№ 487.

Вѣстникъ Опытной Физики

и

Элементарной Математики,

издаваемый

В. А. Гернетомъ

подъ редакціей

Приватъ-Доцента В. Ф. Кагана.

XLI-го Семестра № 7-й.

ОДЕССА.

Типографія Акц. Южно-Русскаго О-ва Печ. Дѣла. Пушкинская, 18.

1909.

Подписка на 1909 годъ (XXX годъ изданія) на журналъ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

ОРГАНЪ VI ОТДѢЛА ИМПЕРАТОРСКАГО РУССКАГО ТЕХНИЧЕСКАГО ОБЩЕСТВА
ОРГАНЪ ВСЕРОССІЙСКИХЪ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХЪ СЪѢЗДОВЪ.
ОРГАНЪ ОБЩЕСТВА ЭЛЕКТРОТЕХНИКОВЪ ВЪ МОСКВѢ.

Журналъ „Электричество" издается VI (Электротехническимъ) отдѣломъ Императорскаго Русскаго Техническаго Общества съ цѣлью распространенія свѣдѣній о современномъ состояніи ученія объ электрической энергіи и о ея приложеніяхъ къ потребностямъ жизни, техники и промышленности.

Журналъ редактируется особымъ редакціон. комитетомъ, избраннымъ VI отдѣломъ.

ПРИ БЛИЖАЙШЕМЪ УЧАСТІИ Г.Г. инж.-эл. Б. П. Вьюшковъ, инж.-эл. С. Д. Гуфтеръ, проф. И. И. Георгіевскій, инж. пут. сообщ. Г. О. Графтіо, инж. Л. Г. Гуревичъ, инж. пут. сообщ. П. П. Дмитренко, инж. Л. В. Дрейеръ, инж. В. П. Гольденбергъ, инж. Н. Н. Константиновъ, инж. Р. Р. Ліандеръ, инж. Т. Ф. Макарьевъ, инж.-эл. А. Л. Оренбахъ, инж.-эл. І. Т. Павлицкій, инж. Б. Петерсъ, пред. технол. инст. Б. Л. Розингъ, инж. Майзель, инж. Н. М. Сокольскій, инж. Г. Н. Шароевъ, инж. Е. Я. Шульгинъ, инж. М. Л. Кершнеръ.

Журналу обѣщали свое содѣйствіе:

Преп. Полит. инст. инж.-эл. *А. Андреевскій*, проф. *A. Blondel* (Парижъ), инж. *P. Boucherod* (Парижъ), дирек. Техн. Инст. проф. *А. А. Вороновъ*, дирек. Элек. Инст. проф. *П. Д. Войнаровскій*, инж. *П. П. Лызловъ*, *Ѳ. Гольбергъ*, проф. *Г. Ф. Деппъ*, проф. *O. de Bast*, преп. Элек. инст. *В. Дмитріевъ*, инж. П. С. *Г. Д. Дубелиръ*, проф. *Н. Г. Егоровъ*, проф. *E. Gerard* (Лютихъ), инж. *А. Г. Коганъ*, инж. *П. А. Ковалевъ*, инж. *С. Пинскеръ*, пр. Элек. инст. *А. А. Кузнецовъ*, старш. инсп. Главн. Палаты мѣръ и вѣсовъ *И. А. Лебедевъ*, проф. *В. К. Лебединскій*, проф. *А. С. Ломшаковъ*, инж. *Д. Пинкснеръ*, проф. *В. Ф. Миткевичъ*, инж *И. Я. Перельманъ*, преп. Моск. инж. учил. инж.-элек. *М. К. Поливановъ*, проф. *H. Poincaré* (Парижъ), преп. Элек инст. *Н. О. Пушинъ*, инж. мех. *Н. И. Сушкинъ*, инж. техн. *І. Г. Троцкій*, проф. *М. А. Шателенъ*, инж. техн. *Г. Н. Шведеръ*, инж. *Самойловичъ*, инж. техн. *Э. Р. Ульманъ*, преп. Полит. инст. *С. Н. Усатый*, проф. *C. Steinmetz* (Щенектэди).

ПРОГРАММА ИЗДАНІЯ: 1) Состояніе и развитіе электротехники и электрической промышленности въ Россіи и заграницей. 2) Отчеты о дѣятельности VI (электротехническаго) отдѣла Императорскаго Русскаго Техническаго Общества, Всероссійскихъ электротехническихъ Съѣздовъ, Общества Электротехниковъ въ Москвѣ, и труды ихъ членовъ, а также отчеты о засѣданіяхъ ученыхъ, техническихъ и промышленныхъ обществъ. 3) Теорія и практика электричества и его приложеній. 4) Теорія и практика областей техники, связанныхъ съ электротехникой, какъ то: паровыя и газовыя машины, турбины, гидравлическія сооруженія, подъемники, пути сообщенія и т. д. 5) Техническое оборудованіе, устройство и эксплоатація электрическихъ сооруженій въ Россіи и заграницей, статистика. 6) Обзоръ литературы, хроника, мелкія извѣстія, привиллегіи и письма въ Редакцію. 7) Критика и библіографія сочиненій по электротехникѣ.

Къ журналу прилагаются Труды Пятаго Всероссійскаго Электротехническаго Съѣзда.

Журналъ выходитъ ежемѣсячно въ значительно увеличенномъ размѣрѣ. Подписка принимается въ Редакціи, **въ Техническомъ Обществѣ (Пантелеймонская, 2)** и во всѣхъ книжныхъ магазинахъ. **ПОДПИСНАЯ ЦѢНА** за годовой экземпляръ съ доставкой и пересылкой внутри Россіи **8** руб., за полгода — **5** руб. Заграницу **12** руб. Разсрочка допускается лишь по взаимному соглашенію съ редакціею. Студентамъ высшихъ техническихъ учебныхъ заведеній уступка.

Журналъ и его изданія по электротехникѣ на Всероссійской Художественно-Промышленной Выставкѣ 1896 г. въ Нижнемъ-Новгородѣ удостоены высшей награды—диплома перваго разряда.

Журналъ „Электричество" рекомендованъ Ученымъ Комитетомъ Министерства Народн. Просв. для фундаментальныхъ библіот. мужск. гимназій и реальн. училищъ.

Въ редакціи продаются изданія журнала „Электричество".

Редакція открыта для личныхъ переговоровъ по сред. и суббот. отъ 5 до 7½ ч. веч.

Адресъ редакціи: С.-Петербургъ, 7-я Рождественская, № 4, кв. 12.

ТЕЛЕФОНЪ № 37-65.

XLI Сем. № 7.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 487.

Памяти Платона Сергѣевича Порѣцкаго.

10 августа 1907 года умеръ П. С. Порѣцкій, имя котораго болѣе извѣстно за границей, чѣмъ на его родинѣ. Ему принадлежатъ наиболѣе общія изслѣдованія по математической логикѣ. Врядъ ли найдется новое сочиненіе по этому предмету, не содержащее результатовъ изслѣдованій Порѣцкаго. Обозрѣнію его выдающихся работъ я предполагаю посвятить особую статью. Въ настоящее же время пользуюсь возможностью опубликовать некрологъ П. С. Порѣцкаго, любезно предоставленный въ мое распоряженіе, вмѣстѣ съ его фотографической карточкой и работами, вдовой покойнаго, С. Д. Порѣцкой. Некрологъ этотъ написанъ профессоромъ казанскаго университета Д. И. Дубяго, неточности и пропуски исправлены и дополнены женой покойнаго П. С. и земскимъ врачемъ В. А. Раевскимъ, который послѣднее время лѣчилъ покойнаго П. С. Порѣцкаго.

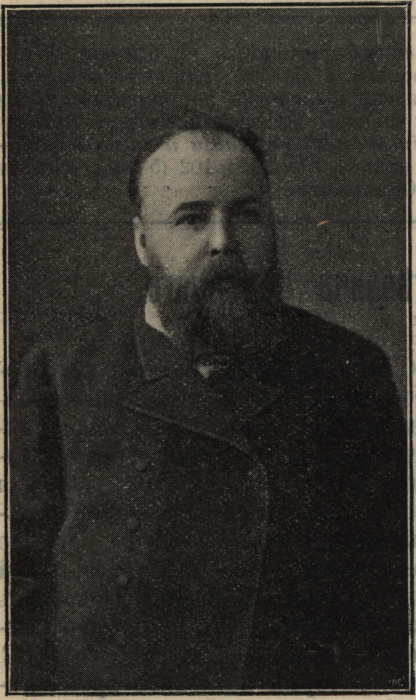
10 апрѣля 1909 г.

И. Слешинскій.

Некрологъ.

Въ 1907 году, 10-го августа, въ селѣ Жоведи Городнянскаго уѣзда Черниговской губерніи, послѣ продолжительной и тяжкой болѣзни, скончался у себя въ имѣніи бывшій астрономъ - наблюдатель и приватъ - доцентъ Казанскаго университета, докторъ астрономіи Платонъ Сергѣевичъ Порѣцкій.

Платонъ Сергѣевичъ родился 3-го октября 1846 г. въ уѣздномъ городѣ Елисаветградѣ, Херсонской губ., гдѣ отецъ его состоялъ на службѣ военнымъ врачемъ. Вскорѣ отецъ его былъ переведенъ въ Лохвицу, Полтавской губ., гдѣ Платонъ Сергѣевичъ провелъ свою юность и окончилъ среднее образованіе; послѣ окончанія Полтавской гимназіи онъ поступилъ на физико-математическій факультетъ Харьковскаго университета, который и окончилъ въ 1870 году. Выборъ математическаго факультета не былъ случайнымъ для Платона Сергѣевича, какъ это часто бываетъ, а являлся актомъ сознательнымъ и вполнѣ соотвѣтствующимъ его недюжиннымъ математическимъ способностямъ. Вступленіе въ университетъ было началомъ того трудового періода въ жизни Платона Сергѣевича, который закончился только 10-го августа 1907 года вмѣстѣ съ его смертью. Еще въ университетѣ Платонъ Сергѣевичъ проявилъ настолько выдающіяся способности, что по предложенію профессора астрономіи И. И. Ѳедоренко былъ оставленъ при университетѣ профессорскимъ стипендіатомъ по каѳедрѣ астрономіи. Въ теченіе трехъ лѣтъ, 1871—1874 годы, Платонъ Сергѣевичъ приготовлялся къ сдачѣ магистерскаго экзамена и практически упражнялся въ астрономическихъ наблюденіяхъ на старой университетской обсерваторіи, помѣщавшейся на башнѣ, на углу университетскаго корпуса. Сдѣланныя имъ въ это время наблюденія послужили для опредѣленія географической широты этой башни и были напечатаны въ „Извѣстіяхъ университета“ за 1873 годъ. Выдержавъ въ 1873 году магистерскій экзаменъ, Платонъ Сергѣевичъ былъ оставленъ стипендіатомъ еще на годъ и въ 1874 году былъ командированъ Харьковскимъ университетомъ въ Пулковскую обсерваторію для приготовленія къ экспедиціи въ Астрахань для наблюденія прохожденія Венеры.



П. С. Порѣцкій.

Находясь въ Пулковѣ, Платонъ Сергѣевичъ, кромѣ подготовки къ наблюденіямъ Венеры, производилъ и другія наблюденія на 6-тидюймовомъ рефракторѣ Харьковской обсерваторіи, предназначенномъ для наблюденія прохожденія Венеры, и, между прочимъ, сдѣлалъ длинный рядъ наблюденій кометы Коджія, которыя были впослѣдствіи напечатаны въ журналѣ „Astr. Nachr.“ Неблагопріятная погода въ Астрахани не позволила наблюдать прохожденіе Венеры, и Платонъ Сергѣевичъ, сдѣлавши географическое опредѣленіе мѣста, выбраннаго для наблюденій, возвратился въ Харьковъ.

Въ 1876 году Платонъ Сергѣевичъ былъ избранъ астрономомъ-наблюдателемъ Казанскаго университета. Въ это время въ Казанской обсерваторіи усиленно производились меридіанныя наблюденія звѣздъ казанской зоны для международнаго Астрономическаго Общества и эта работа, производившаяся до того профессоромъ Ковальскимъ, перешла всецѣло въ руки Платона Сергѣевича Порѣцкаго. Въ теченіе трехъ лѣтъ, 1876—1879 г.г., онъ энергично наблюдалъ на меридіанномъ кругѣ и, хотя, послѣ выхода I и II тома наблюденій зоны, выяснилась необходимость произвести дополнительныя наблюденія, здоровье Платона Сергѣевича было уже настолько подорвано, что онъ не могъ уже закончить этотъ трудъ и 31 января 1889 года вышелъ въ отставку по болѣзни. Кромѣ указанныхъ меридіанныхъ наблюденій, Платономъ Сергѣевичемъ Порѣцкимъ въ Казанской обсерваторіи были сдѣланы и многія другія наблюденія, какъ, напримѣръ, наблюденія планеты Марсъ, кометы 1881 года.

Но дѣятельность практическаго астронома не могла удовлетворить Платона Сергѣевича;— несмотря на разстроенное здоровье, онъ находилъ время для чисто научныхъ работъ и преподавательской дѣятельности, а всѣ досуги отдавалъ дѣятельности общественной.

По основаніи въ Казани секціи физико-математическихъ наукъ при Обществѣ естествоиспытателей, Платонъ Сергѣевичъ съ большой энергіей отдавался интересамъ секціи. Онъ былъ однимъ изъ дѣятельнѣйшихъ ея пожизненныхъ членовъ и вмѣстѣ секретаремъ, казначеемъ и наблюдалъ за печатаніемъ „Протоколовъ“.

Въ это же время въ „Протоколахъ“ секціи въ 1884 г. были напечатаны два тома его капитальнаго сочиненія: „*Объ основахъ математической логики*“ и „*О способахъ рѣшенія логическихъ равенствъ и объ обратномъ способѣ математической логики*“.

Не только въ Россіи, гдѣ это сочиненіе является единственнымъ въ своемъ родѣ, оно и вообще въ наукѣ можетъ быть поставлено на ряду съ немногочисленными трактатами объ этомъ предметѣ — *Буля*, *Шредера* и *Джевонса*. Въ немъ Платонъ Сергѣевичъ Порѣцкій дѣлаетъ замѣчательный опытъ построенія полной и законченной теоріи качественныхъ умозаключеній. Въ 1886 году также въ приложеніяхъ къ „Протоколамъ“ секціи было напечатано его сочиненіе: „*Къ вопросу о рѣшеніи нѣкоторыхъ нормальныхъ системъ, встрѣчающихся въ практической астрономіи, съ примѣненіемъ къ опредѣленію погрѣшностей дѣленій меридіаннаго круга Казанской обсерваторіи*“. Это сочиненіе было представлено въ факультетъ, какъ магистерская диссертація, но факультетъ призналъ его настолько выдающимся, что послѣ защиты Платонъ Сергѣевичъ былъ удостоенъ прямо степени доктора астрономіи. Въ этомъ же году Платонъ Сергѣевичъ былъ назначенъ приватъ-доцентомъ по сферической тригонометріи и въ 1887 и 1888 г.г. читалъ этотъ предметъ и математическую логику. Его вступительная лекція: „Историческій очеркъ развитія сферической тригонометріи“

была напечатана въ „Протоколахъ секціи". Въ 1887 году Платонъ Сергѣевичъ участвовалъ въ экспедиціи на рѣку Вятку для наблюденія въ слободѣ Мѣдянахъ, близъ г. Вятки, полнаго солнечнаго затмѣнія. Изъ другихъ его статей, помѣщенныхъ въ „Протоколахъ" секціи, заслуживаютъ особаго вниманія: Обширныя изслѣдованія о простыхъ числахъ; „Рѣшеніе общей задачи теоріи вѣроятностей при помощи математической логики", гдѣ примѣняется теорія, изложенная въ сочиненіи: „О способахъ рѣшенія логическихъ равенствъ"; „О связи между днями года и днями недѣли" и мног. друг.

Когда Платонъ Сергѣевичъ рѣшилъ оставить Казань, то секція физико-математическихъ наукъ письменно благодарила его за полезные труды и поднесла ему на память 6 томовъ своихъ „Протоколовъ" въ роскошномъ переплетѣ. Въ бытность въ Казани Платонъ Сергѣевичъ въ теченіе нѣсколькихъ лѣтъ состоялъ редакторомъ газеты „Казанскій Телеграфъ", въ которомъ, кромѣ его серьезныхъ статей, помѣщались его юмористическія стихотворенія, а также переводы его въ стихахъ изъ Беранже.

Поселившись, по выходѣ въ отставку, въ селѣ Жоведи Городнянскаго уѣзда Черниговской губ., Платонъ Сергѣевичъ не переставалъ трудиться надъ разработкой рѣшенія логическихъ равенствъ. Въ „Извѣстіяхъ Физико-Математическаго Общества" въ послѣдніе годы его жизни было помѣщено нѣсколько большихъ статей по этому предмету: „Sept lois fondamentales de la théorie des égalités logiques" (1898 г.); „Quelques lois ulterieures" (1900—1901 г.); „Theorie des non égalités logiques" (1903 г.). Интересъ къ наукѣ не оставлялъ его до послѣднихъ дней: онъ велъ дѣятельную переписку съ нѣкоторыми русскими и иностранными учеными и принималъ заочное участіе въ международныхъ конгрессахъ. За послѣдней неоконченной работой постигла его смерть.

Въ вышеназванныхъ строкахъ описано кратко то, что было сдѣлано Платономъ Сергѣевичемъ для науки.

При его умѣ и выдающихся способностяхъ онъ, несомнѣнно, сдѣлалъ бы больше, если бы болѣзнь, всю жизнь мѣшавшая ему работать, не свела его преждевременно въ могилу. Въ настоящее время въ селѣ Жоведи, гдѣ Платонъ Сергѣевичъ жилъ послѣдніе годы, много работалъ, еще больше страдалъ отъ болѣзни и умеръ, его женой сооружается больница имени Платона Сергѣевича Порѣцкаго, которая будетъ передана земству, и не одинъ человѣкъ, найдя въ ней облегченіе своей болѣзни, помянетъ добрымъ словомъ того, кто слишкомъ хорошо зналъ, что значитъ болѣзнь.

Лекціи по ариѳметикѣ для учителей,

читанныя въ $190^7/_8$ академическомъ году профессоромъ Ф. Клейномъ въ Гёттингенѣ.

(Продолженіе).*

II. Первое расширеніе понятія о числѣ.

Мы намѣрены теперь оставить цѣлыя числа и въ настоящей главѣ перейти къ расширенію понятія о числѣ. Въ школѣ это раздѣляютъ обыкновенно на слѣдующія ступени.

1. Введеніе дробей и дѣйствія надъ ними.

2. Послѣ ознакомленія съ началами буквеннаго исчисленія слѣдуетъ изложеніе теоріи отрицательныхъ чиселъ.

3. Болѣе или менѣе подробное развитіе понятія объ ирраціональномъ числѣ на примѣрахъ по различнымъ поводамъ; вмѣстѣ съ этимъ устанавливается представленіе о совокупности всѣхъ вещественныхъ чиселъ.

Совершенно безразлично, начинать ли съ пункта перваго или второго. Мы предпочитаемъ послѣднее.

1. Отрицательныя числа.

Начнемъ съ одного замѣчанія, относящагося къ терминологіи. Въ школѣ положительныя и отрицательныя числа обыкновенно называютъ „относительными числами" въ противоположность „абсолютнымъ" (положительнымъ); между тѣмъ въ университетѣ эта манера выраженія не принята. Въ школѣ тѣ же относительныя числа называютъ также „алгебраическими" числами**) — терминъ, который въ университетѣ мы употребляемъ въ совершенно иномъ смыслѣ.

Что касается происхожденія и введенія отрицательныхъ чиселъ, то относительно фактическаго матеріала я могу быть краткокъ: этими вещами вы владѣете свободно и, во всякомъ случаѣ, по моимъ указаніямъ вы легко въ нихъ оріентируетесь. Болѣе подробное изложеніе вы найдете, помимо книги Вебера-Вельштейна, также въ сочиненіи Г. Буркгардта „Алгебраическій анализъ"***). Послѣднюю книгу легко также пріобрѣсти, такъ какъ она не велика.

Ближайшимъ поводомъ для введенія отрицательныхъ чиселъ является, какъ извѣстно, требованіе сдѣлать вычитаніе операціей, выполнимой во всѣхъ случаяхъ. Если $a < b$, то въ

---

*) См. „Вѣстникъ", № 485—486.

**) Относительно этой терминологіи см. Mehler, „Hauptsätze der Elementarmathematik", 19 Aufl., Berlin, 1795, S. 77.

***) H. Burkhardt, „Algebraische Analysis". Leipzig. 1903.

области натуральныхъ чиселъ разность $a - b$ не имѣетъ смысла. Существуетъ, однако, число $c = b - a$, и мы полагаемъ:

$$a - b = -c,$$

и $-c$ называемъ отрицательнымъ числомъ. Съ этимъ связываютъ обыкновенно съ самаго начала интерпретацію цѣлыхъ чиселъ при помощи скалы равноотстоящихъ точекъ на прямой, простирающейся безгранично въ обѣ стороны, или „оси абсциссъ“ (рис. 8). Этотъ образъ можно считать въ настоящее время достояніемъ всѣхъ образованныхъ людей, и нужно полагать, что своимъ распространеніемъ онъ обязанъ, главнымъ образомъ, извѣстной всѣмъ термометрической скалѣ. Наглядный и хорошо извѣстный образъ отрицательныхъ чиселъ представляетъ купеческій балансъ, или разсчетъ прибылей и убытковъ.

Но мы здѣсь, прежде всего, точно выразимъ, въ чемъ заключается, собственно, принципіальный и чрезвычайно трудный шагъ, который связанъ съ введеніемъ отрицательныхъ чиселъ въ школѣ.

Если ученикъ привыкъ постоянно связывать съ числами и затѣмъ съ буквами, надъ которыми онъ оперируетъ, конкретныя количества и при сложеніи ихъ, а также при другихъ дѣйствіяхъ всегда имѣлъ предъ глазами соотвѣтствующія операціи, которыя можно ре-

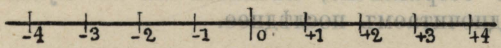


Рис. 8.

ально надъ этими количествами производить, то теперь дѣло совершенно мѣняется. Ему приходится имѣть дѣло съ чѣмъ-то новымъ, съ „отрицательными числами“, которыя уже не имѣютъ ничего общаго съ нагляднымъ образомъ о количествѣ предметовъ; ему приходится производить надъ ними дѣйствія, какъ надъ количествами, а между тѣмъ именно эти дѣйствія совсѣмъ ужъ не имѣютъ для него прежняго яснаго, нагляднаго значенія. Здѣсь приходится въ первый разъ дѣлать переходъ отъ реальной математики къ формальной, для полнаго уясненія которой нужно значительное развитіе способности къ абстракціи.

Присмотримся, однако, подробнѣе, что́ происходитъ съ ариѳметическими дѣйствіями по введеніи отрицательныхъ чиселъ. Прежде всего ясно, что сложеніе и вычитаніе по существу сливаются воедино. Прибавленіе положительнаго числа есть вычитаніе равнаго и противоположнаго — отрицательнаго числа. М. Симонъ дѣлаетъ по этому поводу остроумное замѣчаніе, что именно вслѣдствіе введенія отрицательныхъ чиселъ, благодаря которому вычитаніе становится дѣйствіемъ, не имѣющимъ исключенія, оно перестаетъ существовать, какъ самостоятельная операція. Для этого обобщеннаго сложенія, охватывающаго также и вычитаніе въ области положительныхъ и отрицательныхъ чиселъ, неизмѣнно остаются въ силѣ тѣ же основные пять формальныхъ законовъ: 1) постоянная выполнимость, 2) однозначность, 3) сочетательность, 4) перемѣстительность и 5) монотонность. Относительно свойства 5-го нужно замѣтить, что $a < b$ теперь означаетъ, выражаясь кратко, что, при геометрическомъ изображеніи, число a лежитъ влѣво отъ b, такъ что, напримѣръ, $-2 < -1$, $-3 < +2$ и т. д.

При умноженіи важнѣйшимъ моментомъ является такъ называемое правило знаковъ, согласно которому

$$a.(-c) = (-c).a = -(a.c) \text{ и } (-c).(-c') = +cc';$$

въ особенности послѣднее (минусъ на минусъ даетъ плюсъ) часто представляетъ собой камень преткновенія. Къ внутренней сущности этого правила намъ придется еще сейчасъ возвратиться. Мы выразимъ его предварительно однимъ предложеніемъ, относящимся къ произведенію какого угодно числа положительныхъ и отрицательныхъ чиселъ: абсолютная величина произведенія равна произведенію абсолютныхъ величинъ сомножителей, по знаку же оно будетъ положительнымъ или отрицательнымъ, смотря по тому, входитъ ли въ его составъ четное или нечетное число отрицательныхъ множителей. По установленіи этого положенія умноженіе въ области положительныхъ и отрицательныхъ чиселъ опять обладаетъ тѣми же свойствами: 1) постоянная выполнимость, 2) однозначность, 3) сочетательность, 4) перемѣстительность и 5) распредѣлительность относительно сложенія. Только въ законѣ монотонности здѣсь оказывается уклоненіе. Его мѣсто теперь занимаетъ слѣдующій законъ: если $a > b$, то $ac > bc$, $ac = bc$ или $ac < bc$, смотря по тому, будетъ ли $c > 0$, $c = 0$ или $c < 0$.

Спросимъ себя теперь, не заключаютъ ли эти законы по чисто формальному ихъ содержанію логическаго противорѣчія. Мы должны, въ первую очередь, сказать, что доказательство отсутствія противорѣчія, основанное на чисто логическихъ соображеніяхъ, по настоящее время здѣсь еще менѣе удалось провести, чѣмъ для цѣлыхъ чиселъ. Но вопросъ удалось свести къ тому, что названные законы навѣрно не имѣютъ противорѣчія, если они не содержатъ таковаго въ примѣненіи къ цѣлымъ положительнымъ числамъ. До тѣхъ поръ, слѣдовательно, пока этотъ вопросъ не будетъ доведенъ до конца, т. е. пока не будетъ дано логическое доказательство отсутствія противорѣчія въ области тѣхъ же операцій надъ цѣлыми числами, мы можемъ основывать увѣренность въ отсутствіи противорѣчія въ названныхъ законахъ лишь на томъ, что существуютъ наглядные объекты и наглядныя операціи надъ ними, которыя слѣдуютъ этимъ законамъ. Въ качествѣ такихъ наглядныхъ объектовъ мы указали уже выше рядъ равно удаленныхъ одна отъ другой точекъ на оси абсциссъ; намъ остается только прибавить, что означаютъ въ примѣненіи къ этимъ образамъ ариѳметическія дѣйствія. Сложеніе $x' = x + a$ при постоянномъ a относитъ каждой точкѣ x нѣкоторую точку x' такимъ образомъ, что неограниченная прямая просто передвигается по самой себѣ на отрѣзокъ a и при томъ вправо или влѣво, смотря по тому, имѣетъ ли a положительное или отрицательное значеніе. Точно такъ же и умноженіе $x' = ax$ представляетъ собой подобное преобразованіе прямой въ себѣ самой и притомъ при $a > 0$ — прямое растяженіе, при $a < 0$ — растяженіе, связанное съ полуоборотомъ вокругъ нулевой точки.

Я хочу теперь остановиться на томъ, какъ, собственно, всѣ эти вещи исторически возникли. Не нужно думать, что отрицательныя числа представляютъ собой открытіе какого-либо одного умнаго человѣка, который вмѣстѣ съ тѣмъ, быть можетъ, даже обнаружилъ на основаніи геометрическаго ихъ толкованія отсутствіе въ нихъ противорѣчія. Напротивъ, въ процессѣ медленнаго развитія употребленіе отрицательныхъ чиселъ, какъ бы само собой напрашивалось и лишь позже, когда надъ ними уже давно оперировали, именно въ XIX столѣтіи, возникъ вопросъ объ отсутствіи противорѣчія.

Переходя къ исторіи отрицательныхъ чиселъ, позвольте мнѣ обратить ваше вниманіе на то, что древніе греки несомнѣнно не владѣли отрицательными числами, такъ что здѣсь мы имѣемъ пунктъ, въ которомъ грекамъ не приходится отводить перваго мѣста, какъ это нѣкоторые всегда склонны дѣлать. Напротивъ, честь открытія отрицательныхъ чиселъ должна быть приписана индусамъ, которые

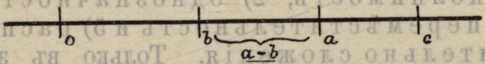


Рис. 9.

ввели также нуль и нашу систему цифръ. Въ Европѣ отрицательныя числа постепенно вошли въ употребленіе въ эпоху возрожденія въ тотъ именно періодъ, когда стали оперировать надъ буквами. Не могу не упомянуть при этомъ, что болѣе или менѣе совершенное буквенное исчисленіе было впервые дано Віета (Vieta) въ его сочиненіи „In artem analyticam isagoge“ *). На этой почвѣ естественно пришли къ такъ называемымъ правиламъ скобокъ для дѣйствій надъ положительными числами, которыя, конечно, содержатся въ перечисленныхъ нами выше основныхъ формулахъ, если мы только присоединимъ соотвѣтствующіе законы вычитанія. Однако, я хочу остановиться нѣсколько подробнѣе, по крайней мѣрѣ, на двухъ примѣрахъ, чтобы, прежде всего, показать, что для нихъ можно дать крайне простыя и наглядныя доказательства — доказательства, которыя, собственно говоря, исчерпываются фигурой и словечкомъ „смотри“, какъ мы это часто встрѣчаемъ у древнихъ индусовъ.

1) Пусть $a > b$ и $c > a$. Въ такомъ случаѣ $a - b$ есть положительное число, меньшее, нежели c. Поэтому разность $c - (a - b)$ будетъ положительное число (рис. 9). Если мы нанесемъ эти числа на ось абсциссъ и замѣтимъ, что разстояніе между точками b и a имѣетъ длину $a - b$, то достаточно взглянуть на рисунокъ, чтобы убѣ-

*) Tours, 1591.

диться въ слѣдующемъ: если мы отнимемъ отъ c отрѣзокъ $a - b$, то мы получимъ то же самое, что получили бы, если бы мы отняли сначала весь отрѣзокъ a, а затѣмъ прибавили бы отрѣзокъ b, т. е.

$$c - (a - b) = c - a + b. \qquad (1)$$

2) Пусть $a > b$ и $c > d$; тогда разности $a - b$ и $c - d$ представляютъ собой цѣлыя положительныя числа. Разсмотримъ произведенie $(a - b) . (c - d)$. Съ этою цѣлью мы построимъ прямоугольникъ со сторонами $a - b$ и $c - d$ (рис. 10); онъ составитъ часть прямоугольника, имѣющаго стороны a и c. Чтобы изъ послѣдняго получить первый, мы отнимемъ сначала верхнiй, горизонтально заштрихованный прямоугольникъ $a . d$, а потомъ расположенный и заштрихованный вертикально прямоугольникъ $b . c$. Однако, небольшой прямоугольникъ $b . d$, заштрихованный накрестъ, мы отняли лишнiй разъ; мы должны его поэтому снова прибавить. Этимъ путемъ мы приходимъ къ извѣстной формулѣ:

$$(a - b)(c - d) = ac - ad - bc + bd. \qquad (2)$$

Въ дальнѣйшемъ развитiи этихъ идей сказывается общая особенность человѣческой натуры, заключающаяся въ томъ, что мы посто-

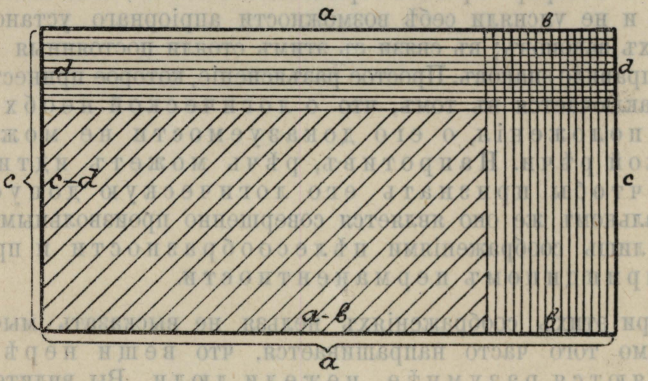


Рис. 10.

янно стремимся распространять правила, выведенныя для частныхъ случаевъ, на другiе болѣе общiе случаи. Ганкель въ своемъ сочиненiи „Теорiя комплексныхъ числовыхъ системъ“ *) называетъ это принципомъ перманентности формальныхъ законовъ и придаетъ ему значенiе руководящаго основного положенiя. Эту въ высшей степени интересную книгу я могу вамъ очень настойчиво рекомендовать. Этотъ общiй принципъ въ примѣненiи къ интересующему насъ случаю означалъ бы, что мы желаемъ освободить формулы (1) и (2) отъ условiй, касающихся относительной величины чиселъ a и b, въ предположенiи кото-

*) Hermann Hankel. „Theorie der komplexen Zahlsysteme“. Leipzig 1867.

рыхъ онѣ только и выведены, и сдѣлать ихъ примѣнимыми также къ другимъ случаямъ. Если мы примѣнимъ, такимъ образомъ, формулы (2) напримѣръ, къ случаю $a = c = 0$ (для каковаго случая мы этой формулы отнюдь не доказали), то мы получимъ $(-b).(-d) = +bd$, т. е. получимъ правило знаковъ при умноженіи отрицательныхъ чиселъ. Такимъ образомъ, мы дѣйствительно можемъ почти безсознательно придти ко всѣмъ четыремъ правиламъ, которыя мы, пожалуй, склонны будемъ даже признать за совершенно необходимыя допущенія. Въ дѣйствительности же они будутъ необходимы лишь постольку, поскольку мы хотимъ сохранить для этихъ новыхъ объектовъ прежнія правила дѣйствія. Старые математики, конечно, не съ легкимъ сердцемъ рѣшались на образованіе этихъ новыхъ понятій, и тяжелое чувство, съ которымъ они на это шли, сказывалось въ тѣхъ названіяхъ, которыя они часто давали отрицательнымъ числамъ: „придуманныя числа", „ложныя числа" и т. д. Однако, несмотря на всѣ эти сомнѣнія, въ XVI и XVII столѣтіи отрицательныя числа постепенно пріобрѣтаютъ всеобщее признаніе; много способствовало этому, безъ сомнѣнія, развитіе аналитической геометріи. Конечно, сомнѣнія еще оставались и должны были оставаться до тѣхъ поръ, пока все еще старались интерпретировать отрицательное число, какъ количество предметовъ, и не уясняли себѣ возможности апріорнаго установленія формальныхъ законовъ; въ связи съ этимъ стояли постоянныя попытки доказать правило знаковъ. Простое разъясненіе, которое принесъ только XIX вѣкъ, заключается въ томъ, что о логической необходимости этого положенія, о его доказуемости не можетъ быть никакой рѣчи. Напротивъ, рѣчь можетъ идти только о томъ чтобы признать его логическую допустимость; въ остальномъ же оно является совершенно произвольнымъ и регулируется лишь соображеніями цѣлесообразности и приведеннымъ выше принципомъ перманентности.

При этихъ соображеніяхъ нельзя не высказать мысли, которая и помимо того часто напрашивается, что вещи нерѣдко представляются разумнѣе, нежели люди. Вы видите, что одинъ изъ важнѣйшихъ шаговъ въ математикѣ, именно введеніе отрицательныхъ чиселъ и дѣйствій надъ ними, былъ сдѣланъ не вслѣдствіе сознательнаго логическаго сужденія одного человѣка, а органически развился благодаря интенсивнымъ занятіямъ этими вещами; можетъ даже показаться, что человѣкъ научился этимъ правиламъ отъ буквъ. Сознательное убѣжденіе, что мы при этомъ поступаемъ правильно, не впадая въ коллизію со строгой логикой, явилось лишь гораздо позже. Вообще, чистая логика при образованіи такихъ новыхъ понятій всегда можетъ имѣть регулирующее значеніе, руководящей же роли она играть не можетъ, ибо единственное требованіе, которое она ставитъ, заключается въ томъ, чтобы не было внутренняго противорѣчія, а этому, конечно, могутъ удовлетворить и многія другія абстрактныя системы.

Если васъ еще интересуетъ литература вопросовъ по теоріи отрицательныхъ чиселъ, то я могу вамъ указать еще на книгу

Тропфке —„Исторія элементарной математики“ *). Это—превосходное собраніе матеріаловъ, содержащее очень много подробностей относительно развитія элементарныхъ понятій, воззрѣній и обозначеній въ ясномъ изложеніи, очень удобномъ для обозрѣнія.

Обращаясь къ критическому обзору того, какъ отрицательныя числа излагаются въ школѣ, нужно прежде всего сказать, что преподаватели часто здѣсь дѣлаютъ ту же ошибку, въ которую впадали старые математики, именно они все пытаются доказать правило знаковъ, какъ нѣчто логически необходимое. Особенно часто выдаютъ за доказательство приведенный выше эвристическій выводъ правила $(-b).(-d)=+bd$ изъ формулы для $(a-b).(c-d)$, фактически совершенно забывая, что эта формула первоначально неразрывно связана съ неравенствами $a>b$, $c>d$. Такимъ образомъ, доказательство какъ бы симулируется, и психологическій моментъ, который, въ силу принципа перманентности, приводитъ къ этому правилу, смѣшивается съ логическимъ доказательствомъ. Ученикъ, которому это въ такомъ видѣ въ первый разъ преподносится, естественно не можетъ этого понять, но повѣрить этому онъ, въ концѣ концовъ, вынужденъ; если же, какъ это часто бываетъ, при повтореніи на высшей ступени обученія ученикъ не получаетъ болѣе точныхъ разъясненій, то у многихъ можетъ установиться убѣжденіе, что эта теорія содержитъ нѣчто мистическое, непонятное.

По поводу этихъ пріемовъ я долженъ, однако, вообще высказать требованіе, что никогда не слѣдуетъ пытаться симулировать невозможныя доказательства. Слѣдовало бы, напротивъ, на простыхъ примѣрахъ, сообразно фактическому положенію дѣла, убѣдить ученика, а, если возможно, то заставить его самого придти къ тому, что именно эти положенія, основанныя на принципѣ перманентности, способны дать однообразный и удобный алгорифмъ, между тѣмъ, какъ при другихъ правилахъ всегда придется различать отдѣльные случаи. Конечно, при этомъ не нужно проявлять лишней поспѣшности, нужно дать ученику время освоиться съ тѣмъ внутреннимъ переворотомъ, который въ немъ совершается при этомъ познаніи. И въ то время, какъ ученику легко понять, что другія положенія нецѣлесообразны, необходимо настойчиво и безъ остатка выяснить ему, что чудесная сторона дѣла въ томъ именно и заключается, что дѣйствительно существуетъ общее и цѣлесообразное положеніе; онъ долженъ ясно понять, что существованія такой системы отнюдь нельзя было съ увѣренностью впередъ ожидать.

Этимъ я заканчиваю теорію отрицательныхъ чиселъ и обращусь къ ученію о дробяхъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

---

*) Tropfke—„Geschichte der Elementarmathematik“. 2 Bände, Leipzig, 1902/1903.

Въ настоящее время печатается также подъ редакціей привать-доцента И. Ю. Тимченко въ русскомъ переводѣ сочиненіе Ф. Кэджори „Исторія элементарной математики“.

Объ единствѣ вещества.

В. А. Гернета.

(Продолженіе).*

II.

Старые методы химическаго изслѣдованія оказались недостаточнымъ орудіемъ для рѣшенія вопросовъ о превращеніи элементовъ и объ единствѣ вещества: не смотря на всѣ усилія неутомимыхъ экспериментаторовъ на протяженіи тысячи лѣтъ, не удалось даже приблизиться къ рѣшенію этихъ задачъ. Физическая химія, развившаяся въ отдѣльную науку лишь въ послѣднія десятилѣтія XIX вѣка, дала новые методы изслѣдованія, а рядъ открытій, сдѣланныхъ въ послѣднія десятилѣтія минувшаго вѣка въ областяхъ физики и химіи, подготовилъ почву и намѣтилъ общій планъ работы для выясненія вопроса о строеніи вещества. Не описывая этихъ открытій,— они общеизвѣстны,— я лишь воспользуюсь нѣкоторыми выводами изъ нихъ, отчасти приподнимающими ту завѣсу, которая до послѣдняго времени скрывала отъ насъ тайны строенія вещества. Но прежде я позволю себѣ освѣжить въ памяти читателя нѣсколько хронологическихъ датъ, которыя,— мнѣ кажется,— довольно ярко рисуютъ общую картину интересующихъ насъ открытій.

Въ 1879—1880 гг. В. Круксъ, изслѣдуя электрическій разрядъ въ очень разрѣженныхъ газахъ, открылъ такъ называемые катодные лучи; это открытіе возбудило большой интересъ, и изслѣдованіемъ новыхъ лучей занялись наиболѣе выдающіеся физики.

Почти въ то же время (1881 г.) Гельмгольцъ на фарадеевскомъ чтеніи впервые заговорилъ объ единицѣ электрическаго заряда (электрическій зарядъ іона, около 10^{-20} въ абсолютныхъ электромагнитныхъ единицахъ), о той самой единицѣ, которая впослѣдствіи, по предложенію Джонстона Стоней, получила названіе электрона и легла въ основаніе электронной теоріи, играющей теперь такую видную роль.

Спустя 15 лѣтъ Рёнтгенъ совершенно случайно открываетъ такъ называемые x-лучи, испускаемые той частью круксовой трубки, на которую падаютъ катодные лучи. Любопытныя свойства этихъ лучей, ихъ способность проникать сквозь непрозрачныя для обыкновеннаго свѣта тѣла привлекаютъ къ нимъ общее вниманіе и возбуждаютъ новый интересъ къ круксовой трубкѣ и къ явленіямъ, въ ней и вокругъ нея происходящимъ.

Уже въ слѣдующемъ (1896) году Беккерель публикуетъ рядъ наблюденій надъ открытыми имъ невидимыми лучами, испускаемыми соединеніями урана; онъ доказываетъ, что эти лучи аналогичны лучамъ Рёнтгена, и что способность выдѣлять ихъ представляетъ спе-

**) См. „Вѣстникъ“ № 485—

цифическую особенность урановыхъ соединенiй, не зависящую отъ фосфоресценцiи; соли урана, сохраняемыя въ темнотѣ, все время даютъ такiе лучи безъ замѣтнаго ослабленiя ихъ интенсивности. Работы Беккереля привлекаютъ вниманiе г-жи Кюри, которая, при помощи своего мужа, занялась изслѣдованiемъ природныхъ урановыхъ соединенiй и которой удалось уже въ 1898 г. открыть радiй и полонiй и доказать радiоактивность торiя. Послѣднее открытiе было сдѣлано также Шмидтомъ независимо отъ Кюри. Въ слѣдующемъ году Дебирнъ открываетъ новый радiоактивный элементъ — актинiй.

Всѣ перечисленныя работы относились частью къ области теорiи электрическихъ явленiй, частью къ области изученiя лучедѣятельности и источниковъ новыхъ лучей. Между этими двумя областями скоро была обнаружена тѣсная связь. Почти всѣ новые лучи оказались потоками быстро несущихся частицъ, снабженныхъ электрическими зарядами.

Въ совершенно другой области работалъ Рамзай. Изслѣдуя сдѣланное лордомъ Релеемъ наблюденiе, что атмосферный азотъ тяжелѣе азота, полученнаго изъ химическихъ соединенiй, онъ въ 1894 г. открылъ новую составную часть воздуха — аргонъ, которая рѣзко отличалась отъ всѣхъ остальныхъ тогда извѣстныхъ веществъ своей неспособностью вступать въ какiя бы то ни было химическiя соединенiя. Въ поискахъ за природными соединенiями аргона онъ въ слѣдующемъ году получилъ изъ минерала клевеита гелiй, а изобрѣтенiе машинъ для сжиженiя большихъ количествъ воздуха, относящееся къ тому же времени, облегчило ему выдѣленiе изъ воздуха спутниковъ аргона: — неона, ксенона и криптона, сходныхъ съ нимъ по химическимъ свойствамъ. Почти 10 лѣтъ эти работы Рамзая и его сотрудниковъ оставались совершенно изолированными и казалось, что между ними и остальными перечисленными открытiями нѣтъ никакой связи.

Эта связь совершенно неожиданно обнаружилась, когда въ 1903 г. Рамзай опубликовалъ сдѣланное имъ совмѣстно съ Содди наблюденiе, что такъ называемая „эманацiя“ радiя самопроизвольно переходитъ въ гелiй. Это открытiе, подтвержденное затѣмъ многими другими изслѣдователями, явилось первымъ доказаннымъ и провѣреннымъ случаемъ превращенiя элементовъ, первымъ частнымъ рѣшенiемъ тысячелѣтней задачи.

Взгляды на строенiе вещества въ настоящее время не вполнѣ еще установились. Во всякомъ случаѣ старые атомы перестали быть атомами въ тѣсномъ смыслѣ этого слова и превратились въ сложныя системы болѣе мелкихъ частицъ, находящихся въ непрерывномъ и очень быстромъ движенiи и образующихъ, вѣроятно, нѣчто вродѣ нашей солнечной системы. Уже въ послѣднемъ изданiи „Основъ химiи“ Д. И. Менделѣевъ говоритъ *):

„Атомъ есть недѣлимое не въ геометрическомъ или абстрактномъ смыслѣ, а только въ реальномъ, физическомъ и химическомъ. А потому лучше было бы назвать атомы индивидуумами, недѣлимыми. Греческiй атомъ равенъ индивидууму на латинскомъ языкѣ — по

*) Стр. 157, изд. 7-е.

суммѣ и смыслу словъ, но исторически этимъ двумъ словамъ приданъ разный смыслъ. Индивидуумъ механически и геометрически дѣлимъ и только въ опредѣленномъ, реальномъ смыслѣ недѣлимъ. Земля, солнце, человѣкъ, муха суть индивидуумы, хотя геометрически дѣлимы. Такъ, атомы современныхъ естествоиспытателей, недѣлимые въ химическомъ смыслѣ, составляютъ тѣ единицы, съ которыми имѣютъ дѣло при разсмотрѣніи естественныхъ явленій вещества, подобно тому, какъ при разсмотрѣніи людскихъ отношеній человѣкъ есть недѣлимая единица, или какъ въ астрономіи единицею служатъ свѣтила — планеты, звѣзды“.

Если атомы дѣйствительно представляютъ скопленія мельчайшихъ движущихся пылинокъ, то невольно является вопросъ: откуда же ихъ необычайная прочность? Вѣдь никакія прокаливанія, никакіе химическіе процессы не въ силахъ разрушить атомъ, и атомный вѣсъ является во всѣхъ химическихъ явленіяхъ величиной безусловно постоянной. На этотъ вопросъ можетъ быть единственный отвѣтъ: прочность атома обусловливается чрезвычайной скоростью движенія составляющихъ его частичекъ. Извѣстно, что струя воды, падающая съ высоты 500 метровъ, т. е. имѣющая въ концѣ паденія скорость около 100 метровъ, не можетъ быть разрублена острой саблей: остріе отскакиваетъ отъ нея, какъ отъ стали, а скорость тѣхъ частичекъ, которыя носятся въ атомѣ, во много разъ больше. Она измѣряется десятками и сотнями тысячъ километровъ въ секунду.

Эти составныя части атомовъ вылетаютъ изъ катода круксовой трубки, выбрасываются раскаленными металлическими проволоками, радіемъ и другими радіоактивными веществами, а послѣднія наблюденія показали, что радіоактивность, хотя и въ очень слабой степени, является, если не общимъ свойствомъ тѣлъ, то свойствомъ во всякомъ случаѣ очень распространеннымъ. На главнѣйшихъ свойствахъ этихъ частицъ я позволю себѣ вкратцѣ остановиться.

Катодные лучи, состоящіе изъ заряженныхъ отрицательнымъ электричествомъ частичекъ, такъ называемыхъ электроновъ, быстро несущихся отъ катода по нормалямъ къ его поверхности, отклоняются какъ магнитнымъ, такъ и электрическимъ полемъ, перпендикулярнымъ къ поверхности лучей. Величина d отклоненія конца пучка катодныхъ лучей, длина котораго равна l, подъ вліяніемъ магнитнаго поля H можетъ быть измѣрена непосредственнымъ опытомъ. Съ другой стороны, если массу частички мы обозначимъ черезъ m, ея скорость черезъ v и зарядъ черезъ e, а ускореніе, которое она пріобрѣтаетъ подъ вліяніемъ магнитной силы, черезъ w, то во время t конецъ пучка катодныхъ лучей отклонится, очевидно, на разстояніе

$$d = {}^1/_2\, wt^2;$$

такъ какъ $t = l/v$, а w, какъ ускореніе, равно силѣ Hev, дѣленной на массу m, то

$$d = \frac{1}{2} \cdot \frac{Hev}{m} \left(\frac{l}{v}\right)^2 = \frac{Hel^2}{2mv} \cdot \qquad (1)$$

Величину d' отклоненія конца пучка катодныхъ лучей, длина котораго равна l', подъ вліяніемъ перпендикулярнаго къ направленію катодныхъ лучей электрическаго поля F, найдемъ такимъ же образомъ:

$$d' = \frac{1}{2} \cdot \frac{Fe}{m} \left(\frac{l'}{v}\right)^2 = \frac{Fel'^2}{2mv^2} \cdot \qquad (2)$$

Равенства (1) и (2) даютъ:

$$v = \frac{F}{H} \cdot \frac{l'^2}{l^2} \cdot \frac{d}{d'} \text{ и } \frac{e}{m} = 2 \frac{F}{H^2} \cdot \frac{l'^2}{l^4} \cdot \frac{d^2}{d'^2} \cdot$$

Отношеніе e/m, т. е. отношеніе заряда отдѣльнаго электрона въ потокѣ катодныхъ лучей къ его массѣ, оказывается постояннымъ, изъ какого бы вещества ни былъ сдѣланъ катодъ и какимъ бы газомъ ни была наполнена трубка; выраженное въ абсолютныхъ электро-магнитныхъ единицахъ, это отношеніе равно 1.7×10^7. Скорость полета электроновъ мѣняется въ зависимости отъ давленія газа въ трубкѣ. При наибольшихъ разрѣженіяхъ она достигаетъ $^1/_3$ скорости свѣта и можетъ падать до $^1/_{10}$ скорости свѣта.

Лучи, испускаемые солями радія, были ислѣдованы Рёдгефордомъ (Rutherford). Онъ нашелъ, что радій даетъ три рода лучей и обозначилъ ихъ черезъ α, β и γ. Лучи β во всемъ подобны катоднымъ лучамъ; они несутъ отрицательные заряды и для нихъ отношеніе e/m равно тому же отношенію для электроновъ круксовой трубки. Лучи α заряжены положительно и оказались сходными съ такъ называемыми „закатодными" лучами круксовой трубки; для нихъ отношеніе e/m значительно меньше (порядка 10^4). Лучи γ совершенно сходны съ лучами Рёнтгена.

Тѣло, заряженное отрицательно и помѣщенное въ воздухѣ или иномъ газѣ, будучи освѣщено ультра-фіолетовыми лучами, тотчасъ же начинаетъ терять свой зарядъ, несмотря на самое тщательное изолированіе. Это явленіе было открыто Гальваксомъ въ концѣ 80-ыхъ годовъ и изслѣдовано Риги, Столѣтовымъ и Дж. Дж. Томсономъ. Опыты Томсона показали, что отъ тѣла отдѣляются отрицательно заряженныя частички, для которыхъ e/m приближается къ тому же отношенію для лучей β и катодныхъ лучей, т. е. выражается величиной порядка 10^7.

Такое же отношеніе отрицательнаго заряда къ массѣ было найдено для частицъ, отдѣляющихся отъ отрицательнаго угля вольтовой дуги и отъ раскаленной и заряженной отрицательно угольной нити, помѣщенной въ атмосферѣ водорода.

Такимъ образомъ, различные атомы: атомы металловъ, изъ которыхъ сдѣланъ катодъ круксовой трубки, или атомы газа, въ ней содержащагося, атомы радія, торія, актинія и другихъ радіоактивныхъ веществъ, атомы угля — способны выдѣлять изъ себя при извѣстныхъ условіяхъ мельчайшія частицы, несущія отрицательные заряды и между собой, повидимому, совершенно тождественныя. Электроны можно поэтому считать однимъ изъ тѣхъ матеріаловъ, изъ которыхъ построены атомы, а, можетъ быть, и единственнымъ матеріаломъ.

Для опредѣленія массы электрона надо опредѣлить его зарядъ. Это было сдѣлано Дж. Дж. Томсономъ и Г. Вильсономъ на основаніи наблюденій надъ конденсаціей водяныхъ паровъ въ средѣ, гдѣ имѣются электроны, т. е. куда проникаютъ лучи β радія или другіе, имъ аналогичные. Извѣстно, что водяной паръ можетъ быть охлажденъ значительно ниже температуры, при которой онъ насыщаетъ пространство, при чемъ, если атмосфера не содержитъ пылинокъ, конденсація не наступаетъ, туманъ не образуется. Роль пылинокъ могутъ играть электроны, вокругъ которыхъ наступаетъ конденсація, и которые являются тогда центрами мельчайшихъ водяныхъ капелекъ. Охлажденіе пара, насыщающаго пространство, производится при помощи адіабатическаго расширенія его, а по скорости, съ какой образовавшіяся капельки осѣдаютъ на дно сосуда, можно вычислить вѣсъ капельки. Опредѣливши общій вѣсъ осѣвшей воды и раздѣливъ его на вѣсъ капли, найдемъ число образовавшихся капелекъ, а опредѣливъ общій зарядъ осѣвшей воды и раздѣливъ его на число капелекъ, найдемъ зарядъ отдѣльной капельки, т. е. того электрона, вокругъ котораго она образовалась. По этому методу Дж. Дж. Томсонъ впервые вычислилъ зарядъ электрона и нашелъ его равнымъ 3.8×10^{-10} абсолютныхъ электростатическихъ единицъ. Если надъ сосудомъ, гдѣ ведется опытъ, помѣстить тѣло, заряженное положительнымъ электричествомъ такимъ образомъ, чтобы его притяженіе удерживало капельки въ равновѣсіи, т. е. чтобы туманъ не осѣдалъ, то, очевидно,

$$F = ep,$$

гдѣ F — электрическая сила, e — зарядъ капельки, равный заряду электрона, и p — вѣсъ капельки, опредѣляемый по скорости ея осѣданія. По этому методу Г. Вильсонъ нашелъ для e значеніе 3.1×10^{-10} абсолютной электростатической единицы или 10^{-20} абсолютной электромагнитной единицы, а этотъ зарядъ равенъ заряду положительнаго электричества, который несетъ каждый іонъ водорода, каждый эквивалентъ металла при электролизѣ растворовъ; этотъ самый зарядъ Гельмгольцъ еще въ 1881 г. назвалъ „электрическимъ зарядомъ іона". Такъ какъ далѣе для водорода отношеніе заряда къ массѣ

$$\frac{e}{M} = 10^4,$$

то $M : m = 1.7 \times 10^7 : 10^4 = 1700$, т. е. масса электрона приблизительно въ 1700 разъ меньше массы атома водорода, т. е. „атомный вѣсъ" электрона равенъ приблизительно 0.00006, если только можно говорить объ атомномъ вѣсѣ электрона. Я дѣлаю послѣднюю оговорку, такъ какъ существуетъ мнѣніе, что матеріальность электроновъ является только кажущейся, и что электроны представляютъ не мельчайшія частички вещества, а частички электричества, атомы электрической энергіи. Дѣйствительно, движущееся электричество обладаетъ инерціей и въ этомъ отношеніи сходно съ массой. Если движется наэлектризованное тѣло, масса котораго равна m, а скорость v, то, какъ показываетъ теорія, кромѣ кинетической энергіи $\frac{1}{2}mv^2$, оно обладаетъ еще дополнительной энергіей, зависящей отъ скорости движенія тѣла, его формы, размѣровъ, величины заряда и отъ свойствъ среды, гдѣ происходитъ движеніе. Для шара радіуса r съ равномѣрно распредѣленнымъ на немъ зарядомъ e эта дополнительная энергія дается выраженіемъ

$$\frac{\mu e^2 v^2}{3r},$$

гдѣ μ есть магнитная проницаемость среды, въ которой происходитъ движеніе. Если представимъ себѣ электронъ въ видѣ заряда e, распредѣленнаго на поверхности нематеріальной сферы радіуса r, то приведенное выше выраженіе дастъ намъ весь запасъ энергіи несущагося со скоростью v электрона. Эта энергія можетъ быть превращена во всякую другую совершенно подобно тому, какъ превращается кинетическая энергія $\frac{1}{2}mv^2$ движущейся со скоростью v массы m. Въ этой аналогіи съ движущейся массой и заключается разгадка того, почему электроны производятъ впечатлѣніе матеріальныхъ частичекъ. То, что мы называемъ массой электрона, должно лишь удовлетворять условію

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{\mu e^2 v^2}{3r},$$

или

$$m = \frac{2}{3}\frac{\mu e^2}{r}. \qquad (3)$$

Эта формула справедлива, впрочемъ, лишь для случаевъ, когда v много меньше скорости свѣта.

Изъ равенства (3) имѣемъ:

$$r = \frac{2}{3}\mu\frac{e}{m}e,$$

а, такъ какъ величина μ близка къ единицѣ, e/m, какъ мы видѣли, порядка 10^7, а e порядка 10^{-20}, то величина r, т. е. радіусъ электрона, будетъ порядка 10^{-13}. Такъ какъ линейные размѣры матеріальныхъ атомовъ давно уже оцѣнены и выражаются числами порядка 10^{-8}, то радіусъ электрона приблизительно въ 100 000 разъ меньше радіуса матеріальнаго атома, а объемъ электрона во столько разъ меньше объема матеріальнаго атома, во сколько разъ объемъ земного шара меньше объема сферы, описанной радіусомъ, въ 5 разъ превышающимъ разстояніе отъ солнца до земли*). Такимъ образомъ, размѣры атома водорода вполнѣ достаточны, чтобы внутри его умѣстилась цѣлая солнечная система электроновъ.

Представляютъ ли электроны единственный матеріалъ, изъ котораго построены атомы вѣсомой матеріи, это, конечно, вопросъ откры-

*) „Электронная теорія“ И. Боргмана въ словарѣ Брокгауза.

тый и на него, мнѣ кажется, можно отвѣтить лишь тѣмъ, что намъ пока нѣтъ надобности допускать обратное, и что мы всегда успѣемъ это сдѣлать, если факты насъ къ тому принудятъ. Мы можетъ принять, что электрически нейтральные атомы представляютъ системы движущихся паръ положительныхъ и отрицательныхъ электроновъ, и что въ случаѣ выдѣленія изъ такого комплекса электроновъ одного отрицательнаго электрона у насъ остается положительно заряженный іонъ вродѣ тѣхъ, которые составляютъ α-лучи радія или закатодные лучи. Можемъ также вмѣстѣ съ Дж. Дж. Томсономъ распредѣлить отрицательные электроны внутри сферы положительнаго электричества. И въ томъ и въ другомъ случаѣ мы приходимъ къ выводу, что наши вѣсомые атомы представляютъ лишь устойчивую форму электрической энергіи, а такъ какъ вопросъ о взаимномъ превращеніи разныхъ формъ энергіи давно уже рѣшенъ экспериментально, то мы изъ приведеннаго выше положенія можемъ выбросить слово „электрической". Такимъ образомъ, тотъ дуализмъ,— матерія и энергія,— который составлялъ одну изъ элементарнѣйшихъ истинъ нашей науки, оказывается однимъ изъ крупнѣйшихъ заблужденій, а самые фундаментальные и общіе законы природы — законъ сохраненія вещества и законъ сохраненія энергіи — нуждаются въ новой формулировкѣ.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Коммиссія для выработки нормальнаго списка приборовъ физическаго кабинета средней школы.

При Физическомъ отдѣленіи Русскаго Физико-Химическаго Общества по инициативѣ нынѣшняго предсѣдателя отдѣленія и члена Ученаго Комитета Мин. Нар. Просв. профессора О. Д. Хвольсона организовалась коммиссія для выработки нормальнаго списка приборовъ физическаго кабинета средней школы.

Въ составъ коммиссіи вошли: А. П. Афанасьевъ, К. К. Баумгартъ, Б. П. Вейнбергъ, А. Н. Гиммельманъ, И. В. Глинка, А. А. Добіашъ (секретарь), Ф. Н. Индриксонъ, В. Л. Розенбергъ, С. И. Созоновъ, К. В. Фохтъ (товарищъ предсѣдателя) и О. Д. Хвольсонъ (предсѣдатель).

Коммиссія не ограничилась тѣмъ, что немедленно приступила къ выполненію конкретной, возложенной на нее задачи, но вмѣстѣ съ тѣмъ рѣшила приложить старанія возможно шире освѣтить примыкающіе къ этой задачѣ вопросы. Такъ, она приступила къ разработкѣ проекта организаціи образцовыхъ физическихъ кабинетовъ (подобный образцовый окружной физическій кабинетъ устроенъ въ Кіевѣ по инициативѣ попечителя Кіевскаго учебнаго округа профессора П. А. Зилова).

Будетъ заниматься коммиссія также вопросомъ о наилучшей постановкѣ практическихъ занятій по физикѣ, о преимуществахъ того или иного метода преподаванія физики и т. п.

„Естествознаніе и наглядное обученіе".

Международная коммиссія по преподаванію математики.

Организація русской делегаціи и ея воззваніе.

Въ мартовской книгѣ „Журнала Министерства Народнаго Просвѣщенія" помѣщено оффиціальное извѣщеніе объ организаціи Коммиссіи и о назначеніи русской делегаціи; именно, напечатанъ извѣстный уже читателямъ нашего журнала „предварительный докладъ объ организаціи Коммиссіи и общемъ планѣ ея работъ, изданный отъ имени Комитета Г. Феромъ, главнымъ секретаремъ Коммиссіи" *), за которымъ слѣдуетъ воззваніе русской делегаціи, о составѣ которой было сообщено въ предыдущемъ номерѣ „Вѣстника". Это воззваніе, любезно присланное намъ академикомъ Н. Я. Сонинымъ, мы помѣщаемъ ниже. „Предварительный докладъ" выпущенъ также делегаціей въ видѣ небольшой отдѣльной брошюры.

Редакція „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики", съ своей стороны, готова сдѣлать все возможное, чтобы содѣйствовать успѣху этого начинанія.

Воззваніе.

Въ январѣ 1909 г. президентъ Центральнаго Комитета проф. Клейнъ обратился отъ имени Комитета къ академику Н. Я. Сонину съ приглашеніемъ взять въ свои руки все дѣло, поскольку оно касается Россіи.

Сознавая всю трудность и обременительность поставленной международнымъ конгрессомъ математиковъ задачи, Н. Я. Сонинъ, въ виду особаго положенія, занимаемаго имъ въ центральномъ управленіи Министерства Народнаго Просвѣщенія по должности предсѣдателя Ученаго Комитета, равно какъ и приглашенные имъ къ участію въ делегаціи профессоръ математики въ С.-Петербургскомъ технологическомъ институтѣ Б. М. Кояловичъ и директоръ С.-Петербургскаго 2-го реальнаго училища К. В. Фохтъ, какъ члены Ученаго Комитета, признали себя нравственно обязанными посвятить свое время и трудъ наилучшему выполненію того, что выпадаетъ на долю Россіи въ международномъ предпріятіи.

Г. Министръ Народнаго Просвѣщенія утвердилъ трехъ названныхъ лицъ делегатами отъ Россіи въ составѣ международной комиссіи.

Объявляя объ этомъ, русскіе делегаты выражаютъ твердую увѣренность, что они встрѣтятъ энергичную и дѣятельную поддержку въ выполненіи лежащей на нихъ обязанности со стороны гг. профессоровъ и преподавателей математики и связанныхъ съ ней наукъ (механики, физики) въ учебныхъ заведеніяхъ различныхъ типовъ и вѣдомствъ.

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики", №№ 475—476.

Лица, желающія принять участіе въ составленіи докладовъ по намѣченнымъ въ предварительномъ докладѣ комиссіи вопросамъ, благоволятъ присылать свои заявленія на имя Н. Я. Сонина въ Ученый Комитетъ Министерства Народнаго Просвѣщенія (С.-Петербургъ, Офицерская, 39). Доклады могутъ быть составлены или прямо на одномъ изъ четырехъ принятыхъ на международномъ конгрессѣ языковъ, или на русскомъ языкѣ; въ послѣднемъ случаѣ на обязанности делегатовъ лежитъ озаботиться переводомъ ихъ на французскій или нѣмецкій языки.

ЗАДАЧИ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ", и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ", либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

№ 156. Даны прямая и окружность. Построить перпендикуляръ къ прямой такъ, чтобы отсѣкаемая имъ въ окружности хорда и часть его между окружностью и прямой были равны между собой.

В. Тюнинъ (Уфа).

№ 157. Доказать, что число

$$a^{2n} - b^{2n} - (a+b)$$

дѣлится на

$$ab\,(a+b),$$

если $a - b = 1$ и если a и b суть цѣлыя числа, а n — цѣлое положительное число *).

Б. Щиголевъ (Варшава).

№ 158. Даны уравненія

$$x^2 = y^2 + z^2$$

и

$$2\,(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) - x^4 - y^4 - z^4 = 4a^2,$$

гдѣ a — извѣстное число. Вычислить yz и истолковать геометрически условіе и рѣшеніе задачи.

С. Адамовичъ (Варшава).

---

*) Задача эта является обобщеніемъ задачи № 63 (5 сер.) (см. № 469 „Вѣстника").

№ 159. Рѣшить уравненіе четвертой степени

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0,$$

зная, что коэффиціенты его связаны условіемъ

$$p^2(p + q + r + s) + r^2 = 4s(p + q).$$

Въ частности, рѣшить уравненіе

$$x^4 + x^3 + x^2 + x - \frac{4}{7} = 0.$$

(Заимств.).

№ 160. Доказать тожество

$$\sqrt[4]{19 - 10\sqrt{2} + 4\sqrt{34 - 23\sqrt{2}}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}} + 1.$$

(Заимств.).

№ 161. На оконечности одного изъ плечъ вѣсовъ подвѣшенъ стеклянный шаръ, внѣшній объемъ котораго составляетъ 1500 куб. сантиметровъ и который уравновѣшенъ на оконечности другого плеча латунной гирей, вѣсящей въ пустотѣ 122 грамма. Вычислить силу, которая нарушитъ равновѣсіе прибора, если его помѣстить въ атмосферу, составленную изъ равныхъ объемовъ воздуха и свѣтильнаго газа. Удѣльный вѣсъ латуни = 8,5; вѣсъ одного куб. сантиметра воздуха = 1,3 миллиграмма; плотность свѣтильнаго газа = 0,6 (по отношенію къ воздуху). Предположено, что воздухъ и газовая смѣсь даны при 0° и давленіи въ 760 миллиметровъ.

(Заимств.).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 83 (5 сер.) *Пусть* G — *центръ тяжести треугольника* ABC, A′, B′, C′ — *точки, въ которыхъ медіаны треугольника встрѣчаютъ соотвѣтственно второй разъ описанную окружность,* a, b, c — *стороны треугольника. Доказать равенства:*

$$\frac{GA}{GA'} + \frac{GB}{GB'} + \frac{GC}{GC'} = 3;$$

$$\text{площ. } A'B'C' = \text{площ. } ABC \,.\, \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^3}{[2(b^2 + c^2) - a^2][2(c^2 + a^2) - b^2][2(a^2 + b^2) - c^2]}$$

(Заимств. изъ *Supplemento al Periodico di matematica*).

Называя средины сторонъ BC, CA, AB соотвѣтственно черезъ α, β, γ, медіаны треугольника — черезъ m_a, m_b, m_c, площадь треугольника черезъ S и замѣчая, что G есть точка встрѣчи медіанъ, находимъ, согласно съ общеизвѣстными формулами, относящимися къ теоріи медіанъ:

$$4m_a^2 = 2b^2 + 2c^2 - a^2, \quad 4m_b^2 = 2c^2 + 2a^2 - b^2, \quad 4m_c^2 = 2a^2 + 2b^2 - c^2; \quad (1)$$

$$GA = \frac{2}{3}m_a,\ G\alpha = \frac{1}{3}m_a;\ GB = \frac{2}{3}m_b,\ G\beta = \frac{1}{3}m_b;\ GC = \frac{2}{3}m_c,\ G\gamma = \frac{1}{3}m_c; \quad (2)$$

$$\text{площ. } BGC = \text{площ. } CGA = \text{площ. } AGB = \frac{1}{3}S. \quad (3)$$

По свойству хордъ, пересѣкающихся внутри круга, имѣемъ:

$$Aa \,.\, aA' = Ba \,.\, aC, \text{ или } m_a \,.\, aA' = \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{4},$$

откуда $aA' = \dfrac{a^2}{4m_a}$.

Слѣдовательно [см. (1), (2)],

$$GA' = Ga + aA' = \frac{1}{3}\, m_a + \frac{a^2}{4m_a} = \frac{4m_a{}^2 + 3a^2}{12m_a} = \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2}{12m_a} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{6m_a} \quad (4)$$

Изъ равенствъ (2), (4), (1) вытекаетъ:

$$\frac{GA}{GA'} = \frac{\frac{2}{3}\, m_a \,.\, 6m_a}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{4m_a{}^2}{a^2 + b^2 + c^2} = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{a^2 + b^2 + c^2},$$

и точно такъ же находимъ:

$$\frac{GB}{GB'} = \frac{2c^2 + 2a^2 - b^2}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad \frac{GC}{GC'} = \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{a^2 + b^2 + c^2}. \quad (5)$$

Слѣдовательно,

$$\frac{GA}{GA'} + \frac{GB}{GB'} + \frac{GC}{GC'} = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2 + 2c^2 + 2a^2 - b^2 + 2a^2 + 2b^2 - c^2}{a^2 + b^2 + c^2} =$$

$$= \frac{3a^2 + 3b^2 + 3c^2}{a^2 + b^2 + c^2} = 3.$$

Такъ какъ треугольники $B'GC'$ и BGC имѣютъ равные углы при вершинѣ G, то [см. (5)]

$$\frac{\text{площ. } B'GC'}{\text{площ. } BGC} = \frac{GB' \,.\, GC'}{GB \,.\, GC} = \frac{GB'}{GB} \cdot \frac{GC'}{GC} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2(c^2 + a^2) - b^2} \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2(a^2 + b^2) - c^2} =$$

$$= \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{4m_b{}^2 \,.\, 4m_c{}^2},$$

откуда [см. (3)]

$$\text{площ. } B'GC' = \frac{S}{3} \cdot \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{4m_b{}^2 \,.\, 4m_c{}^2}. \quad (6)$$

Подобнымъ же образомъ находимъ:

$$\text{площ. } C'GA' = \frac{S}{3} \cdot \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{4m_c{}^2 \,.\, 4m_a{}^2}, \quad (7)$$

$$\text{площ. } A'B'G = \frac{S}{3} \cdot \frac{(a^2 + b + c^2)^2}{4m_a{}^2 \,.\, 4m_b{}^2}. \quad (8)$$

Складывая почленно равенства (6), (7), (8), получимъ [см. (1)]:

$$\text{площ. } A'B'C' = \frac{S}{3} \cdot \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^2}{4m_a{}^2 \,.\, 4m_b{}^2 \,.\, 4m_c{}^2}\,(4m_a{}^2 + 4m_b{}^2 + 4m_c{}^2) =$$

$$= \frac{S \,.\, (a^2 + b^2 + c^2)^2\,(3a^2 + 3b^2 + 3c^2)}{3 \,.\, 4m_a{}^2 \,.\, 4m_b{}^2 \,.\, 4m_c{}^2}$$

$$= S \,.\, \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^3}{[2\,(b^2 + c^2) - a^2]\,[2\,(c^2 + a^2) - b^2]\,[2\,(a^2 + b^2) - c^2]}.$$

С. Кудинъ (Москва); *Н. С.* (Одесса).

№ 102 (5 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\sqrt[4]{41+x}-\sqrt[4]{41-x}=2.$$

(Заимств. изъ *Časopis*).

Возвышая обѣ части даннаго уравненія въ квадратъ и перенося членъ $\left[-2\sqrt[4]{(41+x)(41-x)}\right]$ во вторую часть, получимъ:

$$\sqrt{41+x}+\sqrt{41-x}=2\sqrt[4]{(41+x)(41-x)}+4.$$

Возвышая снова обѣ части въ квадратъ, имѣемъ:

$$41+x+2\sqrt{(41+x)(41-x)}+41-x=4\sqrt{(41+x)(41-x)}+$$

$$+16\sqrt[4]{(41+x)(41-x)}+16,$$

или, послѣ перенесенія всѣхъ членовъ во вторую часть, приведенія и раздѣленія обѣихъ частей на 2,

$$\sqrt{(41+x)(41-x)}+8\sqrt[4]{(41+x)(41-x)}-33=0. \quad (1)$$

Полагая

$$\sqrt[4]{(41+x)(41-x)}=y, \quad (2)$$

имѣемъ:

$$\sqrt{(41+x)(41-x)}=y^2,$$

откуда [см. (1)]

$$y^2+8y-33=0, \quad y_1=3, \quad y_2=-11.$$

Подставляя эти значенія y въ равенство (2), получимъ

$$\sqrt[4]{(41+x)(41-x)}=3 \quad \text{или} \quad \sqrt[4]{(41+x)(41-x)}=-11,$$

откуда

$$(41+x)(41-x)=3^4=81 \quad (3)$$

или

$$(41+x)(41-x)=(-11)^4=14641. \quad (4)$$

Изъ уравненія (3) находимъ:

$$41^2-x^2=1681-x^2=81,$$

откуда

$$x^2=1600, \text{ т. е. } x_1=40, \quad x_2=-40,$$

а изъ уравненія (4):

$$1681-x^2=14641, \; x^2=-12960=-36^2 . 10,$$

откуда

$$x_3=36i\sqrt{10}, \quad x_4=-36i\sqrt{10}, \quad \text{гдѣ } i=\sqrt{-1}.$$

Изъ четырехъ найденныхъ корней лишь $x_1=40$ удовлетворяетъ предложенному уравненію, если только условиться, какъ это обыкновенно дѣлаютъ, подъ x подразумѣвать вещественное число, а подъ корнемъ четвертой степени — его ариѳметическое значеніе.

С. Кудинъ (Москва); *Н. Ершовъ* (Торжокъ); *Г. Устюговъ* (Омскъ); *І. Ниссельбаумъ* (Пинскъ); *М. Ширвиндтъ* (Воронежъ); *К. Сухоцкій* (Варшава); *Р. Кузьминъ* (Витебскъ); *Г. Шестаковъ* (Витебскъ); *В. Рябовъ* (Павловскъ); *П. Безчеревныхъ* (Козловъ).

Поправка: Въ задачѣ № 100 въ № 474 вмѣсто „ .. отношеніе радіуса круга *описаннаго* къ радіусу круга *вписаннаго* ... “ слѣдуетъ читать „ ... отношеніе радіуса круга вписаннаго къ радіусу круга описаннаго ... “.

Книги и брошюры, поступившія въ редакцію.

О всѣхъ книгахъ, присланныхъ въ редакцію „Вѣстника“, подходящихъ подъ его программу и заслуживающихъ вниманія, будетъ данъ отзывъ.

D-r Gustave le Bon. *Возникновеніе и исчезновеніе матеріи.* Пер. съ французскаго Александръ Чайкель. Съ предисловіемъ и подъ редакціей проф. П. Копняева. Харьковъ. Изданіе книжн. магазина „Новаго Времени“ А. С. Суворина. 1909. Стр. 56.

Учебники и учебныя пособія подъ общимъ руководствомъ проф. *В. А. Фаусека.* **Ф. Тиссеранъ**, членъ Института, б. директоръ Парижской обсерваторіи и **А. Андуайе**, проф. Парижскаго факультета наукъ. *Космографія.* Переводъ съ французскаго, обработанный профессоромъ К. Посcе. Съ 167 чертежами въ текстѣ и 12 отдѣльными таблицами. СПБ. Изд. „Брокгаузъ-Ефронъ“. 1908. Стр. 391. Цѣна 2 р. 25 к.

Я. Липкинъ, преподаватель физики 1-й Варшавской мужской гимназіи *Періодическій законъ Д. И. Менделѣева.* Съ приложеніемъ краткой біографіи Д. И. Менделѣева и его таблицы элементовъ. Доходъ отъ продажи изданія поступитъ на сооруженіе памятника геніальному химику. Складъ брошюры: книжный магазинъ „Новое Время“. СПБ. Цѣна 30 коп. Варшава. 1907.

Международная Коммиссія по преподаванію математики. *Предварительный докладъ объ организаціи Коммиссіи и объ общемъ планѣ ея работъ,* изданный отъ имени Комитета **Г. Феромъ**, главнымъ секретаремъ Коммиссіи. Переведено и издано русской делегаціею съ одобренія Министерства Народнаго Просвѣщенія. С.-Петербургъ, 1909.

Ежегодникъ Русскаго Астрономическаго Общества (Астрономическія явленія) на 1909 г. Справочная книжка для любителей астрономіи. Изданъ подъ редакціей Секретаря Общества В. В. Ахматова. СПБ. 1909.

Moritz Pasch. *Grundlagen der Analysis.* Ausgearbeitet unter Mitwirkung von Clemens Thaer. Leipzig und Berlin. Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1908.

Felix Müller. *Führer durch die Mathematische Literatur.* Mit besonderer Berücksichtigung der historisch wichtigen Schriften. Leipzig und Berlin. Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1909.

W. Rouse Ball. Fellow and Tutor of Trinity College, Cambridge. *Récréations mathématiques et problèmes des temps anciens et modernes.* Deuxième édition française, traduite d'après la Quatrième édition anglaise et enrichie de nombreuses additions par I. Fitz-Patrick. Deuxième partie. Questions de géométrie—Questions de mécanique—Question diverses—Carrés magiques—Problèmes des tracés continus—Trois problèmes de géométrie. Equation du 3-e degré. Paris. Librairie Scientifique A. Hermann. 1908. Prix 5 francs.

Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ XXIII. № 3. **М Жиловой**. *Изслѣдованіе спектра звѣзды α Bootis* по спектрограммамъ, полученнымъ въ Пулковѣ въ 1906 году. СПБ. 1908. № 6. **М. А. Рыкачевъ**. *Сравненія психометра Асмана съ русскою будкою, съ французскою защитою и съ англійскою клѣткою.* СПБ. 1909.

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографія Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики

Выходитъ 24 раза въ годъ отдѣльными выпусками, не менѣе 24 стр. каждый.

подъ редакціей приватъ-доцента В. Ф. Кагана.

ПРОГРАММА ЖУРНАЛА: Оригинальныя и переводныя статьи изъ области физики и элементарной математики. Статьи, посвященныя вопросамъ преподаванія математики и физики. Опыты и приборы. Научная хроника. Разныя извѣстія. Математическія мелочи. Темы для сотрудниковъ. Задачи для рѣшенія. Рѣшенія предложенныхъ задачъ съ фамиліями рѣшившихъ. Упражненія для учениковъ. Задачи на премію. Библіографическій отдѣлъ: обзоръ спеціальныхъ журналовъ; замѣтки и рецензіи о новыхъ книгахъ.

Статьи составляются настолько популярно, насколько это возможно безъ ущерба для научной стороны дѣла.

Предыдущіе семестры были **рекомендованы**: Учен. Ком. Мин. Нар. Пр. для гимн. муж. и жен., реальн. уч., прогимн., город. уч., учит. инст. и семинарій; Главн. Воен.-Учебн. Зав.—для воен.-уч. заведеній; Учен. Ком. при Св. Синодѣ — для дух. семинарій и училищъ.

Пробный номеръ высылается БЕЗПЛАТНО по первому требованію.

Важнѣйшія статьи, помѣщенныя въ 1907-8 г.

Проф. *А. Клоссовскій.* Температура и давленіе въ болѣе высокихъ слояхъ атмосферы. — Проф. *А. Риги.* Атомныя измѣненія въ радіоактивныхъ тѣлахъ. — Проф. *І. Гейбергъ.* Новое сочиненіе Архимеда. — *Дм. Ефремовъ.* О четырехугольникахъ. — *Н. Элпидинскій.* Объемъ пирамиды. — Проф. *О. Леманъ.* Жидкіе кристаллы и теоріи жизни.—*С. Гирманъ.* Упрощенное обращеніе простыхъ правильныхъ дробей съ знаменателемъ 7 въ десятичныя дроби.—Лордъ Кельвинъ.—Проф. *А. Риги.* Объ электрической природѣ матеріи. — *С. Р.* Замѣтка по кинетической теоріи газовъ.—*А. Турчаниновъ.* Къ великой теоремѣ Ферма. — *Ованнесъ Навакатикянцъ.* Приложеніе одного алгебраическаго неравенства къ логариѳмамъ.—Проф. *Фёппль.* Задача о падающей кошкѣ. — Проф. *Пеши.* Задача изъ теоріи соединеній, поставленная лордомъ Кельвиномъ.—*А. Филипповъ.* Замѣтка объ именованныхъ числахъ.—Прив.-доц. *В. Каганъ.* Современная постановка задачи объ обосновании геометріи.—*П. С. Флоровъ.* Замѣтка о вычисленіи π.—Объ анодныхъ лучахъ.—Проф. *Дж. Дж. Томсонъ.* Корпускулярная теорія матеріи.—*Д. Л. Волковскій.* Къ исторіи Московскихъ Математическихъ обществъ.—*А. Турчаниновъ.* Къ вопросу о несуществованіи нечетныхъ совершенныхъ чиселъ.—*И. Я. Точидловскій.* Образованіе зародышевыхъ элементовъ тумана и облаковъ. — *А. Кирилловъ.* Къ геометріи треугольника. — Проф. *е А. Циммерманъ.* Объ объемѣ шара, шарового сегмента и шарового слоя.—*Т. Бон зенъ.* Реформа преподаванія элементарной математики.—*А. Турчаниновъ.* Нѣкоторыя теоремы о нечетныхъ совершенныхъ числахъ. — *Д. Крыжановскій.* Ученіе о температурѣ по Маху. — *Дм. Ефремовъ.* Нѣкоторыя свойства цѣлаго алгебраическаго многочлена 4-й степени.— Проф. *Г. Цезаро.* Новый выводъ формулъ сферической тригонометріи. — *Т. Леви-Чивита.* Объ электромагнитной массѣ.—*Л. Гюнтеръ.* Опредѣленіе разстояній солнца и луны отъ земли и ихъ параллаксовъ въ прежнія времена и теперь.— *А. Филипповъ.* О періодическихъ дробяхъ.

Условія подписки:

Подписная цѣна съ пересылкой: за годъ **6 руб.**, за полгода **3 руб**. Учителя и учительницы низшихъ училищъ и всѣ учащіеся, выписывающіе журналъ **непосредственно изъ конторы редакціи**, платятъ за годъ **4 руб.**, за полугодіе **2 руб**. Допускается разсрочка подписн. платы по соглаш. съ контор. редакціи. Книгопродавцамъ 5% уступка.

Журналъ за прошлые годы по 2 р. 50 к., а учащимся и книгопрод. по 2 р. за семестръ. **Отдѣльные номера** текущаго семестра по 30 коп., прошлыхъ семестровъ по 25 коп.

Адресъ для корреспонд.: **Одесса. Въ редакцію „Вѣстника Опытной Физики“.**