

Обложка
щется

Обложка
щется

Вѣстникъ Опытной Физики

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№№ 407—408.

Содержаніе: Вертящийся волчокъ. Публичный докладъ, прочитанный въ засѣданіи „Британской Ассоціаціи“ въ Лидсѣ (Окончаніе). Проф. Джона Перри. — Современный кризисъ математической физики. Пуанкаре. Переводъ *И. Л.* — Опыты и приборы: Изъ: „Zeitschrift für den Physicalischen und Chemischen Unterricht“. В. Лермантова. — Разныя извѣстія: Рудольфъ Липшицъ. Торжество освященія физическаго института въ Геттингенскомъ университетѣ. Вліяетъ ли температура на вѣсъ тѣлъ? — Рецензіи: Уроки экспериментальной и практической геометріи. Галль и Стефенсъ. Легкія графики. Галль. В. Лермантова. — Задачи для учащихся, №№ 701—706 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 600, 601, 608. — Содержаніе „Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики“ за XXXIV семестръ. — Объявленія.

ВЕРТЯЩІЙСЯ ВОЛЧОКЪ.

Публичный докладъ, прочитанный въ засѣданіи
„Британской Ассоціаціи“ въ Лидсѣ.

Проф. Джона Перри.

(Окончаніе *).

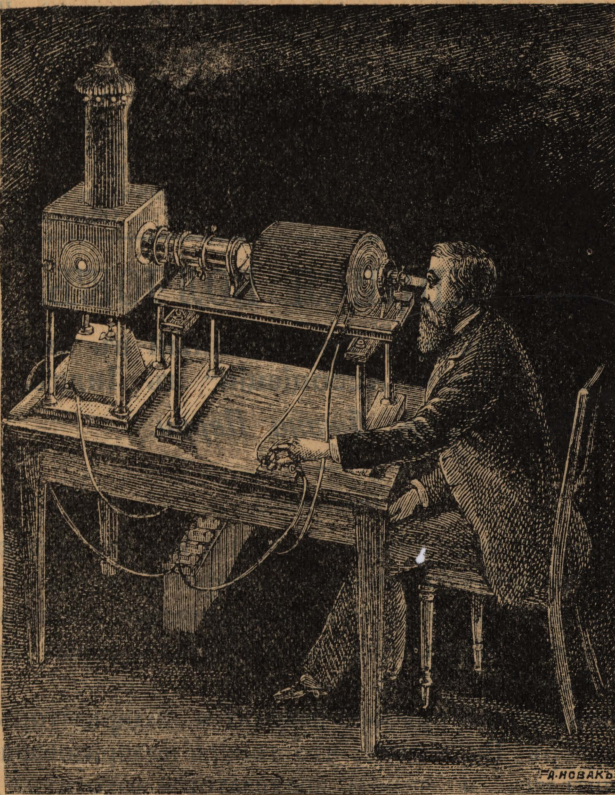
Вотъ здѣсь у меня сильная катушка или же электромагнитъ (фиг. 60). Въ срединѣ его находится отверстіе, сквозь которое можетъ проходить лучъ свѣта отъ электрической лампочки; кромѣ того, вотъ кусокъ Фарадеева флинтгласа, который заполняетъ почти все отверстіе.

На одномъ концѣ прибора находится поляризаторъ, на другомъ анализаторъ. Вы видите, что теперь поляризованный свѣтъ черезъ флинтгласъ и черезъ анализаторъ доходитъ до глаза наблюдателя. Но вотъ я поворачиваю анализаторъ В, пока свѣтъ совсѣмъ не перестаетъ проходить. До сихъ поръ въ приборѣ вовсе не было магнетизма; но устройство прибора даетъ мнѣ возможность вызвать весьма интенсивное магнитное поле въ томъ направленіи, въ которомъ распространяются лучи, и если бы Вы приставили сюда свой глазъ, то Вы бы замѣтили, что теперь свѣтъ проходитъ черезъ анализаторъ. Слѣдовательно, магнетизмъ повліялъ извѣстнымъ образомъ на свѣтъ: онъ сдѣлалъ его спо-

*) См. №№ 410 „Вѣстника“.

собнымъ проходить тамъ, гдѣ онъ раньше не могъ пройти. Если я теперь поверну немного анализаторъ, то я опять задержу свѣтъ. Итакъ я замѣчаю, что магнетизмъ преобразоваль стекло призмы въ такую же среду, какую представляетъ собою сахаръ, а именно въ среду, которая вращаетъ плоскость поляризаціи.

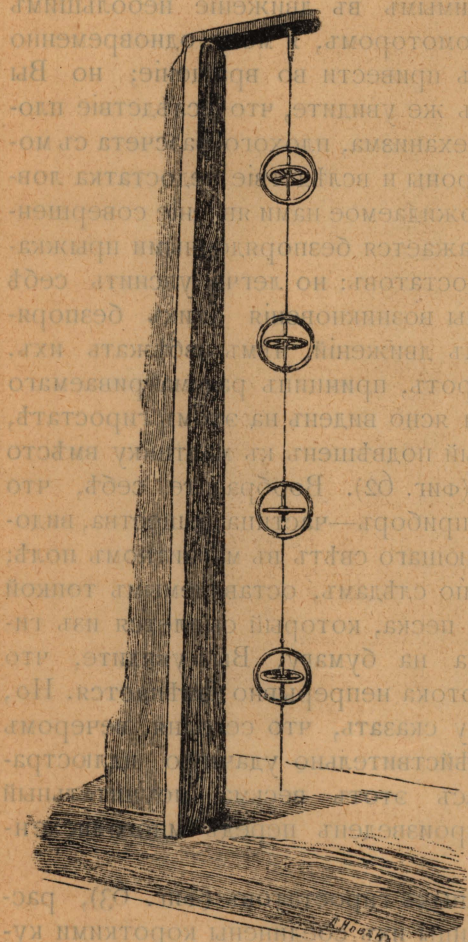
При этомъ опытѣ Вы вынуждены были положиться на мое наблюденіе происшедшаго вращения плоскости поляризаціи, такъ какъ Вамъ оно не было видно. Но если я помѣщу между поляризаторомъ и анализаторомъ вотъ этотъ кружокъ, изобрѣтенный про-



Фиг. 60.

фессоромъ Томсономъ и состоящій изъ 24 радіально расположенныхъ кусковъ слюды, то я буду имѣть возможность слѣдить за вращеніемъ плоскости поляризаціи свѣта доступнымъ наблюденію всего собранія. Вы видите на экранѣ свѣтъ, вышедшій черезъ анализаторъ въ видѣ креста. Если теперь этотъ крестъ повернется, то это будетъ служить доказательствомъ вращения плоскости поляризаціи свѣта. Съ помощью этого электрическаго коммутатора

я могу вызвать въ стеклѣ магнитное поле, или прекратить его, или же переменить его въ поле противоположнаго направленія. Какъ только я вызываю магнетизмъ, Вы замѣчаете, что крестъ поворачивается; если я прекращаю дѣйствіе магнетизма, крестъ возвращается въ свое прежнее положеніе; теперь я произвожу магнетизмъ противоположнаго направленія, и Вы видите, что крестъ поворачивается въ противоположную сторону. Теперь, я надѣюсь, Вы видите, что магнетизмъ вращаетъ плоскость поляризаціи свѣта точно такъ же, какъ и сахарный растворъ.



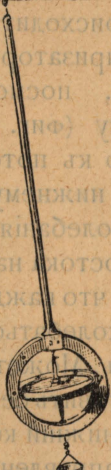
Фиг. 61.

нужно, если бы эта веревка представляла собою цѣпь гироскоповъ, подобную той, которую Вы можете видѣть на фиг. 61. Разсматривая ихъ сверху, мы замѣчаемъ, что всѣ они вращаются въ

Какъ на иллюстрацію того, что происходитъ на пути между поляризаторомъ и анализаторомъ, посмотрите на эту веревку (фиг. 57), прикрепленную къ потолку. Если я сообщу нижнему ея концу быстрыя колебанія въ направленіи съ востока на западъ, то Вы видите, что каждая ея часть начинаетъ колебаться съ востока на западъ. Можете ли Вы теперь представить себѣ веревку, у которой нижній конецъ колеблется въ направленіи съ востока на западъ, — точка, расположенная нѣсколькими метрами выше, колеблется въ направленіи съ востоко-сѣверо-востока на западо-юго-западъ, а точка, расположенная еще немного выше — въ направленіи съ сѣверо-востока на юго-западъ и т. д., такъ что направленія колебаній съ избыткомъ высоты мало по малу измѣняются? Нѣкоторые изъ Васъ навѣрно могутъ это себѣ хорошо представить. Мы имѣли бы то, что намъ

нужно, если бы эта веревка представляла собою цѣпь гироскоповъ, подобную той, которую Вы можете видѣть на фиг. 61. Разсматривая ихъ сверху, мы замѣчаемъ, что всѣ они вращаются въ

одномъ направленіи, будучи связаны скрѣпленіями съ незначительнымъ треніемъ. Эта цѣпь—одна изъ многихъ, которыми я пользуюсь съ этой цѣлью уже нѣсколько лѣтъ. И хотя мнѣ часто казалось, что въ цѣпи такого рода удастся подмѣтить ожидаемое мною явленіе, однако, къ сожалѣнію, я принужденъ сознаться, что я неизмѣнно терпѣлъ неудачу. Затрудненія, съ которыми я встрѣтился при производствѣ этого опыта почти всѣ относятся къ области механики. Вы

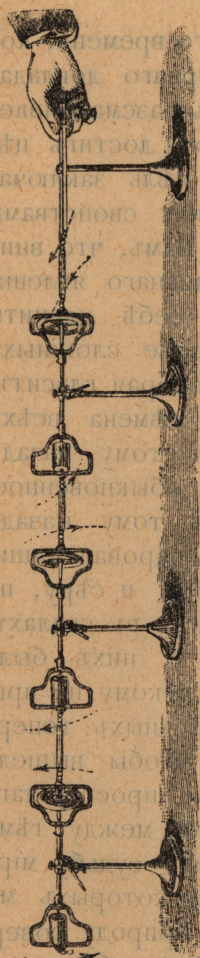


Фиг. 62.

видите, что, прикасаясь послѣдовательно къ гиростатамъ вотъ этимъ кружкомъ, приводимымъ въ движеніе небольшимъ электромоторомъ, я могу одновременно всѣ ихъ привести во вращеніе; но Вы сейчасъ же увидите, что вслѣдствіе плохого механизма, плохого расчета съ моей стороны и вслѣдствіе недостатка ловкости ожидаемое нами явленіе совершенно искажается беспорядочными прыжками гиростатовъ; но легче уяснить себѣ причины возникновенія этихъ беспорядочныхъ движеній, чѣмъ избѣжать ихъ. Наоборотъ, принципъ рассматриваемаго явленія ясно виденъ на этомъ гиросtatѣ, который подвѣшенъ къ маятнику вмѣсто линзы (фиг. 62). Вообразите себѣ, что этотъ приборъ—частица вещества, видоизмѣняющаго свѣтъ въ магнитномъ полѣ; тогда по слѣдамъ, оставляемымъ тонкой струей песка, который сыплется изъ гиростата на бумагу, Вы увидите, что плоскость поляризаціи этого потока непрерывно измѣняется. Но, къ моей великой радости, я могу сказать, что сегодня вечеромъ я въ состояніи показать Вамъ дѣйствительно удачную иллюстрацію принципа Томсона; сейчасъ этотъ весьма почтенный опытъ будетъ въ первый разъ произведенъ передъ многочисленнымъ собраніемъ.

Вотъ здѣсь нѣсколько двойныхъ гиростатовъ (фиг. 63), расположенныхъ прямолинейно; концы ихъ соединены короткими кусочками резины. Каждый изъ этихъ приборовъ подпертъ въ своемъ центрѣ тяжести и можетъ двигаться какъ въ горизонтальной, такъ и въ вертикальной плоскости. Но конецъ рычага Я мо-

жесть быть приведенъ въ колебательное движеніе съ помощью моей руки только въ горизонтальной плоскости; это колебательное движеніе рычага передается отъ одного гиростата къ другому, вплоть до послѣдняго изъ нихъ. Обратите теперь вниманіе на то, что если гиростаты не вращаются, то движеніе во всѣхъ частяхъ



прибора совершается въ горизонтальной плоскости. Здѣсь весьма важно избѣжать явленіе, подобное отраженному свѣтовому лучу; поэтому я позаботился о томъ, чтобы всѣ подставки обладали достаточнымъ треніемъ. Теперь я приведу во вращеніе всѣ гиростаты; тогда Вы видите, что въ то время, какъ точка *A* движется почти прямо и горизонтально, ближайшій къ ней гиростатъ движется тоже почти прямо, но уже въ нѣсколько иной плоскости, второй гиростатъ движется опять въ другой плоскости и т. д.; каждый гиростатъ нѣсколько поворачиваетъ плоскость, въ которой происходитъ колебательное движеніе, и Вы видите, что гиростату, находящемуся въ концѣ цѣпи, совсѣмъ не передаются изъ точки *A* горизонтальныя колебанія; наоборотъ, онъ совершаетъ почти вертикальныя колебанія. Это — впервые удавшаяся послѣ многихъ попытокъ механическая демонстрація дѣйствія магнетизма на свѣтъ. Причина явленія, которое удастся воспроизвести на этой модели, должна быть ясна всякому, кто старался слѣдить за мною съ начала доклада. Какъ Вы всѣ можете теперь видѣть, намъ достаточно себѣ представить, что большое число частицъ стекла вращается, подобно этимъ гиростатамъ, и что магнетизмъ сообщаетъ группамъ этихъ частицъ одинаковое направленіе осей вращенія, чтобы получить динамическую теорію открытія Фарадея. Магнитъ, точно такъ же вращаетъ плоскость поляризаціи, какъ и сахарный растворъ; но путемъ опыта установлено, что магнитъ производитъ такое дѣйствіе независимо отъ направленія, которое имѣютъ лучи, вступая въ приборъ и выходя изъ него, между тѣмъ какъ дѣйствіе сахара наводитъ на мысль о спиралеобразномъ расположеніи его молекулъ. Какъ Вы видите, въ этомъ отношеніи, составляющемъ

весьма важную особенность явления, дѣйствіе нашего прибора, составленнаго изъ гиростатовъ, аналогично дѣйствию магнита, а не сахарнаго раствора. Поэтому Вамъ ясно, что эта модель, являясь подобіемъ опыта Фарадея, даетъ сильное подтвержденіе идеѣ, согласно которой сущность магнетизма сводится къ вращенію.

Безъ сомнѣнія, я уже перешелъ границы того времени, которое обыкновенно предназначается для популярнаго доклада; однако, Вы видите, что я далеко еще не исчерпалъ разсматриваемаго нами предмета. Я не совсѣмъ увѣренъ, что я достигъ цѣли, которую я себѣ намѣтилъ. А именно: эта цѣль заключалась въ томъ, чтобы, исходя изъ различія между свойствами вращающагося и покоящагося волчка, показать Вамъ, что внимательное наблюденіе этого совершенно обыденнаго явления съ настойчивымъ желаніемъ отчетливо его себѣ уяснить можетъ привести къ пониманію значительно болѣе сложныхъ вещей. Нѣтъ болѣе важной истины, чѣмъ та, которая гласитъ, что въ изученіи обыденныхъ явленій заложены сѣмена всѣхъ великихъ открытій будущаго. Три тысячи лѣтъ тому назадъ волчки уже представляли изъ себя нѣчто вполне обыкновенное, но никто ихъ не изучалъ. Уже три тысячи лѣтъ тому назадъ люди кипятили воду и получали паръ, и все таки паровая машина была имъ неизвѣстна. Они имѣли уголь, селитру и сѣру, но совсѣмъ не знали пороха. Они видѣли окаменѣлости въ скалахъ, но чудеса геологіи оставались не изученными. У нихъ были куски листового желѣза и мѣдной проволоки, но никому не приходило въ голову ни одинъ изъ пятидесяти извѣстныхъ теперь простыхъ способовъ соединить эти вещи такъ, чтобы вышелъ телефонъ. Наконецъ, наши предки не знали даже простѣйшаго рода сигнализациі при помощи флаговъ и фонарей, между тѣмъ какъ знаніе такой сигнализациі могло бы измѣнить судьбу міра въ день одного изъ тѣхъ большихъ сраженій, о которыхъ мы теперь читаемъ. Въ наше время мы изслѣдуемъ природу совершенно съ другой точки зрѣнія; обладая неимоვნно большимъ запасомъ знаній, мы испытываемъ по отношенію къ ней гораздо больше благоговѣнія и гораздо меньше безсмысленнаго и суетвѣрнаго страха. Но въ томъ самомъ отношеніи, въ какомъ мы находимся къ тѣмъ, кто жилъ 3000 лѣтъ тому назадъ, окажутся по отношенію къ намъ люди, которые будутъ населять міръ черезъ 100 лѣтъ послѣ насъ. Это будетъ такъ, потому что ускореніе въ скорости научнаго прогресса въ дѣйствительности само ускоряется. Армія научныхъ работниковъ увеличивается со дня на день

и я убѣжденъ, что въ недалекомъ будущемъ каждая отдѣльная единица народонаселенія будетъ научнымъ работникомъ. Такимъ образомъ мы достигнемъ мало по малу господства надъ пространствомъ и временемъ и сдѣлаемъ ихъ подвластными себѣ. Подумайте только надъ всей совокупностью открытій слѣдующаго столѣтія; о вещахъ, которыя намъ неизвѣстны, но которыя нашими потомкамъ будутъ такъ хорошо извѣстны, что они будутъ смѣяться надъ нами, какъ надъ величайшими невѣждами, считая эти вещи за нѣчто само собою понятное; я разумѣю при этомъ вещи, которыя каждому изъ насъ создали бы славу великаго изобрѣтателя, если бы онъ завтра ихъ открылъ. А черезъ сто лѣтъ всѣ эти вещи будутъ знать дѣти; они будутъ имѣть съ ними дѣло каждый день и каждый часъ и дома и на улицахъ. Подумайте только о слѣдующемъ вопросѣ, который будутъ предлагать ученикамъ на экзаменѣ въ школѣ въ 2000 г. послѣ Р. X.: „Что Вы можете сказать о грубомъ невѣжествѣ нашихъ предковъ, которые не могли видѣть изъ Англіи, что дѣлали ихъ друзья въ Австраліи?“ *) или о такомъ вопросѣ: „Извѣстія отъ нашихъ друзей съ планеты Марсъ получаются каждую минуту, и черезъ такіе же промежутки времени имъ отвѣчаютъ. Какъ Вы объясняете себѣ, почему наши предки, до которыхъ тоже достигали при случаѣ эти извѣстія, ничего не знали объ этомъ?“ А вотъ еще вопросъ: „Какой металлъ во столько же разъ тверже стали, во сколько разъ сталь, въ свою очередь, тверже свинца? Объясните также, почему это открытіе не было сдѣлано въ Шеффилдѣ?“.

Однако, есть еще одинъ вопросъ, котораго наши потомки никогда не будутъ предлагать въ шутливомъ тонѣ, такъ какъ къ глубокому ихъ огорченію отвѣтъ на него будетъ извѣстенъ каждому мужчинѣ, каждой женщинѣ и каждому ребенку; вотъ этотъ вопросъ: „Если бы наши предки въ смыслѣ недостатка бережливости по отношенію къ углю не были такъ неразумны, какъ ребенокъ, который считаетъ пенни равноцѣннымъ съ кроной, то

*) Уже достовѣрно извѣстно, какимъ образомъ можно видѣть при помощи электричества; но ни одинъ богатый человѣкъ не изъясляетъ, повидимому, охоты пожертвовать двѣ тысячи фунтовъ на устройство такого рода прибора. Если бы я сумѣлъ сберечь деньги и время, то я воспользовался бы ими для того, чтобы устроить такой приборъ; т. е. это мнѣ такъ кажется. Но возможно, пожалуй, и то, что если бы я былъ въ состояніи пивынуть 3000 фунтовъ, то я находилъ бы больше удовольствія въ приращеніи своего богатства, чѣмъ въ заботахъ о преуспѣяніи естественныхъ наукъ.

зачѣмъ они стали бы такъ мотать нашъ уголь? Зачѣмъ они стали бы разрушать то, чего никогда нельзя снова возстановить? Позвольте мнѣ, друзья мои, въ заключеніе моего доклада подчеркнуть высокое достоинство науки и указать Вамъ на то, какъ важно воспользоваться каждому изъ Васъ сообразно съ его дѣятельностью всякой возможностью увеличить свой запасъ научныхъ знаній. Есть много блестящихъ вещей, которыя успешно соперничаютъ съ наукой и которыя производятъ болѣе чарующее дѣйствіе на сердца людей. Богатство, положеніе, изящество, роскошь, могущество и слава подстрекаютъ честолюбіе людей и создаютъ себѣ тысячи и тысячи ревностныхъ поклонниковъ; но повѣрьте мнѣ, что все это ничтожно по сравненію съ наукой и что они не могутъ доставить такого чистаго удовлетворенія, какъ наука. Подъ солнцемъ нѣтъ ничего столь дурного, чего не могло бы очистить и побѣдить знаніе, руководимое серьезной и твердой волей; и нѣтъ ни женщины, ни мужчины, родившихся на этой землѣ, которымъ не была бы удѣлена способность не только усваивать знанія для своего собственного усовершенствованія и для своего собственного удовольствія, но также и прибавить нѣчто новое, хотя бы и въ самой малой степени, къ общему запасу научныхъ свѣдѣній, которыя являются величайшимъ богатствомъ міра.

Современный кризисъ математической физики.

Изъ книги Пуанкаре: „*La Valeur de la Science*“. (Продолженіе).

Переводъ Г. Л.

Новѣйшій кризисъ.—Вступаемъ ли мы теперь въ третью фазу? Живемъ ли мы наканунѣ второго кризиса? Грозитъ ли опасность тѣмъ принципамъ, на которыхъ мы строили все наше зданіе? И если такъ, то съ какого времени, можемъ мы спросить.

При этихъ моихъ словахъ у васъ несомнѣнно уже мелькнула мысль о радиі, объ этомъ великомъ революціонерѣ нашего времени. Дѣйствительно, о немъ у насъ сейчасъ будетъ рѣчь; но это еще не все: дѣло идетъ не только о принципѣ сохраненія энергій; опасность грозитъ въ равной мѣрѣ и всѣмъ прочимъ принципамъ: въ этомъ мы сейчасъ убѣдимся, разсмотрѣвъ ихъ всѣ послѣдовательно.

Принципъ Карно.—Начнемъ съ принципа Карно. Это единственный принципъ, который не представляетъ собою непосредственнаго слѣдствія изъ гипотезы о центральныхъ силахъ; мало того: если онъ и не противорѣчитъ прямо этой гипотезѣ, то онъ согласуется съ ней не безъ нѣкоторой натяжки. Если бы физическія явленія были обусловлены исключительно движеніями атомовъ, взаимное притяженіе которыхъ зависить лишь отъ разстоянія между ними, то всѣ явленія должны были бы, повидимому, быть обратимыми; въ такомъ случаѣ, если бы всѣ начальныя скорости были обращены, то атомы, будучи все же подвержены тѣмъ же силамъ, должны были бы описать свою траекторію въ обратномъ направленіи подобно тому, какъ земля двигалась бы по своей эллиптической орбитѣ въ направленіи, обратномъ тому, которое имѣетъ мѣсто въ дѣйствительности, если бы начальныя условія ея движенія имѣли противоположныя значенія. Въ силу этого, если возможно какое-либо физическое явленіе, то слѣдуетъ признать возможнымъ и явленіе, обратное первому, и вышло бы, что мы имѣемъ возможность заставить время повернуть вспять. Однако, въ дѣйствительности природа этого не допускаетъ; именно это говоритъ намъ принципъ Карно: теплота можетъ переходить отъ теплаго тѣла къ холодному, но мы не можемъ перенести ее въ противоположномъ направленіи и не въ нашихъ силахъ возстановить исчезнувшую разность температуръ. Посредствомъ тренія движеніе цѣликомъ можно превратить въ теплоту, обратное же превращеніе возможно лишь отчасти.

Было приложено не мало усилій, чтобы примирить это явное противорѣчіе. Если міръ стремится къ единообразію, то это происходитъ не потому, что его мельчайшіе элементы, которые сначала разнились другъ отъ друга, становятся съ теченіемъ времени все менѣе и менѣе отличными другъ отъ друга, а потому лишь, что, перемѣщаясь безъ всякаго порядка, они въ концѣ концовъ смѣшиваются во-едино. Если бы нашъ глазъ могъ различать всѣ элементы, то различіе ихъ всегда оставалось бы для него неизмѣнимы. Каждая такая пылинка сохраняетъ свою индивидуальность и не становится похожей на своихъ сосѣдокъ. Такъ какъ, однако, смѣшеніе постоянно усиливается, то нашимъ недостаточно тонкимъ чувствамъ смѣсь представляется совершенно однородной. Вотъ по этой то причинѣ температуры стремятся къ нивелированію и обратный процессъ невозможенъ.

Вольемъ каплю вина въ стаканъ воды; каковъ бы ни былъ законъ внутренняго движенія жидкости, вода, какъ мы тотчасъ замѣчаемъ, получаетъ однородную розовую окраску, и, съ этого момента, какъ бы мы ни взбалтывали жидкость, вина уже нельзя отдѣлить отъ воды. Таковъ именно хаактеръ необратимаго физическаго явленія: легко бросить крупинку ячменя въ грудку ржи, но найти ее и достать оттуда обратно,—это на

практикѣ невозможно. Все это объяснили Максвелль и Больцманъ; еще глубже сюда вникнулъ Гибсъ въ своихъ „Принципахъ статистической механики“, книгѣ, слишкомъ мало извѣстной, благодаря нѣкоторой недоступности ея изложенія.

Для тѣхъ, кто стоитъ на такой точкѣ зрѣнія, принципъ Карно представляется лишь несовершеннымъ принципомъ, лишь нѣкоторой данью несовершенству нашихъ чувствъ. Только благодаря недостаточной тонкости нашего зрѣнія, мы не различаемъ элементовъ смѣси, — мы не можемъ ихъ отдѣлить другъ отъ друга лишь вслѣдствіе недостаточной ловкости нашихъ рукъ; воображаемый демонъ Максвелля, который умѣетъ сортировать молекулы, можетъ заставить время повернуть вспять. Не лишено вѣроятности, что время само собою тоже можетъ повернуть назадъ, но эта вѣроятность безконечно мала; есть шансы долго ожидать такого стеченія обстоятельствъ, которое обусловитъ возможность этого обращеннаго процесса; но оно наступитъ раньше или позже, хотя бы черезъ такое число лѣтъ, для начертанія котораго понадобились бы миллионы цифръ. Эти соображенія оставались однако чисто теоретическими, они не вызывали серьезныхъ опасеній, и принципъ Карно сохранялъ свое практическое значеніе. Но тутъ является новое затрудненіе. Уже давно биологи — микроскописты замѣтили въ своихъ препаратахъ безпорядочныя движенія маленькихъ подвѣшанныхъ частичекъ; я говорю о такъ называемомъ броуновомъ движеніи. Сперва полагали, что это явленіе присуще лишь живому существу; вскорѣ, однако, убѣдились въ томъ, что и въ неодушевленныхъ веществахъ можно наблюдать такую же точно пляску; тогда дѣло было передано физикамъ. Къ сожалѣнію, эти послѣдніе долгое время не интересовались этимъ вопросомъ; они разсуждали такъ: чтобы освѣтить микроскопическій аппаратъ, мы сосредоточиваемъ на немъ свѣтъ, но свѣтовые лучи несутъ съ собою и теплоту. Отсюда возникаетъ неравенство температуръ, вызывающее въ жидкости внутренніе токи; послѣдніе же обуславливаютъ движенія, о которыхъ идетъ рѣчь.

Г. Гоцу изучилъ эти движенія болѣе внимательно. Онъ увидѣлъ, или ему показалось, что онъ увидѣлъ, что вышеизложенное объясненіе неудовлетворительно, что указанныя движенія становятся тѣмъ энергичнѣе, тѣмъ мельче частицы, но что они не зависятъ отъ особенностей освѣщенія. Если, однако, движенія эти не прекращаются или безпрестанно возобновляются, не заимствуя энергіи изъ какого-либо вѣшняго источника, то что мы не можемъ отсюда заключить? Мы, конечно, не имѣемъ основанія отказываться отъ принципа сохраненія энергіи; но на нашихъ глазахъ, съ одной стороны, движеніе благодаря тренію превращается въ теплоту, съ другой стороны, теплота обратнo превращается въ движеніе и при этомъ ничего не теряется, такъ какъ движеніе продолжается безпрерывно. Здѣсь мы имѣемъ явленіе, прямо противорѣчащее принципу Карно. Если это такъ, то намъ нѣтъ надобности имѣть безконечно-тонкое зрѣніе Максвеллева демона, чтобы уви-

дѣтъ обратный ходъ мірозданія: для этой цѣли мы можемъ довольствоваться нашимъ микроскопомъ. Тѣла недостаточно малыя, напримѣръ, такія, размѣръ которыхъ равенъ одной десятой милліметра, получаютъ со всѣхъ сторонъ толчки отъ движущихся атомовъ и не трогаются, однако, съ мѣста, такъ какъ толчки слишкомъ многочисленны и дѣйствія ихъ по законамъ теоріи вѣроятностей взаимно уничтожаются. Но частички не столь большія получаютъ не столь много ударовъ и потому дѣйствія этихъ послѣднихъ не подвергаются непременно взаимному уничтоженію, и частички находятся въ непрерывномъ движеніи. Такимъ образомъ одному изъ нашихъ принциповъ уже грозитъ опасность.

Принципъ относительности. Обратимся къ принципу относительности; этотъ принципъ не только подтверждается ежедневнымъ опытомъ, онъ не только является необходимымъ слѣдствіемъ гипотезы о центральныхъ силахъ, но въ справедливости его ручается намъ нашъ здравый смыслъ; и все-таки и въ этой твердынѣ уже пробита брешь. Вообразимъ два наэлектризованныхъ тѣла; несмотря на то, что они, повидимому, находятся въ покоѣ, въ дѣйствительности они принимаютъ участіе въ движеніи земли; но, какъ доказалъ Раулендъ, передвигающійся электрическій зарядъ равносильнъ току; такимъ образомъ, эти два заряженныхъ тѣла равносильны двумъ параллельнымъ токамъ, имѣющимъ одинаковое направленіе; два такихъ тока взаимно притягиваются. Измѣряя это притяженіе, мы тѣмъ самымъ измѣряемъ скорость земли: не скорость ея движенія относительно солнца или неподвижныхъ звѣздъ, но ея абсолютную скорость.

Я заранѣе предвижу такое возраженіе: измѣряется не абсолютная скорость, а лишь скорость движенія относительно ээира. Какъ неудовлетворительно такое объясненіе! Развѣ не ясно, что при такомъ пониманіи принципа отъ него ничего не остается? Этотъ принципъ останется для насъ совершенно бесплоднымъ въ силу этого именно обстоятельства, которое обезпечиваетъ его отъ всякихъ возраженій. Если намъ придется измѣрять что-либо, мы всегда будемъ вправѣ утверждать, что это не абсолютная скорость: если это не скорость движенія относительно ээира, то, скажемъ мы, это скорость относительно какой-то новой неизвѣстной жидкости, которою мы специально по этому поводу заполнимъ пространство.

Съ другой стороны, противъ такого толкованія принципа относительности говорить также и опытъ. Всѣ попытки измѣрить скорость земли относительно ээира дали отрицательные результаты. На этотъ разъ опытная физика болѣе, чѣмъ математическая, осталась вѣрна принципамъ; теоретики слишкомъ легко поступились ими, чтобы добиться соглашенія между нѣкоторыми другими общими взглядами; но опытъ воспротивился такой сдѣлкѣ. Пробовали искать другихъ путей; Майкельсонъ, наконецъ, довелъ точность измѣреній до крайнихъ предѣловъ—ничего не помогло. Еще до сихъ поръ математики изошряютъ все свое остроуміе, чтобы выяснить это затрудненіе.

Задача эта нелегкая, и если Лоренцъ и выпутался изъ этого затрудненія, то лишь цѣной нагроможденія гипотезъ.

Наиболѣе остроумной представляется намъ идея о мѣстномъ времени. Вообразимъ себѣ двухъ наблюдателей, которые желаютъ регулировать показанія своихъ часовъ съ помощью оптическихъ сигналовъ; они обмѣниваются сигналами, но принимаютъ при этомъ во вниманіе, что передача свѣта совершается не мгновенно и потому они должны скрещивать сигналы. Когда наблюдатель на станціи *B* замѣчаетъ сигналъ со станціи *A*, его часы должны показывать не то же время, какое показываютъ часы на станціи *A* въ моментъ подачи сигнала, а больше на нѣкоторую постоянную, выражающую продолжительность передачи. Предположимъ, на примѣръ, что станція *A* даетъ сигналъ, когда ея часы показываютъ нуль, а станція *B* замѣчаетъ этотъ сигналъ въ тотъ моментъ, когда ея часы показываютъ время t . Часы окажутся согласными, если продолжительность передачи сигнала равна промежутку t ; для того, чтобы провѣрить это, станція *B* посылаетъ въ свою очередь сигналъ, когда ея часы показываютъ нуль, а когда станція *A* получитъ этотъ сигналъ, ея часы должны показывать время t ; тогда часы окажутся согласными.

Въ дѣйствительности, однако, оба хронометра покажутъ одинъ и тотъ же часъ въ одинъ и тотъ же физическій моментъ лишь въ томъ случаѣ, если обѣ станціи неподвижны. Въ противномъ случаѣ продолжительность передачи окажется неодинаковой въ обоихъ направленіяхъ, такъ какъ станція *A*, на примѣръ, будетъ передвигаться на встрѣчу оптической пертурбаціи, исходящей изъ станціи *B*, тогда какъ станція *B* будетъ удаляться въ сторону, противоположную тому направленію, въ которомъ распространяется пертурбація, исходящая изъ станціи *A*. Свѣренныя вышеуказаннымъ образомъ часы не будутъ показывать истиннаго времени, но они покажутъ лишь то, что можно назвать мѣстнымъ временемъ, такъ что одни будутъ опаздывать въ сравненіи съ другими. Это не имѣетъ значенія, такъ какъ у насъ нѣтъ никакой возможности уловить это опаздываніе. Всѣ явленія, которыя происходятъ, на примѣръ, на станціи *A*, будутъ опаздывать, но это опаздываніе будетъ одно и то же для всѣхъ явленій. Наблюдатель этого не замѣчаетъ, такъ какъ его часы опаздываютъ. Такимъ образомъ наблюдатель, какъ того требуетъ принципъ относительности, не будетъ имѣть никакой возможности знать, находится ли онъ въ покоѣ или въ абсолютномъ движеніи.

Этого, къ сожалѣнію, недостаточно и нужны еще дополнительные гипотезы; нужно допустить, что тѣла, находящіеся въ движеніи, испытываютъ равномерное сокращеніе въ направленіи движенія. На примѣръ, благодаря движенію нашей планеты, одинъ изъ діаметровъ земли сократился на $\frac{1}{200000000}$ своей длины, тогда какъ другой діаметръ сохраняетъ свою нормальную длину. Такимъ образомъ уравниваются послѣднія маленькія раз-

ницы. Кроме того допускается еще гипотеза о силахъ: въ мирѣ, имѣющемъ равномерное переносное движеніе, силы, каково бы ни было ихъ происхожденіе—будь то сила тяжести или упругости, уменьшаются въ определенной пропорціи, или, точнѣе, уменьшаются ихъ слагающія, перпендикулярныя къ направленію переноснаго движенія. Возвратимся теперь къ нашему примѣру съ двумя наэлектризованными тѣлами. Эти тѣла отталкиваются; но такъ какъ они одновременно совершаютъ вмѣстѣ съ землею равномерное переносное движеніе, то они эквивалентны двумъ параллельнымъ токамъ, имѣющимъ одинаковое направленіе; поэтому они въ то же время притягиваются.

Это электродинамическое притяженіе уничтожается электростатическимъ отталкиваніемъ; но въ результатѣ отталкиваніе слабѣе, чѣмъ оно было бы, если-бы оба тѣла находились въ покоѣ. Но для того, чтобы измѣрить это отталкиваніе, нужно уравновѣсить его другой силой; а такъ какъ всѣ силы ослаблены въ одинаковой степени, то мы не можемъ вовсе этого замѣтить.

Такимъ образомъ, все, повидимому, въ порядкѣ; но всѣ ли сомнѣнія устранены? Что произошло бы, если бы мы получили возможность сноситься при помощи сигналовъ, не свѣтовыхъ, а имѣющихъ другую скорость распространенія? Если бы мы, свѣривъ часы оптической методой, пожелали повѣрить нашу свѣрку помощью этихъ новыхъ сигналовъ, то мы нашли бы разницу, которая обнаружила бы намъ общее переносное движеніе обѣихъ станцій. И можно ли считать существованіе такихъ сигналовъ невѣроятнымъ, если допустить подобно Лапласу, что всемірное тяготѣніе распространяется въ миллионъ разъ быстрѣе свѣта?

Мы видимъ, какъ упорно въ послѣднее время отстаиваютъ принципъ относительности, но самая энергія защитниковъ показывается, сколь серьезны нападенія.

Принципъ Ньютона. Займемся теперь принципомъ Ньютона о равенствѣ дѣйствія и противодѣйствія; онъ находится въ тѣсной связи съ предыдущимъ принципомъ, и по всей видимости, опровергая одинъ изъ этихъ принциповъ, мы тѣмъ самымъ опровергаемъ и другой. Поэтому насъ не должно удивлять, если мы здѣсь встрѣтимъ тѣ же затрудненія, на которыя мы натолкнулись, разсматривая предыдущій принципъ.

Выше я уже указалъ, что новыя теоріи мало считались съ этимъ принципомъ.

Согласно теоріи Лоренца электрическія явленія вызываются перемѣщеніями маленькихъ заряженныхъ частичекъ, такъ называемыхъ электроновъ, погруженныхъ въ среду, которую мы называемъ эфиромъ. Движенія этихъ электроновъ обуславливаютъ возмущенія въ прилегающемъ къ нимъ эфирѣ; эти возмущенія распространяются по всѣмъ направленіямъ со скоростью свѣта; другіе электроны, первоначально находившіеся въ покоѣ, въ свою очередь, приходятъ въ движеніе, когда возмущеніе достигаетъ частицъ эфиря, прилегающаго къ нимъ. Электроны такимъ обра-

зомъ дѣйствуютъ другъ на друга, но это дѣйствіе не непосредственное; оно передается черезъ эфиръ. Можетъ ли при такихъ условіяхъ имѣть мѣсто равенство дѣйствія и противодѣйствія, особенно для наблюдателя, который принимаетъ во вниманіе лишь движенія матеріи, то-есть электроновъ, но не беретъ въ расчетъ движенія эфиръ, которыхъ онъ не можетъ видѣть? Очевидно, нѣтъ. Даже если здѣсь имѣетъ мѣсто полное равенство, оно во всякомъ случаѣ не будетъ одновременнымъ. Возмущеніе распространяется съ конечной скоростью, оно достигнетъ второго электрона лишь послѣ того, какъ первый электронъ придетъ въ состояніе покоя. Такимъ образомъ второй электронъ подвергнется съ нѣкоторымъ опозданіемъ дѣйствію перваго, но онъ не будетъ въ тотъ же моментъ обратно дѣйствовать на первый, потому что все вокругъ этого послѣдняго находится въ покой.

Анализъ фактовъ ближе познакомитъ насъ съ дѣломъ. Представимъ себѣ, на примѣръ, Герцовскій вибраторъ вродѣ тѣхъ, которые употребляются въ беспроводномъ телеграфѣ; онъ испускаетъ энергію во всѣ стороны; но мы можемъ придѣлать къ нему параболическое зеркало, какъ это дѣлалъ Герцъ со своими слабыми вибраторами, чтобы заставить ихъ испускать всю произведенную энергію въ одномъ опредѣленномъ направленіи. Что тогда произойдетъ согласно теоріи? Аппаратъ поддастся назадъ, какъ если бы это была пушка, и отброшенная имъ энергія представляла бы собою ядро. Но это противорѣчитъ принципу Ньютона, такъ какъ нашъ метательный снарядъ не имѣетъ вовсе массы, такъ какъ онъ есть не вещество, а энергія. То же самое происходитъ и съ огнемъ маяка, который снабженъ рефлекторомъ, потому что свѣтъ есть не что иное, какъ возмущеніе электромагнитнаго поля. Этотъ маякъ долженъ поддаться обратно, какъ если бы испускаемый имъ свѣтъ представлялъ собою метательный снарядъ. Отъ какой силы зависитъ этотъ обратный толчекъ? Это есть такъ называемое давленіе Максвелля-Бартольди; оно очень слабо, и не мало пришлось повозиться, чтобы обнаружить его съ помощью самыхъ чувствительныхъ радіометровъ; достаточно, однако, что оно существуетъ.

Если вся энергія, испускаемая нашимъ вибраторомъ, упадетъ на пріемникъ, то послѣдній обнаружитъ такое дѣйствіе, какъ если бы онъ получилъ механическій ударъ, который, въ извѣстномъ смыслѣ, представитъ собою компенсацію отдачи разрядника; дѣйствіе будетъ равно противодѣйствію, но не одновременно съ нимъ, такъ какъ, хотя пріемникъ и подвинется впередъ, но отнюдь не въ тотъ моментъ, когда разрядникъ поддастся назадъ. Если же энергія распространяется въ безпредѣльное пространство, не встрѣчая пріемника, то компенсаціи и вовсе не будетъ.

Скажутъ, быть можетъ, что пространство, которое отдѣляетъ разрядникъ отъ пріемника и черезъ которое возмущеніе передается отъ перваго къ послѣднему, не представляетъ собою пустоты, что оно наполнено не только эфиромъ, но и воздухомъ,

или же, подобно междупланетному пространству, какой то тончайшей, но все-таки еще вѣсомой жидкостью; что это вещество, подобно приѣмнику, получаетъ ударъ въ тотъ моментъ, когда энергія достигаетъ его и, въ свою очередь, поддается назадъ, когда возмущеніе покидаетъ его? Такое допущеніе спасло бы принципъ Ньютона, но оно не соответствуетъ истинѣ; если бы энергія при своемъ распространеніи была постоянно связана съ какимъ-нибудь матеріальнымъ субстратомъ, то матерія при движеніи увлекала бы съ собою свѣтъ; но Физо показалъ, по крайней мѣрѣ относительно воздуха, что это невѣрно; позднѣе то же самое подтвердили Майкельсонъ и Морлей. Можно было бы еще предположить, что движенія матеріи въ тѣсномъ смыслѣ слова компенсируются движеніями эѳира, но тогда мы пришли бы къ тѣмъ же выводамъ, что и въ предыдущей главкѣ. При такомъ толкованіи принципа при его помощи можно будетъ объяснить все, потому что мы всегда можемъ вообразить себѣ гипотетическія движенія, которыми компенсируются видимыя движенія, каковы бы ни были эти послѣднія. Но если этотъ принципъ можетъ все объяснить, то онъ ничего не позволяетъ намъ предсказать, онъ не помогаетъ намъ сдѣлать выборъ между различными возможными гипотезами, такъ какъ онъ объясняетъ все напередъ; такимъ образомъ онъ оказывается бесполезнымъ.

Впрочемъ, допущенія, которыя пришлось бы сдѣлать относительно движеній эѳира, представляются не совсемъ удовлетворительными. Если электрическіе заряды удваиваются, то естественно предположить, что скорости различныхъ атомовъ эѳира также удваиваются; тогда для компенсаціи средняя скорость эѳира должна учетвериться.

Вотъ почему я долго думалъ, что эти выводы изъ теоріи, противорѣчащія принципу Ньютона, когда-нибудь будутъ признаны несостоятельными; однако же недавнія изслѣдованія о движеніяхъ электроновъ, испускаемыхъ радіемъ, повидимому скорѣе ихъ подтверждаютъ, чѣмъ опровергаютъ.

Принципъ Лавуазье. Разсмотримъ теперь принципъ Лавуазье о сохраненіи массы. Конечно, этого принципа нельзя тронуть, не приведя въ сотрясеніе всего зданія механики. Однако же нѣкоторые полагаютъ, что этотъ принципъ потому только кажется намъ истиной, что мы въ механикѣ разсматриваемъ лишь умѣренныя скорости и что этотъ принципъ приходится отбросить при изученіи тѣлъ, скорости которыхъ того же порядка, что и скорость свѣта. Но, какъ теперь полагаютъ, такія скорости существуютъ въ дѣйствительности; катодные лучи и лучи, испускаемые радіемъ, составлены, какъ полагаютъ, изъ очень маленькихъ частичекъ или электроновъ, которые перемѣщаются со скоростью, гораздо меньшею, чѣмъ скорость свѣта, но все же составляющею одну третью или десятую часть ея.

Эти лучи можно отклонить съ помощью электрическаго или магнитнаго поля; сравнивая эти отклоненія, можно измѣрить

одновременно и скорость электроновъ и массы ихъ (точнѣе отношеніе ихъ массы къ ихъ заряду). Но когда увидѣли, что эти скорости приближаются къ скорости свѣта, то поняли, что необходимо внести поправку. Эти молекулы, будучи наэлектризованы, въ своемъ движеніи должны непременно привести въ сотрясеніе эфиръ. Чтобы сообщить молекуламъ движеніе, необходимо преодолѣть двойную инерцію: инерцію самихъ молекулъ и инерцію эфиръ. Такимъ образомъ та масса, которую мы измѣряемъ, въ цѣломъ состоитъ изъ двухъ частей: изъ дѣйствительной или механической массы молекулы и изъ электродинамической массы, которая представляетъ собою инерцію эфиръ.

Вычисления Абрагама и опыты Кауфмана показали, что собственно механическая масса равна нулю и что масса электроновъ, по крайней мѣрѣ отрицательныхъ электроновъ, имѣетъ исключительно электродинамическое происхожденіе. Это обстоятельство вынуждаетъ насъ измѣнить опредѣленіе массы; мы не можемъ больше различать механическую массу и электродинамическую, потому что въ противномъ случаѣ первая исчезала бы; нѣтъ другой массы, кромѣ электродинамической энергіи; но въ такомъ случаѣ масса не можетъ быть постоянной величиной; она возрастаетъ вмѣстѣ со скоростью и въ то же время она зависитъ отъ направленія: тѣло, имѣющее значительную скорость, проявляетъ по отношенію къ силамъ, которыя стремятся отклонить его отъ его пути, не ту же самую инерцію, какую оно проявляетъ по отношенію къ такимъ силамъ, которыя стремятся ускорить или замедлить его движеніе.

Конечно, есть еще одно средство: послѣдними элементами тѣлъ являются электроны: одни, заряженные положительно, другіе съ отрицательнымъ зарядомъ. Отрицательные электроны не имѣютъ массы, это установлено; но положительные электроны, судя по тѣмъ немногимъ свѣдѣніямъ, которыя мы о нихъ имѣемъ, надѣлены, такъ сказать, болѣе тѣлесной природой: быть можетъ, они помимо своей электродинамической массы имѣютъ еще и настоящую механическую массу. Въ такомъ случаѣ истинная масса тѣла состоитъ изъ суммы механическихъ массъ его положительныхъ электроновъ, такъ какъ отрицательные въ счетъ не идутъ; при такомъ опредѣленіи массы она могла бы еще сохранять постоянную величину.

Увы! здѣсь также нѣтъ спасенія. Вспомнимъ то, что мы сказали о принципѣ относительности и о всѣхъ тѣхъ усиліяхъ, которыя были сдѣланы, чтобы сохранить его въ силѣ. Спасать приходится не одинъ только принципъ; рѣчь идетъ также и о несомнѣнныхъ результатахъ опытовъ Майкельсона. Какъ мы раньше видѣли, Лоренцъ, принимая во вниманіе эти опыты, вынужденъ былъ сдѣлать допущеніе, что всѣ силы какого бы то ни было происхожденія ослабляются въ опредѣленной, одинаковой для всѣхъ степени, если онѣ приложены къ средѣ, имѣющей равномѣрное переносное движеніе. Но этого мало: недостаточно еще,

чтобы это правило имѣло мѣсто для реальныхъ силъ; необходимо еще, чтобы то же самое было справедливо и по отношенію къ силамъ инерціи, то есть необходимо, говорить онѣ, допустить, что массы *всѣхъ частичекъ находятся подѣ влияніемъ переноснаго движенія въ такой же степени, какъ и электромагнитныя массы электроновъ.*

Такимъ образомъ механическія массы должны мѣнять свою величину по тѣмъ же законамъ, что и электродинамическія; поэтому онѣ не могутъ оставаться постоянными.

Долженъ ли я еще замѣтить, что несостоятельность принципа Лавуазье влечетъ за собою и несостоятельность принципа Ньютона? Послѣдній учитъ насъ, что центръ тяжести изолированной системы движется по прямой линіи; но если нѣтъ постоянной массы, то нѣтъ также и центра тяжести, даже самое это понятіе теряетъ смыслъ. Вотъ почему я выше замѣтилъ, что опыты надъ катодными лучами, повидимому, вновь подтвердили сомнѣнія Лоренца относительно принципа Ньютона.

Если бы всѣ эти заключенія оправдались, то мы имѣли бы совершенно новую механику, которая отличалась бы тѣмъ характернымъ обстоятельствомъ, что ни въ какомъ случаѣ она не допускала бы скорости, превосходящей скорость свѣта *), подобно тому какъ никакая температура не можетъ быть ниже абсолютнаго нуля. Для наблюдателя, который, самъ того не зная, участвуетъ въ переносномъ движеніи, никакая видимая скорость не могла бы превзойти скорости свѣта. Чтобы это не показалось намъ противорѣчіемъ, вспомнимъ, что этотъ наблюдатель пользуется не тѣми же часами, что наблюдатель неподвижный, а лишь часами, показывающими „мѣстное время“. Мы теперь стали лицомъ къ лицу съ вопросомъ, на который я не дамъ здѣсь отвѣта: если массы больше нѣтъ, что же станетъ съ закономъ Ньютона?

Понятіе массы имѣетъ двоякое значеніе: съ одной стороны, оно представляетъ собою коэффициентъ инерціи, съ другой стороны, притягивающая масса входитъ, какъ множитель, въ ньютонову формулу притяженія. Если коэффициентъ инерціи не сохраняетъ постоянной величины, можно ли приписывать послѣднюю притягивающей массѣ? Вотъ въ чемъ вопросъ.

Принципъ Майера. Мы не трогали еще принципа сохраненія энергіи, который представляется наиболѣе обоснованнымъ. Нужно ли напомнить вамъ, какимъ образомъ и этотъ принципъ былъ дискредитированъ? Эта исторія надѣлала много шума и она еще свѣжа въ памяти у всѣхъ насъ. Послѣ первыхъ работъ Бекереля и въ особенности послѣ того, какъ супруги Кюри открыли радій, было установлено, что всякое радиоактивное тѣло является неисчерпаемымъ источникомъ излученія. Казалось, что активность

*) Потому что тѣла противуставляли бы возрастающую инерцію всѣмъ тѣмъ причинамъ, которыя стремились бы ускорить ихъ движеніе; эта инерція возрастала бы безпредѣльно, если бы скорость тѣла приближалась по своей величинѣ къ скорости свѣта.

его сохраняется въ неизмѣнной степени въ теченіе мѣсяцевъ и цѣлыхъ лѣтъ. Это обстоятельство поколебало вѣру въ принципы: излученіе представляетъ собою энергію и изъ одного и того же кусочка радія эта энергія выдѣлялась и выдѣлялась безъ конца. Но эти количества энергіи были слишкомъ слабы и не поддавались измѣренію; такъ, по крайней мѣрѣ, думали и потому не очень беспокоились.

Картина измѣнилась, когда Кюри вздумалъ положить радій въ калориметръ; тогда увидали, что количество непрестанно развивающейся теплоты весьма чувствительно.

Было предложено множество объясненій, но въ подобныхъ случаяхъ неприменима пословица: „много добра не надобѣтъ“. Пока одно изъ этихъ объясненій не восторжествуетъ надъ прочими, мы ни одного изъ нихъ не можемъ считать удовлетворительнымъ. Однако, за послѣднее время одно объясненіе, повидимому, беретъ верхъ надъ всѣми прочими и мы имѣемъ основаніе надѣяться, что мы близки къ разгадкѣ тайны.

Сэръ В. Рамсей старался показать, что радій подверженъ превращенію и что онъ заключаетъ въ себѣ огромный, но не безконечный запасъ энергіи. По его мнѣнію превращеніе радія даетъ въ миллионъ разъ большее количество теплоты, чѣмъ всѣ другія извѣстныя превращенія; радій можетъ истощиться лишь за 1250 лѣтъ. Это немного въ сравненіи съ безконечностью; но, какъ видите, мы можемъ держаться этой точки зрѣнія еще по крайней мѣрѣ нѣсколько столѣтій. Покаместъ, наши сомнѣнія остаются въ силѣ.

ОПЫТЫ и ПРИБОРЫ.

Изъ: „*Zeitschrift für den Physicalischen und Chemischen Unterricht*“.
1904, Bd. VII.

Этотъ годъ содержитъ много описаній новыхъ опытовъ и приборовъ для выясненія разныхъ основныхъ понятій, для которыхъ обыкновенно довольствуются однимъ теоретическимъ изложеніемъ. Къ сожалѣнію большая часть этихъ приборовъ и опытовъ до того сложна, что едва ли поведетъ къ уясненію дѣла ученикамъ среднеучебныхъ заведеній: результатомъ будетъ обыкновенно „непониманіе новаго прибора“, какъ теперь „автудову машину не понимаютъ“. Опытъ такого рода достигаетъ цѣли только, если онъ „прямой“ и простой, такъ что трудности пониманія прибора не заслоняютъ собою сути дѣла. Поэтому показать на опытѣ одно изъ отдаленныхъ слѣдствій уясняемаго принципа большею частью бесполезно: такой опытъ убѣдителенъ лишь для его изобрѣтателя и для немногихъ зрителей, внимательно прослѣдившихъ весь ходъ разсужденія.

Къ такимъ приборамъ надо причислить изобрѣтенія Е. Grimschl (стр. 129) для количественнаго опредѣленія соотношенія силы и сопротивленія при наклонной плоскости и воротѣ, для сложенія движеній, параллелограмма силъ и движенія брошенныхъ тѣлъ (стр. 257). Послѣдній приборъ самъ по себѣ цѣлесообразенъ, но показывать его гимназистамъ можно не всякому преподавателю. Авторъ палитъ настоящимъ порохомъ изъ игрушечнаго пистолета въ цѣль, измѣряя горизонтальную и вертикальную проекцію траекторіи снаряда въ 50 грам. вѣса, вылетающаго съ начальною скоростью около 300 с. м. въ секунду. Нѣсколько удачнѣе опыты надъ паромъ силъ (стр. 321). Ученикамъ дѣйствительно очень важно видѣть на дѣлѣ дѣйствіе пары силъ и убѣдиться, что результатъ не зависитъ отъ перемѣщенія точекъ приложенія обѣихъ силъ, если ихъ моментъ остается безъ измѣненія. Первый приборъ кажется удачнымъ на бумагѣ: авторъ пользуется принципомъ Сегнерова колеса.

Въ горизонтальной подвижной трубкѣ прибора онъ дѣлаетъ рядъ равныхъ отверстій, на разстояніи 5 с. м., закрываемыхъ по желанію подвижными кольцами; вертикальная центральная трубка снабжена воронкою, въ которой уровень воды поддерживаютъ на постоянной высотѣ подливаніемъ изъ крана и подвѣскою на проволоку. Крученіе остается однимъ и тѣмъ же, когда открываютъ разныя пары отверстій на томъ же разстояніи между собою. Судя по рисунку и по тому, что авторъ придумываетъ еще болѣе хитрый приборъ, надо думать, что размѣры исполненнаго Сегнерова колеса выбраны неудачно и дѣйствіе слишкомъ слабо. Во второмъ приборѣ доска положена на велосипедные шарики, рассыпанные на зеркальномъ стеклѣ, покрытомъ бильярднымъ сукномъ. Пару силъ доскѣ этой сообщаютъ при посредствѣ изогнутой пушки, заряжаемой порохомъ и стрѣляющей въ оба конца, чтобы воспользоваться равенствомъ дѣйствія и противодѣйствія.

Другія оригинальныя статьи большею частью въ томъ же духѣ: авторы сообщаютъ плоды своихъ добросовѣстныхъ стараній улучшить способы преподаванія, но результаты не представляютъ ничего выдающагося.

1905 годъ того же журнала начинается со статьи А. Нёйер: „Математическое въ преподаваніи физики“. Это знаменіе времени: авторъ указываетъ, что не онъ одинъ уже семнадцать лѣтъ раньше, но и многія болѣе авторитетныя лица указываютъ на необходимость направлять преподаваніе математики такъ, чтобы оно давало возможность излагать физику на твердомъ математическомъ основаніи. А для этого необходимо уяснить ученикамъ понятіе о функціи и сообщить основы дифференціального и интегральнаго исчисленія.

Но, вдаваясь въ подробности, авторъ только какъ будто приближается къ тѣмъ же идеямъ, которыя такъ ясно и талантливо проводятся въ послѣдніе годы англійскими учеными. Нѣмецкимъ педагогамъ идеи эти, повидимому, совершенно неизвѣстны.

Между тѣмъ Нёфлер самъ указываетъ, что для изложенія физики нужны лишь очень немногія формулы исчисленія безконечно-малыхъ, потому что приходится имѣть дѣло съ немногими видами функцій. На этомъ основана вся особенность изложенія „математики для техникувъ“ проф. Перри. Далѣе авторъ подробно рассуждаетъ о „точной“ и „приближенной“ математикѣ, повидимому не давая себѣ яснаго отчета о разницѣ существенно приближенныхъ численныхъ результатовъ всякаго реального измѣренія и „точныхъ“ результатовъ теоріи, основанной на предположеніяхъ, за вѣдомо приближенныхъ. Такимъ образомъ въ статьѣ только намѣчаются пожеланія, для которыхъ англичане уже указали средства осуществленія.

Во 2-мъ № стр. 79 описанъ оригинальный приборъ для законовъ паденія Р. Коттенбаха. Плоская пружина укрѣплена за одинъ конецъ, такъ что она можетъ вибрировать въ горизонтальной плоскости. Свободный конецъ пружины такъ нагруженъ, что она колеблется медленно и число ея колебаній въ секунду можно сосчитать. Велосипедный шарикъ виситъ на электромагнитѣ, пока пружина отклонена въ сторону рукою. Когда ее отпустить, она при прохождѣ чрезъ свое положеніе равновѣсія размыкаетъ токъ, опрокидывая замыкающій рычажекъ; шарикъ начинаетъ падать и ударяетъ въ чашечку на концѣ другого рычажка, противоположный конецъ котораго снабженъ платиновымъ остриемъ, расположеннымъ какъ разъ противъ другого такого острія на концѣ пружины, въ ея положеніи равновѣсія. Токъ замкнется только въ томъ случаѣ, когда время паденія равно цѣлому числу періодовъ колебанія пружины. Значитъ, если подобрать ощупью высоту паденія, удовлетворяющую этому условію, то замыканіе произойдетъ и при высотахъ, въ 4, 9, ... разъ большихъ. У автора пружина совершала 100 колебаній въ 29 секундъ, что соответствовало наименьшей высотѣ паденія въ 10,3 с.м. Далѣе получилась высота въ 40,7 и 91,9 с.м. вмѣсто вычисленныхъ 41,2 и 92,7 с.м. Для g , при наименьшей высотѣ паденія, получилось число 980 с.м.

Въ № 3, стр. 131 интересенъ хроноскопъ В. Барджъ, позволяющій измѣрять тысячныя доли секунды безъ помощи камертона. Главный органъ состоитъ изъ цилиндрическаго махового колеса, 2 дециметра діаметра, вращающагося около горизонтальной оси. Цилиндрическая его поверхность покрыта бумажной полосой, а на оси накрутъ снурокъ съ гирькою, уравнивающей треніе, и другой, снимаемой кольцемъ, какъ на атвудовой машинѣ, когда она сообщитъ колесу желаемую скорость. Надъ колесомъ помѣщены два электромагнита, притягивающіе по гирькѣ съ иглой на нижнемъ концѣ, отмѣчающей свое паденіе на бумагѣ колеса. Каждый электромагнитъ имѣетъ свой источникъ тока. Соединивъ ихъ въ общую цѣпь, можно опредѣлить постоянное разстояніе отпечатковъ обѣихъ гирекъ, когда

онѣ начинаютъ падать одновременно ¹⁾; когда же эта постоянная прибора извѣстна, можно пользоваться размыканіемъ обѣихъ цѣпей для измѣренія паденія тѣлъ, скорости звука, числа колебаній струны или скорости каленія пули, для чего авторъ видоизмѣняетъ извѣстные приемы.

На стр. 140 В. Гольцъ рассказываетъ, какъ онъ изобрѣлъ свою электрическую машину, и описываетъ модель ея, специально приспособленную для разъясненія ея дѣйствія, такъ сказать, историческимъ путемъ.

Сначала машина работаетъ съ одной неподвижной обкладкой, потомъ съ двумя: дѣйствіе становится сильнѣе, но все-таки скоро прекращается. Тогда надѣваютъ послѣдовательно картонныя острія, діаметральный кондукторъ и другія дополненія конструкции и констатируютъ измѣненія и улучшенія дѣйствія, ими производимыя.

(Окончаніе слѣдуетъ).

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Рудольфъ Липшицъ (Некрологъ). Характеристикѣ этого недавно скончавшагося выдающагося математика посвящена статья въ январской книжкѣ: „Jahresber. der deutsch. Mathematiker-Vereinigung“. Покойный работалъ преимущественно въ области теоріи чиселъ, главнымъ образомъ надъ тѣми вопросами ея, которые стоятъ въ связи съ анализомъ, механикой и математической физикой (теоріей потенциальной функціи). Замѣчательная особенность этого ученаго заключается въ томъ, что въ своихъ работахъ онъ постоянно выясняетъ связь, которая существуетъ между различными математическими дисциплинами. Особеннаго вниманія заслуживаютъ его обширныя изслѣдованія о формахъ изъ n дифференціаловъ въ связи съ относящимися сюда вопросами варіаціоннаго счисленія, теоріи пространства и механики. Изслѣдованія эти, примыкающія къ знаменитой диссертациі Риманна о гипотезахъ геометріи, дали начало новымъ теченіямъ въ математикѣ. По этому поводу въ адресѣ, поднесенномъ Липшицу Берлинской Академіей по случаю его пятидесятилѣтняго докторскаго юбилея, говорится слѣдующее:

„Однако, эти глубокомысленныя изслѣдованія (Риманна) представляли собою для математиковъ книгу за семью печатями, и пониманіемъ ихъ мы обязаны главнымъ образомъ Вашимъ неустаннымъ многостороннимъ изслѣдованіямъ, пролившимъ свѣтъ на эти вопросы“.

¹⁾ Надобность въ этомъ опредѣленіи исчезла бы, если бы оба шарика были расположены надъ одной производящей цилиндра, для чего, однако, пришлось бы немного усложнить конетрукцію.

Къ числу крупныхъ научныхъ заслугъ покойнаго слѣдуетъ отнести еще его „Lehrbuch der Analysis“; трудъ этотъ нашелъ себѣ слѣдующую оцѣнку въ адресѣ Гёттингенскаго Ученаго Общества:

„Стремясь къ наибольшему обобщенію вопросовъ и проникая въ далекія области отвлеченнаго математическаго мышленія, Вы не упускаете изъ виду по возможности прочіе обезпечить тѣ результаты, которые уже раньше сдѣлались достояніемъ науки... Вы возложили на себя великую задачу представить въ непрерывной связи систему анализа, начиная съ основныхъ понятій его. Вы создали учебникъ анализа, который по своей глубинѣ и научному значенію не имѣетъ себѣ равныхъ среди всѣхъ предшествующихъ ему подобныхъ трудовъ нѣмецкихъ математиковъ, и который не въ одномъ еще молодомъ поколѣніи будетъ возбуждать чувство живой благодарности къ автору его“.

Общее значеніе научной дѣятельности покойнаго слѣдующимъ образомъ характеризуется въ письмѣ Ф. Клейна къ г-жѣ Липшицъ: „Тѣмъ больше я занимался наукой, тѣмъ выше я цѣнилъ его (Липшица) возвышенный математическій идеалъ науки, какъ единого цѣлаго, *вся части котораго, несмотря на ясно выраженное рѣзкое расчлененіе, находятся въ тѣсной связи другъ съ другомъ*, — его постоянное стремленіе въ даль неизслѣдованныхъ областей и вмѣстѣ съ тѣмъ страстное проникновеніе въ глубины тѣхъ работъ близкаго и далекаго прошлаго, которыя проложили новые пути въ науку“.

Торжество освященія физическаго института въ Геттингенскомъ университетѣ. Торжество это состоялось въ концѣ истекшаго года; присутствовало много заграничныхъ гостей. Институтъ состоитъ изъ: 1) отдѣленія опытной физики, 2) отдѣленія теоретической физики и 3) изъ отдѣленія для ученія о прикладномъ электричествѣ. На торжествѣ директоръ перваго отдѣленія профессоръ Rieke изложилъ исторію института, начиная со времени Лихтенберга, который долженъ былъ за собственныя средства содержать кабинетъ для демонстраціи вплоть до послѣдняго времени, когда институтъ развился въ крупное научное учрежденіе, вполне приспособленное къ цѣлямъ современныхъ научныхъ изысканій и даже къ потребностямъ будущаго, насколько его можно предвидѣть, судя по современному состоянію науки. Профессоръ указалъ, какъ возникли одно за другимъ: сперва отдѣленіе теоретической физики, затѣмъ институтъ физической химіи, затѣмъ институтъ технической физики, затѣмъ геофизическій институтъ, и, наконецъ, институтъ прикладного электричества; при этомъ ораторъ подробно остановился на именахъ тѣхъ великихъ ученыхъ — главнымъ образомъ Г. Вебера — которымъ Геттингенская физика обязана своимъ почетнымъ положеніемъ. Факультетъ ознаменовалъ день торжества шестью присужденіями

титула почетнаго доктора, въ томъ числѣ проф. Зеemannу (Амстердамъ), проф. Бекерелю, проф. Heavyside Newton'у и проф. J. J. Thomson'у.

Вліяетъ ли температура на вѣсъ тѣла? Профессоръ Пойнтингъ, извѣстный своими прекрасными работами о константѣ силы тяжести и о предполагаемомъ вліяніи ньютонова притяженія на ориентированіе кристалловъ, недавно произвелъ подробное экспериментальное разслѣдованіе вопроса о возможности вліянія температуры на вѣсъ тѣла. Онъ сдѣлалъ тщательные опыты въ предѣлахъ между обычной температурой и температурой жидкаго воздуха; опыты приводятъ къ слѣдующему заключенію: если указанное вліяніе и имѣетъ мѣсто въ дѣйствительности, то въ вышеприведенныхъ предѣлахъ колебанія температуры оно измѣряется менѣе, чѣмъ одной тысячной долей миллиграмма на 208 граммовъ, составляющихъ вѣсъ испытуемаго тѣла, т. е. это вліяніе температурной разности въ 200 приблизительно градусовъ выражается менѣе, чѣмъ одной стомилліонной долей взятаго вѣса.

Такимъ образомъ можно утверждать, что въ предѣлахъ доступной намъ точности измѣреній искомое вліяніе не имѣетъ мѣста въ дѣйствительности. Извѣстно кромѣ того, что къ такому же заключенію привели и самыя тщательныя опыты, какіе были до сихъ поръ произведены по вопросу о вліяніи силы тяжести на тѣла, взятые въ отдѣльности или въ соединеніи другъ съ другомъ.

(Rev. Gén.)

РЕЦЕНЗІИ.

Уроки экспериментальной и практической геометріи. Галль и Стефенсъ. (Lessons in experimental und practical geometry. By H. S. Hall and F. H. Stevens, Lond. Macmillan and C^o 1905). 96 стр. м. 8^o.

Легкія графики. Галль. (Easy Graphs, by H. S. Hall. London, Macmillan et C^o 1905) 64 стр. м. 8^o.

Обѣ эти книжки составлены въ духѣ „Силлабуса“ проф. Перри *) „Уроки геометріи“ содержатъ смѣшанный пропедевтический курсъ и геометрическое черченіе; собственно ни экспериментальныхъ, ни логическихъ доказательствъ теоремъ въ нихъ нѣтъ, а сообщаются и повѣряются непосредственнымъ измѣреніемъ только результаты нѣкоторыхъ построеній, употребляемыхъ въ черченіи.

*) См. „В. О. Ф.“ 1893 г.

Уроки начинаются съ разсмотрѣнія геометрическихъ тѣлъ, какъ и въ нашей пропедевтикѣ, но опредѣленія основныхъ понятій даются смѣшанныя: точка опредѣляется какъ пересѣченіе реберъ и сейчасъ же указывается, что проколъ тонкой иглы на бумагѣ можетъ дать понятіе о точкѣ, потому что онъ такъ малъ, что о ширинѣ, длинѣ и глубинѣ его мы не разсуждаемъ. Затѣмъ измѣряютъ начерченные прямые помощью линейки съ дѣлениями въ дюймахъ и сантиметрахъ, а потомъ на глазъ, и опредѣляютъ среднее и ошибки. При этомъ дѣлаютъ чертежи на клѣтчатой бумагѣ, и пользуются знакомствомъ учениковъ съ географическими картами. Потомъ идетъ рѣчь о кругѣ и углахъ, причѣмъ „наложеніе“ совершается при помощи складыванія чертежа или при посредствѣ его копіи на прозрачной бумагѣ. Далѣе сообщаются разныя построенія угловъ, треугольниковъ, параллельныхъ линий и простѣйшихъ многоугольниковъ, съ помощью циркуля, линейки и угольника. Заканчивается курсъ простѣйшими случаями опредѣленія поверхностей плоскихъ фигуръ и ближайшимъ разсмотрѣніемъ геометрическихъ тѣлъ и ихъ выкроекъ изъ бумаги.

Изложеніе для дѣтскаго возраста понятное и интересное. Я сдѣлалъ опытъ, давъ потомъ книжку эту гимназисткѣ, которая перешла въ 3-ій классъ, гдѣ ей будетъ предстоять начало геометріи: книжка была прочитана и задачи передѣлены безъ посторонней помощи.

„Лекція графика“ представляютъ дополненіе къ обычному курсу алгебры, выясняющее понятіе о функціи при помощи декартовыхъ координатъ. Первые параграфы, содержащіе опредѣленіе функціи и координатъ и изображеніе прямыхъ, авторъ предполагаетъ сообщать ученикамъ, какъ только они освоятся съ положительными и отрицательными величинами. Статью о пересѣкающихся прямыхъ должно сообщать вслѣдъ за ученіемъ о рѣшеніи совокупности уравненій первой степени. Затѣмъ изложены примѣры графическаго изображенія электрическихъ функцій, ходъ измѣненій показанія температуры, зависимость между силой приложенной къ подъемной машинѣ и поднимаемымъ грузомъ, ходъ прироста населенія и т. п. Далѣе идутъ простѣйшіе случаи кривыхъ второго порядка, значеніе того, что функція обращается въ 0 или ∞ , суммирование графикъ и разныя задачи. Въ предисловіи авторъ предостерегаетъ отъ чрезмѣрнаго увлеченія графическимъ методомъ, который теперь въ модѣ у англійскихъ преподавателей.

Эту книжку я тоже съ успѣхомъ испробовалъ на другой гимназисткѣ, уже прошедшей свою алгебру.

В. Лермантовъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Редакция проситъ не помѣщать на одномъ и томъ же листѣ бумаги 1) дѣловой переписки съ конторой, 2) рѣшеній задачъ, напечатанныхъ въ „Вѣстникѣ“ и 3) задачъ, предлагаемыхъ для рѣшенія. Въ противномъ случаѣ редакция не можетъ поручиться за то, чтобы она могла своевременно принять мѣры къ удовлетворенію нуждъ корреспондентовъ.

Редакция проситъ лицъ, предлагающихъ задачи для помѣщенія въ „Вѣстникѣ“, либо присылать задачи вмѣстѣ съ ихъ рѣшеніями, либо снабжать задачи указаніемъ, что лицу, предлагающему задачу, неизвѣстно ея рѣшеніе.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 701 (4 сер.). Найти четыре такихъ цѣлыхъ числа, чтобы ихъ произведение равнялось суммѣ ихъ произведеній по два.

Проф. В. Ермаковъ (Кіевъ)

№ 702 (4 сер.). Даны четыре прямыя, выходящія изъ одной точки. Построить параллелограммъ съ данными сторонами такъ, чтобы вершины его лежали на данныхъ прямыхъ.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 703 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$x^3 = \frac{ayz}{(y-z)^2}, \quad y^3 = \frac{bzx}{(z-x)^2}, \quad z^3 = \frac{cxy}{(x-y)^2}.$$

Е. Григорьевъ (Ташкентъ).

№ 704 (4 сер.). Найти сумму n первыхъ членовъ каждого изъ рядовъ *)

$$\begin{aligned} 1) & 1, \frac{2}{3}, \frac{2.4}{3.5}, \dots, \frac{2.4.6 \dots 2(k-1)}{3.5.7 \dots (2k-1)}; \\ 2) & 1, \frac{1}{2}, \frac{1.3}{2.4}, \frac{1.3.5}{2.4.6}, \dots, \frac{1.3.5 \dots (2k-3)(2k-1)}{2.4.6 \dots 2(k-1).2k}; \\ 3) & 1, 1!2^3, 2!3^3, 3!4^3, \dots, (k-2)!(k-1)^3, (k-1)!2k. \end{aligned}$$

А. Брюхановъ (Иркутскъ).

№ 705 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$(\cos^4 x - \sin^2 x) \sqrt{1 - \sin^2 3x} = \cos 5x.$$

И. Коровинъ (Екатеринбургъ).

№ 706 (4 сер.). Въ пустотѣ брошенъ вертикально вверхъ съ начальной скоростью въ 490 метровъ свинцовый шарикъ, діаметръ котораго равенъ 1 сантиметру. Какова наивысшая высота его поднятія? Каковы будутъ его физическое состояніе и температура, если предположить, что на половинѣ своего пути (до наивысшей точки) онъ встрѣтитъ нѣкоторую неизмѣняемую преграду и что въ моментъ встрѣчи его кинетическая энергія цѣликомъ преобразуется въ тепло и будетъ поглощена шаромъ? Плотность свинца 11,34; теплоемкость твердаго свинца 0,03, жидкаго свинца 0,04; теплота плавленія свинца 9,37; начальная температура шарика 0°; ускореніе силы тяжести $g = 9,8$.

(Заметь.) М. Гербановскій.

*) При суммированіи этихъ рядовъ можно пользоваться тождествомъ, предложеннымъ для доказательства въ задачѣ № 680 въ № 402 „Вѣстника“.

РѢШЕНИЯ ЗАДАЧЪ.

№ 600 (4 сер.). Найти целыя и не отрицательныя значения x , при которыхъ число $7^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 2^x$ кратно 11.

При $x=0$ имѣемъ: $7^0 - 4 \cdot 3^0 + 3 \cdot 2^0 = 0$, т. е. при $x=0$ разсматриваемое выраженіе кратно 11. Пусть x — четное положительное число, т. е. $x = 2k$, гдѣ k число цѣлое положительное. Тогда

$$\begin{aligned} 7^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 2^x &= 7^{6k} - 4 \cdot 3^{4k} + 3 \cdot 2^k = 7^{6k} - 3^{4k} - (3^{4k} - 3 \cdot 2^k) = \\ &= [(7^3)^{2k} - (3^2)^{2k}] - 3[(3^2)^{2k} - 2^{2k}] = (343^{2k} - 9) - 3(9^{2k} - 2^{2k}) \quad (1). \end{aligned}$$

Разности $343^{2k} - 9^{2k}$ и $9^{2k} - 2^{2k}$ четныхъ степеней кратны соответственно числу $343 - 9 = 352 = 11 \cdot 32$ и $9 - 2 = 7$; поэтому и все разсматриваемое число при $x=2k$ (см. (1)) кратно 11. Пусть теперь x — нечетное положительное число; тогда

$$\begin{aligned} 7^{3x} - 4 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 2^x &= (7^{3x} + 3^{2x}) - 3^{2x} - 4 \cdot 3^{2x} + (3 \cdot 2^x + 3 \cdot 2^{2x}) - 3 \cdot 3^{2x} = \\ &= [(7^3)^x + (3^2)^x] + 3[2^x + (3^2)^x] - 8 \cdot 3^{2x} \quad (2). \end{aligned}$$

Числа $(7^3)^x + (3^2)^x$ и $2^x + (3^2)^x$, какъ суммы нечетныхъ степеней, кратны соответственно числу $7^3 + 3^2 = 11 \cdot 32$ и $2 + 3^2 = 11$; но число $8 \cdot 3^{2x}$ не кратно 11, а потому и все разсматриваемое число (см. (2)) въ случаѣ нечетнаго x не кратно 11. Итакъ разсматриваемое выраженіе, въ случаѣ цѣлаго и не отрицательнаго x , кратно 11 только при $x=0$ и при x четномъ положительномъ, т. е. вообще при x четномъ и не отрицательномъ.

Д. Колянковскій (Брацлавъ). Г. Оганянъ (Эривань); М. Кузнецовъ (Астрахань); Г. Лебедевъ (Полтава).

№ 601 (4 сер.). Разложить въ непрерывную дробь выраженіе

$$\sqrt{25b^2 + 14b + 2},$$

гдѣ b — цѣлое положительное число.

При b цѣломъ и положительномъ

$$(5b+1)^2 = 25b^2 + 10b + 1 < 25b^2 + 14b + 2 < (5b+2)^2 = 25b^2 + 20b + 4.$$

Слѣдовательно

$$5b+1 < \sqrt{25b^2 + 14b + 2} < 5b+2 \quad (1),$$

откуда

$$\sqrt{25b^2 + 14b + 2} = 5b+1 + \frac{1}{x} \quad (2),$$

гдѣ $x > 1$. Изъ равенства (2) находимъ:

$$x = \frac{1}{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} - (5b+1)} = \frac{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 5b+1}{25b^2 + 14b + 2 - (5b+1)^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 5b+1}{4b+1} \quad (3).$$

Пользуясь неравенствами (1), выводимъ изъ равенства (3):

$$\frac{(5b+1)+5b+1}{4b+1} < x < \frac{(5b+2)+5b+1}{4b+1}, \text{ или } \frac{10b+2}{4b+1} < x < \frac{10b+3}{4b+1}, \text{ т. е.}$$

$$2 + \frac{2b}{4b+1} < x < 2 + \frac{2b+1}{4b+1} \quad (4).$$

Такъ какъ при b цѣломъ и положительномъ $4b+1 > 2b+1 > 2b$, то (см. (4))

$$x = 2 + \frac{1}{y} \quad (5),$$

гдѣ $y > 1$. Изъ равенствъ (3) и (5) имѣемъ

$$\frac{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 5b + 1}{4b + 1} = 2 + \frac{1}{y},$$

откуда

$$\begin{aligned} y &= \frac{4b-1}{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} - (3b+1)} = \frac{(4b+1)[\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 3b + 1]}{25b^2 + 14b + 2 - (3b+1)^2} = \\ &= \frac{(4b+1)[\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 3b + 1]}{4b^2 + 8b + 1} = \frac{(4b+1)[\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 3b + 1]}{(4b+1)^2} = \\ &= \frac{\sqrt{25b^2 + 14b + 1} + 3b + 1}{4b + 1} \quad (6). \end{aligned}$$

На основаніи неравенствъ (1), (см. (6)) находимъ:

$$\frac{(5b+1)+3b+1}{4b+1} < y < \frac{(5b+2)+3b+1}{4b+1}, \text{ или } \frac{8b+2}{4b+1} < y < \frac{8b+3}{4b+1}, \text{ т. е.}$$

$$2 < y < 2 + \frac{1}{4b+1}, \text{ откуда, такъ какъ } b > 1,$$

$$y = 2 + \frac{1}{z} \quad (7), \text{ гдѣ } z > 1.$$

$$\text{Изъ равенствъ (6) и (7) имѣемъ } \frac{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 3b + 1}{4b + 1} = 2 + \frac{1}{z},$$

откуда

$$\begin{aligned} z &= \frac{4b+1}{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} - (5b+1)} = \frac{(4b+1)[\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 5b + 1]}{25b^2 + 14b + 2 - (5b+1)^2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 5b + 1}, \end{aligned}$$

или, на основаніи неравенствъ (1),

$$z = \sqrt{25b^2 + 14b + 2} + 5b + 1 = 10b + 2 + \frac{1}{u} \quad (8),$$

откуда (см. (3))

$$u = \frac{1}{\sqrt{25b^2 + 14b + 2} + (5b+1)} = x \quad (9).$$

На основаніи равенствъ (2), (5), (7), (8), (9) получимъ:

$$\sqrt{25b^2 + 14b + 2} = 5b + 1 \quad (2, 2, 10b + 2).$$

Д. Коляковский (Брацлавъ); Г. Огнянцъ (Эривань); М. Кузнецовъ (Астрахань); Н. Доброгаевъ (Спб.); Н. Агрономовъ (Вологда); Г. Лебедевъ (Полтава).

№ 603 (4 сер.). Разложить въ непрерывную дробь число

$$\sqrt{a^4 + 2a},$$

гдѣ a —число цѣлое и положительное.

Такъ какъ при a цѣломъ и положительномъ $(a^2 + 1)^2 = a^4 + 2a^2 + 1 > a^4 + 2a > a^4$, откуда

$$a^2 + 1 > \sqrt{a^4 + 2a} > a^2 \quad (1), \text{ то}$$

$$\sqrt{a^4 + 2a} = a^2 + \frac{1}{x} \quad (2),$$

гдѣ $x > 1$. Изъ равенства (2) имѣемъ

$$x = \frac{1}{\sqrt{a^4 + 2a} - a^2} = \frac{\sqrt{a^4 + 2a} + a^2}{(a^4 + 2a) - (a^2)^2} = \frac{\sqrt{a^4 + 2a} + a^2}{2a} \quad (3).$$

На основаніи неравенствъ (1) получимъ (см. (3))

$$\frac{a^2 + 1 + a^2}{2a} > x > \frac{a^2 + a^2}{2a}, \text{ иля } \frac{2a^2 + 1}{2a} > x > \frac{2a^2}{2a}$$

т. е. $a + \frac{1}{2a} > x > a$, откуда, такъ какъ $a > 1$, имѣемъ:

$$x = a + \frac{1}{y} \quad (4).$$

Изъ равенствъ (3) и (4) находимъ, что $\frac{\sqrt{a^4 + 2a} + a^2}{2a} = a + \frac{1}{y}$, откуда (см. (1))

$$y = \frac{2a}{\sqrt{a^4 + 2a} - a^2} = \frac{2a(\sqrt{a^4 + 2a} + a^2)}{(a^4 + 2a) - (a^2)^2} = \sqrt{a^4 + 2a} + a^2 = 2a^2 + \frac{1}{z} \quad (5),$$

гдѣ $z > 1$. Изъ равенствъ (5) получимъ (см. (3)),

$$z = \frac{1}{\sqrt{a^4 + 2a} - a^2} = x \quad (6).$$

Изъ формулъ (2), (4), (5), (6) находимъ:

$$\sqrt{a^4 + 2a} = a^2(a, 2a^2).$$

Э. Лейнцъ (Рига); Д. Коляковский (Немировъ); А. Турчанновъ (Брестъ); Г. Огнянцъ (Эривань); Н. Доброгаевъ (Спб.); Н. Агрономовъ (Вологда); Г. Лебедевъ (Полтава).

Редакторъ приватъ-доцентъ В. Ф. Каганъ. Издатель В. А. Гернетъ.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпендера, ул. Новосельскаго, д. № 66.

Обложка
щется

Обложка
щется