

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# Вѣстникъ Опытной Физики

## и

### ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

31 Августа

№ 352.

1903 г.

**Содержаніе:** О новѣйшихъ проекціонныхъ аппаратахъ и микрофотографіи. *М. Таубера.*—Основанія геометрической теоріи кватерніоновъ. (Окончаніе). *Дм. Ефремова.*— Научная хроника: N-лучи *Blondlot.* Праздникъ въ честь *Dalton'a* въ Манчестерѣ. 14-ый конгрессъ геодезіи. Конференція о телеграфіи безъ проводовъ. Станція для безпроводнаго телеграфированія въ Портъ Артурѣ. — Третій Свѣздъ русскихъ дѣятелей по техническому и профессиональному образованію въ Россіи.—Задачи для учащихся, №№ 376—381 (4 сер.). — Рѣшенія задачъ, №№ 308, 312, 313, 314. — Объявленія.

## О новѣйшихъ проекціонныхъ аппаратахъ и микрофотографіи.

*М. Таубера, въ Гентъ.*

Проблемы проектированія изображеній на экранѣ и фотографированія микроскопически маленькихъ предметовъ имѣютъ много общаго съ фотографіей и микроскопіей. Съ фотографіей онѣ сходны въ томъ отношеніи, что изображенія, получаемыя отъ предметовъ, не непосредственно, субъективно разсматриваются глазомъ, но сначала объективно отбрасываются на плоскость (стѣну, экранъ, матовое стекло и т. д.) и затѣмъ только наблюдаются или отпечатываются; съ микроскопіей же эти проблемы имѣютъ то общее, что онѣ даютъ не уменьшенныя изображенія, какъ въ обыкновенной фотографіи, но увеличенныя.

Проектированіе и микрофотографія, столь важныя для научнаго и народнаго образованія, уже давно занимали виднѣйшія оптическія фирмы, и въ настоящее время одной изъ нихъ—фирмѣ Цейссъ въ Гентъ—удалось довести эти задачи до самыхъ блестящихъ результатовъ.

Въ устроенномъ этой фирмой *Эпидіоскопъ* проекціонные аппараты достигли своего высшаго совершенства, и сдѣланные ею же аппараты для микрофотографированія принадлежатъ къ прекраснѣйшимъ и оригинальнѣйшимъ изобрѣтеніямъ новѣйшаго времени.

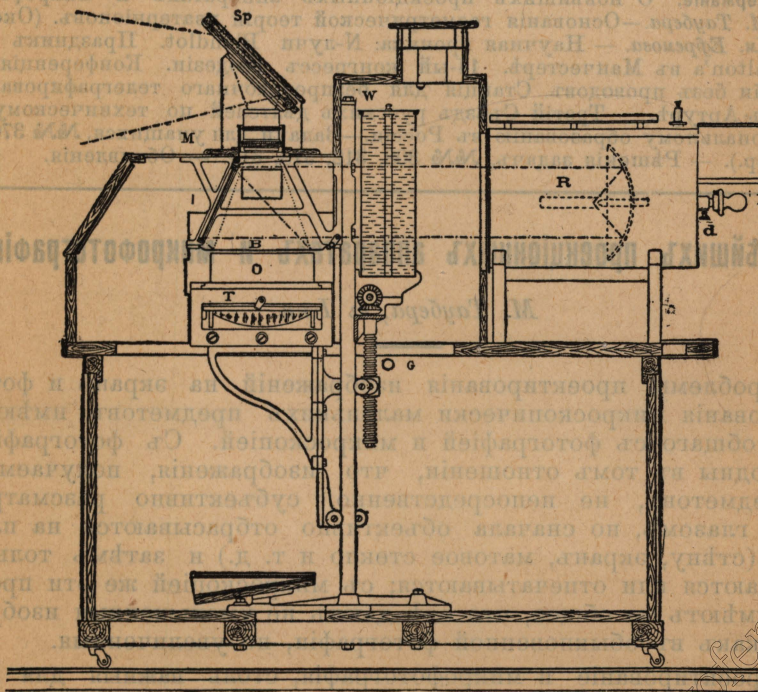


## Эпидиоскопъ.

Описанный въ нижеслѣдующемъ аппаратъ, такъ называемый *Эпидиоскопъ*, служить для проектированія горизонтально лежащихъ непрозрачныхъ предметовъ (рисунковъ -- даже въ книгахъ, фотографическихъ снимковъ, маленькихъ моделей, физическихъ аппаратовъ, маленькихъ растений и животныхъ и частей большихъ и т. д.) въ *отраженномъ свѣтѣ* и прозрачныхъ или, по крайней мѣрѣ, просвѣчивающихъ предметовъ въ *пропущенномъ свѣтѣ*.

На чертежѣ I представленъ аппаратъ для проектированія въ отраженномъ свѣтѣ. („Эпископическая проекція“).

Свѣтъ исходитъ изъ кратера положительнаго угла и падаетъ на параболическое зеркало *рефлектора* К, отъ котораго онъ



Черт. I.

Проектированіе въ отраженномъ свѣтѣ  
( $\frac{1}{12}$  нат. величины).

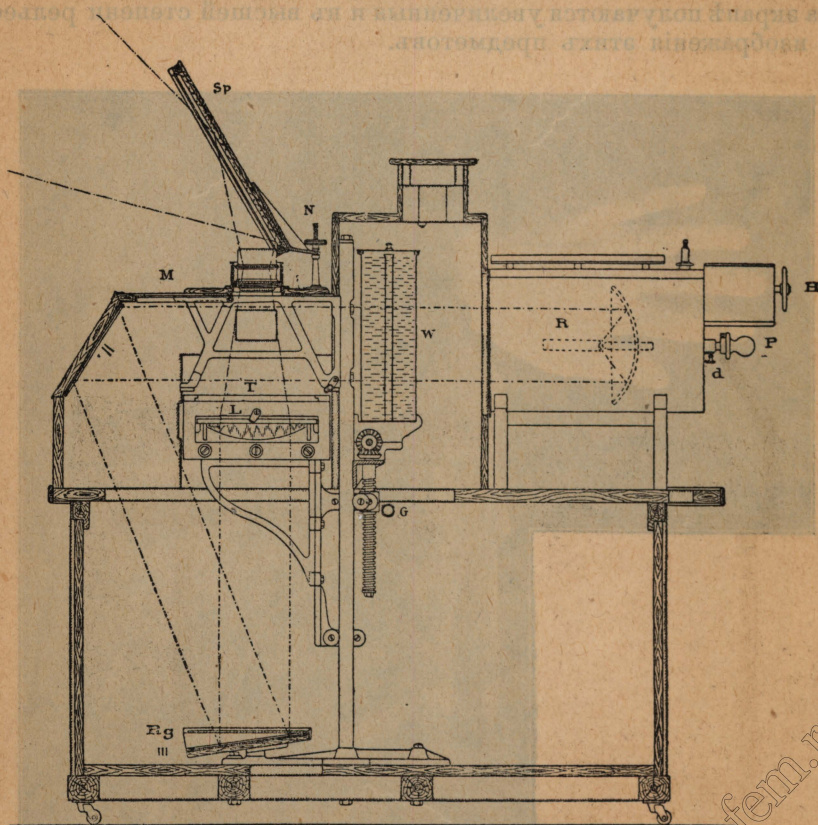
отражается въ видѣ цилиндрическаго пучка лучей. Отраженные лучи проходятъ черезъ *холодильникъ* W, наполненный водою, и направляются къ зеркалу I, откуда они отбрасываются по косому направленію внизъ и, проходя затѣмъ черезъ діафрагму, падаютъ на лежащій внизу предметъ. Отъ предмета лучи отражаются не-



правильно кверху и часть ихъ, заключенная въ пространствѣ между прямыми, начерченными пунктиромъ, достигаетъ объектива. Конусъ свѣта, выходящій изъ объектива, падаетъ на зеркало  $K_p$ , которое оборачиваетъ изображенія и бросаетъ ихъ на экранъ.

На чертежѣ II представленъ тотъ же аппаратъ для проектированія въ пропущенномъ свѣтѣ („діаскопическая проекція“).

Въ этомъ случаѣ зеркало I отворачивается; лучи, вышедшіе изъ холодильника W такимъ образомъ, идутъ дальше и доходятъ до зеркала II, отъ котораго они отражаются косо внизъ къ зеркалу III; отъ послѣдняго лучи отражаются перпендикулярно



Черт. II.  
Проектированіе въ пропущенномъ свѣтѣ  
( $\frac{1}{12}$  нат. величины).

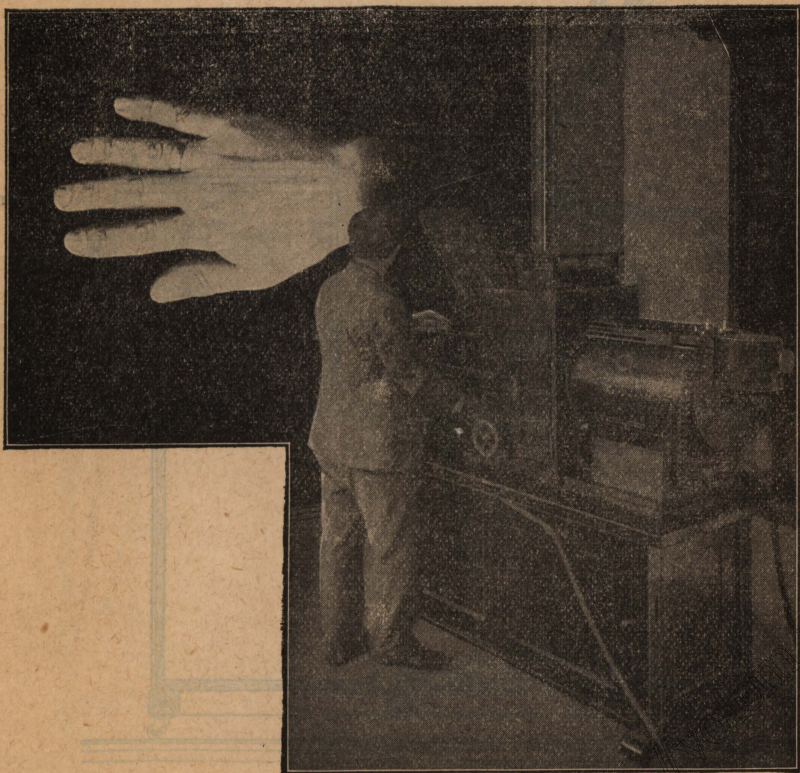
кверху и падаютъ на собирающее стекло  $L$  подъ предметомъ  $T$ ; по прохожденіи черезъ стекло и предметъ, лучи сходятся недалеко отъ объектива, гдѣ и получается уменьшенное изображеніе рефлектора. Лучи, выходящіе изъ объектива, падаютъ на зеркало  $S_p$ , гдѣ изображенія оборачиваются и отбрасываются на экранъ.



Длина эпидіоскопа равна приблизительно  $1\frac{1}{2}$  метрамъ, ширина  $\frac{3}{4}$  и высота  $1\frac{1}{2}$  метрамъ.

Ширина проектируемыхъ предметовъ не должна превышать 30 см. и толщина 16 см.; длинѣ же предмета конструкціей аппарата не положены опредѣленные границы.

Эпидіоскопомъ можно проектировать не только всякаго рода рисунки, нарисованные на прозрачныхъ и непрозрачныхъ предметахъ, но и предметы рельефные. Такъ напримѣръ, если положить на проекціонный столикъ аппарата кисть руки (черт. III), гипсовый отливъ или какой-нибудь другой рельефный предметъ, то на экранѣ получаются увеличенныя и въ высшей степени рельефныя изображенія этихъ предметовъ.



Черт. III.

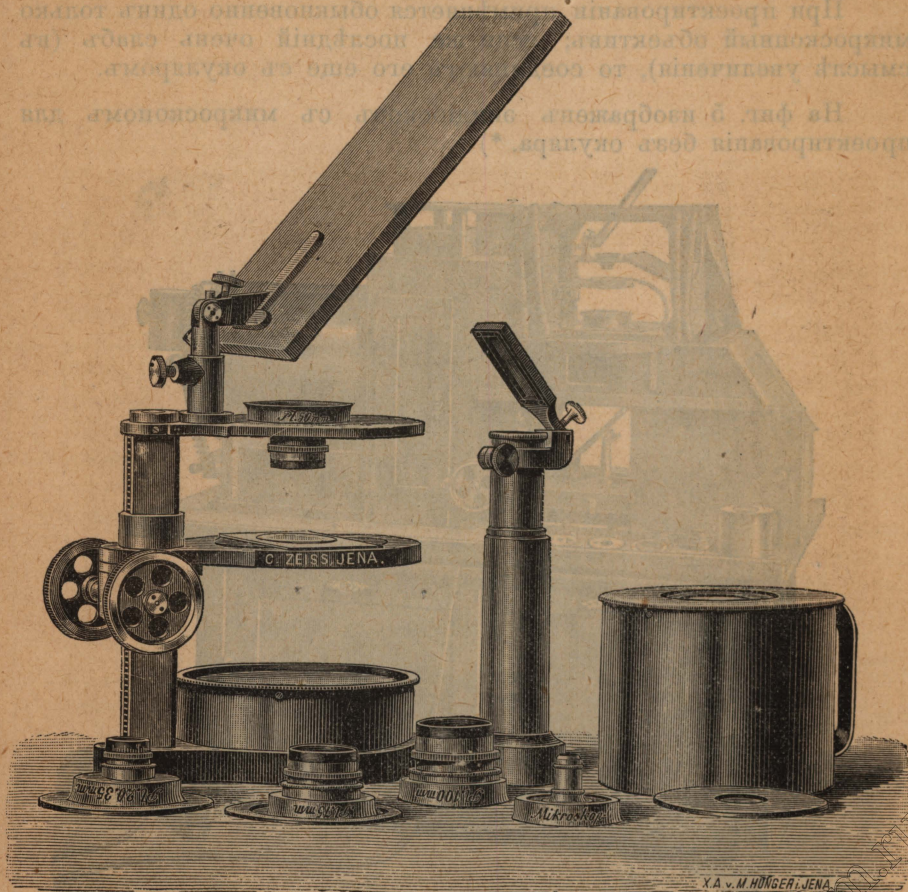
Изображенія, даваемые эпидіоскопомъ на экранѣ, своею ясностью и пластичностью формъ, какъ и натуральностью переданныхъ цвѣтовъ, остаются неизгладимыми въ памяти каждаго, кто ихъ разъ имѣлъ возможность наблюдать.



## II.

## Проекціонный микроскопъ для эпидіоскопа.

Для проектированія небольшихъ и весьма маленькихъ предметовъ на экранъ соединяють эпидіоскопъ съ такъ называемымъ проекціоннымъ микроскопомъ, устройство и примѣненіе котораго мы опишемъ.



Фиг. 4.  
Проекціонный микроскопъ.

На ножкѣ штатива лежитъ большое освѣтительное стекло, состоящее изъ двухъ плосковыпуклыхъ стеколъ; въ отверстіе верхняго неподвижнаго столика вложенъ объективъ, и надъ послѣднимъ находится большое оборачивающее зеркало. Подлѣ штатива помѣщена окулярная трубка съ соответствующимъ оборачивающимъ зеркаломъ; направо отъ трубки стоитъ маленькое освѣтительное стекло; впереди лежатъ разные объективы и діафрагмы для столовъ.

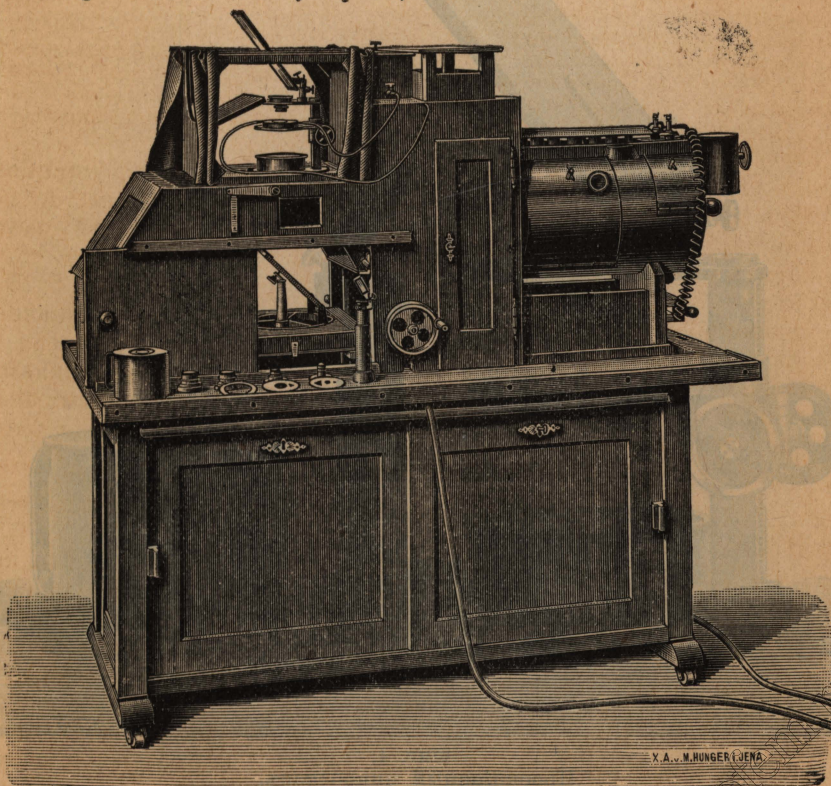
Проекціонный микроскопъ состоитъ изъ штатива для освѣтительныхъ стеколъ, мѣста для предмета и аппарата для оборачиванія изображеній и освѣтительнаго зеркала.



Штативъ имѣетъ въ своей нижней части кольцообразную мѣдную ножку, перпендикулярно къ которой поднимается трехгранный столбикъ (фиг. 4); по послѣднему передвигается, съ помощью зубчатого механизма, столикъ для проектируемаго предмета, и надъ нимъ помѣщенъ объективъ, вставленный въ отверстіе столика, прикрѣпленнаго къ верхней части столбика.

При проектированіи примѣняется обыкновенно одинъ только микроскопный объективъ; если же послѣдній очень слабъ (въ смыслѣ увеличенія), то соединяють его еще съ окуляромъ.

На фиг. 5 изображенъ эпидіоскопъ съ микроскопомъ для проектированія безъ окуляра. \*)



Фиг. 5.

Эпидіоскопъ съ приборомъ для микропроекции.  
Проекція безъ окуляра.

Свѣтъ исходитъ изъ положительнаго угла рефлектора и, отразившись отъ послѣдняго, проходитъ черезъ холодильникъ, гдѣ тепловые лучи поглощаются. Изъ холодильника лучи свѣта

Фигуры 1 и 2 представляютъ собой вертикальный разрѣзъ этого аппарата (безъ проекціоннаго микроскопа).



идутъ къ освѣтителъному зеркалу, отъ котораго они отражаются и направляются къ освѣтителъному стеклу. Лучи проходятъ затѣмъ черезъ маленькій холодильникъ, проектируемый предметъ, объективъ и падаютъ на зеркало, которое оборачиваетъ изображенія и бросаетъ ихъ на экранъ.

Освѣтителъное зеркало прямоуглою и образуетъ съ лучами, отраженными отъ рефлектора, уголъ въ  $45^{\circ}$ ; лучи поэтому отражаются перпендикулярно къ освѣтителъному стеклу.

(Къ фиг. 5). Штативъ стоитъ внутри камеры, которой занавѣски на фигурѣ отдернуты. Къ краю столика для объектива прикрѣплена особая пластинка, которая другимъ своимъ концомъ прислонена къ стѣнкѣ камеры. Эта пластинка не пропускаетъ сверху свѣта, проходящаго мимо проектируемаго предмета и столика для объектива. На столикѣ лежитъ подъ предметомъ маленький холодильникъ. Охлаждающая вода течетъ къ послѣднему черезъ верхнюю резиновую трубку изъ цинковаго сосуда, наполненнаго прокипяченною холодною водою; черезъ нижнюю трубку вода течетъ изъ водопроводнаго крана въ большой холодильникъ эпидіоскопа. Черезъ открытыя дверцы виднѣется въ серединѣ эпидіоскопа освѣтителъное зеркало; на передней сторонѣ крышки эпидіоскопа видны разные вспомогательные аппараты.

Зеркало ставятъ на столикъ, на который въ эпидіоскопѣ безъ микроскопа кладется проектируемый предметъ, и поднимаютъ затѣмъ, черезъ вращеніе колесика на передней части аппарата, столикъ вмѣстѣ съ зеркаломъ до тѣхъ поръ, пока послѣднее не займетъ своего надлежащаго положенія (фиг. 6). Черезъ вращеніе и наклоненіе зеркала посредствомъ предназначенныхъ для этого винтовъ, устанавливаютъ его такимъ образомъ, чтобы изображеніе рефлектора, даваемое освѣтителъными стеклами, получалось какъ разъ въ срединѣ отверстія для объектива. Рефлекторъ поворачиваютъ затѣмъ до тѣхъ поръ, пока все поле изображенія не освѣтится равномѣрно.

На фиг. 6 изображенъ аппаратъ для проектированія съ окуляромъ.

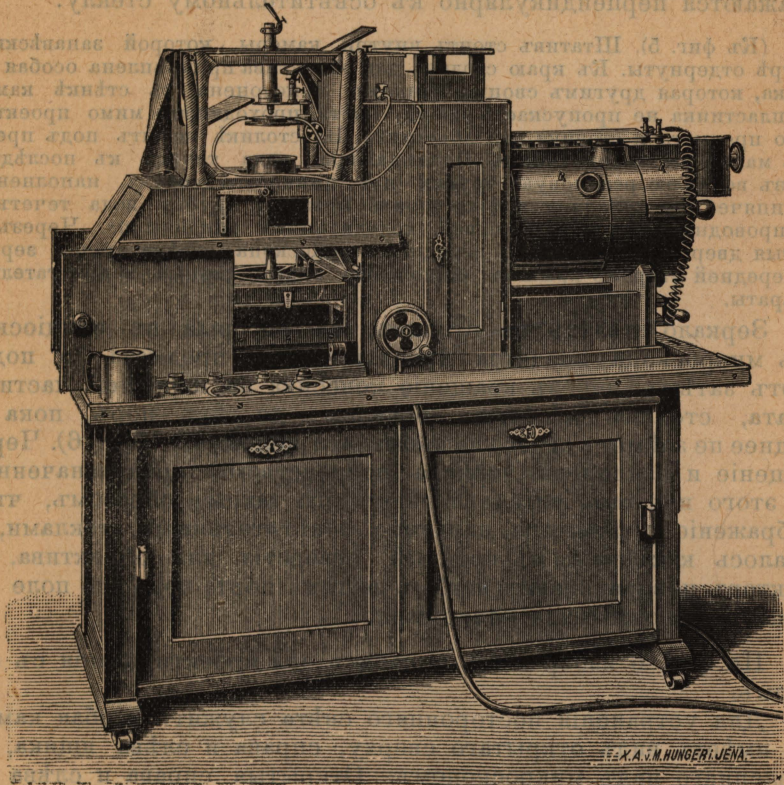
Для устраненія посторонняго свѣта служить особая камера. Она имѣетъ видъ открытаго сверху, справа и слѣва ящика, поставленнаго надъ микроскопомъ. Открытыя справа и слѣва стороны могутъ закрываться посредствомъ занавѣсокъ; если послѣднія раскрывать, то этимъ открывается доступъ къ нижней части микроскопа для перемѣны препаратовъ и освѣтителъныхъ стеколъ. Вверху выступаетъ зеркало для оборачиванія изображеній. Съ верхней стороны производится также перемѣна объективовъ. Что касается послѣднихъ, то для нихъ можно брать микропланы \*), проекціонныя системы стеколъ или болѣе слабые микро-

\*) *Планары*—это объективы, отличающіеся своимъ большимъ отношеніемъ отверстія къ фокусному разстоянію. У новѣйшихъ планаровъ это отношеніе доходитъ до  $\frac{1}{3,6}$ . Уголъ поля изображенія доходитъ у планаровъ до  $72^{\circ}$ . Планары служатъ для фотографическихъ цѣлей (при маленькомъ фокусномъ разстояніи—для моментальныхъ снимковъ, при большемъ—для всѣхъ родовъ репродукціи). Планары съ маленькимъ фокуснымъ разстояніемъ (т. н. микропланары) можно съ успѣхомъ примѣнять для проекціонныхъ цѣлей.



скопные объективы, при чемъ послѣдніе можно примѣнять съ окуляромъ и безъ него.

Вслѣдствіе особеннаго рода примѣняемаго при эпидіоскопѣ источника свѣта (рефлектора), нашли болѣе удобнымъ давать проекціоннымъ микроскопамъ слабыя и среднія увеличенія, каковыя въ большинствѣ случаевъ и приходятъ въ примѣненіе. При этомъ инструменты позволяютъ съ помощью подходящихъ



Фиг. 6.

Эпидіоскопъ съ приборомъ для микропроекции.

Проекція съ окуляромъ.

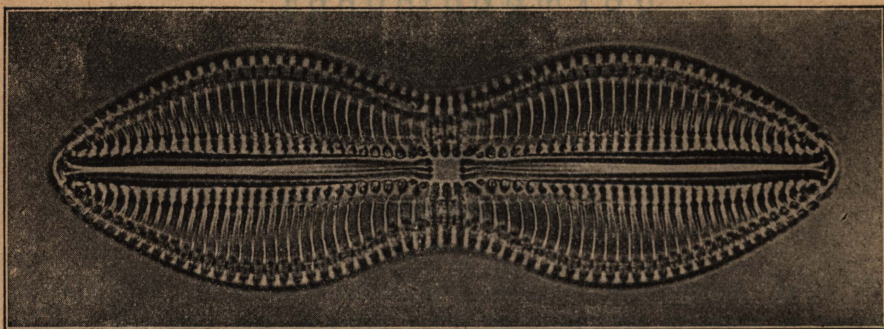
(Къ фиг. 6). Въ отверстіе объектива вставленъ слабый микроскопный объективъ, къ которому привинчена окулярная труба съ зеркаломъ для оборачиванія изображеній; большое же оборачивающее зеркало отворочено. Черезъ растворенныя дверцы видно освѣтительное зеркало въ своемъ верхнемъ положеніи, каковое и необходимо при употребленіи аппарата. Въ остальномъ эта фигура соответствуетъ предыдущей.

объективовъ проектировать особенно большіе препараты; такъ напримѣръ, при примѣненіи планара съ фокуснымъ разстояніемъ въ 100 мм. (одного изъ болѣе слабыхъ объективовъ), діаметръ препарата можетъ доходить до 8 см.

Проекціонный микроскопъ при эпидіоскопѣ важенъ въ томъ

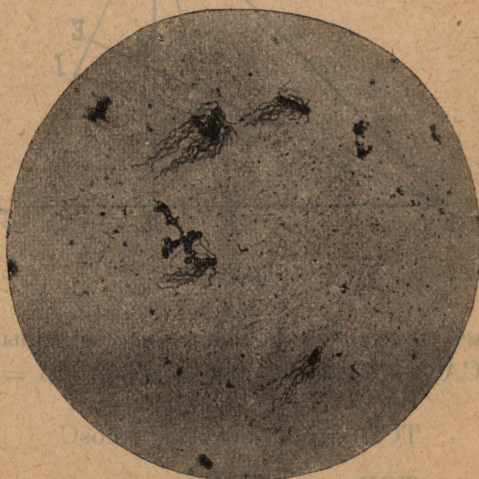


отношеніи, что онъ даетъ возможность *цѣлой аудиторіи*, черезъ проектированіе на экранѣ маленькихъ препаратовъ на стеклѣ, наблюдать отъ послѣднихъ въ одно и то же время ихъ увеличенныя и до мельчайшихъ подробностей точныя и ясныя изображенія.



Фиг. 7 тиф. бац.

Такъ, если проектировать препараты съ тифозными бациллами, увеличенными въ 1000 разъ, или *Navicula craba* при 500-омъ увеличеніи и т. д., то, при увеличеніи аппарата въ 50



Фиг. 8. *Navicula craba*.

разъ, аудиторія имѣетъ возможность видѣть ясно и точно тифозныя бациллы увеличенными въ 50 000 разъ, *Navicula craba*, увеличенными въ 25 000 разъ, и т. д.

(Продолженіе слѣдуетъ).



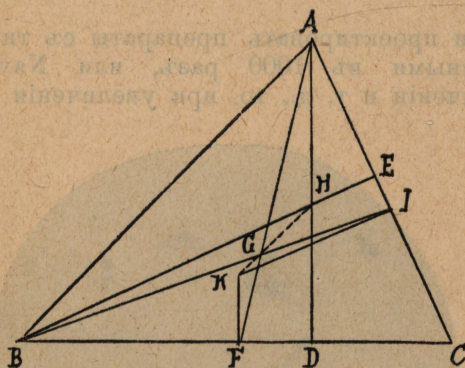
# ОСНОВАНІЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ КВАТЕРНИОНОВЪ.

Дм. Ефремова (Иваново-Вознесенскъ).

(Окончаніе \*).

## Примѣры.

VIII. Баріцентръ треугольника  $G$ , его ортоцентръ  $H$  и центръ описаннаго круга  $K$  находятся на одной прямой, при чемъ  $GH=2KG$ . (Фиг. 13).



Фиг. 13.

Обозначимъ чрезъ  $\bar{A}$  и  $\bar{B}$  единичные векторы (7), направленные по  $CB$  и  $CA$ , и положимъ  $\overline{CB} = a.\bar{A}$  и  $\overline{CA} = b.\bar{B}$ . Такъ какъ (4)

$$\overline{TC D} = \cos C . \overline{TC A} = b . \cos C$$

и 
$$\overline{TC E} = \cos C . \overline{TC B} = a . \cos C ,$$

то 
$$\overline{CD} = b . \cos C . \bar{A} \text{ и } \overline{CE} = a . \cos C . \bar{B};$$

поэтому 
$$\overline{AD} = \overline{CD} - \overline{CA} = b . (\cos C . \bar{A} - \bar{B})$$

и 
$$\overline{BE} = \overline{CE} - \overline{CB} = a . (\cos C . \bar{B} - \bar{A}).$$

\*) См. № 351 „Вѣстника“.



Положивъ теперь  $\overline{ВН} = x.\overline{ВЕ}$  и  $\overline{АН} = y.\overline{АД}$  и замѣтивъ, что

$$\overline{СН} = \overline{СА} + \overline{АН} = \overline{СВ} + \overline{ВН} =$$

$$= \overline{СА} + y.\overline{АД} = \overline{СВ} + x.\overline{ВЕ},$$

на основаніи предыдущихъ равенствъ, получимъ:

$$\overline{СН} = b.\overline{В} + yb.(\cos C.\overline{А} - \overline{В}) =$$

$$= a.\overline{А} + xa.(\cos C.\overline{В} - \overline{А});$$

слѣдовательно,

$$(a - ax - by\cos C).\overline{А} - (b - by - ax\cos C).\overline{В} = 0;$$

откуда уравненія:

$$a - ax - by\cos C = 0,$$

$$b - by - ax\cos C = 0,$$

изъ которыхъ найдемъ, что

$$ax = \frac{a - b\cos C}{\sin^2 C},$$

а потому

$$\overline{СН} = a.\overline{А} + \frac{a - b\cos C}{\sin^2 C} \cdot (\cos C.\overline{В} - \overline{А}),$$

или

$$\overline{Н} = \overline{СН} = \frac{\cos C}{\sin^2 C} [(b - a.\cos C).\overline{А} + (a - b.\cos C).\overline{В}].$$

Чтобы найти  $\overline{К} = \overline{СК}$ , положимъ:

$$\overline{FK} = u.\overline{АД} \text{ и } \overline{IK} = v.\overline{ВЕ};$$

такъ какъ

$$\overline{СК} = \overline{СF} + \overline{FK} = \overline{СI} + \overline{IK} =$$

$$= \overline{СF} + u.\overline{АД} = \overline{СI} + v.\overline{ВЕ} =$$

$$= \frac{1}{2} a.\overline{А} + ub.(\cos C.\overline{А} - \overline{В}) = \frac{1}{2} b.\overline{В} + va.(\cos C.\overline{В} - \overline{А}),$$

то

$$\left( \frac{1}{2} a + ub\cos C + va \right) \overline{А} - \left( \frac{1}{2} b + ub + vacos C \right) \overline{В} = 0;$$

слѣдовательно,

$$\frac{1}{2} a + ub\cos C + va = 0$$

и

$$\frac{1}{2} b + ub + vacos C = 0;$$

отсюда

$$u = - \frac{b - a\cos C}{2b\sin^2 C},$$



а потому

$$\bar{K} = \overline{CK} = \frac{1}{2\sin^2 C} [(a - b\cos C) \cdot \bar{A} + (b - a\cos C) \cdot \bar{B}].$$

Наконецъ, для опредѣленія  $\bar{G} = \overline{CG}$  замѣтимъ, что для произвольно взятой точки  $O$  (23)

$$\overline{OG} = \frac{\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC}}{3};$$

если же точка  $O$  совпадаетъ съ  $C$ , то

$$\overline{CG} = \frac{\overline{CA} + \overline{CB}}{3},$$

или

$$\bar{G} = \overline{CG} = \frac{1}{3} (a \cdot \bar{A} + b \cdot \bar{B}).$$

Подставивъ найденныя выраженія для  $\bar{G}$ ,  $\bar{H}$  и  $\bar{K}$  въ предполагаемое равенство

$$m \cdot \bar{G} + n \cdot \bar{H} + p \cdot \bar{K} = 0$$

и приравнявъ нулю коэффиціенты при  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ , получимъ уравненія:

$$\frac{1}{3} am + n \frac{\cos C}{\sin^2 C} (b - a\cos C) + \frac{p}{2\sin^2 C} (a - b\cos C) = 0,$$

$$\frac{1}{3} bm + n \frac{\cos C}{\sin^2 C} (a - b\cos C) + \frac{p}{2\sin^2 C} (b - a\cos C) = 0,$$

удовлетворяющіяся при

$$m = -3 \quad n = 1, \quad p = 2;$$

такъ какъ

$$m + n + p = -3 + 1 + 2 = 0,$$

то точки  $G$ ,  $H$  и  $K$  находятся на одной прямой.

Подставивъ числовыя значенія  $m$ ,  $n$  и  $p$  въ равенство

$$m \cdot \bar{G} + n \cdot \bar{H} + p \cdot \bar{K} = 0,$$

получимъ

$$-3 \cdot \bar{G} + \bar{H} + 2 \cdot \bar{K} = 0,$$

или

$$2 \cdot \overline{CK} + \overline{CH} - 3 \cdot \overline{CG} = 0;$$

это равенство представляется въ видѣ:

$$2 \cdot (\overline{CK} - \overline{CG}) + \overline{CH} - \overline{CG} = 0,$$

или

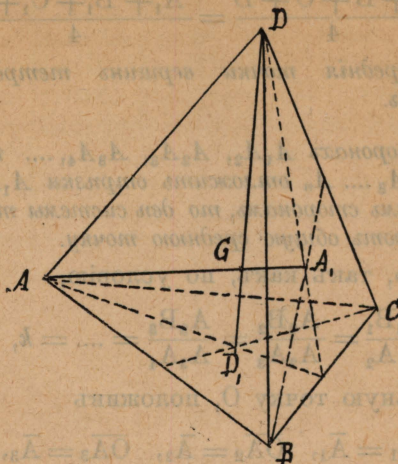
$$2 \cdot \overline{GK} + \overline{GH} = 0;$$

отсюда

$$\overline{GH} = 2 \cdot \overline{KG}.$$



IX. Прямая, соединяющая вершины тетраэдра съ центрами тяжести противоположныхъ граней его, пересѣкаются въ одной точкѣ, въ которой каждая изъ нихъ дѣлится въ отношеніи 3:1, считая отъ вершинъ тетраэдра.



Фиг. 14.

Обозначимъ чрезъ  $A_1, B_1, C_1, D_1$  центры тяжести граней тетраэдра  $ABCD$ , противолежащихъ его вершинамъ  $A, B, C, D$  (фиг. 14). Взявъ какую-нибудь точку  $O$  и положивъ  $\overline{OA} = \bar{A}$ ,  $\overline{OA_1} = \bar{A}_1$ ,  $\overline{OB} = \bar{B}$ , ..., получимъ (23):

$$\bar{A}_1 = \frac{\bar{B} + \bar{C} + \bar{D}}{3}, \quad \bar{B}_1 = \frac{\bar{C} + \bar{D} + \bar{A}}{3},$$

$$C_1 = \frac{\bar{D} + \bar{A} + \bar{B}}{3}, \quad \bar{D}_1 = \frac{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}}{3};$$

поэтому, если  $G$  есть средняя точка вершинъ тетраэдра, то (24)

$$\bar{G} = \frac{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}}{4} =$$

$$= \frac{\bar{A} + 3\bar{A}_1}{4} = \frac{\bar{B} + 3\bar{B}_1}{4} = \frac{\bar{C} + 3\bar{C}_1}{4} = \frac{\bar{D} + 3\bar{D}_1}{4};$$

слѣдовательно (23),  $G$  находится на прямыхъ  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  и

$$\frac{AG}{GA_1} = \frac{BG}{GB_1} = \frac{CG}{GC_1} = \frac{DG}{GD_1} = 3.$$

Изъ равенствъ

$$\bar{G} = \frac{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}}{4} =$$

$$= \frac{\frac{\bar{A} + \bar{B}}{2} + \frac{\bar{C} + \bar{D}}{2}}{2} = \frac{\frac{\bar{A} + \bar{C}}{2} + \frac{\bar{B} + \bar{D}}{2}}{2} = \frac{\frac{\bar{A} + \bar{D}}{2} + \frac{\bar{B} + \bar{C}}{2}}{2}$$

видно, что прямая, соединяющая середины противоположныхъ реберъ



тетраэдра, перескаются въ средней точкѣ вершинъ его и дѣлятся въ этой точкѣ пополамъ.

Замѣтивъ, наконецъ, что

$$\bar{G} = \frac{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D}}{4} = \frac{\bar{A}_1 + \bar{B}_1 + \bar{C}_1 + \bar{D}_1}{4},$$

заключаемъ, что среднія точки вершинъ тетраэдровъ  $ABCD$  и  $A_1B_1C_1D_1$  совпадаютъ.

Х. Если на сторонахъ  $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots$  плоскаго или косою многоугольника  $A_1A_2A_3 \dots A_n$  отложить отрезки  $A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, \dots$ , пропорціональные этимъ сторонамъ, то двѣ системы точекъ  $A_1, A_2, \dots, A_n$  и  $B_1, B_2, \dots, B_n$  имѣютъ общую среднюю точку.

Дѣйствительно, такъ какъ, по условію,

$$\frac{A_1B_1}{A_1A_2} = \frac{A_2B_2}{A_2A_3} = \frac{A_3B_3}{A_3A_4} = \dots = k,$$

то, взявъ произвольную точку  $O$ , положивъ

$$\overline{OA_1} = \bar{A}_1, \quad \overline{OA_2} = \bar{A}_2, \quad \overline{OA_3} = \bar{A}_3, \dots$$

$$\overline{OB_1} = \bar{B}_1, \quad \overline{OB_2} = \bar{B}_2, \quad \overline{OB_3} = \bar{B}_3, \dots$$

и замѣтивъ, что

$$\overline{A_1B_1} = \bar{B}_1 - \bar{A}_1, \quad \overline{A_2B_2} = \bar{B}_2 - \bar{A}_2, \dots,$$

$$\overline{A_1A_2} = \bar{A}_2 - \bar{A}_1, \quad \overline{A_2A_3} = \bar{A}_3 - \bar{A}_2, \dots,$$

получимъ:

$$\bar{B}_1 - \bar{A}_1 = k(\bar{A}_2 - \bar{A}_1),$$

$$\bar{B}_2 - \bar{A}_2 = k(\bar{A}_3 - \bar{A}_2),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\bar{B}_n - \bar{A}_n = k(\bar{A}_1 - \bar{A}_n),$$

или

$$\bar{B}_1 = (1 - k)\bar{A}_1 + k\bar{A}_2,$$

$$\bar{B}_2 = (1 - k)\bar{A}_2 + k\bar{A}_3,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\bar{B}_n = (1 - k)\bar{A}_n + k\bar{A}_1;$$

сложивъ эти равенства, увидимъ, что

$$\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \dots + \bar{B}_n = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_n;$$

слѣдовательно,

$$\frac{\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \dots + \bar{B}_n}{n} = \frac{\bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \dots + \bar{A}_n}{n},$$

что и требовалось доказать.



# НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

## N-лучи Blondlot.

Изслѣдуя Рентгеновскіе лучи и стремясь обнаружить ихъ поляризацию, R. Blondlot (въ Нанси) былъ приведенъ къ открытію новаго рода лучей, которые онъ назвалъ *N-лучами* въ честь города, гдѣ производятся его изслѣдованія \*).

Изслѣдованіе Рентгеновскихъ лучей производилось слѣдующимъ образомъ. Разрядная трубка, испускающая лучи, покрывалась экраномъ, не пропускающимъ видимыхъ лучей обыкновенной флуоресценціи. Оставшіеся послѣ такой фильтраціи черезъ экранъ невидимые лучи падали на небольшую искру индукціонной катушки. Подъ дѣйствіемъ этихъ лучей искра становилась значительно ярче, и, ориентируя ее въ различныхъ плоскостяхъ относительно источника лучеиспусканія, можно было обнаружить поляризацию лучей. Сперва Blondlot подумалъ, что ему удалось обнаружить поляризацию X-лучей Рентгена.

Но вскорѣ онъ убѣдился въ томъ, что изслѣдованные имъ лучи могутъ быть подвергнуты преломленію и отраженію и что они, вообще, совершенно отличны отъ Рентгеновскихъ. Между прочимъ, *N-лучи* не дѣйствуютъ вовсе на фотографическую пластинку. Подобно Рентгеновскимъ, они проходятъ сквозь дерево, черную бумагу, алюминій и т. п. Коэффициентъ ихъ преломленія для кварца приблизительно былъ найденъ сперва равнымъ 2.

Послѣдній результатъ побудилъ Blondlot искать эти лучи и въ другихъ источникахъ свѣта. И именно, какъ извѣстно, Rubens открылъ между лучами Ауэровской горѣлки лучи весьма большой длины волны; коэффициентъ преломленія этихъ лучей для кварца равенъ 2,18. Но *N-лучи*, въ отличіе отъ всѣхъ остальныхъ ультракрасныхъ лучей, равно какъ и лучей Rubens'a, проходятъ черезъ металлы толщиною до 3 mm., черезъ дерево толщиною въ 1 cm. Напротивъ того, вода для нихъ непрозрачна; и листокъ палиросной бумаги, пропускающій ихъ въ сухомъ состояніи вполне свободно, задерживаетъ ихъ совершенно, если напитать его водой. Дальнѣйшія изслѣдованія показали, что коэффициентъ ихъ преломленія для кварца равенъ 2,9.

Въ дальнѣйшихъ своихъ работахъ Blondlot установилъ, что *N-лучи* заключаются не только въ свѣтѣ разрядной трубки и Ауэровской горѣлки, но и въ обыкновенномъ газовомъ свѣтѣ, и въ солнечномъ, и въ свѣтѣ раскаленныхъ металловъ. До сихъ поръ найдены, кромѣ уже упомянутаго дѣйствія ихъ на ма-

\*) См. „Comptes rendus“ 136 (1903); а также „Physikalische Zeitschrift“ 4 (1903).



лёнкую искру разрядной катушки, еще слѣдующія ихъ свойства. Во-первыхъ, Blondlot поставилъ себѣ вопросъ, обуславливается ли дѣйствіе *N*-лучей на электрическую искру тѣмъ, что искра эта возникаетъ отъ электрическаго разряда. Поэтому онъ подвергъ воздѣйствію этихъ лучей весьма маленькое синее пламя. Это пламя подѣ дѣйствіемъ *N*-лучей становилось ярче и бѣлѣе. Во-вторыхъ, *N*-лучи усиливаютъ фосфоресценцію, возбужденную ранѣе другими лучами.

Наконецъ, другой физикъ G. Sagnac оцѣниваетъ, пользуясь дифракціей *N*-лучей, длину ихъ волны:

$$\lambda = 0,2 \text{ mm. *)}$$

Если его разсужденія подтвердятся, въ чемъ теперь трудно сомнѣваться, то *N*-лучи Blondlot займутъ въ ультра-красной части спектра крайнее мѣсто, за лучами Rubens'a. Такъ что останется не много, чтобы перебросить мостъ отъ свѣтовыхъ лучей къ лучамъ Hertz'a, добываемымъ путемъ электрическихъ колебаній. Въ области Hertz'овскихъ колебаній извѣстный русскій физикъ проф. Лебедевъ достигъ блестящихъ результатовъ, значительно укоротивъ длину волны этихъ лучей.

Праздникъ въ честь Dalton'a въ Манчестерѣ. 19-го мая (н. ст.) происходило въ Манчестерскомъ Литературномъ и Философскомъ Обществѣ празднованіе столѣтія со дня созданія Dalton'омъ атомистической теоріи. Проф. F. W. Clarke прочелъ рѣчь на тему объ атомистической теоріи. Отъ Русскаго Физико-Химическаго Общества было получено посланіе.

14-ый конгрессъ геодезіи. Отъ 4-го августа (н. ст.) происходилъ въ Копенгагенѣ 14-ый международный конгрессъ геодезіи.

Конференція о телеграфіи безъ проводовъ. Отъ 4-го августа (н. ст.) происходила въ Берлинѣ первая международная конференція объ урегулированіи сношеній при помощи беспроволочнаго или искрового телеграфа. Въ конференціи приняли участіе представители слѣдующихъ странъ: Германіи, Франціи, Англіи, Россіи, Италіи, Австріи, Венгріи, Испаніи, Сѣв.-Америки. Делегатами отъ Россіи явились: г.г. Билибинъ, Осадчій, проф. Поповъ, и г. Залевскій.

Станція для беспроволочнаго телеграфированія въ Портъ-Артурѣ. Въ Портъ-Артурѣ, на такъ называемой Золотой Горѣ, устраивается станція для беспроволочной телеграфіи. Цѣль станціи—сношенія съ морскими судами.

\*) См. „Comptes rendus“, 136, p. 1435, (1903).



## Третій С'їздъ русскихъ д'ятелей по техническому и профессиональному образованію въ Россіи.

### I.

#### Правила 3-го С'їзда русскихъ д'ятелей по техническому и профессиональному образованію въ Россіи.

*Утверждены Комитетомъ С'їзда 6-го февраля 1903 г.*

1) Открытіе 3-го С'їзда русскихъ д'ятелей по техническому и профессиональному образованію посл'дуетъ 26-го декабря 1903 г., а закрытіе 6-го января 1904 г. Зас'їданія будутъ происходить ежедневно, за исключеніемъ 1-го января 1904 г., въ часы, назначенные Комитетомъ С'їзда.

2) Членами 3-го С'їзда могутъ быть вс' лица, принимающія и принимавшія участіе въ д'ятельности какого-либо профессиональнаго, техническаго, ремесленнаго, коммерческаго и т. п. учебнаго заведенія (§ 11 положенія). Члены Императорскаго Русскаго Техническаго Общества и т'хъ Обществъ, которыя приглашены къ участію въ С'їзд'ѣ, записываются въ члены С'їзда по заявленію.

3) Лица, желающія быть членами 3-го С'їзда, не состоящія членами Императорскаго русскаго техническаго Общества, присылаютъ свои заявленія въ Комитетъ С'їзда (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2) не позже 10-го декабря 1903 г. Члены Императорскаго Техническаго Общества заявляютъ Комитету 3-го С'їзда о желаніи быть членами 3-го С'їзда не позже 20-го декабря 1903 года.

4) Входные билеты и членскіе знаки выдаются съ 15-го декабря 1903 года въ Канцеляріи 3-го С'їзда (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2), по внесенію членскаго взноса пяти рублей. Въ эту сумму включена плата за предполагаемые къ изданію Труды 3-го С'їзда. На основаніи § 15-го Положенія принимаются и большіе взносы, и въ такомъ случа' сумма, превышающая пять рублей, записывается, какъ пожертвованіе.

5) Лица, сочувствующія ц'ли учрежденія С'їзда и желающія сд'лать пожертвованія, благоволятъ адресовать таковыя въ Постоянную Комиссію по техническому образованію при Императорскомъ Русскомъ Техническомъ Обществ'ѣ (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2).

Лица, внесшія не мен'е ста рублей, считаются членами-учредителями 3-го С'їзда.

Лица, оказавшія особыя услуги и сод'йствіе С'їзду и выставк' при немъ, считаются почетными учредителями С'їзда.

6) Входъ на устроенную при 3-мъ С'їзд'ѣ выставку для членовъ С'їзда безплатный.

7) Занятія 3-го С'їзда состоятъ въ чтеніи и обсужденіи докладовъ по утвержденной программ' С'їзда и въ постановленіи резолюцій по обсуждавшимся докладамъ. Доклады съ выраженными тезисами препровождаются авторами заблаговременно въ Комитетъ 3-го С'їзда (С.-Петербургъ, Пантелеймонская, 2). Доклады, поступившіе въ Комитетъ 3-го С'їзда не поздне' 15 октября 1903 года, печатаются по постановленію Комитета С'їзда до открытія С'їзда. Печатаніе доложенныхъ на с'їзд' докладовъ и преній, вызванныхъ ими, вполн' или въ извлеченіи, зависитъ отъ Комитета 3-го С'їзда, по соглашенію съ авторами.

8) Зас'їданія 3-го С'їзда бываютъ общія и по секціямъ. Члены 3-го С'їзда записываются въ ту или другую секцію по своему желанію и могутъ быть членами н'сколькихъ секцій.

9) Во время чтенія или произношенія доклада не допускается прерывать докладчика зам'чаніями или вопросами. Желающіе принять участіе въ



пренияхъ, подають о томъ заявленіе до засѣданія или во время его Предсѣдателю засѣданія. Возраженія и замѣчанія дѣлаются лишь по окончаніи чтенія доклада въ очередномъ порядкѣ заявленій. Для прочтенія доклада предоставляется время не долѣе 20 минутъ, для каждаго возраженія—не долѣе 10 минутъ.

Отъ Предсѣдателя засѣданія зависить продлить время чтенія доклада, равно какъ и время на возраженія докладовъ, приходящихся на данное засѣданіе.

10) Новыя предложенія, резолюціи и иные вопросы, вытекающіе изъ доклада или имѣющіе съ нимъ ближайшую связь, могутъ быть обсуждаемы не иначе, какъ по выслушаніи всѣхъ очередныхъ оппонентовъ.

## II.

**Программа занятій имѣющаго быть въ С.-Петербургѣ 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессиональному образованію въ Россіи.**

*(Утверждена Министромъ Народнаго Просвѣщенія 5 марта 1903 года).*

Нижеслѣдующіе вопросы имѣютъ быть обсуждаемы по отношенію къ существующимъ въ предѣлахъ Россіи видамъ учебныхъ заведеній: техническихъ (высшихъ, среднихъ и низшихъ), ремесленныхъ, коммерческихъ и иныхъ профессиональных, принадлежащихъ къ разряду техническо-промышленныхъ школъ, курсовъ, дополнительныхъ и подготовительныхъ классовъ, какъ мужскихъ, такъ и женскихъ.

**Отдѣлъ I. Ознакомленіе съ современнымъ положеніемъ техническаго и промышленнаго образованія въ Россіи.**

**Отдѣлъ II. Выясненіе вопросовъ, относящихся къ учебному плану, методамъ преподаванія, какъ теоретическаго, такъ и нагляднаго, техническо-промышленныхъ училищъ, классовъ и курсовъ.**

а) Какой размѣръ общеобразовательной подготовки слѣдуетъ признать наиболѣе цѣлесообразнымъ для различныхъ видовъ низшихъ и среднихъ учебныхъ заведеній технико-промышленнаго характера. б) Въ какой мѣрѣ и въ какомъ отношеніи должно продолженіе общаго образованія въ специальныхъ учебныхъ заведеніяхъ къ образованію техническо-промышленному и вообще профессиональному. в) Какая наилучшая постановка системъ обученія должна быть принята для выработки практическаго умѣнія и навыка. г) Сколько рабочихъ часовъ на теоретическія и практическія занятія можно отводить въ профессиональныхъ мужскихъ и женскихъ школахъ.

**Отдѣлъ III. Участіе учебныхъ заведеній въ дѣлѣ развитія соответственныхъ отраслей промышленности и различныхъ видовъ труда.**

а) Свѣдѣнія о судьбѣ учащихся, какъ окончившихъ учебное заведеніе, такъ и вышедшихъ изъ него до окончанія полного курса; отношеніе числа окончившихъ полный курсъ ученія къ общему числу вступающихъ въ учебныя заведенія. б) Участіе правительственныхъ, общественныхъ, земскихъ и частныхъ учрежденій, равно и представителей промышленности и торговли и частныхъ лицъ, въ учрежденіи и развитіи (въ педагогическомъ и финансовомъ отношеніяхъ) техническихъ, промышленныхъ и профессиональных учебныхъ заведеній, курсовъ и классовъ. в) Выясненіе вопроса, какъ отражается на промышленности привлеченіе къ ней рабочихъ, получившихъ подготовку, какъ общеобразовательную (низшую или среднюю), такъ и специально-профессиональную. г) Связь учебныхъ заведеній съ бывшими учениками ихъ. Общества, братства, кассы и пр., имѣющія своею цѣлью поощреніе и заботу объ учащихся.



**Отдѣлъ IV. Распространеніе техническихъ и профессиональныхъ знанийъ и умнѣній, обученіе этимъ знаниямъ и умнѣніямъ въ учебныхъ заведеніяхъ установившихся типовъ.**

а) Ученичество въ ремесленныхъ мастерскихъ и на заводахъ. б) Курсы, вечерніе и воскресные, предметовъ технического, профессиональнаго и общеообразовательнаго обученія. в) Публичныя чтенія и предметные уроки по отдѣльнымъ производствамъ, мастерствамъ, рукодѣліямъ и пр. г) Техническо-ремесленная подготовка кустарей. д) Обученіе малолѣтнихъ и взрослыхъ рабочихъ. е) Внешкольныя практическія занятія и обязательная профессиональная практика.

**Отдѣлъ V. Отдѣльные вопросы по предметамъ, необходимымъ предыдущими отдѣлами.**

а) Постановка преподаванія естествознанія, товаровѣднія, черченія и рисованія, какъ вспомогательныхъ и подготовительныхъ знанийъ, для цѣлей техническаго и профессиональнаго образованія. б) Вопросы, относящіеся до преподаванія ремеслъ и искусствъ. Мѣры для подготовки надлежащихъ преподавателей. в) Постановка преподаванія ручного труда, основанная на педагогическомъ и утилитарномъ значеніи его. г) Учрежденія, способствующія успѣшности преподаванія техническихъ и профессиональныхъ знанийъ: учебныя кабинеты, лабораторіи, мастерскія, выставки, музеи, бібліотеки, читальни и пр. д) Способы для оживленія и приданія жизненности преподаванію техническихъ и профессиональныхъ знанийъ: осмотры мастерскихъ, заводовъ, фабрикъ, гаваней, желѣзно-дорожныхъ станцій (по возможности, крупныхъ по движенію товаровъ), каналовъ, прирѣчныхъ пристаней и пр.; экскурсіи для ознакомленія съ промышленностью, кустарными и ремесленными производствами въ данномъ районѣ, въ своей губерніи, въ своемъ уѣздѣ. е) Вопросы школьной гігіены и физическаго развитія по отношенію къ промышленно-техническому и профессиональному учебнымъ заведеніямъ. ж) Обсужденіе вопросовъ, относящихся до учебниковъ, руководствъ, пособій, атласовъ, справочныхъ книгъ, по спеціальнымъ техническимъ и профессиональнымъ знаниямъ. з) Вопросы о постановкѣ преподаванія техническихъ и профессиональныхъ знанийъ на спеціальныхъ курсахъ для рабочихъ или же на курсахъ для подготовки рабочихъ (напр., курсы для кожегаровъ, курсы для слесарей, плотниковъ, каменщиковъ, печниковъ и т. д.). и) Обсужденіе вопроса о наилучшемъ способѣ провѣрки знанийъ учащихся. к) Потребность въ живомъ обмѣнѣ и объединеніи въ дѣятельности отдѣльныхъ учрежденій и обществъ, содѣйствующихъ техническому и профессиональному образованію въ Россіи.

### III.

#### Организація 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессиональному образованію въ Россіи.

(Утверждена Г. Министромъ Народнаго Просвѣщенія 5 марта 1903 г.).

Комитетъ 3-го Съѣзда русскихъ дѣятелей по техническому и профессиональному образованію, утвержденный въ своемъ составѣ Министромъ Народнаго Просвѣщенія, раздѣляется на Распорядительный Комитетъ, Выставки и на одиннадцать секцій.

Согласно программѣ, утвержденной Министромъ Народнаго Просвѣщенія, 3-й Съѣздъ подраздѣляется на слѣдующія секціи: I—высшія техническія учебныя заведенія. II—среднія и низшія техническія учебныя заведенія. III—ремесленные учебныя заведенія и учебныя ремесленные мастерскія. IV—коммерческое образованіе. V—мореходныя учебныя заведенія и рѣчныя училища. VI—женское профессиональное образованіе. VII—ремесленное ученичество. VIII—художественно-промышленное образованіе и графическія искусства. IX—ручной трудъ. X—курсы и школы для рабочихъ. XI—школьная гігіена и физическое воспитаніе въ техническихъ и профессиональныхъ учебныхъ заведеніяхъ.



## Составъ Комитета.

### *Предсдатель.*

**Петровъ**, Николай Павловичъ, Инженеръ-Генераль,—Предсдатель Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

### *Товарищи Предсдателя:*

**Головинъ**, Харлампій Сергѣевичъ, Попечитель С.-Петербургскаго учебнаго округа.

**Кирпичевъ**, Викторъ Львовичъ, Профессоръ, Членъ Совѣта Министра Финансовъ.

**Коноваловъ**, Дмитрій Петровичъ, Профессоръ С.-Петербургскаго Университета, Предсдатель I отдѣла Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.

### *Предсдатель Распорядительной Комиссiи Свѣзда:*

**Головинъ**, Харлампій Сергѣевичъ, Попечитель С.-Петербургскаго Учебнаго Округа.

### *Товарищъ Предсдателя Распорядительной Комиссiи Свѣзда:*

**Неболсинъ**, Александръ Григорьевичъ, Тайный Совѣтникъ, Предсдатель Постоянной Комиссiи по техническому образованiю.

### *Казначей Комитета.*

**Неболсинъ**, Александръ Григорьевичъ, Тайный Совѣтникъ, Предсдатель Постоянной Комиссiи по техническому образованiю.

### *Предсдатель Распорядительнаго Комитета Выставки.*

**Ковалевскій**, Евграфъ Петровичъ, Чиновникъ особыхъ порученiй при Министерствѣ Народнаго Просвѣщенiя.

### *Секретарь Комитета.*

**Альмедингенъ**, Александръ Николаевичъ, Коллежскій Совѣтникъ, Секретарь Постоянной Комиссiи по техническому образованiю.

## Члены Комитета:

**Аноповъ**, Иванъ Алексѣевичъ, Тайный Совѣтникъ, Управляющій учебнымъ отдѣломъ Министерства Финансовъ.

**Волковъ**, Евгенийъ Степановичъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Управляющій учебнымъ отдѣломъ Министерства Путей Сообщенiя.

**Потѣхинъ**, Павелъ Антипъчъ, Предсдатель Комиссiи народнаго образованiя г. С.-Петербурга.

**Сабанинъ**, Владиміръ Васильевичъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Непремѣнный Членъ Постоянной Комиссiи по техническому образованiю.

**Срезневскій**, Вячеславъ Измаиловичъ, Статскій Совѣтникъ, Инспекторъ Елизаветинскаго Института въ С.-Петербургѣ.

**Тавилдаровъ**, Николай Ивановичъ, Дѣйствительный Статскій Совѣтникъ, Управляющій Отдѣленiемъ промышленныхъ училищъ Министерства Народнаго Просвѣщенiя.

**Федоровъ**, Евгенийъ Степановичъ, Полковникъ, Секретарь Императорскаго Русскаго Техническаго Общества.



## ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 376 (4 сер.). Рѣшить систему уравненій

$$\sqrt[3]{6x+5} - \sqrt[3]{4x-3y} = 1, \\ 6x + 3y = 4.$$

Г. Огановъ (Эривань).

№ 377 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$y^2(y^2 - 2x - 3) + x^2 = 4y(y^2 - x - 1) - 5.$$

Л. Галлеринъ (Бердичевъ).

№ 378 (4 сер.). Даны основаніе  $a$  треугольника и радіусы  $R$  и  $r$  круговъ описаннаго и вписаннаго. Требуется 1) вычислить остальные стороны треугольника и 2) построить треугольникъ.

Л. Ямпольскій (Одесса).

№ 379 (4 сер.). Данъ уголъ  $ABC$  и точка  $O$  на сторонѣ  $AB$ . Описать изъ точки  $O$ , какъ изъ центра, окружность, встрѣчающую сторону  $BC$  въ такихъ точкахъ  $M$  и  $N$ , чтобы отрѣзки  $NM$  и  $MB$  были равны.

И. Θεοδωровъ (Спб.).

№ 380 (4 сер.). Найти цѣлое трехзначное число  $N$ , всякая цѣлая степень котораго имѣетъ такіа же цифры сотенъ, десятковъ и единицъ, какъ и само число  $N$ .

(Займств.).

№ 381 (4 сер.). Сколько литровъ паровъ воды, имѣющихъ температуру  $100^\circ$  и находящихся подъ давленіемъ въ 760 миллиметровъ, надо впустить въ 2 кубическихъ метра воды, чтобы эти пары, сгустившись, подняли температуру воды съ  $20^\circ$  до  $80^\circ$ ? Скрытая теплота испаренія воды 537; плотность пара  $\frac{5}{8}$ .

(Займств.).

## РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 308 (4 сер.). Определить два простыхъ числа  $a$  и  $b$ , зная, что сумма всѣхъ дѣлителей числа  $2^7ab$  равна  $\frac{85}{28}$  числа  $2^7ab$ .

Раскрывая скобки въ произведеніи

$$(1+2+2^2+2^3+\dots+2^7)(1+a)(1+b) \quad (1),$$

легко убѣдиться, что каждый членъ этого произведенія представляетъ собою дѣлителя числа  $2^7ab$  и что, наоборотъ, каждый дѣлитель этого числа, — разлагаясь на тѣхъ же простыхъ множителей, какъ и число  $2^7ab$ , и при томъ заключая множителей 2,  $a$  и  $b$  въ степеняхъ соотвѣтственно не высшихъ 7, 1 и 1, — равенъ одному изъ членовъ произведенія (1). При добавочномъ предположеніи, что числа 2,  $a$  и  $b$  различны, оказывается, что всѣ члены произведенія (1) также различны, а потому въ этомъ случаѣ сумма  $S$  всѣхъ различныхъ дѣлителей числа  $2^7ab$  равна суммѣ всѣхъ членовъ произведенія (1), т. е.

$$S = (1+2+2^2+\dots+2^7)(1+a)(1+b) = \frac{2^8-1}{2-1}(1+a)(1+b) = 255(1+a)(1+b) \quad (1).$$



Но, по условию,

$$s = \frac{85}{28} \cdot 27ab = \frac{85 \cdot 128}{28} ab = \frac{85 \cdot 32}{7} ab \quad (2),$$

потому (см. (1), (2))

$$255(1+a)(1+b) = \frac{85 \cdot 32}{7} ab,$$

откуда

$$\frac{(1+a)(1+b)}{ab} = \frac{85 \cdot 32}{7 \cdot 255} = \frac{32}{7.3} \quad (3).$$

Такъ какъ дробь  $\frac{32}{7 \cdot 3}$ , равная  $\frac{(1+a)(1+b)}{ab}$ , несократима, то одно изъ простыхъ чиселъ  $a$  и  $b$  должно равняться 7, а другое 3; подставляя эти значенія  $a$  и  $b$  въ равенство (3), находимъ, что эти значенія  $a$  и  $b$  удовлетворяютъ ему; кромѣ того, числа 2,  $a$  и  $b$  различны, такъ что равенство (1) дѣйствительно имѣетъ мѣсто. Разсуждая подобнымъ же образомъ, легко убѣдиться, что предположенія  $a = b = 2$  или  $a = 2$ ,  $b \neq a$  невозможны; не приводя всѣхъ подробностей доказательства, замѣтимъ только, что въ первомъ случаѣ сумма всѣхъ дѣлителей числа  $N$  была бы равна  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$ , а во второмъ  $(1 + 2 + \dots + 2^n)(1 + b)$ . Итакъ, одно изъ чиселъ  $a$  и  $b$  равно 3, а другое 7.

Л. Ямпольскій (Braunschweig); Н. Гончаровъ (Короча); Г. Огановъ (Эривань); И. Плотникъ (Одесса); Я. Дубиновъ (Одесса).

№ 312 (4 сер.). Построить окружность, касающуюся равныхъ сторонъ  $AB$  и  $AC$  равнобедреннаго треугольника  $ABC$  и дѣлящую основаніе его  $BC$  на три равныя части.

Раздѣлимъ основаніе  $BC$  треугольника  $BAC$  на три части  $BM = MN = NC$  и проведемъ высоту  $AD$ . Центръ  $O$  искомой окружности долженъ отстоять одинаково отъ точекъ  $M$  и  $N$  и отъ сторонъ  $AB$  и  $AC$ , для чего необходимо и достаточно, чтобы онъ одинаково отстоялъ отъ точки  $M$  и отъ стороны  $AB$ ; дѣйствительно, отстоя одинаково отъ точекъ  $M$  и  $N$ , точка  $O$  лежитъ на высотѣ  $AD$  равнобедреннаго треугольника; поэтому, если разстояніе  $OP$  точки  $O$  отъ стороны  $AB$  равно  $OM$ , то  $ON = OM = OP = OQ$ , гдѣ  $OQ$ —разстояніе точки  $O$  отъ стороны  $AC$ , такъ какъ высота  $AD$ , по свойству равнобедреннаго треугольника, есть биссектриса угла  $A$ . Точку  $O$ , удовлетворяющую условию  $OM = OP$ , легко построить методомъ подобія, принимая за центръ подобія  $A$ , а именно: проводимъ прямую  $AM$ , изъ произвольной точки  $P'$  стороны  $AB$  возставаемъ перпендикуляръ до встрѣчи его въ точкѣ  $O'$  съ прямой  $AD$ , дѣлаемъ изъ точки  $O'$  засѣчки  $O'M'$  и  $O'M''$  радіусомъ  $O'P'$  на прямой  $AM$  и затѣмъ изъ точки  $M$  проводимъ прямыя, соответственно параллельныя прямымъ  $O'M'$  и  $O'M''$  до встрѣчи съ прямой  $AM$  въ точкахъ  $O_1$  и  $O_2$ . Пусть  $O_1P_1$  и  $O_2P_2$  суть соответственно перпендикуляры, опущенные изъ точекъ  $O_1$  и  $O_2$  на прямую  $AB$ . Изъ подобія треугольниковъ  $AM'O'$  и  $AMO_1$  а также треугольниковъ  $AP'O'$  и  $AP_1O_1$  находимъ:  $\frac{O'P'}{O_1P_1} = \frac{AO'}{AO_1} = \frac{O'M'}{O_1M}$  откуда  $O_1M = O_1P_1$ , такъ какъ  $O'P' = O'M'$  по построенію; точно также найдемъ, что  $O_2M = O_2P_2$ ; окружности  $O_1$  и  $O_2$ , описанныя изъ центровъ  $O_1$  и  $O_2$  радіусомъ  $O_1M = O_2M$ , суть искомыя (одна изъ этихъ окружностей, какъ это вытекаетъ изъ болѣе подробнаго изслѣдованія, касается сторонъ  $AB$  и  $AC$ , а другая—ихъ продолженія). Еще проще рѣшается задача приложеніемъ алгебры къ геометріи: исходя изъ равенства  $\overline{BP}^2 = \overline{BN} \cdot \overline{BM}$ , строимъ отрѣзокъ  $BP$ , какъ среднюю пропорціональную между  $BN$  и  $BM$ , откладываемъ  $BP$  (это отложеніе можно произвести по обѣ стороны отъ точки  $B$ ) на  $AB$  и изъ точки  $P$  возставаемъ перпендикуляръ къ  $AB$  до встрѣчи его съ  $AB$  въ точкѣ  $O$ .

Л. Ямпольскій (Braunschweig); И. Плотникъ (Одесса); Г. Огановъ (Эривань); Я. Дубиновъ (Одесса); Н. Гончаровъ (Короча); Нерсесъ Сагатековъ (Шуша); А. Заикинъ (Самара).



№ 313 (4 сер.). Найти общий вид целых чисел  $N$ , удовлетворяющих условию, чтобы число  $\sqrt{N}-a$ , где  $a$  — приближенный корень квадратный из  $N$  с недостатком с точностью до единицы, обращалось в непрерывную дробь, имеющую четыре частных в периоде, первая три из которых суть 1, 3, 1.

Так как  $\sqrt{N}-a < 1$ , то  $\sqrt{N}-a$  разлагается на дробь вида

$$\frac{1}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{1+\frac{1}{x+\frac{1}{1+\dots}}}}}, \text{ где четвертое частное периода } x \text{ неизвестно.}$$

Введя обозначение

$$\sqrt{N}-a=y \quad (1),$$

получим:

$$y = \frac{1}{1+\frac{1}{3+\frac{1}{1+\frac{1}{x+y}}}} = \frac{4x+4y+3}{5x+5y+4},$$

откуда

$$5xy + 5y^2 + 4y = 4x + 4y + 3,$$

или, отнимая от обеих частей по  $4y$ , перенося все члены в первую часть и подставляя вместо  $y$  его значение из равенства (1), —

$$5x\sqrt{N} - 5xa + 5N + 5a^2 - 10a\sqrt{N} - 4x - 3 = 0,$$

откуда, замечая, что должны быть отдельно равны нулю рациональная часть и коэффициент при иррациональной части, находим:

$$5x - 10a - 3 = 0 \quad (2), \quad 5N + 5a^2 - 5xa - 4x - 3 = 0 \quad (3).$$

Из равенства (2) находим, что  $x=2a$ ; подставляя это значение  $x$  в равенство (3), получим:

$$5N - 5a^2 = 8a + 3,$$

откуда

$$N - a^2 = \frac{8a+3}{5} \quad (4).$$

Так как  $N - a^2$  число целое, то  $8a+3$  (см. (4)) делится на 5 без остатка, так что  $\frac{8a+3}{5} = z$ , где  $z$  число целое, так что  $8a+3 = 5z$  (5). Решая уравнение (5) в целых и положительных числах, находим

$$a = 5t - 1 \quad (6),$$

где  $t$  произвольное положительное число. Подставляя найденное (см. (6)) значение  $a$  в равенство (4), находим

$$N - 25t^2 + 10t - 1 = 8t - 1,$$

откуда

$$N = 25t^2 - 2t,$$

где  $t$  произвольное целое положительное число.

И. Плотник (Одесса); Н. Гончаров (Короча).



№ 314 (4 сер.). Решить уравнение

$$\sqrt[3]{\frac{a+x}{a-x}} - \sqrt[3]{\frac{a-x}{a+x}} = \sqrt[3]{\frac{b+x}{b-x}} - \sqrt[3]{\frac{b-x}{b+x}}.$$

(Займств. изъ *Casopis*).

Введя обозначенія

$$\sqrt[3]{\frac{a+x}{a-x}} = \alpha, \quad \sqrt[3]{\frac{b+x}{b-x}} = \beta \quad (1),$$

представимъ предложенное уравненіе въ видѣ

$$\alpha - \frac{1}{\alpha} = \beta - \frac{1}{\beta} \quad (2).$$

Возвышая равенство (2) въ кубъ, получимъ

$$\alpha^3 - 3\alpha + \frac{3}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^3} = \beta^3 - 3\beta + \frac{3}{\beta} - \frac{1}{\beta^3} \quad (3).$$

Утроивъ обѣ части равенства (2) и складывая полученное равенство съ равенствомъ (3), находимъ:

$$\alpha^3 - \frac{1}{\alpha^3} = \beta^3 - \frac{1}{\beta^3},$$

или (см. (1))

$$\frac{a+x}{a-x} - \frac{a-x}{a+x} = \frac{b+x}{b-x} - \frac{b-x}{b+x},$$

$$\frac{4ax}{a^2-x^2} = \frac{4bx}{b^2-x^2}, \quad x(ab^2 - ax^2 - ba^2 + bx^2) = 0,$$

$$x \cdot [ab(b-a) + x^2(b-a)] = 0 \quad (4).$$

Если  $b = a$ , то уравненіе (4) обращается въ тождество; въ этомъ случаѣ и предложенное уравненіе удовлетворяется при всякомъ значеніи  $x$  (исключая  $x = a$ ). Если же  $a \neq b$ , то, дѣля обѣ части равенства (4) на  $b-a$ , находимъ, что уравненіе (4) распадается на два, а именно,

$$x = 0 \text{ и } x^2 + ab = 0,$$

откуда  $x = \pm \sqrt{-ab}$ , такъ что корни уравненія (4) суть:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = \sqrt{-ab}, \quad x_3 = -\sqrt{-ab}.$$

Подстановкой убѣждаемся, что корни эти удовлетворяютъ и предложенному уравненію и потому даютъ *всѣ* рѣшенія.

Л. Ямпольскій (Braunschweig); И. Плотникъ (Одесса); Г. Огановъ (Оривань); Н. Дубиновъ (Одесса); В. Винокуровъ (Москва); Н. Гончаровъ (Короча).

Редакторы: В. А. Циммерманъ и В. Ф. Каганъ.

Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою, Одесса 23-го Сентября 1903 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.



Обложка  
щется



Обложка  
щется