселъ. Л. Гедванова. — Объемъ усѣченнаго конуса. В. Михайлова. — Нахожденіе значеній квадратнаго корня изъ чиселъ. И. Пламеневскаго. — Рѣшенія задачъ. — Задачи. — Библиографическія замѣтки. — Смѣсь.

Возникновение органа, въ которомъ помѣщались бы статьи не „сверху“, а непосредственно отъ преподавателей, статьи, содержащія выраженіе ихъ интересовъ, педагогическихъ и научныхъ, и ихъ сомнѣній, нельзя, конечно, не привѣтствовать. Пріютъ у официального изданія -- явленіе, обыкновенно не лишнее отрицательныхъ сторонъ, -- имѣетъ то благоприятное значеніе, что отпадаетъ вовсе вопросъ о средствахъ, столь трудный для спеціального изданія въ Россіи.

Что касается содержанія, то нѣкоторыя статьи вполне соответствуютъ цѣли изданія. Напримѣръ, въ статьѣ „О практическихъ занятіяхъ по физикѣ“ г. Павловъ скромно дѣлится съ товарищами о своихъ опытахъ въ этомъ направленіи. Къ числу интересныхъ статей принадлежатъ статьи г. Пламеневскаго и г. Асланова. Нѣкоторыя другія статьи на нашъ взглядъ рѣшительно не должны были бы находить мѣста въ такого рода изданіи. Такъ, напримѣръ, г. Цатуровъ въ указанной выше статьѣ говоритъ, что,

согласно опредѣленію \sqrt{a} , количество a по отношенію къ корню есть величина n -го измѣренія, какого бы измѣренія (?) ни былъ искомый корень. Отсюда авторъ заключаетъ, что и самое количество a составлено не изъ тѣхъ единицъ, изъ которыхъ составленъ корень, а изъ другихъ единицъ, составляющихъ каждая n -ую степень первой единицы. Какой смыслъ имѣетъ утвержденіе, что 27 составлено не изъ тѣхъ единицъ, какъ его кубичный корень 3, мы отказываемся понимать. Статья г. Крамаренка о разложеніи множителя не прибавляетъ рѣшительно ничего къ тому, что по этому предмету можно найти въ учебникахъ и задачникахъ. Въ статьѣ г. Павлова „Радій и другія радиоактивныя вещества“ понятіе объ іонахъ совершенно спутано съ понятіемъ объ электронахъ. По поводу новой теории строенія вещества г. Павловъ говоритъ: „по этой теоріи атомъ не является послѣдней стадіей для формы матеріи; онъ самъ внутри себя сложенъ. Эту сложную структуру подробно выяснилъ Морозовъ“. Мы относимся съ глубокимъ уваженіемъ къ г. Морозову, но полагаемъ, что и онъ, прочитавъ эту фразу, обидѣлся бы за Дж. Томсона, о которомъ авторъ не счелъ нужнымъ упомянуть. Да и проводить въ публику увѣренность, что г. Морозовъ „подробно выяснилъ“ то, о чемъ высказываются еще лишь смутныя догадки, врядъ ли правильно.

Есть въ сборникѣ и задачи, предназначенныя, повидимому, для учениковъ. Помѣщать въ такого рода сборникѣ задачи и именно задачи, вполне доступныя для учащихся, мы считаемъ очень полезнымъ. Но мы полагаемъ, что такіа задачи должны имѣть хоть нѣкоторую свѣжесть; помѣщать же задачи, наиболѣе простыя изъ тѣхъ, которыя можно найти въ каждомъ задачникѣ, мы считаемъ совершенно безцѣльнымъ. Вотъ, напримѣръ, задача № 5, помѣщенная въ выпускѣ № 1 и подробно рѣшенная въ выпускѣ № 2: „Сейчасъ мнѣ вдвое больше лѣтъ, чѣмъ было вамъ тогда, когда мнѣ было столько лѣтъ, сколько вамъ теперь. Намъ обоимъ вмѣстѣ 63 года. Сколько лѣтъ каждому изъ насъ?“

Мы отъ души желаемъ новому изданію успѣха, но полагаемъ, что матеріалъ долженъ быть проредактированъ болѣе тщательно.

Н. Р.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Ниппоний. Японский химик Огава доказал существование нового элемента в торіанитѣ, реинитѣ и молибденитѣ. Онъ характеризуется желтовато-бѣлымъ гидратомъ окиси, осаждаемымъ амміакомъ въ присутствіи хлористаго аммонія и чернѣющимъ, если его сушить при 100° . Съ сѣрнистымъ аммоніемъ получается зеленовато-черный осадокъ. Окись, сплавленная съ какимъ-нибудь окислителемъ, даетъ зеленую, растворимую въ водѣ массу, которая выдѣляетъ при дѣйствіи уголекислоты бурый окисель. Хлоридъ этого элемента даетъ характерную полосу въ зелено-голубой части спектра. Атомный вѣсъ новаго элемента, который авторъ называетъ ниппоніемъ *Np* (Chemical News; т. XCVIII) приблизительно 100; его мѣсто въ періодической системѣ, повидимому, между молибденомъ и рутеніемъ. Два другихъ элемента, одинъ изъ нихъ съ радиоактивнымъ окисломъ, будто бы тоже находятся въ торіанитѣ.

ЗАДАЧИ.

Подъ редакціей приватъ-доцента **Е. Л. Буницкаго.**

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвестно ея рѣшеніе

№ 240 (5 сер). Доказать, что каждый изъ многочленовъ

$$(x+y)^{6n+1} - x^{6n+1} - y^{6n+1},$$

$$(x+y)^{6n+4} + x^{6n+4} + y^{6n+4}$$

дѣлится на

$$(x^2 + xy + y^2)^2.$$

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ).

№ 241 (5 сер.). Построить треугольникъ *ABC* по данной сторонѣ *BC = a* и противоложащему углу *A* такъ, чтобы прямая, соединяющая основанія высотъ треугольника, опущенныхъ на двѣ другія его стороны, проходила черезъ данную точку.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 242 (5 сер.). Доказать справедливость тождества

$$q = \sqrt[n]{\frac{(2s - a + \sqrt{a^2 - 4b})(a + \sqrt{a^2 - 4b})}{(2s - a - \sqrt{a^2 - 4b})(a - \sqrt{a^2 - 4b})}},$$

гдѣ a и b суть соответственно сумма и произведение крайних членовъ нѣкоторой возрастающей геометрической прогрессіи, а q , s и n суть знаменатель, сумма и число ея членовъ.

П. Безцверевныхъ (Козловъ).

№ 243 (5 сер.). Рѣшить уравненіе

$$\sqrt[m]{x+a}^3 + 2\sqrt[m]{x^3} = 3\sqrt[m]{x^2(x+a)}.$$

С. Адамовичъ (Варшава).

№ 244 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$x^4 = ax^2 + by^2,$$

$$y^4 = bx^2 + ay^2.$$

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 245 (5 сер.). Доказать, что число вида $2^n - 1$, гдѣ n — число цѣлое и большее единицы, не можетъ быть точною степенью другого цѣлаго числа.

(Займств.).

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 151 (5 сер.). Построить треугольникъ ABC по углу B , периметру его $2p$ и по радиусу r_a круга вневписаннаго относительно стороны BC .

Пусть вневписанный кругъ касается стороны BC въ точкѣ A' и продолженій стороны AB и AC соответственно въ точкахъ C' и B' . Такъ какъ, по свойству касательныхъ къ кругу,

$$AC' = AB', \quad BC' = BA', \quad CA' = CB',$$

то

$$\begin{aligned} AC' = AB' &= \frac{AC' + AB'}{2} = \frac{AB + BC' + AC + CB'}{2} = \frac{AB + AC + BA' + A'C}{2} = \\ &= \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{2p}{2} = p. \end{aligned}$$

Отсюда вытекает построение: опишемъ изъ произвольной точки O окружность радиусомъ r_a , въ произвольной ея точкѣ C проводимъ къ ней касательную и откладываемъ на ней отрезокъ $CA = p$; затѣмъ изъ точки A проводимъ къ окружности вторую касательную AB' и изъ произвольной точки β полупрямой AC проводимъ прямую подъ угломъ B къ AC' такъ, чтобы она, пересѣкая прямую AB' въ γ , образовала треугольникъ $A\beta\gamma$, въ которомъ $\angle A\beta\gamma = \angle B$. Теперь, для окончанія построения, достаточно построить къ окружности O касательную, параллельную $\beta\gamma$ (и при томъ ту, которая лежитъ между A и O). Для этого достаточно изъ O опустить на прямую $\beta\gamma$ перпендикуляръ, выбрать изъ двухъ точекъ его пересѣченія съ окружностью ту точку A' , которая лежитъ внутри фигуры $AC'OB'$, и провести въ A' касательную къ окружности. Пусть эта касательная встрѣчаетъ AC и AB' соответственно въ B и C ; треугольникъ ABC есть искомый. Для возможности задачи необходимо и достаточно, чтобы сумма найденнаго нами угла A и даннаго угла B была меньше π .

С. Коганъ (Винница); М. Зарыцкий; П. Безчеревныхъ (Козловъ); В. Богомоловъ (Шацкъ).

№ 155 (5 сер.). При какихъ цѣлыхъ и положительныхъ значеніяхъ x число

$$2^x - x^2$$

кратно 7?

Число 2^x при x цѣломъ и положительномъ даетъ при дѣленіи на 7 одинъ изъ остатковъ 1, 2, 4. Дѣйствительно, $2^3 = 7 + 1$. Такъ какъ всякое цѣлое положительное число можно представить въ одномъ изъ видовъ

$$3t, 3t+1, 3t+2,$$

гдѣ t — неотрицательное цѣлое число, то достаточно найти остатки отъ дѣленія на 7 степеней 2-хъ вида:

$$2^{3t}, 2^{3t+1}, 2^{3t+2}.$$

Такъ какъ

$$2^{3t} = (7+1)^t = 7^t + t7^{t-1} + \dots + 1,$$

при чемъ всѣ члены второй части, по формулѣ бинома, кратны 7 кромѣ послѣдняго, то $2^{3t} = 7k + 1$, гдѣ k — нѣкоторое цѣлое число, т. е. 2^{3t} при дѣленіи на 7 даетъ остатокъ 1. Затѣмъ изъ равенствъ

$$2^{3t+1} = 2^{3t} \cdot 2 = (7k+1)2 = 14k+2, \quad 2^{3t+2} = 2^{3t} \cdot 2^2 = (7k+1)4 = 28k+4,$$

мы убѣждаемся, что числа 2^{3t+1} , 2^{3t+2} при дѣленіи на 7 даютъ соответственно остатки 2 и 4. Итакъ, число 2^x при дѣленіи на 7 даетъ соответственно одинъ изъ остатковъ 1, 2, 4, смотря по тому, будетъ ли x имѣть видъ

$$3t, 3t+1, 3t+2.$$

Разность $2^x - x^2$ можетъ дѣлиться на 7 лишь тогда, когда 2^x и x^2 даютъ при дѣленіи на 7 равные остатки; съ другой стороны, 2^x при дѣленіи на 7 даетъ одинъ изъ остатковъ 1, 2, 4, соответственно съ тѣмъ, будетъ ли x равно

$$3t, 3t+1 \text{ или } 3t+2.$$

Отсюда вытекает, что мы найдем все те целые положительные значения x , при которых разность $2^x - x^2$ кратна 7, полагая $x = 3t$ при условии, чтобы число $x^2 = (3t)^2$ давало при делении на 7 остаток 1, или $x = 3t + 1$ при условии, чтобы $x^2 = (3t + 1)^2$ давало при делении на 7 остаток 2, или $x = 3t + 2$ при условии, чтобы $x^2 = (3t + 2)^2$ давало при делении на 7 остаток 4, при чем t есть целое неотрицательное число. Всякое целое неотрицательное t можно изобразить в виде $7a + r$, где a — целое неотрицательное число и где r имеет одно из значений 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Таким образом,

$$(3t)^2 = [3(7a + r)]^2 = 3^2 \cdot 7^2 a^2 + 3^2 \cdot 2 \cdot 7ar + 9r^2,$$

$$(3t + 1)^2 = [3(7a + r) + 1]^2 = [3 \cdot 7a + (3r + 1)]^2 =$$

$$3^2 \cdot 7^2 \cdot a^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7a(3r + 1) + (3r + 1)^2,$$

$$(3t + 2)^2 = [3(7a + r) + 2]^2 = [3 \cdot 7a + (3r + 2)]^2 =$$

$$= 3^2 \cdot 7^2 \cdot a^2 + 2 \cdot 3 \cdot 7a(3r + 2) + (3r + 2)^2,$$

так что числа $(3t)^2$, $(3t + 1)^2$, $(3t + 2)^2$ дают при делении на 7 соответственно те же остатки, как и числа $9r^2$, $(3r + 1)^2$, $(3r + 2)^2$, при чем r может принимать лишь одно из значений 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Подставляя эти значения r в выражения $9r^2$, $(3r + 1)^2$, $(3r + 2)^2$, мы видим, что $9r^2$ дает остаток 1 лишь при $r = 2$ и 5, $(3r + 1)^2$ дает остаток 2 лишь при $r = 1$ и 3, $(3r + 2)^2$ — остаток 4 лишь при $r = 0$ и 1. Отсюда вытекает, что все искомые значения x выражаются формулами:

$$x = 3t = 3(7a + 2), \text{ или } x = 3t = 3(7a + 5),$$

$$x = 3t + 1 = 3(7a + 1) + 1, \text{ или } x = 3(7a + 3) + 1,$$

$$x = 3t + 2 = 3(7a + 0) + 2, \text{ или } x = 3t + 2 = 3(7a + 1) + 2,$$

т. е. формулами:

$$x = 21a + 6, \quad 21a + 15, \quad 21a + 4, \quad 21a + 10, \quad 21a + 2, \quad 21a + 5,$$

где a — произвольное целое неотрицательное число. Этот же самый результат можно найти путем непосредственного испытания чисел 0, 1, 2, ..., 20 предварительно установив, что числа $2^{(x+21k)} - (x + 21k)^2$, где k — целое положительное число, и $2^x - x^2$ дают одинаковые остатки при делении на 7; это вытекает из того, что, как мы видели выше, остаток от деления 2^x на 7 не меняется, если x увеличить числом, кратным 3, остаток же от деления x^2 на 7 не меняется, если x увеличить числом, кратным 7; значит, остаток числа $2^x - x^2$ не меняется, если x увеличить числом 21, так как 21 кратно одновременно и 3 и 7.

С. Когань (Винница); П. Безчеревных (Козлов); В. Богомолов (Шацк).

№ 177 (5 сер.). Найдите предельное отношения

$$\frac{x^2 + 2x \operatorname{tg} x - \sin x}{\sin x}$$

при неограниченном приближении x к нулю.

Изъ тождества

$$\frac{x^2 + 2x \operatorname{tg} x - \sin x}{\sin x} = \frac{x^2 + 2x \frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x} - 1 = \frac{x}{\sin x} \left(x + \frac{2 \sin x}{\cos x} \right) - 1;$$

примѣняя основныя теоремы изъ теоріи предѣловъ, находимъ, что при неограниченномъ приближеніи x къ нулю

$$\lim \frac{x^2 + 2x \operatorname{tg} x - \sin x}{\sin x} = \lim \frac{x}{\sin x} \left(\lim x + \frac{2 \lim \sin x}{\lim \cos x} \right) = 1 \cdot 1 = 1.$$

Такъ какъ, при неограниченномъ приближеніи x къ нулю,

$$\lim x = 0, \quad \lim \sin x = 0, \quad \lim \cos x = 1,$$

то

$$\lim \frac{x^2 + 2x \operatorname{tg} x - \sin x}{\sin x} = 1 \cdot \left(0 + \frac{2 \cdot 0}{1} \right) - 1 = -1.$$

Н. Морозовъ (Царское Село); *Б. Щиголевъ* (Варшава); *Л. Богдановичъ* (Ярославль); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *С. Случиновъ* (Казань).

№ 179 (5 сер.). Привести къ логарифмическому виду выражение

$$\vartheta = \sin(x+y+z) \sin(x+2y+z) - \sin x \sin(x+y) - \sin z \sin(y+z).$$

Съ помощью формулы:

$$\sin p \sin q = \frac{1}{2} \cos(p-q) - \frac{1}{2} \cos(p+q)$$

находимъ:

$$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{1}{2} \cos y - \frac{1}{2} \cos(2x+3y+2z) - \left[\frac{1}{2} \cos y - \frac{1}{2} \cos(2x+y) \right] - \\ &- \left[\frac{1}{2} \cos y - \frac{1}{2} \cos(2z+y) \right] = \frac{1}{2} \cos y - \frac{1}{2} \cos(2x+3y+2z) - \frac{1}{2} \cos y + \\ &+ \frac{1}{2} \cos(2x+y) - \frac{1}{2} \cos y + \frac{1}{2} \cos(2z+y) = \left[\frac{1}{2} \cos(2x+y) + \frac{1}{2} \cos(2z+y) \right] - \\ &- \left[\frac{1}{2} \cos y + \frac{1}{2} \cos(2x+3y+2z) \right] = \cos(x+y+z) \cos(x-z) - \\ &- \cos(x+2y+z) \cos(x+y+z) = \cos(x+y+z) [\cos(x-z) - \cos(x+2y+z)] = \\ &= -2 \cos(x+y+z) \sin(x+y) \sin[-(y+z)] = \\ &= 2 \cos(x+y+z) \sin(x+y) \sin(y+z). \end{aligned}$$

В. Моргулевъ (Одесса); *Б. Щиголевъ* (Варшава); *Б. Двойниковъ* (Одесса); *Н. Казариновъ* (Пинега); *В. Богомоловъ* (Шацкъ); *Л. Богдановичъ* (Ярославль).

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Геометрія круга (Циклометрія).

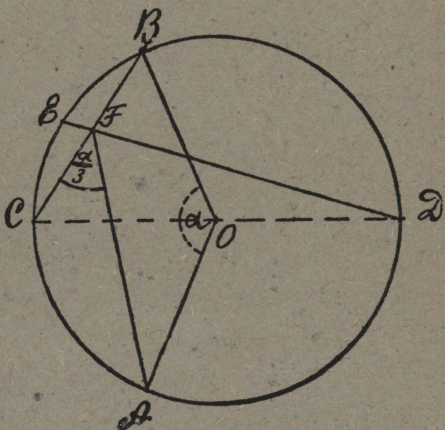
Рѣшеніе проблемы о геометрическомъ раздѣленіи дуги и угла на части пропорціональныя и равныя. Казань, 1908 г. Стр. XI+114+6=131. Цѣна 1 руб.

А. П. ОХИТОВИЧЪ. Новый (неопредѣленный) методъ рѣшенія алгебраическихъ уравненій. Ч. I-я.

Общее рѣшеніе уравненій первой степени: неопредѣленныхъ и опредѣленныхъ. Казань, 1900 г. 333 стр. Цѣна 2 р. 50 к.

Обращаться въ книжные магазины:

„Новаго Времени“ (СПБ., Москва, Харьковъ, Саратовъ, Одесса), Н. Н. Карбасникова (СПБ., Москва, Варшава, Вильна), А. А. Дубровина (Казань), „Общественная Польза“ (СПБ.), Оглоблина (Кіевъ), Т-ва Сытина (Москва), „Трудъ“ (Москва), „Сотрудникъ Школы“ (Москва), Бельке (Кіевъ), „Товарищества“ (Самара), „Волжанинъ“ (Самара) и др.



$\sphericalangle AC = \sphericalangle CB; \sphericalangle AD = \sphericalangle DB; \sphericalangle CE = \sphericalangle EB.$

Открыта подписка на 1910 г.

— НА —

УЧЕНЫЯ ЗАПИСКИ

ИМПЕРАТОРСКАГО Казанскаго Университета.

Въ Ученыхъ Запискахъ заключаются: 1) Отдѣлъ наукъ. 2) Отдѣлъ критики и библиографіи. 3) Университетская лѣтопись. 4) Приложенія: университетскіе курсы профессоровъ и преподавателей, памятники историческіе и литературные, съ научными комментаріями, и памятники, имѣющіе научное значеніе и еще не обнаруженные.

Ученыя Записки выходятъ ежемѣсячно книжками въ размѣръ не менѣе 13 листовъ, не считая извлеченій изъ протоколовъ и особыхъ приложеній.

Подписная цѣна въ годъ со всѣми приложеніями съ пересылкою 7 руб. Подписка принимается въ Правленіи Университета.

Редакторъ А. ПОНТКОВСКІЙ.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

Выходить 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не
менѣе 24 стр. каждый,

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библиографическій отдѣлъ: обзоръ спеціальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы**: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Упр. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается **БЕЗПЛАТНО** по первому требованію.

Важнѣйшія статьи, помѣщенные въ 1908-9 г.

40-ый семестръ.

Проф. А. Клоссовскій. Магнитная съемка Россіи.—*Анри Пуанкаре*. Будущее математики.—*Дж. Томсонъ*. Корпускулярная теорія матеріи.—*К. Шербина*. Математика въ русской средней школѣ.—Проф. А. Слаби. Резонансъ и угасаніе электрическихъ волнъ.—*Б. Цомакионъ*. Опредѣленіе поверхности и объема шара, какъ предѣловъ поверхностей и объемовъ многогранниковъ.—Проф. Г. Бруни. Твердые растворы.—*Дм. Ефремовъ*. Нѣкоторые свойства цѣлаго алгебраическаго многочлена 4-й степени.—*А. Турчаниновъ*. Къ вопросу о несуществованіи нечетныхъ совершенныхъ чиселъ.—*А. Филипповъ*. По поводу „дѣленія безъ дѣленія и вычитанія“—*Л. Гюнтеръ*. Опредѣленіе разстояній солнца и луны отъ земли и ихъ параллаксонъ въ прежнія времена и теперь.—Прив.-доц. В. Лермантовъ. Постановка приготовленія учителей физики въ Германіи.—*И. Точидловскій*. Новѣйшіе успѣхи наблюдательной актинометріи.—*Г. Лемуанъ*. Простое изложеніе ученія о всемірномъ тяготѣніи и о вычисленіи массъ въ солнечной системѣ.

41-ый семестръ.

Проф. Ф. Клейнъ. Лекціи по ариметикѣ для учителей.—Проф. В. Рамзай. Благородныя и радиоактивные газы.—Прив.-доц. В. Каганъ. О безконечно удаленныхъ элементахъ въ геометріи.—Проф. А. Слаби. Безпроводной телефонъ.—*А. Филипповъ*. О періодическихъ дробяхъ.—*А. Мюллеръ*. Новое предложеніе о кругѣ.—*Анри Пуанкаре*. Математическое творчество.—*П. Зеemanъ*. Происхожденіе цвѣтовъ спектра.—*В. Гернетъ*. Объ единствѣ веществъ.—*С. Ньюкомъ*. Теорія движенія луны.—*В. Ритцъ*. Линейные спектры и строеніе атомовъ.—*А. Кирилловъ*. Къ геометріи треугольника.—Проф. Дж. Перри. Преподаваніе математики въ связи съ преподаваніемъ естественныхъ наукъ.—*Э. Наннзи*. О нѣкоторыхъ замѣчательныхъ числѣхъ кривыхъ.—*Э. Борель*. Методъ работы Пуанкаре.—Литература великой теоремы Фермата.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб.**. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб.**. Допускается разсрочка подписной платы по соглашенію съ конторой редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступки.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопродавцамъ по 2 р. за семестръ. Отдѣльные номера текущаго семестра по 30 к., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонденціи: Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.