Обложка
ищется

Обложка
пщется

XXXIX Сем. № 1.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

№ 457.

Отъ редакціи.

Въ теченіе послѣднихъ трехъ лѣтъ вслѣдствіе причинъ, отъ редакціи, по большей части, независѣвшихъ, образовалось опозданіе въ выходѣ номеровъ журнала. Выпуская такимъ образомъ первый номеръ XXXIX семестра лишь во второй половинѣ марта, редакція принимаетъ настойчивыя мѣры къ тому, чтобы восполнить запозданіе и разсчитываетъ къ концу 1908 г. достигнуть своевременнаго выхода номеровъ журнала.

Съ текущаго года въ реальныхъ училищахъ въ старшемъ классѣ введено преподаваніе началъ высшаго анализа. Это побуждаетъ редакцію нѣсколько расширить программу журнала, именно, ввести въ нее также элементы высшей математики, — конечно, только тѣ элементы, которые соотвѣтствовали бы запросамъ преподаванія въ средней школѣ. Сообразно этому и въ числѣ задачъ для учащихся будутъ также предлагаться элементарныя задачи по аналитической геометріи, дифференціальному и интегральному исчисленію.

Современная постановка задачи объ обоснованiи геометрiи.

Приватъ-доцента *В. Кагана*.

Рѣчь, произнесенная при защитѣ диссертацiи*) на степень магистра чистой математики.

Около 3000 лѣтъ тому назадъ индусскiй математикъ Ганези впервые указалъ, что площадь круга равна площади прямоугольника, основанiемъ котораго служитъ полуокружность, а высотой—радiусъ этого круга. Въ подтвержденiе онъ приводитъ такой чертежъ. Кругъ раздѣленъ на 2 полукруга, каждый изъ которыхъ, въ свою очередь, раздѣленъ на 6 секторовъ. Эти секторы съ вытянутыми основанiями размѣщаются въ фигуру, напоминающую пилы. Если мы сдвинемъ эти двѣ пилы, то получимъ прямоугольникъ, о которомъ идетъ рѣчь. Надъ этимъ чертежомъ, вверху, помѣщено одно слово, долженствующее, очевидно, замѣнить то, что мы называемъ доказательствомъ,—долженствующее удостовѣрить правильность высказанной истины. Это слово гласитъ: „смотри". Это безхитростное аппеллированiе къ интуицiи, какъ единственному удостовѣренiю правильности высказанной истины, знаменуетъ, конечно, младенческое состоянiе геометрiи. Съ какимъ негодованiемъ отвергъ бы такую наивную аргументацiю не только современный математикъ, но и всякiй, кто обучался въ школѣ геометрiи.

Дѣйствительно, съ первыхъ же уроковъ ему твердили, что математика вообще, а геометрiя въ частности и въ особенности, есть наука дедуктивная; что истины свои, именуемыя теоремами, она доказываетъ, т. е. путемъ ряда умозаключенiй выводитъ ихъ изъ небольшого числа элементарныхъ истинъ, называемыхъ аксiомами, при пособiи опредѣленiй; ему твердили, что геометрiя признаетъ только строгiя доказательства, т. е. логически безупречныя, и если бы онъ высказалъ сомнѣнiе, нужно ли, въ самомъ дѣлѣ, доказывать такую ясную истину, что изъ точки, взятой на прямой можно къ ней возставить въ плоскости одинъ и только одинъ перпендикуляръ,—то это несомнѣнно вызвало бы строгое осужденiе со стороны учителя.

Преуспѣвалъ ли юноша въ математикѣ или нѣтъ, онъ оставляетъ школу съ одинаковымъ благоговѣнiемъ передъ строгой логикой геометрическихъ разсужденiй. И если онъ настолько любознателенъ, что склоненъ заглянуть также и въ книгу философскаго содержанiя, то глубокая вѣра въ неотразимую силу геометрической логики, привитая учебникомъ и учителемъ, укрѣпляется въ немъ философомъ. Здѣсь математика вообще, а геометрiя опять-таки въ частности и въ особенности, прiобрѣтаетъ совершенно исключительный ореолъ и, что для насъ особенно важно, — не столько по фактическому своему содержанiю, сколько по методамъ изслѣдованiя. На геометрiи выясняетъ, а часто и строитъ свои теорiи логика, на ней сосредоточены изслѣдованiя и со-

*) *В. Каганъ.* „Основанiя геометрiи". Часть I. Опытъ обоснованiя евклидовой геометрiи. Часть II. Историческiй очеркъ развитiя ученiя объ основанiяхъ геометрiи.

мнѣнія теоріи познанія, ея авторитетомъ нерѣдко прикрываетъ многія безсодержательныя разсужденія метафизика, которой у насъ еще гораздо больше, чѣмъ это принято думать.

Но при всей этой вѣрѣ въ безупречную силу геометрическаго метода, съ тѣхъ поръ, какъ греческій геній оторвалъ геометрію отъ узкихъ задачъ, которыя ей ставили египетскіе жрецы, и сдѣлалъ ее предметомъ свободнаго творчества, наиболѣе глубокіе мыслители всегда высказывали сомнѣнія—если не относительно фактической правильности геометрическихъ истинъ, то относительно убѣдительности геометрическихъ доказательствъ, какъ строго логическихъ выводовъ. „Я часто прихожу къ доказательствамъ", пишетъ, напримѣръ, Гауссъ, „которыя убѣдили бы всякаго другого; мнѣ же они не говорятъ ничего".

И дѣйствительно, достаточно лишь немного отрѣшиться отъ вкоренившейся вѣры въ безупречную строгость геометрическихъ доказательствъ, чтобы убѣдиться, что эти сомнѣнія имѣютъ подъ собой глубокія основанія.

Въ самомъ дѣлѣ, что такое логическій выводъ? Принимая извѣстную систему предложеній A, мы часто бываемъ вынуждены принять другія предложенія B, которыя *явно, непосредственно* въ системѣ A не содержатся. Въ такомъ случаѣ говорятъ, что предложенія B представляютъ собой выводъ изъ системы A, слѣдствіе этой системы. *Доказать* предложеніе B при помощи системы A—значитъ обнаружить, что, принимая систему предложеній A, мы *вынуждены*, въ силу законовъ нашего мышленія, принять предложеніе B. Если поэтому система A не дана, то требованіе доказать предложеніе B сводится къ слѣдующему: *показать*, что, *принимая неизвѣстно что, я вынужденъ принять предложеніе* B. При всей нелѣпости такого рода задачи трудно повѣрить, какъ часто человѣческая мысль, скажу больше, научная мысль замыкается въ этотъ ложный кругъ. Совершенно несомнѣнно, что современная геометрія, какъ система не интуитивная, а логическая,—представляетъ собой именно такого рода ложный кругъ.

Кто хочетъ въ этомъ убѣдиться, долженъ только спросить себя, гдѣ же та система предложеній A, изъ которыхъ мы должны выводить геометрическія истины. Эти предложенія съ давнихъ поръ назывались *аксіомами* или *постулатами*, хотя къ нимъ должны быть отнесены и опредѣленія. Гдѣ же та система аксіомъ, изъ которыхъ выводится наша геометрія? Въ нашихъ учебникахъ геометріи вы ихъ не найдете. Во всѣхъ руководствахъ указывается, *что* такое аксіома, утверждается, что вся геометрія развивается изъ небольшого числа такихъ аксіомъ; но списка аксіомъ мы не находимъ, всегда указано только нѣсколько аксіомъ въ качествѣ *примѣровъ*. Тѣ же учебники, которые пытаются дѣйствительно положить въ основу геометріи опредѣленную систему аксіомъ, обнаруживаютъ только слабое развитіе автора и полное отсутствіе знанія литературы. Непосвященному кажется поэтому, что причины такого страннаго положенія дѣлъ коренятся въ дидактическихъ задачахъ элементарнаго учебника,—что гдѣ-то тамъ, въ научной литературѣ, эти основныя посылки геометріи приведены, что только школьникамъ предлагается дѣлать выводы изъ того, что имъ неизвѣстно. И многіе, и при томъ лучшіе изъ этихъ юношей, приходя сюда въ университетъ, дѣйствительно настойчиво требуютъ, чтобы мы указали имъ сочиненія, въ которыхъ они найдутъ эти посылки элементарной геометріи, которыя раскроютъ передъ ними ту безупречную логическую дисциплину, о которой они такъ много слышали отъ учителя, учили въ учебникахъ, читали въ философскихъ сочиненіяхъ. И они уходятъ отъ насъ глубоко разочарованными, такихъ сочиненій мы имъ предложить не можемъ. Мы можемъ только, пожалуй, указать имъ небольшое число итальянскихъ и нѣмецкихъ мемуаровъ, относящихся къ послѣднему десятилѣтію и содержащихъ первыя попытки разрѣшить эту задачу. Къ этимъ мемуарамъ мнѣ придется еще возвратиться позже; покамѣстъ замѣчу только, что тѣ, которые рѣшаются въ нихъ заглянуть, обыкновенно оставляютъ ихъ съ поникшей головой; эти сочиненія, относящіяся къ основнымъ элементамъ науки, очень мало доступны.

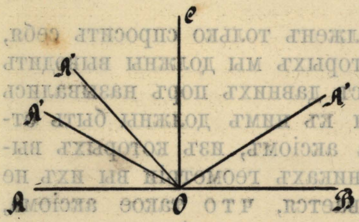
Такого же сочиненія, которое не только давало бы полную систему геометрическихъ аксіомъ, но фактически строго формально построило бы на нихъ систему геометріи, мы не имѣемъ и по сей день.

Но что же въ такомъ случаѣ представляютъ собой обычныя геометрическія доказательства?

Чтобы отвѣтить на этотъ вопросъ, мы разсмотримъ здѣсь одно изъ такихъ доказательствъ, заимствованное изъ наиболѣе распространеннаго у насъ учебника геометріи.

Рѣчь идетъ о теоремѣ, о которой я уже упоминалъ: и з ъ т о ч к и н а п р я м о й м о ж н о н а п л о с к о с т и в о з с т а в и т ь к ъ н е й о д и н ъ и т о л ь к о о д и н ъ п е р п е н д и к у л я р ъ. Вотъ какъ ведетъ доказательство этого предложенія г. Киселевъ.

Пусть АВ будетъ данная прямая, О точка на ней (фиг. 1). Нужно доказать, что изъ точки О въ плоскости чертежа можно провести одинъ и только одинъ перпендикуляръ. Предположимъ для этого, что лучъ ОА вращается, оставаясь въ плоскости чертежа, вокругъ точки О въ направленіи къ своему продолженію ОВ. Тогда онъ образуетъ съ начальнымъ своимъ положеніемъ углы АОА′, АОА′, АОА′..., которые сначала остаются меньше своихъ смежныхъ угловъ, а затѣмъ, по мѣрѣ того, какъ лучъ ОА приближается къ лучу ОВ, становятся больше своихъ смежныхъ угловъ. Итакъ, уголъ АОА′ сначала остается меньше своего смежнаго угла, а затѣмъ становится больше его. Въ промежуткѣ, слѣдовательно, будетъ моментъ, когда онъ будетъ равенъ своему смежному углу. Лучъ займетъ тогда положеніе ОС, перпендикулярное къ АВ. Въ слѣдующій моментъ уголъ сдѣлается уже больше смежнаго угла, а потому больше одного перпендикуляра быть не можетъ.



Фиг. 1.

Обращаясь къ анализу этого доказательства, замѣтимъ прежде всего, что основнымъ орудіемъ доказательства здѣсь служитъ движеніе. Но что такое движеніе?

Въ отвѣтъ на этотъ вопросъ я отнюдь не намѣренъ дѣлать попытку вводить васъ въ обширную область неясныхъ разсужденій, которыя предлагаютъ физіологи, психологи, метафизики,—область, въ которой, быть можетъ, только математики завоевали скромный, но прочный уголокъ. На это вѣдь не могъ разсчитывать и авторъ нашего руководства. Ясно, что на движеніе онъ смотритъ, какъ на нѣчто, дальнѣйшему поясненію не подлежащее: процессъ, усвоенный нами при помощи внѣшнихъ чувствъ, главнымъ образомъ, путемъ созерцанія, настолько отчетливо, что онъ сдѣлался однимъ изъ основныхъ элементовъ нашего сознанія. И противъ этого рѣшительно нельзя спорить, поскольку мы пользуемся этимъ процессомъ для нагляднаго поясненія нашей мысли или факта. Но если мы хотимъ воспользоваться движеніемъ, какъ орудіемъ дедукціи, логическаго вывода, то мы необходимо должны указать тѣ свойства движенія, которыя могутъ и будутъ служить посылками этого вывода, которыя въ данномъ случаѣ нужны геометру. И это не фикція; всѣ тѣ свойства движенія, которыя нужны геометріи, были позднѣе указаны Софусомъ Ли; но ихъ вы еще не найдете въ руководствахъ по геометріи; нѣтъ ихъ, конечно, и у нашего автора. Движеніе есть для него интуитивный процессъ, и, аппеллируя къ нему, онъ не имѣетъ мужества сказать намъ опредѣленно: „с м о т р и“.

Однако, прослѣдимъ это доказательство дальше. При движеніи луча OA уголъ AOA′ остается сначала меньше смежнаго угла A′OB, а затѣмъ, когда движущійся лучъ приближается къ OB, онъ становится больше его.

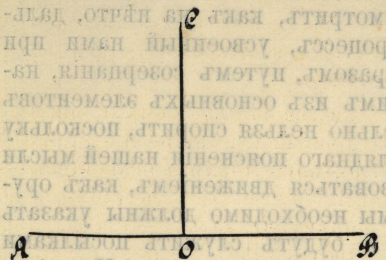
Почему, спросимъ мы. Но вѣдь это ясно, какъ Божій день; развѣ въ этомъ можно усомниться?

Конечно, г л а з у это совершенно ясно. Но гдѣ же тутъ логика? Гдѣ же тутъ выводъ, гдѣ геометрическая дедукція, гдѣ тѣ предпосланныя свойства этихъ угловъ и движенія, отъ которыхъ можно къ этому факту прійти путемъ умозаключенія? И эти свойства не фикціи. Если бы авторъ дѣйствительно хотѣлъ оставаться на почвѣ вывода, онъ долженъ былъ бы прежде всего указать, что вложено въ самыя понятія б о л ь ш е и м е н ь ш е, т. е. какими ихъ свойствами въ примѣненіи къ угламъ можетъ воспользоваться геометръ. Указать такія свойства пытались еще Больцано и Грассманъ; въ настоящее время это выполнено Шатуновскимъ и Гильбертомъ. Но старая геометрія, т. е., строго говоря, геометрія прошлаго десятилѣтія отъ этого далека, и нашъ авторъ, приводя свою тираду, молчаливо говоритъ намъ: „смотри“.

И вслѣдствіе того, читаемъ мы дальше, что уголъ AOA′ былъ сначала меньше смежнаго угла, а затѣмъ сталъ больше его, долженъ былъ быть промежуточный моментъ, когда уголъ AOA′ былъ равенъ своему смежному углу.

Но изъ чего, изъ какихъ предпосылокъ автора это слѣдуетъ? Въ надлежащей постановкѣ вопроса это дѣйствительно можно вывести изъ принципа непрерывности, какъ его установилъ Дедекиндъ; но этого, конечно, нѣтъ и не можетъ быть въ нашемъ руководствѣ.

Таково „строгое“ доказательство одного изъ важнѣйшихъ предложенiй геометрiи, такова сила „геометрической дедукцiи“. Это не слабое доказательство, здѣсь нѣтъ и слѣда доказательства; здѣсь нѣтъ даже и попытки произвести умозаключенiе, есть только одна интуицiя, есть только то, что древнiй писатель три тысячи лѣтъ тому назадъ просто выразилъ словомъ „смотри“. А если такъ, то не проще ли было отказаться отъ всякаго доказательства, нарисовать вотъ этотъ чертежъ (фиг. 2) и написать наверху правдивое слово Ганези.



Фиг. 2.

Можетъ показаться, что я выбралъ дурное руководство или подобралъ случайно неудачное доказательство. Но это не такъ. Книга, о которой идетъ рѣчь, все же представляетъ собой одно изъ лучшихъ сочиненiй этого рода. Если доказательство этого предложенiя не содержитъ никакого вывода, то въ другихъ доказательствахъ интуицiя уснащаетъ выводъ, дополняетъ его.

Но что же въ этомъ собственно худого? Что худого въ томъ, что геометръ въ своемъ изслѣдованiи и въ доказательствѣ руководствуется не только синтезомъ, но и интуицiей, глазомъ? Развѣ результаты оказались отъ этого менѣе достовѣрными? Развѣ геометрiя при этомъ не разрослась въ могучее зданiе, служащее фундаментомъ всѣхъ точныхъ наукъ и въ то же время гордо возвышающее свою главу надъ ними?

Да, это такъ; но задача науки заключается не только въ томъ, чтобы собирать матерiалъ, факты, которые при достаточномъ накопленiи часто забываются раньше, чѣмъ съ ними успѣли познакомиться. Задача науки заключается также въ томъ, чтобы объединить эти факты въ одну систему, чтобы указать внутреннюю связь между ними, чтобы установить такъ называемые принципы науки, т. е. тѣ факты, которые обусловливаютъ собой остальные; чтобы выяснить дѣйствительное содержанiе ея истинъ, не умаляя грубой интуицiей того, что въ нихъ содержится, и не присваивая имъ по традицiи того, что въ нихъ не вложено; чтобы отдать себѣ отчетъ въ каждомъ терминѣ, которымъ мы пользуемся, а не считать яснымъ все то, что мы привычно повторяемъ. Задача науки заключается, наконецъ, въ томъ, чтобы выяснить источникъ, изъ котораго мы черпаемъ ея истины; не тѣ, конечно, истины, которыя логически выводятся изъ другихъ и, слѣдовательно, въ этихъ послѣднихъ имѣютъ свой источникъ, а тѣ, которыя сами служатъ предпосылками остальныхъ, такъ называемыя основныя положенiя науки, въ геометрiи—ея аксiомы и опредѣленiя. Но для того, чтобы выяснить источникъ основныхъ положенiй науки, ихъ нужно знать, ихъ нужно установить.

Я не знаю, привелъ ли я достаточныя основанiя неустанныхъ стремленiй выяснить основныя посылки геометрiи и дѣйствительно претворить ее въ строго дедуктивную науку. Или, быть можетъ, я еще долженъ былъ сказать, что существуютъ стремленія, которыя сами себѣ довлѣютъ и, тая въ себѣ несознанныя, сокрытыя задачи, обезоруживаютъ противниковъ, a posteriori неожиданно раскрывая передъ ними широкіе горизонты.

Такъ или иначе, но стремленія обосновать геометрію не прекращались въ теченіе трехъ тысячъ лѣтъ ея существованія. Смѣнялись народы, культивировавшіе геометрію. Отъ египетскихъ жрецовъ она перешла къ греческимъ философамъ, развившимъ ее въ обширную науку; съ развалинъ греческой культуры она перешла къ арабамъ и ими вновь перенесена въ Европу—въ Италію и въ Испанію; ее культивировали нѣмецкіе монахи и французскіе ученые.

Мѣнялись методы математическаго изслѣдованія. Тонкій синтезъ греческихъ геометровъ нашелъ опору у арабскихъ аналистовъ; народилась тригонометрія, выросла алгебра, сложился анализъ безконечно—малыхъ—и всѣ эти методы и изслѣдованія нашли себѣ широкое примѣненіе въ геометріи. Была построена аналитическая геометрія, дифференціальная геометрія. И точно въ противовѣсъ этимъ алчнымъ стремленіямъ анализа народилась новая синтетическая геометрія, такъ называемая геометрія положенія.

Наконецъ, кореннымъ образомъ мѣнялись философскія воззрѣнія. На смѣну древнимъ умозрѣніямъ и средневѣковой метафизикѣ пришла позитивная философія, предъявлявшая метафизикѣ опредѣленныя положительныя требованія. И при всѣхъ этихъ метаморфозахъ, предъ лицомъ важнѣйшихъ задачъ, разрѣшенія которыхъ настойчиво и неотложно требовали другія науки,—математики не оставляли основъ геометріи и при томъ въ такой мѣрѣ, что я затрудняюсь назвать выдающагося геометра, который не отдалъ бы дани этому направленію.

Первыя попытки обосновать геометрію относятся къ глубокой древности. Гиппократъ Хіосскій написалъ уже въ этомъ направленіи цѣлое сочиненіе въ V вѣкѣ до Р. Х. Какъ объ этомъ, такъ и о другихъ сочиненіяхъ въ этомъ же направленіи мы имѣемъ только косвенныя свѣдѣнія, но глубокій знатокъ греческой геометріи Поль Таннери приходитъ къ заключенію, что это были уже глубоко продуманныя системы. Ни одно изъ этихъ сочиненій до насъ не дошло; всѣ они остались въ тѣни, а затѣмъ были вовсе забыты, когда появилось одно изъ замѣчательнѣйшихъ научныхъ произведеній, какое когда-либо было написано „*Εὐκλείδου στοιχεῖα*“—„Начала Евклида“.

Говорить здѣсь объ Евклидѣ подробно я, конечно, не могу. Кто читалъ эту великую книгу, кто умѣлъ понять тѣ трудности, преодолѣть которыя было необходимо ея автору, тотъ научился удивляться греческому мудрецу и генію народа, представителемъ котораго онъ явился.

Опираясь на труды своихъ предшественниковъ, Евклидъ создалъ замѣчательную геометрическую систему, которая оставила далеко за собой все, что было написано въ этомъ направленіи раньше, и конкуррировать съ которой не рѣшился ни одинъ изъ греческихъ геометровъ, жившихъ послѣ него. *Ὁ στοιχειωτής*—„Составитель Началъ“ сдѣлалось собственнымъ именемъ, подъ которымъ всѣ позднѣйшіе греческіе геометры разумѣли Евклида, а самыя „Начала“ сдѣлались учебникомъ, по которому въ теченіе двухъ тысячелѣтій учились геометріи юноши и взрослые; для математиковъ же эта книга сдѣлалась библіей, источникомъ откровенія.

Каждая изъ 12 книгъ „Началъ“ начинается рядомъ опредѣленій всѣхъ тѣхъ терминовъ, которые въ нихъ появляются; первой же книгѣ предпосланы постулаты *(αἰτήματα)* и аксіомы *(κοιναὶ ἔννοιαι)*. Далѣе слѣдуютъ одна за другой, безъ всякихъ связующихъ разсужденій теоремы съ ихъ доказательствами, со ссылками на предыдущія предложенія, постулаты и аксіомы.

Для Евклида нѣтъ мелочей; всѣ детали доказательствъ, необходимость которыхъ онъ умѣетъ предусмотрѣть, даже наиболѣе легкія, онъ излагаетъ съ тѣмъ же спокойствіемъ, съ какимъ его великій соотечественникъ Гомеръ описываетъ каждый шагъ своихъ героевъ—людей и боговъ.

При всей своей замѣчательной послѣдовательности система Евклида сугубо страдаетъ, конечно, тѣми недостатками, которыхъ, какъ я старался выяснить, не могутъ избѣгнуть и позднѣйшіе авторы; его опредѣленія основныхъ терминовъ расплывчаты и часто настолько безсодержательны, что онъ самъ не въ состояніи ими воспользоваться; его постулаты и аксіомы недостаточны для дѣйствительнаго синтетическаго развитія геометріи; его доказательства представляютъ собой систематическое сплетеніе интуиціи съ выводомъ.

Вскорѣ послѣ Евклида почти одновременно жили и творили три геометра, занимающіе, можно сказать, самое выдающееся мѣсто въ исторіи греческой математики. Это были Архимедъ, Эратосѳенъ и Аполоній. Трудами этихъ геніальныхъ людей геометрія была доведена до высокой степени совершенства. „Евклидъ, Архимедъ, Эратосѳенъ и Аполоній“, говоритъ Морицъ Канторъ, „довели математику до такой высоты, дальше которой старыми средствами ее невозможно было развивать. И не только выше нельзя было подняться, но и достигнутыя вершины науки были вскорѣ изслѣдованы во всѣхъ направленіяхъ. Оставалось вернуться обратно, осмотрѣться, разобраться въ частностяхъ того матеріала, мимо которыхъ проскользнули творцы науки, быстро взбираясь на ея крутизны“.

Съ этой именно эпохи начинается усиленное стремленіе къ обоснованію началъ геометріи; оно ослабѣвало въ періоды паденія общаго интереса къ наукѣ и крѣпло съ ея возрожденіемъ. Оно не прекращалось даже въ эпоху такой интенсивной творческой работы въ области математики, какой являются XVIII столѣтіе и начало XIX. Амперъ, Лейбницъ, Декартъ, Лагранжъ, Лежандръ, Фурье, Гауссъ, —всѣ размышляли объ основаніяхъ геометріи, стараясь, по выраженію Лобачевскаго, „пролить свѣтъ на тѣ темныя понятія, съ которыхъ, повторяя Евклида, начинаемъ мы геометрію“.

„Начала“ Евклида представляли собой ту канву, по которой разматывались эти разсужденія. Оставить его въ сторонѣ и попытаться построить геометрическую систему независимо отъ Евклида не рѣшился никто; его можно было только дополнять и комментировать.

Я не буду останавливаться на этихъ комментаріяхъ, растянувшихся на полтора тысячелѣтія. Они совершили необходимую кропотливую работу отрицательнаго характера. Они выяснили слабыя стороны Евклида, они разрушили легенду о логическомъ совершенствѣ его системы. Но критиковать легко, а творить неизмѣримо труднѣе; не только комментаторы Евклида, но даже Лежандръ, который черезъ два тысячелѣтія впервые вновь рѣшился написать „Начала" геометріи, не былъ въ состояніи внести въ эту систему коренныхъ улучшеній. Для этого нужно было занять совершенно новую позицію, которая еще не была завоевана.

Это завоеваніе неразрывно связано съ исторіей пятаго постулата въ „Началахъ" Евклида, который часто называютъ короче „аксіомой о параллельности".

Содержаніе этого постулата заключается въ слѣдующемъ: если двѣ прямыя, расположенныя въ одной плоскости, при пересѣченіи съ третьей образуютъ внутренніе односторонніе углы, сумма которыхъ не равна двумъ прямымъ, то съ той стороны, гдѣ эта сумма меньше двухъ прямыхъ, эти прямыя пересѣкаются.

Этотъ постулатъ неизмѣримо сложнѣе остальныхъ постулатовъ Евклида; онъ предполагаетъ уже извѣстныя знанія, онъ даже не усваивается сразу. Ему, правда, можно придать болѣе простую форму; большинство присутствующихъ, вѣроятно, знаетъ его въ той формѣ, въ какой онъ приведенъ въ „Началахъ" Лежандра: если изъ двухъ прямыхъ, расположенныхъ въ одной плоскости, одна перпендикулярна къ сѣкущей, а другая наклонна къ сѣкущей, то онѣ пересѣкаются со стороны остраго угла. Но и въ этой формѣ это далеко не та элементарная истина, какія мы привыкли называть а к с і о м а м и. А что, быть можетъ, важнѣе всего, надобность въ этой аксіомѣ появляется довольно поздно: у Евклида въ 29-й теоремѣ; фактически же ее можно было бы отодвинуть еще гораздо дальше, т. е. въ томъ только смыслѣ, что въ „Началахъ", кромѣ первыхъ 28 теоремъ, есть еще очень много предложеній, которыя могутъ быть доказаны безъ пособія V постулата. Геометрическій матеріалъ, такимъ образомъ, разбивается на двѣ части. Значительная часть этого матеріала совершенно не зависитъ отъ постулата о параллельныхъ, т. е. можетъ быть развита безъ этого постулата; затѣмъ появляется этотъ тяжеловѣсный постулатъ, за которымъ слѣдуетъ вторая часть, ни одна теорема которой не можетъ быть доказана безъ этого постулата. Сюда относится, напримѣръ, теорема о томъ, что сумма угловъ въ треугольникѣ равна $2d$, теорія пропорціональныхъ линій, теорія площадей и объемовъ.

Эта своеобразная роль, которую играетъ пятый постулатъ Евклида, и была причиной того, что явилось стремленіе доказать этотъ постулатъ, т. е. вывести его логически изъ остальныхъ постулатовъ. Трудно себѣ представить, сколько на это было затрачено силъ. Правда, доказательствомъ евклидова постулата занимались и по сей день занимаются многіе, не только не имѣющіе слѣда геометрическаго дарованія, но не имѣющіе даже серьезныхъ знаній. Но въ то же время отъ Птолемея до Лежандра врядъ ли можно назвать выдающагося геометра, который не испыталъ бы своихъ силъ на этой неблагодарной задачѣ, который не попытался бы завоевать эту неприступную крѣпость. Чтобы вы себѣ составили представленіе о томъ, въ какой мѣрѣ эта задача овладѣвала иногда геометромъ, позвольте привести вамъ письмо старика Больэ, друга Гаусса, извѣстнаго венгерскаго профессора, по сочиненіямъ котораго свыше полустолѣтія обучалась вся Венгрія. Это письмо Больэ написалъ своему геніальному сыну Іоанну, когда онъ узналъ что послѣдній также увлекся задачей о параллельныхъ линіяхъ.

„Молю тебя, не дѣлай только и ты попытокъ одолѣть теорію параллельныхъ линій; ты затратишь на это все свое время, а предложенія этого вы не докажете всѣ вмѣстѣ. Не пытайся одолѣть теорію параллельныхъ линій ни тѣмъ способомъ, который ты сообщаешь мнѣ, ни какимъ либо другимъ. Я изучилъ всѣ пути до конца; я не встрѣтилъ ни одной идеи, которой бы я не разрабатывалъ. Я прошелъ весь безпросвѣтный мракъ этой ночи, и всякій свѣточъ, всякую радость жизни я въ ней похоронилъ. Ради Бога, молю тебя, оставь эту матерію, страшись ея не меньше, нежели чувственныхъ увлеченій, потому что и она можетъ лишить тебя всего твоего времени, здоровья, покоя, всего счастья твоей жизни. Этотъ безпросвѣтный мракъ можетъ потопить тысячи ньютоновскихъ башенъ. Онъ никогда не прояснится на землѣ, и никогда несчастный родъ человѣческій не будетъ владѣть чѣмъ—либо совершеннымъ даже въ геометріи. Это большая и вѣчная рана въ моей душѣ“...

Этого довольно, письмо еще длинно и служитъ доказательствомъ того, что и родительскій совѣтъ тоже можетъ быть неправиленъ, ибо Іоанну удалось разсѣять этотъ мракъ въ теоріи параллельныхъ линій.

Но не въ томъ смыслѣ, чтобы онъ дѣйствительно доказалъ постулатъ Евклида. Всѣ предложенныя доказательства были неправильны; онѣ явно или неявно вводили другой постулатъ, равносильный доказываемому. Эти доказательства стали предметомъ спеціальныхъ изслѣдованій, которыя обнаружили, что ни одно изъ нихъ не выдерживаетъ серьезной критики.

„Многія идеи“, говоритъ І. Больэ, „какъ бы имѣютъ свою эпоху, во время которой онѣ открываются одновременно въ различныхъ мѣстахъ подобно тому, какъ фіалки весной произростаютъ всюду, гдѣ свѣтитъ солнце“.

Больэ даже не зналъ, въ какой мѣрѣ онъ былъ правъ. Вопросъ, представлявшій загадку въ теченіе тысячелѣтій, почти одновременно былъ разрѣшенъ, правда, не съ одинаковой полнотой, независимо цѣлымъ рядомъ геометровъ. Эти идеи смутно сознавали уже Саккери и Ламбертъ. Къ этимъ идеямъ пришелъ Гауссъ, всю жизнь размышлявшій надъ основами геометріи подъ сводами Геттингенской обсерваторіи; объ этихъ идеяхъ пишетъ Гауссу нѣкто Швейкартъ, юристъ изъ Магдебурга, состоявшій съ 1812 по 1817 г.г. профессоромъ права въ Харьковѣ; племянникъ послѣдняго Тауринусъ, безвременно погибшій талантливый юноша Вахтеръ; къ этимъ идеямъ пришелъ де-Тилли. Наконецъ, полное развитіе этихъ идей дали Іоаннъ Больэ и Лобачевскій, затратившіе на это всю свою жизнь, не зная другъ друга, не встрѣчая сочувствія ни съ чьей стороны.

Между тѣмъ это было одно изъ наиболѣе поразительныхъ завоеваній человѣческой мысли.

Точка отправленія у всѣхъ этихъ геометровъ одна и та же. Они имѣютъ въ виду доказать постулатъ отъ противнаго. Они исходятъ поэтому изъ предположенія, что это предложеніе несправедливо; иными словами, они принимаютъ, что перпендикуляръ и наклонная къ сѣкущей могутъ и не пересѣкаться. Цѣль изслѣдованія, какъ обыкновенно при доказательствахъ отъ противнаго, заключается въ томъ, чтобы, развивая слѣдствія такого допущенія, придти къ абсурду, т. е. къ явному противорѣчію съ предыдущими постулатами.

Однако, тонко разматывая выводы этого абсурднаго на первый взглядъ допущенія, Лобачевскій и Больэ къ такому противорѣчію не пришли. Т. е. они пришли къ разительному противорѣчію съ интуиціей, съ тѣмъ, что доступно глазу; но не было противорѣчія логическаго, не было противорѣчія съ остальными постулатами Евклида. Напротивъ, тонкій анализъ этихъ геніальныхъ людей нанизывалъ одинъ выводъ на другой, и, чѣмъ дальше шли эти выводы, тѣмъ глубже становилось убѣжденіе, что здѣсь противорѣчія вовсе нѣтъ; что возможна другая геометрія, отличная отъ нашей,—геометрія, которая принимаетъ всѣ остальные постулаты Евклида, а вмѣсто пятаго постулата—принимаетъ противоположное допущеніе. Какъ мы уже сказали, эта геометрія расходится съ интуиціей, съ тѣмъ, что мы видимъ: въ этой геометріи два перпендикуляра къ одной прямой на плоскости не остаются на равныхъ одинъ отъ другого разстояніяхъ, а безпредѣльно расходятся; въ этой геометріи нѣтъ подобныхъ фигуръ, сумма угловъ прямоугольнаго треугольника всегда меньше $2d$ и мѣняется отъ одного треугольника къ другому; и при всемъ томъ она поразительно стройна, она изъ себя разматываетъ свою своеобразную тригонометрію, а отсюда аналитическую и дифференціальную геометрію.

Чтобы дѣйствительно уяснить себѣ, что такое неевклидова геометрія, ее нужно изучить. Это поверхностное изложеніе въ публичной рѣчи имѣетъ только цѣлью лишній разъ обратить вниманіе на эти въ высшей степени замѣчательныя идеи; но для того, кто продѣлаетъ эту тонкую работу мысли, кто усвоитъ эту замѣчательную систему, для того это цѣлое міровоззрѣніе. „Изъ ничего“, писалъ Іоаннъ Больэ отцу, „я создалъ цѣлый міръ“.

Нужно было много таланта, чтобы этотъ міръ создать, нужно было еще больше смѣлости, чтобы раскрыть его людямъ, чтобы выступить публично съ этими идеями. Гауссъ не рѣшался на это въ теченіе цѣлой жизни, и только ближайшіе его друзья были посвящены въ странныя идеи великаго геометра относительно основъ геометріи. Онъ откровенно говоритъ въ своихъ письмахъ, что опасается крика Беотійцевъ, что осы, вѣковое гнѣздо которыхъ раззоряется, подымутся надъ его головой. А между тѣмъ только его авторитетъ и могъ преодолѣть вѣковые предразсудки. Но онъ этого не сдѣлалъ, напротивъ, всѣ мольбы Тауринуса и Іоанна Больэ не заставили его высказать печатно то, онъ писалъ объ ихъ сочиненіяхъ въ письмахъ. Не къ чести его должно быть сказано, что несомнѣнно по его винѣ эти талантливые люди преждевременно погибли для жизни и науки.

Первое печатное изложеніе „Новой геометріи" принадлежитъ Лобачевскому. 12 февраля 1826 г. онъ изложилъ ихъ въ засѣданіи физико-математическаго факультета Казанскаго университета, а въ 1829 г. опубликовалъ въ I томѣ „Записокъ" Казанскаго университета. Не понятый и осмѣянный, онъ не сжегъ своихъ работъ, какъ Тауринусъ, не ушелъ отъ людей, какъ Больэ. Онъ мужественно боролся за свои идеи цѣлую жизнь; онъ всесторонне ихъ разрабатывалъ и развилъ ихъ неизмѣримо глубже и детальнѣе, чѣмъ Больэ. Не встрѣтивъ ни единаго человѣка, который бы его понялъ, не говорю уже—оцѣнилъ, онъ, слѣпой, на краю могилы еще разъ продиктовалъ свое великое научное завѣщаніе.

То была великая трагедія человѣческой жизни, безкровный подвигъ ученаго.

Гауссъ скончался въ 1855 г. Въ слѣдующемъ году умерли Лобачевскій и Вольфгангъ Больэ, а въ 1860 г. сошелъ въ могилу и I. Больэ. Нѣсколько геніальныхъ людей, стоявшихъ впереди своего вѣка, сошли въ могилу, а ихъ замѣчательныя творенія были забыты.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Замѣтка о вычисленіи π.

П. С. Флорова.

Вслѣдствіе практической сложности пріемовъ, извѣстныхъ подъ названіемъ способа периметровъ и способа изопериметровъ, вычисленіе отношенія длины круга къ его діаметру въ средней школѣ не производится.

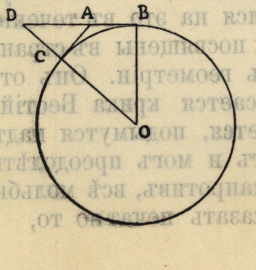
Между тѣмъ для учащихся полезно было бы самостоятельно вычислить π, хотя бы только съ точностью архимедова приближенія.

Въ виду этого представляется умѣстнымъ изложить простой способъ вычисленія числа π.

Въ основаніе такого вычисленія можно положить формулу:

$$P_n - P_{2n} = \frac{P_n P^2_{2n}}{16n^2R^2},$$

гдѣ R означаетъ радіусъ круга, а P_n и P_{2n} периметры правильныхъ описанныхъ многоугольниковъ о n и $2n$ сторонахъ.



Для доказательства предыдущей формулы обратимся къ чертежу.

Пусть A будетъ вершина правильнаго $2n$-угольника описаннаго около круга, радіусъ котораго

$$OB = OC = R.$$

Пусть AB и AC будутъ касательныя къ кругу изъ точки A и пусть D будетъ точка пересѣченія прямыхъ OC и AB.

Подобіе треугольниковъ OBD и ACD даетъ:

$$\frac{OD}{AD}=\frac{OB}{AC}=\frac{DB}{DC}.$$

Отсюда находимъ:

$$OD=\frac{AD\,.\,OB}{AC} \text{ и } DC=\frac{AC\,.\,DB}{OB}.$$

Составивъ разность, будемъ имѣть:

$$R=OD-DC=\frac{AD\,.\,OB}{AC}-\frac{AC\,.\,DB}{OB},$$

что можно представить въ видѣ:

$$\frac{R^2}{AC}-\frac{2R^2}{DB}=AC.$$

Произведя здѣсь подстановку по формуламъ:

$$2nDB=P_n \text{ и } 4nAC=P_{2n},$$

получимъ:

$$\frac{R^2}{P_{2n}}-\frac{R^2}{P_n}=\frac{P_{2n}}{16n^2},$$

что и требовалось доказать.

При $R=1$ имѣемъ:

$$\frac{1}{P_{2n}}-\frac{1}{P_n}=\frac{P_{2n}}{16n^2}. \qquad (1)$$

Перемѣнивъ здѣсь n на $2n$, найдемъ:

$$\frac{4}{P_{4n}}-\frac{4}{P_{2n}}=\frac{P_{4n}}{16n^2}. \qquad (2)$$

Такъ какъ $P_{4n}<P_{2n}$, то

$$\frac{4}{P_{4n}}-\frac{4}{P_{2n}}<\frac{1}{P_{2n}}-\frac{1}{P_n},$$

что можно представить въ такомъ видѣ:

$$\frac{4}{P_{2n}}-\frac{1}{P_n}>\frac{4}{P_{4n}}-\frac{1}{P_{2n}}.$$

Положивъ для краткости:

$$\frac{4}{P_{2n}} - \frac{1}{P_n} = 3A_n, \qquad (3)$$

будемъ имѣть:

$$A_n > A_{2n} > A_{4n} > \ldots .$$

Отсюда, принявъ во вниманіе, что при $k = \infty$

$$lim\,(3A_k) = lim\left(\frac{4}{P_{2k}} - \frac{1}{P_k}\right) = \frac{3}{2\pi},$$

найдемъ:

$$\frac{1}{2\pi} < A_n. \qquad (4)$$

Вычтя (1) изъ (2), на основаніи обозначенія (3), получимъ:

$$3(A_n - A_{2n}) = \frac{P_{2n} - P_{4n}}{16n^2}.$$

Отсюда по формулѣ:

$$P_{2n} - P_{4n} = \frac{P_{2n} P^2_{4n}}{4\,.\,16n^2}$$

найдемъ:

$$A_n - A_{2n} = \frac{P_{2n} P^2_{4n}}{3.4.16.16n^4}. \qquad (5)$$

Перемѣнивъ здѣсь n на $2n$, будемъ имѣть:

$$16(A_{2n} - A_{4n}) = \frac{P_{4n} P^2_{8n}}{3.4.16.16n^4}. \qquad (6)$$

Сравнивая правыя части равенствъ (5) и (6), находимъ:

$$P_{4n} P^2_{8n} < P_{2n} P^2_{4n}.$$

Слѣдовательно,

$$16(A_{2n} - A_{4n}) < A_n - A_{2n},$$

или

$$16A_{2n} - A_n < 16A_{4n} - A_{2n}.$$

Положивъ для краткости

$$16A_{2n} - A_n = 15B_n. \qquad (7)$$

будемъ имѣть:

$$B_n < B_{2n} < B_{4n} < \ldots.$$

Такъ какъ при $k = \infty$ предѣлъ A_k равняется $\frac{1}{2\pi}$, то

$$lim\,(15B_k) = lim\,(16A_{2k} - A_k) = \frac{15}{2\pi}.$$

Слѣдовательно,

$$B_n < \frac{1}{2\pi}. \tag{8}$$

Сопоставляя это неравенство съ неравенствомъ (4), находимъ:

$$B_n < \frac{1}{2\pi} < A_n. \tag{9}$$

Чтобы опредѣлить точность вычисленія $\frac{1}{2\pi}$ по этому неравенству, составимъ разность $A_n - B_n$. Формула (7) даетъ:

$$15(A_n - B_n) = 16(A_n - A_{2n}).$$

Отсюда на основаніи (5) получаемъ:

$$A_n - B_n = \frac{P_{2n}P^2_{4n}}{3.4.15.16n^4}.$$

Такъ какъ

$$P_4 = 8 \text{ и } P_6 = 4\sqrt{3}\text{, то}$$

$$P_{4n}P^2_{8n} < 8\,.\,48.$$

Поэтому

$$A_n - B_n < \frac{2}{3.5.n^4}.$$

Вслѣдствіе этого неравенство (9) приводится къ виду:

$$A_n - \frac{2}{3.5.n^4} < \frac{1}{2\pi} < A_n. \tag{10}$$

Примѣнимъ выведенную формулу къ случаю $n = 6$. Имѣемъ:

$$P_6 = 4\sqrt{3}, \quad P_{12} = 24(2 - \sqrt{3}).$$

Слѣдовательно,

$$3A_6 = \frac{4}{P_{12}} - \frac{1}{P_6} = \frac{4 + \sqrt{3}}{12}.$$

Вслѣдствіе этого изъ (10) находимъ:

$$\frac{4+\sqrt{3}}{18}-\frac{1}{4860}<\frac{1}{\pi}<\frac{4+\sqrt{3}}{18}.$$

Замѣчая теперь, что

$$0,3184<\frac{4+\sqrt{3}}{18}<0,3185$$

и

$$\frac{1}{4860}<0,0003,$$

получаемъ

$$0,3181<\frac{1}{\pi}<0,3185,$$

откуда

$$3,140<\pi<3,144\ ^{*}).$$

(Окончаніе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Безпроволочный телеграфъ системы Лепеля. Берлинскія газеты сообщаютъ о новой системѣ безпроволочнаго телеграфированія, съ непрерывнымъ токомъ, изобрѣтенной электротехникомъ Лепелемъ, продемонстрированной передъ представителями прусскаго почтово-телеграфнаго вѣдомства и ими вполнѣ одобренной. Со времени введенія въ дѣйствіе марконіевской системы специалисты въ теченіе 20 лѣтъ изыскивали всякіе способы къ устраненію ея крупныхъ дефектовъ (затруднительность концентраціи волнъ и оттого скрещеніе ихъ въ воздухѣ, слабая синтонизація аппаратовъ и т. п). Дефекты эти происходятъ отъ того, что аппараты Маркони даютъ электрическія волны прерывистыя, короткія, всѣ одинаковыя. А это въ свою очередь объясняется тѣмъ, что разрядныя искры Румкорфовой катушки, эти волны производящія, слишкомъ малочисленны—10,000 въ секунду—и слѣдуютъ одна за другой съ значительными промежутками, разряженія представляютъ рядъ одинъ другой смѣняющихъ толчковъ—взрывовъ. Токъ въ результатѣ получается слабый, медленный, а главное, прерывистый. Если и для телеграфированія такой токъ представляетъ громадныя неудобства, то для телефонированія, при которомъ, въ силу его спеціальныхъ требованій, волны обязательно должны быть сплошныя, непрерывныя, онъ совсѣмъ не годится. Но какъ получить такую волну? Путемъ замѣны въ марконіев-

*) Подобный пріемъ вычисленія π изложенъ авторомъ этой замѣтки въ его учебникѣ для реальныхъ училищъ: „Основанія анализа безконечно-малыхъ“.

скомъ аппаратѣ катушки вольтовой дугой англійскій электротехникъ Дуддель довелъ число колебаній волнъ до 50,000 въ секунду. Но этого оказалось слишкомъ недостаточно. Другой электротехникъ, датчанинъ Поульсенъ, пошелъ дальше. Онъ, во-первыхъ, помѣстилъ свѣтовую дугу въ атмосферѣ, насыщенной водородомъ, и, во-вторыхъ, угольному катоду противопоставилъ полный мѣдный анодъ; этими двумя приспособленіями онъ добился милліона разряженій въ секунду, т. е. того числа, которое необходимо для полученія непрерывнаго тока высокаго напряженія, а слѣдовательно, и электрическихъ волнъ любой длины. Наконецъ, уже послѣ Поульсена берлинская компанія безпроволочныхъ телеграфовъ путемъ новаго приспособленія—включенія въ аппаратъ вмѣсто одной 12 свѣтовыхъ дугъ—добилась еще лучшихъ результатовъ, чѣмъ Поульсенъ, такъ что оказалось возможнымъ не только безпрепятственно телеграфировать, но даже телефонировать на любыя разстоянія. Ни та, ни другая система до сихъ поръ, однако, не получила примѣненія: при всѣхъ ихъ достоинствахъ обѣ онѣ оказались на практикѣ неудобными, вслѣдствіе ихъ сложности, громоздкости и дороговизны. Аппаратъ Лепеля и придуманъ съ той цѣлью, чтобы, сохранивъ ихъ техническія достоинства, устранить ихъ недостатки. Такъ какъ Лепель не прибѣгаетъ ни къ водородной средѣ и ни къ какимъ-либо дугамъ, то его аппаратъ обходится, во-первыхъ, дешевле прежнихъ и, во-вторыхъ, легче и удобнѣе ихъ. Вышеупомянутые опыты, произведенные съ этимъ аппаратомъ въ январѣ между Рейникендорфомъ, подъ Берлиномъ и Брауншвейгомъ, дали хорошіе результаты. *П. Т. Ж.*

Безпроводный телеграфъ на Эйфелевой башнѣ. Чрезвычайная высота Эйфелевой башни должна была навести на мысль воспользоваться ею для безпроводнаго телеграфа. Спеціальныя башни на другихъ станціяхъ безпроводнаго телеграфа строились до сихъ поръ не выше 100 метровъ, при чемъ такая высота была достигнута только на станціи Науэнъ, гдѣ съ помощью примѣненія единственной въ своемъ родѣ конструкціи для поддержанія зонтообразной проволочной сѣти построена одна только башня, тогда какъ на другихъ извѣстныхъ станціяхъ большого района дѣйствія, какъ въ Польдгю, Норддейхѣ и др., построены четыре башни, или деревянныя мачты высотою въ 60—70 метровъ. Эйфелева же башня, имѣя 300 метровъ высоты, представляетъ въ этомъ отношеніи большое преимущество передъ всѣми другими станціями.

Въ появившемся недавно шестымъ изданіемъ сочиненіи І. Буланже и Ж. Ферье „Безпроводный телеграфъ и электрическія волны“ (La télégraphie sans fil et les ondes électriques) упомянуто, что на Эйфелевой башнѣ уже въ 1903 году была устроена временная станція большого района дѣйствія для цѣлей національной обороны. Эта станція располагаетъ энергіею въ 6—7 килоуаттовъ, заимствуемой отъ городской сѣти электрическаго освѣщенія; доставляемый перемѣнный токъ въ 220 вольтъ переводится на напряженіе въ 10000 вольтъ, передаваемое батареѣ конденсаторовъ изъ стеклянныхъ плитъ, уложенныхъ въ керосинѣ емкостью примѣрно въ 1—2 микрофарада. Станція помѣщается на укрѣпленной въ самой вершинѣ башни деревянной балкѣ, на подобіе судовой реи, и состоитъ изъ четырехъ проволокъ, соединенныхъ вверху.

у реи, спускаясь въ видѣ вѣера и заканчиваясь внизу въ укрѣпленныхъ въ землю канатахъ. Отъ нижняго конца каждой изъ этихъ четырехъ антенныхъ проволокъ отведены боковыя проволоки въ помѣщеніе станціи. Длина волнъ равняется 1800 метрамъ. Передаточные приборы находятся въ деревянномъ баракѣ, а въ другомъ такомъ же баракѣ помѣщаются пріемники. Оба барака стоятъ на Марсовомъ полѣ вблизи основанія башни, что̀, какъ уже неоднократно на это указывалось, не придаетъ красиваго вида окружающей обстановкѣ. При помощи этой временной станціи могутъ быть передаваемы телеграммы въ Бизерту (береговая станція въ Тунисѣ), чѣмъ, однако, еще не исчерпывается предѣлъ ея дѣйствія. Въ упомянутомъ сочиненіи сказано также, что станція Науэнъ можетъ безъ затрудненія сообщаться съ Эйфелевой башней; далѣе указывается на то, что станція, по окончаніи ея устройства, будетъ работать съ затратою энергіи въ 20 килоуаттовъ и что тогда можно разсчитывать на разстояніе въ 3000 километровъ. Насколько при этомъ ожидаютъ благопріятнаго результата отъ необычайной высоты антенны, можно заключить изъ того, что станція Польдгю, дѣйствіе которой простирается, правда, на 4000 клм., требуетъ, по прежнимъ сообщеніямъ, затраты энергіи въ 75 килоуаттовъ.

Въ началѣ, повидимому, опасались, что, вслѣдствіе большой высоты антенны, станція на Эйфелевой башнѣ при пріемѣ знаковъ въ особенно сильной степени будетъ подвержена мѣшающимъ атмосфернымъ вліяніямъ; однако, эти опасенія оказались неосновательными. Полученные до сихъ поръ благопріятные результаты даютъ поводъ заключить, что мощныя массы металла башни не оказывали вреднаго вліянія. Извѣстно, что электрическія волны безпрепятственно проходятъ чрезъ не проводящія или дурно проводящія электричество тѣла, тогда какъ во всѣхъ проводящихъ тѣлахъ, коихъ касаются электрическія волны, появляются перемѣнные токи, такъ что часть излучаемой сосѣднею антенной или приходящей съ отдаленной станціи энергіи поглощается этими тѣлами. Въ какой мѣрѣ происходитъ это поглощеніе, нужно полагать, зависитъ въ значительной степени отъ того, согласуются ли собственныя колебанія металлическихъ массъ, коихъ касаются волны, хотя приблизительно, съ числомъ періодовъ эфирныхъ волнъ; чѣмъ больше уклоненіе, т. е. чѣмъ больше диссонансъ между колебаніями, тѣмъ меньше бываетъ потеря энергіи. Къ сожалѣнію, неизвѣстно, были ли произведены на Эйфелевой башнѣ особые опыты въ этомъ направленіи. Результатъ такихъ испытаній могъ бы имѣть большое значеніе для разрѣшенія вопроса о томъ, насколько при пользованіи желѣзными башнями вмѣсто деревянныхъ башенъ или мачтъ для антеннъ слѣдуетъ считаться съ уменьшеніемъ района дѣйствія установки. Судя по практическимъ даннымъ, собраннымъ на Эйфелевой башнѣ и нѣкоторыхъ другихъ станціяхъ, можно предполагать, что желѣзныя поддержки антеннъ, представляющія какъ въ отношеніи устройства и содержанія, такъ и благодаря большей надежности и устойчивости значительныя преимущества, не ослабляютъ существенно электрическаго дѣйствія. Это, можетъ быть, объясняется тѣмъ, что для приведенія въ дѣйствіе пріемныхъ аппаратовъ требуется вообще чрезвычайно малая энергія.

Во всякомъ случаѣ Эйфелева башня, по высотѣ своей превышающая всѣ станціи другихъ странъ, и благодаря своему чрезвычайно благопріятному положенію является чрезвычайно важною центральною станціею для безпроводнаго телеграфа во Франціи. Находясь въ центрѣ страны, она обезпечиваетъ прежде всего независимое отъ внѣшнихъ вліяній сношеніе съ пограничными крѣпостями; на это обстоятельство неоднократно уже указывала французская печать, ссылаясь на вполнѣ удовлетворительные результаты опытовъ сообщенія между Эйфелевой башней и крѣпостью Верденъ. Затѣмъ, съ этой станціи можно будетъ сообщаться со всѣми береговыми станціями Франціи. До сихъ поръ во Франціи было, правда, для общественныхъ сношеній очень немного береговыхъ станцій: наиболѣе извѣстныя станціи были Квессанъ на одноименномъ островѣ, вблизи сѣверо-западнаго берега, сообщающаяся съ Брестомъ и поддерживающая также правильное сношеніе съ пароходами Гамбургско-Южноамериканской линіи, и станція Поркероль. Въ настоящее время, однако, предположено учредить новыя станціи для дальняго сообщенія въ Шербургѣ, Тулонѣ, Брестѣ, Бизертѣ и Оранѣ (или Алжирѣ) и меньшаго размѣра станціи въ Поантъ-де-ла-Кубръ и въ Аячіо. Наибольшее разстояніе этихъ станцій отъ Парижа не превышаетъ 1500 километровъ; такимъ образомъ будетъ возможно снабжать эту сѣть телеграммами отъ Эйфелевой башни и съ большихъ береговыхъ станцій получать также въ обмѣнъ свѣдѣнія въ Парижѣ. Вѣроятно, важная роль, которая такимъ образомъ выпадаетъ на долю станціи, и послужила поводомъ къ новому проекту замѣны упомянутыхъ выше деревянныхъ бараковъ передаточной и пріемной станціи новыми станціями, снабженными всѣми приспособленіями современной техники, подъ землею у подножія башни. Вмѣстѣ съ тѣмъ было бы устранено и неудобство недостаточнаго сохраненія въ настоящее время телеграфной тайны. Причина этого явленія заключается въ томъ, что при передачѣ со станціи искровые разряды производятъ во всей окрестности Эйфелевой башни ясно слышный шумъ, ритмованный соотвѣтственно знакамъ Морзе, такъ что живущіе по сосѣдству и знакомые съ этими знаками могутъ читать содержаніе передаваемаго. Съ устройствомъ новой подземной станціи это неудобство будетъ устранено, и высочайшее въ мірѣ строеніе будетъ приспособлено для новѣйшаго вида передачи свѣдѣній (Verkehrszeit. № 44—1907). *П. Т. Ж.*

РЕЦЕНЗІИ.

В. Маклашинъ. *Начальная физика. Курсъ женскихъ гимназій.* Учебникъ г. Маклашина имѣетъ большія достоинства. Общепринятые въ женскихъ гимназіяхъ учебники Краевича, Малинина являются сокращенными учебниками тѣхъ же авторовъ для мужскихъ гимназій. Они не представляютъ собою такой переработки курса физики, которая имѣла бы въ виду меньшую подготовленность ученицъ и меньшее количество учебныхъ часовъ, отведенныхъ физикѣ въ женскихъ гимназіяхъ. Книга г. Маклашина выгодно отличается тѣмъ, что она спеціально написана для женскихъ гимназій. Отличительной особенностью ея является доступность и въ особенности ясность изложенія; языкъ очень простъ; книга читается легко. Авторъ излагаетъ только наиболѣе существенные вопросы; доказательства, приводимыя имъ, всегда очень просты. Быть можетъ, вслѣдствіе этого является иногда нѣкоторый догматизмъ изложенія, такъ какъ авторъ, не желая дать не вполнѣ доступное доказательство, опускаетъ его совсѣмъ. Въ противоположность общепринятымъ учебникамъ, мелкій шрифтъ занимаетъ здѣсь очень мало мѣста. Весьма интереснымъ является отдѣлъ задачъ, отличающійся тѣмъ, что большинство задачъ очень легки. Болѣе трудныя и интересныя задачи разбираются авторомъ. Въ виду все болѣе распространяющагося среди преподавателей убѣжденія въ необходимости рѣшенія задачъ при прохожденіи курса физики, умѣло составленный и приспособленный къ подготовкѣ учениць отдѣлъ задачъ въ учебникѣ г. Маклашина имѣетъ большую цѣнность. Въ обработку курса физики и расположеніе матеріала авторъ ничего своего не вноситъ и слѣдуетъ общепринятымъ учебникамъ. Относительно формы изложенія съ внѣшней стороны можно замѣтить, что раздѣленіе только на отдѣлы (механика, жидкости, свѣтъ, звукъ и т. д.) нецѣлесообразно; слѣдуетъ ввести также раздѣленіе на главы.

Привожу замѣченные мною недостатки изложенія и неточности: на стр. 2 сказано: „измѣненію объема жидкія тѣла *точно такъ же*, какъ и твердыя, поддаются весьма мало“; это не точно; на стр. же 39 сказано совершенно правильно: „жидкія тѣла оказываютъ огромное сопротивленіе сжатію“. Невѣрно, что значеніе опыта заключается въ томъ, что „мы можемъ произвести его въ той обстановкѣ, которая наиболѣе удобна для этого“ (стр. 3). Характеризуя газы, авторъ ничего не говоритъ объ ихъ упругости (стр. 2). Говоря о дѣлимости, авторъ замѣчаетъ: „*въ природѣ* дѣленіе идетъ еще дальше“ (стр. 7). На стр. 8 сказано: „по принятой въ *физикѣ* гипотезѣ предполагаютъ, что существуютъ мельчайшія частицы, которыя уже дальше не дѣлимы, онѣ называются частицами или молекулами“. На стр. же 118 читаемъ: *нѣкоторыя* химическія явленія заставляютъ предположить, что молекула способна распадаться на части, еще болѣе мелкія, называемыя атомами“. Здѣсь или противорѣчіе, или противопоставленіе физики химіи, что также не можетъ быть оправдано. Далѣе читаемъ: „атомъ есть малѣйшее количество вещества, какое только можетъ быть, и далѣе уже ни дѣлиться, ни распадаться не можетъ“. Въ настоящее время при развивающейся электронной теоріи не слѣдуетъ говорить столь категорически о недѣлимости атомовъ. Выраженіе „застрѣваетъ“ (стр. 9) неудобно. Приведенная формулировка закона инерціи неполна (стр. 22). Законы относительнаго движенія и равенства дѣйствія и противодѣйствія (стр. 23—24) изложены, какъ и въ большинствѣ учебниковъ, неясно. Примѣръ, иллюстрирующій законъ относительнаго движенія, неудаченъ, а изложеніе третьяго закона Ньютона таково, что не устраняетъ неизбѣжнаго у учащихся вопроса: почему же есть „дѣйствіе“, разъ дѣйствіе и противодѣйствіе равны? Говоря о парѣ силъ (стр. 31), авторъ замѣчаетъ: „найти равнодѣйствующую вышеуказаннымъ способомъ нельзя“; но вѣдь вообще нѣтъ равнодѣйствующей пары силъ. Рис. 43 (стр.

45—Сегнерово колесо) слѣдуетъ замѣнить болѣе вѣрнымъ. Необходимо дать доказательство закона Архимеда (стр. 47) и для тѣлъ, имѣющихъ произвольную форму. Опытовъ съ воздушнымъ насосомъ (стр. 63) приведено слишкомъ мало (2). Авторъ считаетъ высоту атмосферы опредѣленной въ 200 верстъ (стр. 68). Опытъ опредѣленія теплоты кипѣнія посредствомъ наблюденія времени врядъ ли можетъ быть признанъ удовлетворительнымъ (стр. 100). На рис. 92 (стр. 102) разница между пониженіемъ воды и эфира въ трубкахъ изображена невѣрно. Выраженіе „перегрѣтые“ пары вмѣсто „ненасыщенные“ врядъ ли удачно (стр. 104). Необходимо указать на то, что объемъ аспиратора извѣстенъ (стр. 105). Слѣдуетъ помѣстить описаніе хотя бы одного гигрометра (стр. 107). Неясно описаніе паровой машины (стр. 109). На стр. 114 сказано: „химическія реакціи бываютъ двухъ родовъ: соединеніе и разложеніе“; на стр. же 127 читаемъ: „третій видъ химическихъ реакцій, называемый замѣщеніемъ“ (есть, какъ извѣстно, и четвертый видъ). На стр. 115 сказано: „при горѣніи къ горящему тѣлу присоединяется кислородъ“; это невѣрно, и авторъ самъ говоритъ на стр. 129: „нѣкоторыя простыя тѣла горятъ въ хлорѣ“. На стр. 122 сказано: „кислородъ соединяется почти со всѣми *тѣлами*“—вмѣсто „элементами“. Руды—соединенія металловъ не только съ кислородомъ (стр. 133). На стр. 152 авторъ говоритъ: „поэтому для большей наглядности введена въ науку гипотеза объ электрическихъ жидкостяхъ“. Авторъ напрасно избѣгаетъ термина потенціалъ (стр. 156). Слѣдуетъ помѣстить описаніе реостата (стр. 175). Перемѣщеніе фокуса въ связи съ перемѣщеніемъ свѣтящейся точки изложено слишкомъ конспективно (стр. 339). Изложеніе процесса фотографированія непонятно (стр. 245). Неудачно выраженіе: „глазъ состоитъ изъ глазного яблока“ (стр. 246). Вмѣсто термина „резонансъ“ авторъ вводитъ неудачное обозначеніе „отзывчивость“ (стр. 285). Неясно и непонятно изложено понятіе о потенціальной энергіи (стр. 314).

М. Л.

Бруэръ. *Обыденныя явленія природы и жизни. Путеводитель къ научному познанію (въ вопросахъ и отвѣтахъ).* Самую идею составить „путеводитель къ научному познанію“ въ вопросахъ и отвѣтахъ слѣдуетъ признать совершенно неудачной. Трудно представить себѣ что-либо болѣе скучное, чѣмъ безпрерывное чтеніе „почему“ и „потому“. Составить представленіе о чемъ-либо цѣльномъ даже въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ разсматриваются явленія, очень близкія другъ къ другу, трудно, такъ какъ форма изложенія безпрерывно разрушаетъ готовыя установиться ассоціаціи. Посмотримъ теперь, какъ авторъ осуществилъ свою задачу. Подъ „обыденными явленіями природы и жизни“ авторъ понимаетъ почти только явленія изъ физики, химіи и метеорологіи. Почему онъ такъ сузилъ свою задачу, непонятно. Чуть ли не главная цѣль книги заключается въ томъ, чтобы умѣть отвѣтить дѣтямъ на вопросы, съ которыми они обыкновенно обращаются къ взрослымъ. Непонятно, однако, почему ребенокъ будетъ больше интересоваться различными дѣйствіями теплоты и электричества, явленіями свѣта и звука, чѣмъ вопросами, касающимися собственной жизни или окружающей его живой природы. Съ другой стороны, трудно, конечно, найти „обыденные“

явленія въ указанныхъ областяхъ науки, которыя наполнили бы книгу въ 300 страницъ. Неудивительно поэтому, что, по крайней мѣрѣ, половина вопросовъ такова, что никакому ребенку не придетъ въ голову задавать ихъ. Возьмемъ нѣсколько примѣровъ. Всегда ли химическія реакціи сопровождаются выдѣленіемъ тепла? (стр. 23). Почему въ разрѣженномъ состояніи воздухъ медленнѣе притекаетъ къ огню? (стр. 35). Почему сосудъ съ водой, помѣщенный въ другомъ сосудѣ, наполненномъ водою, никогда не закипаетъ? (стр. 84). Почему оцинкованный рефлекторъ дѣйствуетъ хуже, если его разрисовать? (стр. 131) и т. д. Эти примѣры приведены только для иллюстраціи; нужно прочитать одну-двѣ любыхъ страницы, чтобы убѣдиться въ недоступности огромнаго количества вопросовъ для ребенка. Однако, посмотримъ, не можетъ ли ребенокъ научиться „научному познанію" по разсматриваемой книгѣ, не раскрываютъ-ли „вопросы и отвѣты" автора предъ нимъ громаднаго количества явленій? Авторъ говоритъ въ предисловіи, что отвѣты даются „такимъ легкимъ языкомъ, чтобы ребенокъ могъ понять". Приведемъ, опять-таки только для иллюстраціи, нѣсколько примѣровъ „легкаго языка", выбирая при этомъ оригинальные отвѣты. Вопр. Что такое громъ? Отв. Перекаты звуковъ, произведенныхъ послѣдовательными разряженіями электричествъ (стр. 4). В. Почему во время грозы скисаетъ молоко? Отв. Потому что молнія производитъ измѣненія въ электрическомъ состояніи молока, вслѣдствіе чего сложное органическое вещество разлагается и становится кислымъ (стр. 17). В. Почему дерево не расплавляется на огнѣ, а сгораетъ? Отв. Потому что огонь разлагаетъ его на газъ, дымъ и пепелъ, и эти различныя составныя части разъединяются другъ отъ друга и соединяются съ кислородомъ (стр. 87) и т. д. Посмотримъ, однако, не можетъ-ли книга служить „и для лицъ болѣе зрѣлаго возраста", такъ какъ авторъ для этой цѣли „не щадилъ ни издержекъ ни трудовъ". Съ этой точки зрѣнія нужно замѣтить, что очень многіе отвѣты знакомы взрослому мало-мальски образованному человѣку. Кромѣ того, очень часто (не съ педагогической-ли цѣлью?) повторяются одни и тѣ-же отвѣты на почти одинаковые вопросы. Напр. В. Почему опасно во время грозы стоять въ толпѣ? Почему большое стадо овецъ находится въ большей опасности отъ грозы, чѣмъ малое? Отвѣтъ одинъ и тотъ-же (стр. 13-14. См. также стр. 34-35, 121, 140 и др.).

Перейдемъ, однако, къ наиболѣе важному вопросу. Авторъ претендуетъ на то, что его отвѣты „не удаляются отъ науки", что онъ слѣдовалъ указаніямъ „лучшихъ современныхъ авторовъ". Онъ не указываетъ, кто такіе эти авторы, и не удивительно, такъ какъ трудно представить себѣ человѣка, сколько-нибудь причастнаго къ наукѣ, котораго не возмутили бы многіе изъ приводимыхъ въ книгѣ отвѣтовъ. Въ виду важности вопроса позволю себѣ привести нѣсколько большее количество примѣровъ, хотя, конечно, всѣхъ исчерпать невозможно. Какъ называется токъ тепла отъ теплаго тѣла къ холодному? Теплородомъ. Такъ называется дѣятель, производящій ощущеніе тепла (стр. 1). Свѣтильный газъ состоитъ изъ соединенія углерода съ водородомъ (стр. 25). Зачѣмъ (sic!) такъ много азота въ воздухѣ? (стр. 27). Сода, поташъ и аммоній суть щелочи (стр. 32). Что такое свѣтъ? Неизвѣстная причина, производящая ощущеніе зрѣнія (стр. 33). Внѣшній воздухъ болѣе густой, чѣмъ комнатный (стр. 36). Газъ, выдѣляющійся при горѣніи изъ топлива, называется углеводородомъ (стр. 50). Что такое капиллярные сосуды? Сосуды, подобные волосамъ, проходящіе сквозь все тѣло (стр. 57). Теплота огня отталкиваетъ частицы воздуха другъ отъ друга и заставляетъ ихъ занимать большій объемъ, чѣмъ раньше (стр. 73). Паромъ называется упругая воздухообразная жидкость (стр. 77). Поглощеніе тепла есть всасываніе его, подобно тому, какъ губка всасываетъ воду (стр. 128). Газъ есть постоянная упругая жидкость, похожая на воздухъ (стр. 158). Листья получаютъ кислородъ изъ угольной кислоты, поглощаемой корнями изъ почвы (стр. 162). Частица спирта—$C_4O_2H_6$ (вмѣсто C_2H_6O), сахара—$C_{12}H_{12}O_{12}$ (вмѣсто $C_{12}H_{22}O_{11}$), (стр. 182). Целлюлозою называется вещество, изъ котораго состоятъ клѣтки дерева (стр. 186). Вода есть жидкость, потому что частицы воды подвижны отъ дѣйствія скрытой теплоты воды (стр. 229). Когда температура воды понижается ниже 0° R, она не можетъ оставаться въ жидкомъ состояніи (стр. 234). И. т. д., и т. д. Недостатокъ мѣста не позволяетъ, конечно, привести всѣхъ нелѣпостей съ научной точки зрѣнія, встрѣчающихся въ книгѣ, но и приведенныхъ достаточно, чтобы согласиться съ тѣмъ, что нельзя слишкомъ мало предостеречь противъ вреда разбираемой книги. Замѣтимъ также, что авторъ считаетъ нужнымъ объяснять „мудростью Божіей“ многія явленія, напр., одежду птицъ и животныхъ, дурную теплопроводность воздуха, хорошую лучеиспускательную способность листьевъ, смѣну вѣтровъ и др. (стр. 15, 111, 120, 121, 122, 143, 144, 145, 163, 207, 209, 236, 240). Непонятно, почему „мудрость Божія“ не прилагается къ объясненію всѣхъ явленій.

М. Л.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакція проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“, и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакція не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакція проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 1 (5 сер.). Построить треугольникъ ABC, если данъ одинъ изъ его угловъ, а на одной изъ сторонъ даны положенія основаній высоты, внутренней биссектрисы и медіаны.

Е. Григорьевъ (Казань).

№ 2 (5 сер.). Рѣшить систему уравненій:

$$x^3+y^3=1,$$
$$x^4+y^4=1.$$

Г. Оганянцъ (Москва).

№ 3 (5 сер.). Доказать, что числовое значенiе полинома

$$m^m - \frac{m}{1}(z-1)^m + \frac{m(m-1)}{1 \cdot 2}(z-2)^m + \ldots + (-1)^{m-1}\frac{m}{1}(z-m+1)^m +$$
$$+ (-1)^m (z-m)^m$$

не зависитъ отъ величины z.

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

№ 4 (5 сер.). Доказать, что всегда можно опредѣлить два положительныхъ числа A и A_1 такъ, чтобы выполнялось неравенство

$$Ax + A_1 lg\frac{1}{x} > m,$$

гдѣ m и b данныя положительныя числа, при чемъ $b > 1$, для всякаго значенiя x, лежащаго въ промежуткѣ

$$0 < x < 1.$$

Н. С. (Одесса).

№ 5 (5 сер.). Пусть z и z' — два комплексныхъ количества. Доказать справедливость тожества

$$mod(z) + mod(z') = mod\left(\frac{z+z'}{2} + n\right) + mod\left(\frac{z+z'}{2} - n\right),$$

гдѣ

$$n = \sqrt{zz'}.$$

(Заимств.)

№ 6 (5 сер.). Три наклонныя плоскости α, β, γ образуютъ грани полой трехгранной призмы, ребра которой параллельны горизонту, при чемъ ребро, образуемое плоскостями β и γ лежитъ либо выше обоихъ, либо ниже обоихъ остальныхъ реберъ призмы. Дано, что матерiальная тяжелая точка, свободно скользя по плоскостямъ β и γ безъ тренiя, проходитъ каждую изъ нихъ за одно и то же данное время t. Кромѣ того, дана длина l наклонной плоскости γ. Опредѣлить время, за которое тяжелая матерiальная точка проходитъ плоскость α, двигаясь по ней безъ тренiя и безъ начальной скорости.

Л. Ямпольскiй (Одесса).

Редакторъ приватъ-доцентъ **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Типографiя Акц. Южно-Русскаго Об-ва Печатнаго Дѣла. Пушкинская, № 18.

Обложка
ищется

Обложка
ищется