Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXVIII Сем. № 4.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

31 Августа № 328. 1902 г.

О средствахъ, достаточныхъ для построенія геометрическихъ задачъ второй степени.

Д. Шора въ Геттингенѣ.

*(Продолженіе *).*

2. Итакъ, въ слѣдующихъ параграфахъ (**2**, **3**, **4**, **6**, **7**, **8**) мы пользуемся исключительно постулатами 2) и 5), т. е. мы можемъ описывать вокругъ построенныхъ точекъ, черезъ построенныя точки окружности и находить пересѣченія построенныхъ окружностей; для краткости мы будемъ говорить въ этихъ параграфахъ, что мы строимъ *помощью циркуля*, понимая подъ этимъ только употребленіе постулатовъ 2) и 5), безъ права перенесенія циркулемъ отрѣзковъ съ одной части плоскости на другую.

Прежде всего докажемъ, что *помощью циркуля мы въ состояніи умножить любой отрѣзокъ AB нѣкоторой прямой на всякое положительное цѣлое число n*, т. е. мы можемъ построить на этой прямой точку, разстояніе которой отъ одной изъ данныхъ точекъ, скажемъ отъ A, больше даннаго разстоянія AB въ цѣлое число n разъ.

---

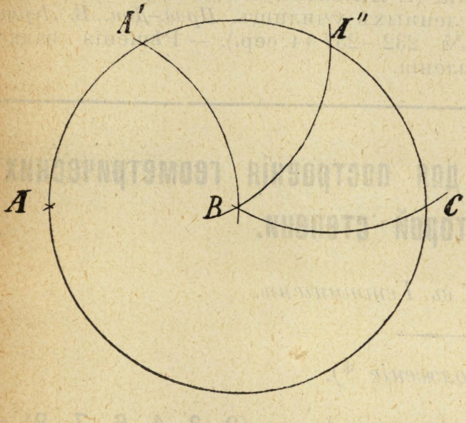
*) См. № 327 „Вѣстника“.

Дѣйствительно, не трудно умножить отрѣзковъ AB на 2; для этого достаточно описать вокругъ B (см. фиг. 1), какъ центра, окружность, проходящую черезъ A, и затѣмъ сдѣлать рядъ засѣчекъ на этой окружности окружностями, центры которыхъ суть A, A', A'' и которыя проходили бы черезъ B; послѣдняя засѣчка даетъ намъ, очевидно, искомую точку C, такъ какъ $\overline{AC}=2\overline{AB}$. Повторяя эту операцію, мы легко получимъ $3\overline{AB}$, $4\overline{AB}$ и т. д.

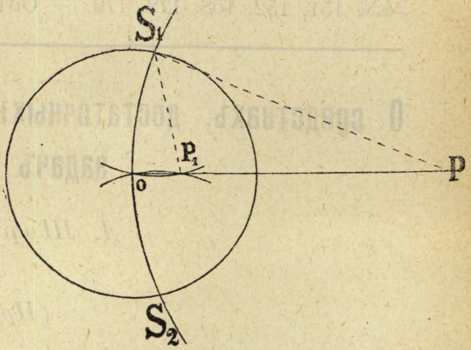
3. *Двѣ точки P' и P называютъ взаимно-обратными по отношенію къ кругу K, центръ котораго O лежитъ на продолженіи отрѣзка PP', если $\overline{OP}\,.\,\overline{OP'}=r^2$, гдѣ r—радіусъ круга K* *). Также говорятъ, что *точка P' преобразована въ P при помощи обратныхъ радіусовъ;* или, наоборотъ, P въ P'.

Adler даетъ чрезвычайно простое построеніе этого преобразованія при помощи циркуля (замѣтимъ, что это построеніе даже проще обыкновеннаго).

Изъ данной точки P (см. фиг. 2), какъ центра, опишемъ



Фиг. 1.



Фиг. 2.

окружность, проходящую черезъ центръ O круга K, относительно котораго точка P должна быть преобразована. Эта окружность пересѣчетъ K въ двухъ точкахъ S_1 и S_2. Изъ S_1 и S_2, какъ изъ центровъ, опишемъ окружности, проходящія черезъ O. Другая точка пересѣченія этихъ окружностей и есть искомая P'.

Дѣйствительно, такъ какъ наше построеніе вполнѣ симметрично относительно прямой OP, то точка P' должна лежать на ней. А въ такомъ случаѣ равнобедренные треугольники S_1PO и $P'S_1O$ ($S_1P'=S_1O=r$ и $PS_1=PO$) подобны: уголъ S_1OP у нихъ общій. Слѣдовательно,

$$\overline{OP}\,.\,\overline{OP'}=\overline{OS_1}^{\,2}=r^2.$$

*) Отличаютъ собственно двоякую инверсію: когда центръ круга лежитъ по одну сторону двухъ взаимно-обратныхъ точекъ и когда онъ лежитъ между ними.

Прим. Ред.

Это построеніе примѣнимо, понятно, непосредственно только въ томъ случаѣ, если $PO > r/2$, т. е. если точка P отстоитъ отъ O на разстояніе, большее $r/2$. Если $PO \leqq r/2$, то достаточно помножить PO на такое положительное цѣлое число n, чтобы полученный отрѣзокъ $OP_1 = n.OP$ былъ $> r/2$. Найдя затѣмъ точку P_1' обратную точкѣ P_1, и умноживъ OP_1' на n, получимъ искомую точку P'. Дѣйствительно, по построенію $\overline{OP_1}.\overline{OP_1'} = r^2 = n.\overline{OP}.\overline{OP_1'} =$ $= n.\overline{OP}\cdot\frac{\overline{OP'}}{n} = \overline{OP}.\overline{OP'}$.

Изъ этого построенія, а также изъ непосредственныхъ соображеній, не трудно вывести, что *точки окружности K взаимно-обратны сами себѣ*, и что любой *точкѣ внѣ окружности обратна одна и только одна точка внутри ея, и наоборотъ.* Только центру O окружности K не соотвѣтствуетъ ни одна точка внѣ окружности; для бо́льшей общности принято говорить, что *центру O обратна безконечно-удаленная точка P;* это должно означать, что чѣмъ ближе лежитъ нѣкоторая точка къ O, тѣмъ дальше лежитъ обратная ей точка.

Приведенное построеніе взаимно-обратныхъ точекъ даетъ возможность находить при помощи циркуля третью пропорціональную, такъ какъ OP' можно разсматривать какъ третью пропорціональную къ OP и r.—Далѣе, оно даетъ возможность дѣлить отрѣзки на цѣлое число частей, такъ какъ r/n можно разсматривать, какъ третью пропорціональную къ nr и r; если r требуется раздѣлить на n, то достаточно помножить r на n и найти точку, обратную концу отрѣзка nr относительно круга, описаннаго вокругъ другого конца радіусомъ r: разстояніе полученной обратной точки отъ центра круга $= r/n$. Такимъ образомъ, *мы уже располагаемъ двумя операціями — умноженіемъ и дѣленіемъ*, и если разстояніе между двумя построенными точками E и O равно 1, то мы въ состояніи построить на прямой OE всякую точку, разстояніе которой отъ O выражается раціональнымъ числомъ.

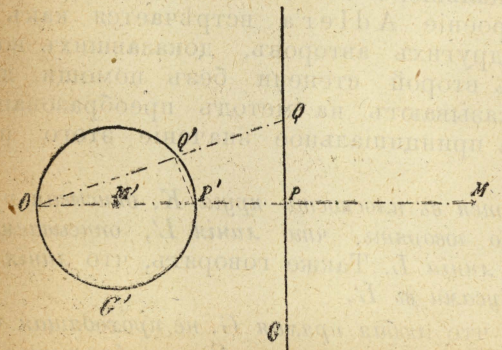
Прежде чѣмъ пойти дальше, я считаю нелишнимъ отмѣтить, что приведенное построеніе Adler'а встрѣчается какъ у Mascheroni, такъ и у другихъ авторовъ, доказавшихъ возможность построенія задачъ второй степени безъ помощи линейки. Но они нигдѣ не указываютъ на методъ преобразованія обратными радіусами и на принципіальное значеніе этого построенія.

4. *Если точка P движется въ плоскости круга K, описывая при этомъ нѣкоторую линію L, то говорятъ, что линія L', описываемая обратной точкой P', обратна линіи L.* Также говорятъ, что *линія L преобразована обратными радіусами въ L'.*

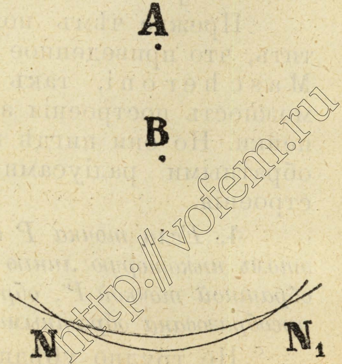
Не трудно убѣдиться, что *любая прямая G, не проходящая черезъ центръ обращенія* (такъ называется точка O), *преобразуется въ окружность G', проходящую черезъ него;* и наоборотъ, *всякая окружность G', проходящая черезъ O, преобразуется въ прямую G, не проходящую черезъ O.*

Дѣйствительно, пусть P (см. фиг. 3; на ней не изображенъ кругъ K, а только его центръ O) — основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ O на прямую G; Q—любая другая точка прямой G; а P' и Q' соотвѣтственно обратныя имъ точки. Тогда треугольники OPQ и $OQ'P'$ подобны, а слѣдовательно, уголъ $OQ'P'$ — прямой; поэтому точка Q', при движеніи точки Q по прямой G, описываетъ окружность G', проходящую черезъ O.

Для нашей цѣли намъ необходимо умѣть строить безъ помощи линейки окружность G', обратную прямой G, которая дана двумя ея точками. Чтобы построить любую окружность, достаточно располагать ея центромъ и одною какою-нибудь точкою ея периферіи. Мы доказали только-что, что всѣ окружности G' проходятъ черезъ центръ обращенія O. Слѣдовательно, намъ остается построить при помощи циркуля центръ M' окружности G', если обратная ей прямая G задана двумя любыми точками. Если OP' — діаметръ, перпендикулярный къ прямой G', то $OM' = \frac{1}{2} OP'$ (см. фиг. 3); а въ такомъ случаѣ $OM = OP.2$, гдѣ M — точка обратная центру M' по отношенію къ кругу K. Если бы точка P была намъ извѣстна, то, при помощи построенія параграфа **2** (см. фиг. 1), мы безъ труда построили бы точку M. Но намъ даны двѣ любыя точки прямой G, изъ которыхъ ни одна вообще не лежитъ на перпендикулярѣ OP. Поэтому мы воспользуемся другимъ построеніемъ, которое, правда, на первый взглядъ не имѣетъ ничего общаго съ преобразованіемъ обратными радіусами, но на самомъ дѣлѣ можетъ быть разсматриваемо, какъ предѣльный его случай, что мы покажемъ ниже (см. **9** стран. 81—82); это построеніе состоитъ въ *преобразованіи по методу симметріи*. Мы пользуемся тѣмъ соображеніемъ, что точка M должна быть симметрична съ точкой O относительно прямой G. Пусть прямая G задана точками A и B, и требуется построить точку N', симметричную нѣкоторой данной точкѣ N (см. фиг. 4). Ясно, что



Фиг. 3.



Фиг. 4.

второе пересѣченіе круговъ, описанныхъ изъ A и B, какъ центровъ, и проходящихъ черезъ N, дастъ искомую точку N'.

Итакъ, мы можемъ точку M построить, а слѣдовательно, и обратную ей точку M', служащую центромъ искомаго круга. Остается описать изъ центра M' окружность G', проходящую черезъ O, и искомая окружность, обратная прямой G, построена.

Примѣчаніе. *Прямая, проходящая черезъ центръ обращенія O, преобразуется, очевидно, въ самое себя.*

5. Прежде чѣмъ пойти дальше, я приведу въ этомъ параграфѣ *предложеніе о центрахъ подобія двухъ круговъ*, чтобы освѣжить его въ памяти читателя. Такъ какъ это предложеніе дается обыкновенно въ элементарныхъ учебникахъ, то я не считаю нужнымъ доказывать его; тѣмъ болѣе, что доказательство это читатель, въ случаѣ нужды, легко найдетъ самъ.

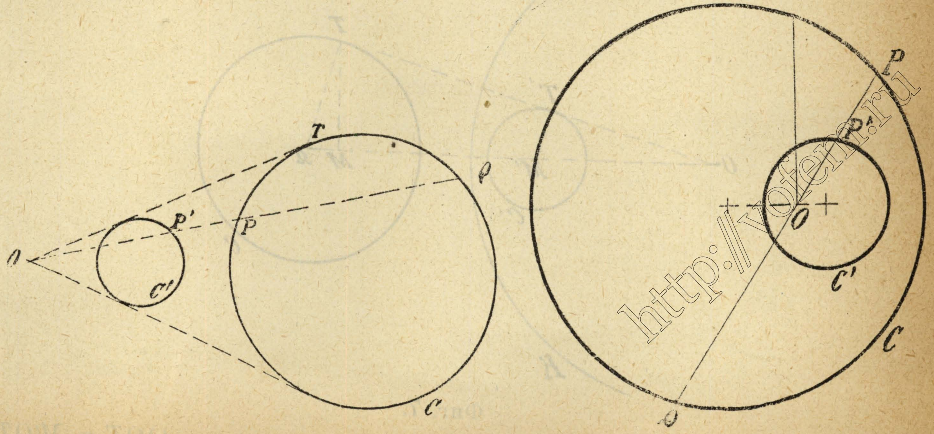
Если раздѣлить линію центровъ двухъ любыхъ круговъ, лежащихъ въ одной и той же плоскости, въ отношеніи ихъ радіусовъ, какъ внѣшне, такъ и внутренне,—то точки дѣленія будутъ служить центрами подобія этихъ круговъ.

Не трудно убѣдиться въ томъ, что центры подобія лежатъ на пересѣченіяхъ общихъ касательныхъ къ окружностямъ, если окружности обладаютъ общими касательными.

Кромѣ того, для насъ важно отмѣтить еще слѣдующее. Если мы проводимъ къ окружностямъ любую сѣкущую изъ центра внѣшняго (внутренняго) центра подобія [внѣшней (внутренней) точки дѣленія линіи центровъ], то она разсѣкается соотвѣтствующими точками окружностей такъ, что центръ подобія дѣлитъ ее въ отношеніи радіусовъ круговъ *внѣшнимъ (внутреннимъ) образомъ.*

6. *Всякая окружность C, не проходящая черезъ центръ обращенія O, преобразуется въ нѣкоторую окружность C', также не проходящую черезъ него; при этомъ O служитъ внѣшнимъ или внутреннимъ центромъ подобія круговъ C и C', смотря потому, лежитъ ли O внѣ C или внутри ея.*

Пусть P—любая точка окружности C (см. фиг. 5 и 6), P'—



Фиг 5 и 6.

обратная ей точка; и пусть Q будетъ вторымъ пересѣченіемъ прямой OP съ окружностью C. Тогда, очевидно,

$$\overline{OP}\,.\,\overline{OP'}=r^2, \qquad (A)$$

гдѣ r—радіусъ круга K (этотъ кругъ K не изображенъ, для простоты, на фиг. 5 и 6, а только его центръ O), относительно котораго мы преобразуемъ окружность C. Кромѣ того, изъ извѣстной теоремы о сѣкущихъ,

$$\overline{OP}\,.\,\overline{OQ}=\overline{OT}^2, \qquad (B)$$

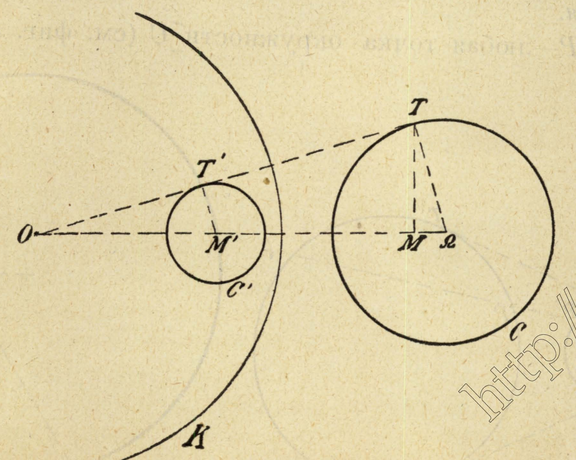
гдѣ OT—касательная, проведенная изъ точки O къ окружности C (если O лежитъ внѣ C, фиг. 5), или перпендикуляръ, возставленный въ точкѣ O къ прямой, соединяющей O съ центромъ круга C (если O лежитъ внутри C, фиг. 6). Раздѣлимъ теперь (A) на (B) и получимъ

$$OP' : OQ = r^2/\overline{OT}^2 = \text{const.};$$

т. е. точка P' описываетъ, при движеніи точки P по окружности C, фигуру, подобную той, которую при этомъ описываетъ точка Q; другими словами, P' описываетъ окружность C', и точка O служитъ центромъ подобія круговъ C и C'.

Чтобы построить C' безъ помощи линейки по данной C, достаточно *a*) найти точку P', обратную любой точкѣ P окружности K, что мы уже умѣемъ строить; и затѣмъ *b*) найти центръ M' окружности C'. Послѣднее производится по Adler'у слѣдующимъ образомъ:

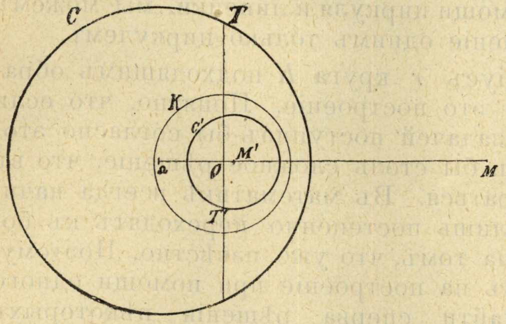
Построимъ точку M, обратную точкѣ O (центру обращенія) *по отношенію къ окружности C. Мы утверждаемъ, что искомый центръ M' окружности C' обратенъ точкѣ M по отношенію къ окружности K центра O* (см. фиг. 7 и 8). Дѣйствительно, такъ какъ O является



Фиг. 7.

центромъ подобія круговъ C и C', то треугольники ΩOT и $M'OT'$

подобны, гдѣ Ω центръ окружности C, а T и T' соотвѣтственныя точки касанія касательной, проведенной изъ O къ C и C', если O лежитъ внѣ этихъ круговъ (см. фиг. 7), или соотвѣтственныя точки пересѣченія прямой, проведенной изъ O перпендикулярно къ $O\Omega$, если O лежитъ внутри круговъ C и C' (см. фиг. 8). Съ другой стороны, такъ какъ точка M обратна O по отношенію къ кругу C, то



Фиг. 8.

$$\overline{\Omega M}\cdot\overline{\Omega O}=\overline{\Omega T}^2,$$

или

$$\frac{\Omega M}{\Omega T}=\frac{\Omega T}{\Omega O};$$

отсюда вытекаетъ, что треугольники ΩMT и ΩTO подобны, а слѣдовательно, подобны и треугольники OMT и $OT'M'$; такъ что

$$\frac{OM'}{OT}=\frac{OT'}{OM}.$$

Но $\overline{OT}\ \overline{OT'}=r^2$, гдѣ r—радіусъ круга K; поэтому $\overline{OM}.\overline{OM'}=r^2$, т. е. дѣйствительно искомый центръ M' круга C' есть точка, обратная точкѣ M относительно K, если точка M, въ свою очередь, обратна Ω относительно C.

Итакъ, если намъ данъ кругъ C, то мы можемъ по вышедоказанному легко построить при помощи циркуля обратный ему кругъ C'.

7. Приступимъ теперь къ самому доказательству теоремы:

Всякая задача второй степени можетъ быть построена однимъ только циркулемъ безъ помощи линейки.

Для доказательства этой теоремы достаточно показать, что мы въ состояніи произвести циркулемъ построенія постулатовъ 3) и 4). Т. е. если прямыя заданы только двумя точками, построить циркулемъ точку ихъ пересѣченія или пересѣченія одной изъ нихъ съ построенной окружностью. Возьмемъ въ плоскости чертежа точку O, не лежащую ни на одной изъ этихъ прямыхъ и не на окружности, и опишемъ вокругъ нея любымъ радіусомъ r окружность K. Преобразуя прямыя и окружность относительно K, получимъ (на основаніи параграфовъ **4** и **6**) окружности, точки пересѣченія которыхъ по постулату 5) построены; преобразуя эти точки еще разъ относительно K, получимъ искомыя точки пересѣченія данныхъ прямыхъ и окружности. Этимъ наша теорема доказана.

Допустимъ теперь, что нѣкоторая задача второй степени построена при помощи *циркуля и линейки.* Возьмемъ въ плоскости чертежа (назовемъ его α) какую-нибудь точку O, *не лежащую ни* *на окружностяхъ, ни на прямыхъ этого чертежа*, и опишемъ вокругъ O, какъ центра, любымъ радіусомъ окружность K. Преобразуемъ весь чертежъ α относительно этой окружности K; мы получимъ такимъ образомъ чертежъ α', состоящій исключительно изъ окружностей. Такимъ образомъ, коль скоро намъ извѣстно рѣшеніе нѣкоторой задачи при помощи циркуля и линейки, мы можемъ по этому способу найти рѣшеніе однимъ только циркулемъ.

Выбирая точку O и радіусъ r круга K подходящимъ образомъ, мы можемъ упростить это построеніе. Понятно, что если читатель съ любой сложной задачей поступилъ-бы согласно этому рецепту, то онъ получилъ бы столь сложное рѣшеніе, что въ немъ трудно было бы разобраться. Въ математикѣ всегда начинаютъ съ болѣе простого и лишь постепенно переходятъ къ болѣе сложному, основываясь на томъ, что уже извѣстно. Поэтому, приступая къ рѣшенію задачъ на построеніе при помощи одного только циркуля, слѣдуетъ найти сперва рѣшенія нѣкоторыхъ основныхъ задачъ, которыя наичаще встрѣчаются при построеніяхъ [15]). Замѣчу еще, что, какъ при всякомъ геометрическомъ построеніи, простота рѣшенія зависитъ, и въ данномъ случаѣ, отъ умѣнія приняться за дѣло: выбрать подходящимъ образомъ точку O и окружность K, примѣнить способъ обращенія обратными радіусами или способъ симметріи, или, наконецъ, воспользоваться другимъ способомъ. Нѣкоторыя задачи, какъ, напр., задача: *провести черезъ данную точку внѣ данной прямой къ этой прямой параллельную*—такія задачи, которыя естественнымъ образомъ рѣшаются безъ всякаго обращенія, было бы нецѣлесообразно рѣшать согласно вышеприведенному правилу.

Размѣры журнальной статьи не позволяютъ мнѣ вдаваться въ подробный разборъ различныхъ построеній Mascheroni и другихъ авторовъ; и я думаю, что это было бы излишнимъ, такъ какъ задачи на построеніе теряютъ всю свою прелесть, если заранѣе извѣстно ихъ рѣшеніе. Поэтому я считаю наилучшимъ ограничиться доказательствомъ, приведеннымъ выше, и предоставить читателю самому заняться построеніями безъ помощи линейки.

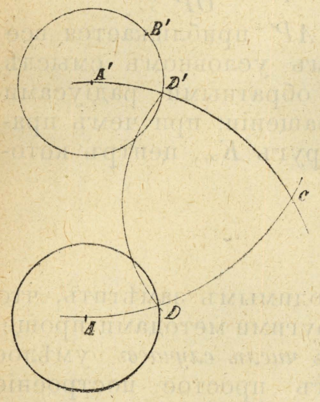
8. Въ предыдущихъ параграфахъ доказано, что всякая задача второй степени, т. е., такая, построеніе которой можетъ быть выведено изъ постулатовъ 1), 2), 3), 4), 5), можетъ быть рѣшена при помощи одного только циркуля, иными словами, на основаніи постулатовъ 2) и 5). Я хочу теперь показать, что постулатъ 2a) выводится изъ 2) и 5), а слѣдовательно, во всякомъ комплексѣ постулатовъ, гдѣ встрѣчаются 2) и 5) вмѣстѣ, 2) можно замѣнить черезъ 2a).

Итакъ, если мы въ состояніи строить по центру и одной точкѣ периферіи окружности и находить точки пересѣченія окружностей, ко-

[15]) Согласно этому, я предложу въ отдѣлѣ задачъ въ ближайшихъ номерахъ нѣсколько построеній при помощи одного циркуля. Затѣмъ уже можно будетъ помѣстить и нѣсколько болѣе трудныхъ задачъ этого рода.

торыя пересѣкаются, то надо показать, что мы можемъ также строить окружности, коль скоро данъ центръ A и двумя любыми точками A' и B' заданъ радіусъ.

Опишемъ вокругъ A' (см. фиг. 9) окружность, проходящую черезъ B' (на основаніи 2), и другую окружность, проходящую черезъ A; изъ A, какъ изъ центра, опишемъ окружность черезъ A'. Окружности черезъ A и A' пересѣкаются въ точкѣ C (на осн. 5); изъ C, какъ центра, опишемъ окружность, проходящую черезъ D', точку пересѣченія окружности, описанной вокругъ A' и проходящей чрезъ B', и окружности, описанной вокругъ A и проходящей черезъ A'. Пересѣченіе окружности, описанной вокругъ C черезъ D', съ окружностью вокругъ A' черезъ A дастъ искомую точку.

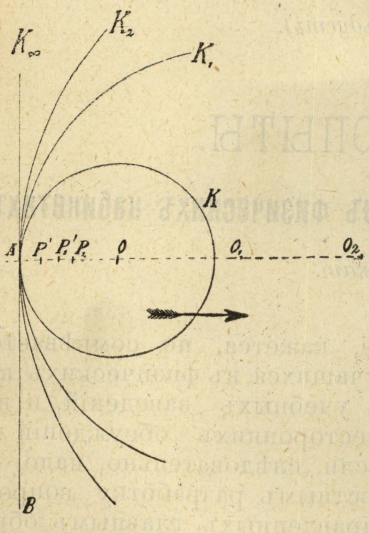


Фиг. 9.

Такимъ образомъ, Mascheroni, принимая вмѣсто постулата 2) постулатъ 2a), не дѣлаетъ ошибки: 2) и 5) эквивалентны 2a) и 5).

9. Прежде чѣмъ заключить эту главу, я позволю себѣ сдѣлать одно замѣчаніе общаго характера.

Способъ *отраженія* или, какъ мы его называемъ выше, способъ *обращенія при помощи симметріи* можно разсматривать, на что указано уже въ параграфѣ **4**, какъ *предѣльный случай преобразованія обратными радіусами*. Подъ этимъ выраженіемъ разумѣется слѣдующее:



Фиг. 10.

Пусть P и P'—точки взаимнообратныя (P лежитъ внѣ круга K) относительно круга K (см. фиг. 10); A — точка пересѣченія прямой PP' съ окружностью K, и O центръ послѣдней. Разсматривая отрѣзки AP и AP':

$$AP = OP - r,$$

$$AP' = r - OP' = r - \frac{r^2}{OP} = \frac{r}{OP}(OP - r) = \frac{r}{OP} \cdot AP.$$

Очевидно, что $r < OP$, а слѣдовательно, $AP > AP'$. Представимъ себѣ теперь, что точки P и A неподвижны, въ то время какъ O движется по прямой PP', удаляясь отъ A (какъ указано стрѣлкой) и принимая послѣдовательно положенія O_1, O_2, ... Тогда соотвѣтственныя окружности K_1, K_2, ... все больше и больше примыкаютъ къ общей касательной AB, проведенной къ нимъ въ точкѣ A. Въ то же самое время дробь $\frac{r}{OP}$ все ближе и ближе приближается къ 1, т. е., длина AP' приближается все больше и больше къ длинѣ AP. — Въ этомъ условномъ смыслѣ можно обобщить понятіе о преобразованіи обратными радіусами и въ случаѣ симметріи говорить объ обращеніи; при чемъ прямая AB условно разсматривается, какъ кругъ K_∞, центръ котораго удаленъ въ безконечность.

* *
*

Заключая эту главу, я считаю необходимымъ замѣтить, что нѣкоторыя отдѣльныя задачи рѣшаются другими методами проще, чѣмъ методомъ обращенія, но *въ большомъ числѣ случаевъ* умѣлое пользованіе этимъ преобразованіемъ даетъ простое построеніе однимъ циркулемъ. Конечно, для самостоятельныхъ рѣшеній удобнѣе располагать бóльшимъ запасомъ теоремъ изъ теоріи преобразованій обратными радіусами; поэтому я еще разъ обращу вниманіе читателя на книги, названныя въ примѣчаніи [14]). Еще существуетъ доступное изложеніе этой теоріи въ книгѣ проф. Вѣры Шиффъ [16]).

(Продолженіе слѣдуетъ).

ПРИБОРЫ И ОПЫТЫ.

Матеріалы для ученическихъ работъ въ физическихъ кабинетахъ.

Эр. Шпачинскаго.

Въ настоящее время никто уже, кажется, не сомнѣвается въ пользѣ самостоятельныхъ занятій учащихся въ физическихъ кабинетахъ и лабораторіяхъ среднихъ учебныхъ заведеній, и вопросъ этотъ вступаетъ въ фазу всестороннихъ обсужденій въ нашей педагогической литературѣ. Если, слѣдовательно, надо, съ одной стороны, признать вполнѣ умѣстнымъ разработку вопроса о *темахъ* для подобныхъ занятій, направленныхъ, главнымъ образомъ, къ лучшему усвоенію учащимися проходимаго ими курса физики, то, съ другой стороны, не слѣдуетъ отказываться также и отъ развитія въ нихъ нѣкоторой *технической сноровки*, вообще

[16]) *„Методы для рѣшенія вопросовъ элементарной геометріи“*; Спб., 1894.

столь необходимой для мужчинъ, и той способности ума, которую называютъ *изобрѣтательностью* и для пробужденія которой въ нашей средней школѣ почти ничего не дѣлается.

Безспорно, было бы весьма желательнымъ пріохотить учениковъ къ занятіямъ въ кабинетѣ такими серьезными работами, какъ тѣ, напримѣръ, какія приводитъ въ своемъ докладѣ г. Вольфензонъ въ одномъ изъ недавнихъ №№ „Вѣстника“ *), но, рядомъ съ этимъ, я полагалъ бы весьма цѣлесообразнымъ предлагать имъ и такія *задачи по ручному труду*, коихъ самостоятельное исполненіе завлекало бы ихъ новизною работы и изощряло бы ихъ остроуміе необходимостью обдумать предварительный планъ. Я дѣлалъ въ этомъ направленіи кое-какіе опыты и пришелъ къ выводу, что съ *наибольшею* охотою, а нерѣдко даже съ увлеченіемъ, ученики работаютъ самостоятельно въ тѣхъ случаяхъ, когда имъ дается возможность изготовить *что-нибудь новое*, не по готовому шаблону, не по учебнику, не простую копію какого-либо прибора или повтореніе видѣнныхъ уже опытовъ, а нѣчто оригинальное, требующее работы не только рукъ, но и мысли, нѣчто *утилитарное*, чѣмъ бы они до нѣкоторой степени могли гордиться, что по исполненіи не будетъ на ихъ же глазахъ выброшено, какъ, напримѣръ, какая-нибудь письменная классная ихъ работа. Этимъ стимуломъ „утилитарности“ наша черезъ чуръ „теоретическая“ школа напрасно такъ пренебрегаетъ, ибо это одинъ изъ самыхъ могущественныхъ рычаговъ всякихъ вообще воспитательныхъ задачъ.

И вотъ, для такихъ именно ученическихъ занятій ручнымъ трудомъ мнѣ кажется очень подходящимъ весь тотъ, не вошедшій въ учебники, экспериментальный матеріалъ, который съ теченіемъ времени накопляется у всякаго почти преподавателя физики: идеи различныхъ новыхъ приборовъ, (чаще всего, не осуществленныхъ на практикѣ), упрощеній или усовершенствованій приборовъ существующихъ, новые пріемы нѣкоторыхъ опытовъ, разныя мелкія замѣтки, указанія, рецепты и пр. и пр. Иногда это могутъ быть даже какіе-нибудь пустяки, не имѣющіе научнаго значенія, какія-нибудь физическія игрушки, но все же, какъ темы для техническихъ упражненій, они могутъ очень понравиться ученикамъ и повліять на развитіе въ нихъ любви къ кабинетнымъ занятіямъ, и даже—на развитіе изобрѣтательности. Очень часто изобрѣтательный талантъ проявляется въ юные годы увлеченіемъ игрушками, настойчивостью въ ихъ изготовленіи, починкѣ и пр. Съ другой стороны, дѣти всегда склонны немножко гордиться всѣмъ *своимъ*, и подобно тому, какъ они гордятся, напр., учебникомъ *своего* учителя, вѣря безусловно, что онъ лучше всѣхъ другихъ, они точно также убѣждены въ превосходствѣ всѣхъ тѣхъ физическихъ приборовъ, которые придуманы

---

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 320, стр. 179: „Практическія работы по физикѣ въ средней школѣ“.

ихъ учителемъ физики; вслѣдствіе этого они всегда готовы, съ особою любовью и терпѣніемъ, *помогать* ему въ изготовленіи его приборовъ, въ производствѣ предпринимаемыхъ имъ опытовъ и пр. *). Имъ также весьма нравится *пополнять свой* физическій кабинетъ приборчиками собственноручнаго изготовленія, различными стѣнными таблицами, и пр. Эксплуатировать въ извѣстной мѣрѣ эту готовность учениковъ не только позволительно со стороны преподавателя, но, по моему мнѣнію, даже желательно.

Въ виду изложеннаго, я помѣщаю здѣсь, изъ моей личной практики, нѣсколько физико-техническихъ темъ изъ области элементарной электротехники, которыя въ различное время предлагались ученикамъ для исполненія и которыя можно варьировать на много ладовъ. Начинаю съ простѣйшихъ.

I. Замыкатели тока, коммутаторы и пахитропы.

Въ каждомъ физическомъ кабинетѣ приборчики эти нужны для сбереженія времени при производствѣ опытовъ; ихъ удобно имѣть и въ видѣ самостоятельныхъ приборчиковъ въ различныхъ мѣстахъ аудиторіи, и въ видѣ дополнительныхъ частей многихъ приборовъ по гальванизму.

Чтобы упростить и облегчить ихъ изготовленіе, я предлагалъ ученикамъ пользоваться, какъ общимъ для всѣхъ этого рода приборчиковъ матеріаломъ, обыкновеннымъ *скрипичнымъ* (или віолончельнымъ) *колкомъ* изъ чернаго дерева. Запасъ такихъ колковъ всегда полезно имѣть въ кабинетѣ; они продаются въ каждомъ городѣ и очень дешевы (отъ 5, 10 коп.).

Такой колокъ вставляется въ деревянную рамку или коробочку (подобно тому, какъ онъ вставленъ въ скрипичную головку), сквозь которую продѣты подлежащія металлическому сообщенію проволоки (мѣдныя или латунныя) перпендикулярно къ направленію оси колка, а на боковой, слегка конической его по-

---

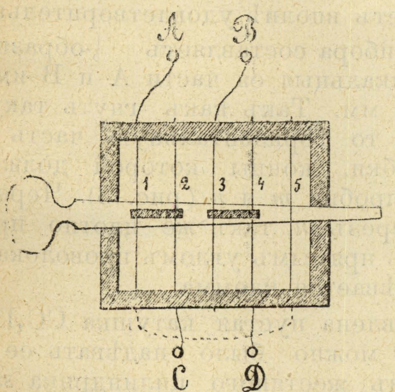
*) По этому поводу вспоминается мнѣ такой случай: ознакомивъ съ теоріею и устройствомъ аккумуляторовъ, я предложилъ классу придумать возможно удобную систему для переносныхъ, маленькихъ аккумуляторовъ, типа Плянте (безъ суриковой замазки). Вскорѣ мы пришли къ заключенію, что для возможнаго увеличенія дѣятельной поверхности пластинокъ, при данномъ вѣсѣ ихъ, выгодно просверлить въ нихъ возможно большее число дырочекъ, коихъ діаметръ d долженъ удовлетворять неравенству $d < 2h$, гдѣ h есть данная толщина свинцовой пластинки, и, слѣдовательно, чѣмъ меньше будутъ дырочки и чѣмъ число ихъ будетъ больше, тѣмъ и емкость будетъ больше. Мы назвали такіе аккумуляторы *тюлевыми*, и я сказалъ, что было бы желательно сдѣлать для нашего кабинета хоть одинъ экземпляръ такого аккумулятора. Сейчасъ явились охотники взяться за это. Изъ листоваго свинца, толщиною въ 2 мм., были нарѣзаны соотвѣтственной формы пластинки и разобраны нѣсколькими учениками по домамъ. И вотъ одинъ изъ нихъ возился двѣ недѣли, желая перещеголять другихъ, и принесъ мнѣ готовую двойную пластинку, въ которой на пространствѣ 165 кв. цм. онъ имѣлъ терпѣніе просверлить болѣе 18000 дырочекъ! Получился, дѣйствительно, тюль изъ свинца.

верхности должны быть крѣпко приложены металлическія накладки въ такихъ мѣстахъ, чтобы при поворачиванiи колка на 180⁰ можно было замыкать или размыкать сообщенiе между той либо другой парою сосѣднихъ проволокъ. Само собою понятно, что проволоки должны быть натянуты въ рамкѣ туго для того, чтобы могли плотно прилегать къ металлическимъ накладкамъ колка, что эти послѣднія должны выступать надъ боковой поверхностью колка и такъ либо иначе быть прикрѣпленными къ ней вполнѣ надежно (напр., двумя винтиками каждая), что стѣнки рамки, сквозь которыя продѣваются проволоки, должны быть парафинированы и пр. Все это ученики легко сами сообразятъ, равно какъ и то, что:

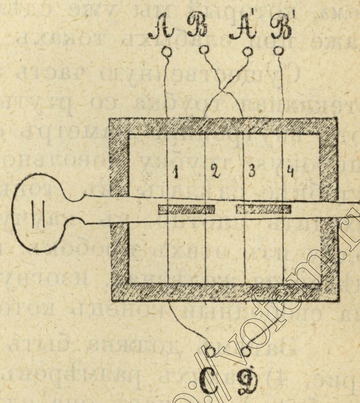
1) Для устройства простого *замыкателя* тока (ключъ) достаточно протянуть надъ колкомъ двѣ проволоки и на боковой его поверхности придѣлать одну накладку;

2) Для устройства *коммутатора*, мѣняющаго при поворачиванiи колка на 180⁰ направленiе тока, удобно протянуть надъ боковой поверхностью пять проволокъ, соединенныхъ съ клеммами A, B, C и D, какъ показано на 1-мъ рисункѣ, и сдѣлать на колкѣ 4 накладки: двѣ—для соединенія проволокъ 1-ой со 2-ой и 3-ьей съ 4-ою, и двѣ съ дiам. противоположной стороны—для соединенія 2-ой съ 3-ью и 4-ой съ 5-ою. При поворачиванiи колка лишь на 90⁰, между A, B и C, D нѣтъ никакого сообщенія и, слѣдовательно, приборчикъ можетъ служить также и ключемъ.

3) Для устройства *двойнаго пахитропа*, позволяющаго соединять послѣдовательно или параллельно двѣ вѣтви (или 2 источника) тока, достаточно 4-хъ проволокъ, соединенныхъ съ вѣтвями AB и A′B′ и съ клеммами C, D, какъ показано на рис. 2 (паралл.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

соед.), и трехъ только накладокъ: 2-хъ на одной сторонѣ (отмѣченной на головкѣ колка значкомъ ||), соедин. проволоки 1-ую со 2-ою и 3-ью съ 4-ою, и одной на обратной сторонѣ (отмѣченной значкомъ +), соединяющей 2-ую проволоку съ 3-ьей. При поворачиванiи колка на 90⁰—приборчикъ служитъ ключемъ.

4) Такъ какъ при малыхъ размѣрахъ скрипичнаго колка неудобно натягивать болѣе 4 или 5 проволокъ, то для устройства болѣе сложныхъ пахитроповъ лучше отказаться отъ этой системы и употреблять соотвѣтственно надобности болѣе длинный цилиндрикъ (изъ парафиноваго дерева), или—если угодно—можно комбинировать нѣсколько вышепредставленныхъ двойныхъ пахитроповъ, употребивъ нѣсколько колковъ.

Подобныя комбинаціи могутъ тоже служить темами для ученическихъ работъ.

II. Самопрерыватели тока.

(Вибраторы).

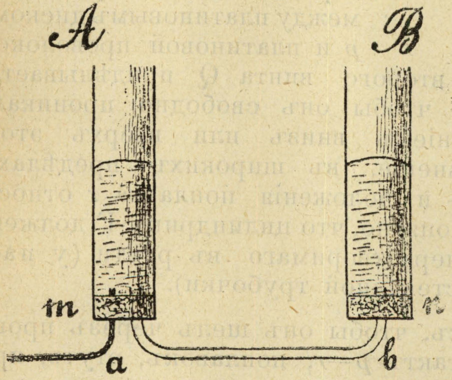
Для опытовъ съ самоиндукціей (которые будутъ описаны ниже) мнѣ понадобился такой прерыватель тока, котораго періодъ могъ бы измѣняться въ широкихъ предѣлахъ. Камертонный прерыватель (вибраторъ), имѣя вполнѣ опредѣленный періодъ колебаній, не допускаетъ никакой регулировки; обыкновенные же прерыватели (молоточки), употребляемые въ звонкахъ, при индукціонныхъ катушкахъ и пр., дѣйствуютъ слишкомъ медленно, неправильно и тоже крайне неудобны для „настраиванія". Вслѣдствіе этого я счелъ за лучшее устроить особый *ртутный прерыватель*, въ изготовленіи коего ученики помогали мнѣ съ особенною охотою, ибо эта новинка очень имъ понравилась. Здѣсь тоже основная идея поддается при исполненіи разнообразнымъ варьянтамъ, и потому ею удобно пользоваться какъ „темою" для ученическихъ работъ.

Я опишу здѣсь тотъ типъ *ртутнаго прерывателя съ поплавкомъ*, который мы уже сдѣлали для нашего кабинета и который даже при слабыхъ токахъ дѣйствуетъ вполнѣ удовлетворительно.

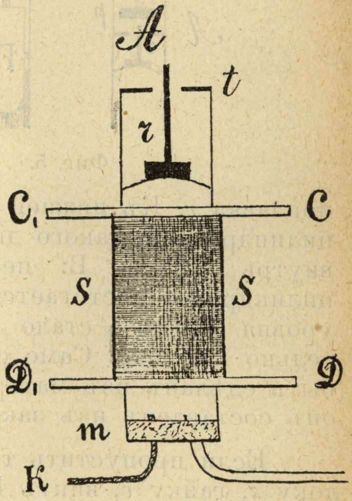
Существенную часть этого прибора составляетъ |__|-образная стеклянная трубка со ртутью: вертикальныя ея части A и B имѣютъ внутренній діаметръ около 12 мм. Такъ какъ гнуть такую широкую трубку довольно трудно, то горизонтальную часть ab удобнѣе сдѣлать изъ тонкой трубки, концы которой должны входить плотно въ каучуковыя пробки m и n (рис. 3). Черезъ одну изъ этихъ пробокъ, напр., черезъ m, такъ же плотно продѣвается желѣзная, изогнутая подъ прямымъ угломъ проволока k, на свободный конецъ которой надѣвается клемма.

Затѣмъ должна быть приготовлена пустая катушка CC_1DD_1 (рис. 4) такихъ размѣровъ, чтобы можно было надѣвать ее на трубку A; (у насъ она сдѣлана изъ жестяного цилиндрика ss и изъ двухъ деревянныхъ колецъ CC_1 и DD_1). Сообразно предназначенію прибора, на эту катушку наматывается изолированная проволока бóльшаго или меньшаго діаметра. Въ моемъ приборѣ обмотка сдѣлана изъ двухъ проволокъ (діам. 1 мм.), которыя при помощи вышеописаннаго двойного пахитропа (рис. 2) можно по желанію соединять послѣдовательно либо параллельно: всего получилось шесть слоевъ. Поверхъ этой обмотки дано еще шесть слоевъ обмотки изъ тонкой проволоки (0,2 мм.), концы которой можно сообщать съ телефономъ; это сдѣлано ради удобства контроля прибора, ибо телефонъ даетъ громко ту ноту, которая соотвѣтствуетъ числу прерыванiй тока.

Чтобы усилить электромагнитное дѣйствiе катушки на желѣзный поплавокъ *r*, плавающiй на свободной поверхности ртути въ трубкѣ А, слѣдуетъ (хотя для сильныхъ токовъ это необязательно) вложить въ ту же трубку пучекъ желѣзныхъ проволокъ такой же приблизительно длины, какъ и катушка; необходимо только, чтобы этотъ сердечникъ электромагнита, находящiйся весь подъ ртутью, не всплывалъ на ея поверхность, и чтобы ртуть могла свободно проникать сквозь промежутки между же-



Фиг. 3.

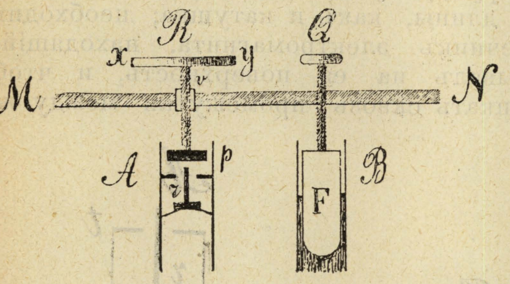


Фиг. 4.

лѣзными проволоками; проще всего (какъ мы и сдѣлали) взять для составленiя этого сердечника не очень прямыя желѣзныя проволоки и взять ихъ столько, чтобы весь пучекъ вошелъ въ трубку А съ значительнымъ тренiемъ: тогда проволоки всплывать не будутъ, и останутся промежутки между ними для свободнаго измѣненiя уровня ртути.

Поплавокъ *r* состоитъ изъ желѣзнаго кружечка или цилиндрика и вдѣланной въ него платиновой проволоки (прибл. дiам. 1 мм.); лучше эту проволоку не впаивать, а вколотить плотно въ отверстiе, сдѣланное въ цилиндрикѣ. Чтобы при вибрацiяхъ поплавка проволока эта не теряла своего вертикальнаго положенiя, надо придѣлать какое-нибудь специальное для этой цѣли приспособленiе (у насъ, напр., вложена въ трубку плоская деревянная пробочка *t*, снабженная центральнымъ отверстiемъ, сквозь которое платиновая проволока поплавка проходитъ вполнѣ свободно; лучше, однако-жъ, эту пробочку дѣлать не изъ дерева, чтобы она не разбухала, на случай, если бы пришлось налить поверхъ ртути какой-нибудь изолирующей жидкости (напримѣръ, спирта).

Когда трубка AB будетъ уже закрѣплена такъ либо иначе на какомъ-нибудь станочкѣ или рамкѣ, надо сквозь верхнюю деревянную перекладину MN продѣть два винта R и Q мелкой нарѣзки. Винтъ R долженъ имѣть металлическую гайку *v*, къ которой припаивается проволока *z* (рис. 5); вмѣсто головки лучше придѣлать къ этому винту возможно длинный рычажекъ *xy*: этимъ облегчается регулировка контакта; къ нижней части того же винта R придѣлывается наглухо платиновый дискъ *p* (или мѣдный, покрытый снизу платиною). Контактъ происходитъ въ верхней части трубки A между платиновымъ дискомъ *p* и платиновой проволокою

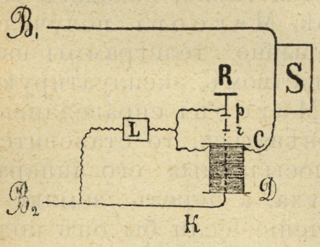


Фиг. 5.

поплавка *r*. Къ нижней части второго винта Q придѣлывается цилиндрикъ F такого діаметра, чтобы онъ свободно проникалъ внутрь трубки B: перемѣщеніемъ внизъ или вверхъ этого цилиндрика достигается измѣненіе, въ широкихъ предѣлахъ, уровня ртути, а стало быть — и положенія поплавка *r* относительно катушки. Само собою понятно, что цилиндрикъ F долженъ быть сдѣланъ изъ матеріала, нерастворимаго въ ртути (у насъ онъ составленъ изъ закрытой стекляной трубочки).

Если пропустить токъ такъ, чтобы онъ шелъ черезъ проволоку *z*, гайку *v*, винтъ R, контактъ *p—r*, поплавокъ, ртуть, проволоку *k* и, наконецъ, черезъ обмотку катушки, то получимъ вибраторъ, который можно регулировать въ весьма широкихъ предѣлахъ при помощи винтовъ R и Q. При слабыхъ токахъ, искра въ платиновомъ контактѣ *p—r*, вызванная самоиндукціею катушки, незначительна; если угодно, можно прилить въ трубку A поверхъ ртути керосину, спирту, воды и пр. для того, чтобы контактная искра происходила не въ воздухѣ.

Но если нужно пользоваться этимъ вибраторомъ—какъ это чаще всего и можетъ случиться—для самопрерыванія тока, проходящаго еще и черезъ другіе приборы, содержащіе обмотки со значительною самоиндукціею, тогда искра въ контактѣ *p—r* могла бы получаться ѣдкая и разрушительная, даже внутри жидкости. Въ этомъ случаѣ удобно прибѣгнуть къ такой схемѣ развѣтвленія тока, какая указана на рис. 6, гдѣ S обозначаетъ совокупность приборовъ, черезъ которые долженъ проходить прерывный токъ отъ источника B_1B_2, а L—введенный въ шунтъ *какой-нибудь* приборъ значительнаго сопротивленія и съ ничтожной самоиндукціею, напр., лампочка накаливанія, вольтаметръ для разложенія воды и пр. При такомъ расположеніи (какое и употреблялось въ нашихъ опытахъ) въ періодъ замыканія тока почти весь токъ проходитъ черезъ вибраторъ k, r, p, CD и S; ибо сопротивленіе прерывателя Rprk ничтожно по сравненію съ сопротивленіемъ прибора L; напротивъ, при разомкнутомъ контактѣ въ p — r, экстратокъ самоиндукціи пройдетъ по вѣтви L, CD, S и черезъ батарею. Искра въ этомъ случаѣ такъ ничтожна, даже при токѣ отъ нѣсколькихъ большихъ аккумуляторовъ, что вибраторъ дѣйствуетъ цѣлыми часами и даетъ въ телефонѣ ту же ноту, на какую его настроимъ, безъ возобновленія регулировки.



Фиг. 6.

Нѣкоторые интересные опыты, сдѣланные нами съ этимъ вибраторомъ при введеніи въ S катушекъ съ большою самоиндукціею, будутъ описаны ниже. Здѣсь прибавлю еще, что устройство такого прерывателя съ поплавкомъ можно и упростить и разнообразить. Можно, напримѣръ, вовсе устранить электромагнитную катушку CD, если въ числѣ приборовъ, вводимыхъ въ S, есть такой электромагнитъ, коего полюсы (или хотя бы одинъ) можно расположить внѣ трубки A такимъ образомъ, чтобы достигнуть нужнаго для разрыва тока погруженія поплавка r. И пр.

Мы дѣлали и такой прерыватель, въ которомъ желѣзный поплавокъ r не ныряетъ вглубь, а наоборотъ—подымается вверхъ. Эта система проще, ибо тогда разрывъ тока происходитъ въ другомъ колѣнѣ трубки B между ртутью и платиновымъ концомъ винта. При всякомъ подскакиваніи поплавка r въ трубкѣ A (подъ вліяніемъ расположеннаго надъ нимъ электромагнита или особой катушки, надѣтой на трубку), уровень ртути въ колѣнѣ B понижается, и контактъ прерывается. Качанія ртути происходятъ весьма правильно. Мы задались теперь цѣлью устроить, на принципѣ такихъ качаній ртути въ V-образной (сплошной) трубкѣ, *секундный прерыватель* тока безъ маятника. Затѣмъ — мечтаемъ сдѣлать для нашего кабинета, на томъ же принципѣ, *маятникъ Фуко* (электрическій) и даже — *электрическіе часы.*

(Продолженіе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новые слухи объ опытахъ Marconi. — Marconi посѣтилъ недавно свою родину, и итальянскія газеты передаютъ слѣдующее, что удалось имъ узнать отъ изобрѣтателя. Система Marconi позволяетъ не только телеграфировать на разстояніи 3000 километровъ черезъ океанъ, но и черезъ материки, хотя бы между обѣими станціями находились такія горы, какъ Альпы. Передаютъ слова Marconi, что его система позволитъ обмѣниваться безпроволочными телеграммами непосредственно изъ Средиземнаго Моря въ Индійскій Океанъ. И дѣйствительно, находясь теперь на пароходѣ въ Средиземномъ Морѣ, Marconi получалъ при посредствѣ своего аппарата безпрерывно телеграммы изъ различныхъ станцій, устроенныхъ уже обществомъ, эксплуатирующимъ его изобрѣтеніе. Если утвержденія Marconi справедливы, въ чемъ въ сущности теперь трудно сомнѣваться, то становится вѣроятнымъ, что электрическія волны, посылаемыя его аппаратомъ, передаются не черезъ эфиръ воздуха, а черезъ землю,— фактъ, который имѣлъ бы громадное значеніе, если бы онъ подтвердился. — Marconi продолжаетъ работать надъ усовершенствованіемъ своей системы. Одна изъ главныхъ трудностей состоитъ въ томъ, что прямые солнечные лучи тушатъ энергію волнъ Marconi. — Конечно, все это лишь газетные слухи и ничего вполнѣ опредѣленнаго сказать объ этомъ пока нельзя.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

† **Г. И. Вильдъ.**—24-го августа (6-го сентября) скончался въ Цюрихѣ почетный академикъ Императорской Академіи Наукъ Генрихъ Ивановичъ Вильдъ на 70-омъ году жизни. Покойный родился въ 1833 году въ Швейцаріи, близъ Цюриха; воспитывался въ Цюрихскомъ, Кенигсбергскомъ и Гейдельбергскомъ университетахъ, а затѣмъ началъ свою преподавательскую дѣятельность приватъ-доцентомъ при Цюрихскомъ университетѣ. Черезъ небольшой промежутокъ времени онъ былъ приглашенъ профессоромъ въ Бернъ, гдѣ ему было поручено устройство и руководительство метеорологической обсерваторіей. Въ 1868 году онъ былъ избранъ въ члены Императорской Академіи Наукъ и приглашенъ на мѣсто директора Главной Физической Обсерваторіи. Съ тѣхъ поръ начинается плодотворная для русской науки дѣятельность Г. И. Онъ преобразовываетъ Главную Физическую Обсерваторію, устраиваетъ метеорологическія и магнитныя обсерваторіи въ Павловскѣ и Томскѣ, и покрываетъ всю Россію сѣтью метеорологическихъ станцій (За двадцать лѣтъ ему удалось увеличить число такихъ станцій съ 30 до 1000 съ лишнимъ).—Работы Г. И. въ области метеорологіи и физики слишкомъ многочисленны, чтобы можно было разбирать ихъ въ настоящемъ краткомъ изложеніи; мы упомянемъ о его измѣреніи ома и изобрѣтеніи многочисленныхъ метеорологическихъ инструментовъ. Въ 1879 г. Г. И. былъ избранъ президентомъ международной метеорологической коммиссіи, а въ 1880 г.—президентомъ коммиссіи для изслѣдованія полярныхъ странъ.—Съ 1896-го года покойный жилъ въ Швейцаріи въ отставкѣ, награжденный титуломъ почетнаго академика.

РЕЦЕНЗІИ.

А. Яковлевскій и М. Дешевой. *Учебникъ технической физики для ремесленныхъ училищъ.* СПБ. 1901, Риккеръ 34 л. 670 стр.

Книга представляетъ хорошо написанный популярный курсъ физики, съ присоединеніемъ нѣкоторыхъ главъ изъ популярной практической механики, въ объемѣ около трети всей книги. Названіе „технической физики" книга эта заслуживаетъ лишь потому, что она составлена преподавателями ремесленнаго училища по программамъ этихъ училищъ и одобрена для нихъ въ качествѣ руководства,—но никакъ не по своему содержанію. Программа можетъ лишь опредѣлить заглавія статей, о которыхъ необходимо что-либо сказать, но не въ силахъ опредѣлить, что именно надо сказать о каждомъ изъ этихъ предметовъ. А ученику ремесленнаго училища вовсе не то нужно знать о каждомъ вопросѣ изъ физики, что „образованному человѣку", ремесленникъ призванъ „дѣлать", а не только „разговаривать", поэтому ему нужны указанія опредѣленныя, большею частью, численныя данныя, а не простой плавный и изящный разсказъ, въ которомъ все трудное для пониманія искусно сглажено.

Съ этой точки зрѣнія техническая физика для начальнаго училища должна, конечно, содержать всѣ главныя основы физики, но примѣры и иллюстраціи должны быть выбраны изъ практики различныхъ техническихъ производствъ и должны быть изложены такъ, чтобы давать указанія на условія успѣха разныхъ работъ.

Такъ, для уясненія понятія о расширеніи тѣлъ отъ нагрѣванія заставляютъ обыкновенно вычислять, на сколько сажень зимою не доѣдешь до Москвы изъ Петербурга по желѣзной дорогѣ, а въ технической физикѣ умѣстно указать, что кузнецу надо прикидывать одинъ сантиметръ на метръ, если онъ измѣряетъ свою работу во время ковки, при красномъ накаливаніи. Такихъ пунктовъ масса, искусные мастера многіе изъ нихъ знаютъ по навыку, не давая себѣ яснаго отчета въ своихъ знаніяхъ, но составителямъ учебниковъ физики эти свѣдѣнія, къ сожалѣнію, остаются почти неизвѣстными.

Затѣмъ обязательно описать немногіе физическіе приборы, употребляемые для техническихъ измѣреній, съ достаточною подробностью и даже критически, чтобы ученики знали, какой выбрать для данной надобности.

Но этого еще мало, это все составляетъ предметъ технической физики для слабо подготовленныхъ учениковъ; если-же они обучены искусству дѣлать чертежи и расчеты, то техническая физика должна давать имъ еще научныя данныя для такихъ расчетовъ. Этому, главнымъ образомъ, и посвящены немногія иностранныя книги, носящія такое заглавіе, какъ „Техническое ученіе о теплотѣ" Пелле, Серъ и др.

Ни тому, ни другому, ни третьему требованію книга нашихъ авторовъ не отвѣчаетъ. Они какъ будто и не догадывались объ этихъ требованіяхъ, стараясь только просто и хорошимъ языкомъ изложить то, что обыкновенно излагаютъ въ популярныхъ книжкахъ по физикѣ и механикѣ, и выполнить при этомъ оффиціальную программу. Неудивительно, что такого рода изложеніе давно дискредитировало книжную науку въ глазахъ практиковъ: „по книжкѣ работать не научишься". Да какъ же быть иначе: обыкновенно умѣющіе работать книгъ писать не умѣютъ, а „писатели" техническихъ книгъ не умѣютъ работать *). Только въ послѣдніе годы по техническимъ производствамъ, очень близкимъ къ наукѣ, стали появляться дѣльныя книги.

Если не придираться къ мелкимъ обмолвкамъ, то разсматриваемую книгу можно считать едва ли не лучшею популярною физикою на русскомъ языкѣ. Но нигдѣ почти нѣтъ указаній, спеціально нужныхъ ремесленникамъ. Такъ, описанъ ватерпасъ и уровень, но ни слова не сказано объ ихъ вывѣркѣ и условіяхъ чувствительности; понятіе объ удѣльномъ вѣсѣ разъяснено не дурно, но нѣтъ ни слова о практическомъ опредѣленіи удѣльнаго вѣса; ни ареометріи, ни одноплечихъ вѣсовъ, ни пикнометра не описано. Глава о жидкостяхъ кончается описаніемъ масленокъ для смазыванія подшипниковъ; однако „физическаго" здѣсь ничего нѣтъ: масленки описаны, но физическіе процессы, въ нихъ происходящіе, не разъяснены: не указано, что масленка „съ иглой" представляетъ Маріотову сткляночку, и не объяснено, почему только отъ сотрясеній во время вращенія вала пузырьки воздуха входятъ, а масло вытекаетъ.

Въ механическомъ отдѣлѣ авторы прибѣгаютъ къ помощи элементарной алгебры, и вообще этотъ отдѣлъ у нихъ полнѣе, и, вѣроятно, оставитъ въ умахъ учебниковъ гораздо больше слѣдовъ, чѣмъ остается отъ изученія гимназическихъ учебниковъ. Введена даже теорема Коріолиса, уясняющая дѣйствіе машинъ и значеніе живой силы ихъ движущихся частей. Только изложеніе механической части, вообще, какъ-то разбросано и не представляетъ явной связи между отдѣльными вопросами.

Затѣмъ вставлены три главы изъ практической механики о сопротивленіи матеріаловъ, о водяныхъ и вѣтряныхъ двигателяхъ. Въ изложеніи нѣтъ ни объясненія физическихъ процессовъ, сопровождающихъ описываемыя явленія, ни конструкторскихъ формулъ и данныхъ для проэктированія, такъ что будущій ремесленникъ вынесетъ развѣ только понятіе о томъ, зачѣмъ дѣлаютъ утолщенія и ребра на разныхъ машинныхъ частяхъ, (да и то о „коробочныхъ" машинныхъ станинахъ нѣтъ ни слова). Между тѣмъ, въ ученіи о сопротивленіи матеріаловъ множество „физи-

*) Будучи хорошо знакомъ съ литературою по ремесламъ, я знаю только одну англійскую и двѣ французскихъ книги, составляющія блистательное исключеніе.

ческаго“: тутъ играетъ важную роль „упругое послѣдѣйствіе“, предѣльное давленіе на единицу поверхности соприкасающихся частей обусловливаетъ важность точной пригонки машинныхъ частей, даже скрытыхъ отъ глазъ, а вліяніе отжига, наклепыванія, закалки на матеріалъ тоже физическіе процессы, знаніе которыхъ много увеличиваетъ силу мастерового.

Ученіе о теплотѣ изложено почему-то совершенно безъ формулъ, очень коротко, хотя и толково; зато 138 страницъ посвящено паровымъ котламъ и машинамъ, изложеннымъ совершенно „популярно“, безъ всякой попытки разъяснять происходящіе тутъ физическіе процессы и безъ данныхъ для проектированія или сужденія о свойствахъ готовой машины.

Магнитизмъ, электричество и свѣтъ изложены очень сжато, на всѣ три отдѣла ровно 100 страницъ. Изъ новыхъ идей авторы вводятъ понятіе о линіяхъ силъ; численныхъ данныхъ почти нѣтъ, изъ формулъ одинъ законъ Ома безъ всякихъ примѣненій. О динамомашинахъ и индукціи дано понятіе и объясненіе, основанное на представленіи о линіяхъ силъ. Въ ученіи о свѣтѣ авторы даже не приводятъ законъ преломленія свѣта, вѣроятно, потому, что ученики не знаютъ тригонометріи. Ни о контрастѣ цвѣтовъ, ни о фотографіи ни слова.

В. Лермантовъ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 232 (4 сер.). Прямая, проведенная черезъ основаніе S биссектрисы AS треугольника ABC параллельно касательной въ точкѣ A къ кругу, описанному около треугольника, касается круга, вписаннаго въ тотъ же треугольникъ.

Д. Е. (Иваново-Вознесенскъ).

№ 233 (4 сер.). Найти ариѳметическую прогрессію, сумма квадратовъ первыхъ трехъ членовъ которой равна 35 и члены которой суть числа цѣлыя.

Г. Огановъ (сел. Гомадзоръ).

№ 234 (4 сер.). Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе:

$$x^2-2xy+3y^2-4x+5y-33=0.$$

Г. Огановъ (сел. Гомадзоръ).

№ 235 (4 сер.). Построить треугольникъ ABC, зная положеніе ортоцентра H, средины M стороны BC и одной изъ вершинъ.

(Заимств.).

№ 236 (4 сер.). Сумма трехъ положительныхъ чиселъ равна p, сумма ихъ квадратовъ равна q^2, и сумма произведеній по два равна $\alpha \cdot \frac{p^4}{q^2}$. Зная, что $p > q\sqrt{2}$, опредѣлить, чему равно отношеніе $\frac{p}{q}$; вычислить его съ точностью до $\frac{1}{12}$, полагая $9\alpha = 1$.

Сообщилъ *Л. Ямпольскій* (Одесса).

№ 237 (4 сер.). Съ двигавшагося равномѣрно поѣзда замѣтили паденіе тѣла съ высоты h сантиметровъ. За время паденія этого тѣла поѣздъ прошелъ m метровъ. Опредѣлить скорость поѣзда (сопротивленіе воздуха при паденіи тѣла не принимается въ разсчетъ).

Л. Ямпольскій (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 151 (4 сер.). *Найти общій видъ цѣлыхъ чиселъ, каждое изъ которыхъ дѣлится безъ остатка на приближенный корень квадратный изъ него, извлеченный съ недостаткомъ съ точностью до единицы. Для какихъ изъ чиселъ этого свойства приближенное значеніе квадратнаго корня есть наименьшій дѣлитель, большій единицы?*

Числа, приближенный корень изъ которыхъ съ точностью до единицы взятый съ недостаткомъ равенъ цѣлому числу m, суть числа: m^2+1, $m^2+2, \ldots$, m^2+m, $m^2+m+1, \ldots$, m^2+2m. Среди нихъ дѣлятся на m только числа вида

$$m^2+m \quad (1), \qquad m^2+2m \quad (2).$$

При $m=2$ числа обоихъ видовъ $2^2+2=6$ и $2^2+2.2=8$ удовлетворяютъ и второму условію задачи. При $m>2$ числа перваго вида не удовлетворяютъ этому дополнительному условію, такъ какъ m^2+m равно $m(m+1)$ и потому, какъ произведеніе двухъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ, дѣлится на 2, допуская въ этомъ случаѣ дѣлителя, меньшаго m. Числа второго вида, дѣлясь на m, дѣлятся и на всякаго дѣлителя m; поэтому, если m есть число составное, то числа вида (2) не удовлетворяютъ второму требованію задачи, такъ какъ допускаютъ дѣлителя, меньшаго m. Точно также числа вида (2) не удовлетворяютъ этому требованію, если при $m>2$ число $m+2$ составное; дѣйствительно, въ этомъ случаѣ $m+2$ имѣетъ дѣлителя, большаго 1 и меньшаго $m+2$; но $m+2$ не дѣлится на $m+1$ и при $m>2$ не дѣлится на m. Поэтому этотъ дѣлитель менѣе m, и слѣдовательно, число $m^2+2m=m(m+2)$ при $m+2$ составномъ допускаетъ дѣлителя, большаго 1 и меньшаго m. Наоборотъ, если оба числа m и $m+2$ простыя, то наименьшій дѣлитель, большій единицы, чиселъ вида (2) есть m. Итакъ, второму требованію удовлетворяютъ числа: 6, 8 и $m(m+2)$, гдѣ m и $m+2$ оба простыя числа (напр.: $15=3.5$; $143=11.13$).

И. Плотникъ (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); Портупей-юнкеръ *Глинскій* и *Гришинъ* (Спб.); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *Н. Готлибъ* (Митава).

№ 152 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\operatorname{tg}x - \operatorname{tg}2x = \sin x.$$

Помощью формулъ $\operatorname{tg}2x = \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2x}$ и $\sin x = \frac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{\operatorname{tg}^2x+1}}$ данное уравненіе приводится къ виду $\operatorname{tg}x - \frac{2\operatorname{tg}x}{1-\operatorname{tg}^2x} = \frac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{\operatorname{tg}^2x+1}}$, или

$$\frac{\operatorname{tg}x(\operatorname{tg}^2x+1)}{\operatorname{tg}^2x-1} = \frac{\operatorname{tg}x}{\sqrt{\operatorname{tg}^2x+1}} \quad (1).$$

По возвышеніи этого уравненія въ квадратъ и освобожденіи отъ знаменателей, получимъ

$$\operatorname{tg}^2x(\operatorname{tg}^2x+1)^3 = \operatorname{tg}^2x(\operatorname{tg}^2x-1)^2,$$

откуда

$$\operatorname{tg}^2x[\operatorname{tg}^6x+3\operatorname{tg}^4x+3\operatorname{tg}^2x+1-(\operatorname{tg}^4x-2\operatorname{tg}^2x+1)]=0,$$

или

$$\operatorname{tg}^4x(\operatorname{tg}^4x+2\operatorname{tg}^2x+5)=0.$$

Слѣдовательно, или $\operatorname{tg}^4x=0$, откуда $x=k\pi$ (2), гдѣ k—произвольное цѣлое число, или $\operatorname{tg}^4x+2\operatorname{tg}^2x+5=0$; послѣднее уравненіе даетъ мнимыя значенія для $\operatorname{tg}x$, и, такимъ образомъ, дѣйствительныя рѣшенія могутъ быть найдены лишь изъ формулы (2); эти же рѣшенія всѣ въ самомъ дѣлѣ удовлетворяютъ данному уравненію, какъ это легко провѣрить (провѣрка необходима, такъ какъ обѣ части уравненія (1) мы возвышали въ квадратъ).

Л. Ямпольскій (Одесса); *И. Плотникъ* (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); портупей-юнкеръ *Глинскій* и *Гришинъ* (Спб.); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *Д. Коварскій* (Двинскъ); *В. В.* (Москва); *Н. Готлибъ* (Митава); *С. Кудинъ* (Москва).

№ 158 (4 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}5x=0.$$

Изъ даннаго уравненія выводимъ:

$$\operatorname{tg}x = -\operatorname{tg}5x = \operatorname{tg}(-5x),$$

откуда слѣдуетъ, что

$$x = -5x + k\pi,$$

гдѣ k произвольное цѣлое число. Слѣдовательно,

$$6x = k\pi,$$

откуда

$$x = \frac{k\pi}{6}.$$

И. Плотникъ (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Н. Готлибъ* (Митава); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *Л. Ямпольскій* (Одесса); *С. Кудинъ* (Москва); *Д. Коварскій* (Двинскъ).

№ 172 (4 сер.). *Вычислить уголъ, составленный образующей конуса съ плоскостью основанія, если извѣстно, что для этого конуса отношеніе его объема къ объему вписаннаго въ него шара имѣетъ наименьшее значеніе.*

Назовемъ соотвѣтственно черезъ x, y и h образующую, радіусъ основанія и высоту конуса, а черезъ r—радіусъ вписаннаго шара, т. е., радіусъ круга, вписаннаго въ треугольникъ осевого сѣченія (периметръ котораго равенъ $2x+2y$). Пользуясь равенствомъ

$$r = \frac{yh}{x+y},$$

находимъ отношенія объема конуса къ объему шара выраженіе:

$$\frac{\pi y^2h}{3} : \frac{4\pi y^3h^3}{3(x+y)^3} = \frac{(x+y)^3}{y(x^2-y^2)} = \frac{(x+y)^2}{y(x-y)} = \frac{\left(\frac{x}{y}+1\right)^2}{\frac{x}{y}-1},$$

или, называя отношеніе $\frac{x}{y}$ черезъ z, найдемъ, что разсматриваемое отношеніе равно

$$\frac{(z+1)^2}{z-1}=z+3+\frac{4}{z-1}=4+(z-1)+\frac{4}{z-1} \quad (1).$$

Произведеніе слагаемыхъ $z-1$ и $\frac{4}{z-1}$ (всегда положительныхъ, такъ какъ $\frac{x}{y}=z>1$) есть величина постоянная; поэтому сумма $(z-1)+\frac{4}{(z-1)}$, — а вмѣстѣ съ тѣмъ, и отношеніе $\frac{(z+1)^2}{z-1}$ (см. 1) достигаетъ minimum'a при $z-1=\frac{4}{z-1}$, или при $(z-1)^2=4$, откуда, принимая во вниманіе *положительное* значеніе z, отвѣчающее minimum'y, имѣемъ: $z-1=2$, $z=\frac{x}{y}=3$. Но $y=x\cos\alpha$, гдѣ α—уголъ образующей конуса съ плоскостью основанія. Слѣдовательно,

$$\frac{x}{x\cos\alpha}=3,\ \cos\alpha=\frac{1}{3},\ \log\cos\alpha=9{,}52288,$$

откуда находимъ съ помощью таблицъ: $\alpha=70^\circ31'43''$.

Н. Готлибъ (Митава); *Н. С.* (Одесса); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *Л. Ямпольскій* (Одесса); *Г. Томанъ* (Уфа).

№ 176 (4 сер.). *Привести къ логариѳмическому виду выраженія:*

$$\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos2\beta}-\frac{\cos\alpha}{\cos\beta},\quad \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos2\beta}-\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}.$$

Послѣ ряда преобразованій

$$\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos2\beta}-\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=\frac{(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)\cos\beta-\cos\alpha(\cos^2\beta-\sin^2\beta)}{\cos\beta\cos2\beta}=$$

$$=\frac{\sin\alpha\sin\beta\cos\beta+\cos\alpha\sin^2\beta}{\cos\beta\cos2\beta}=\frac{\sin\beta\sin(\alpha+\beta)}{\cos\beta\cos2\beta}$$

находимъ, что первое выраженіе приводится къ $\frac{\operatorname{tg}\beta\sin(\alpha+\beta)}{\cos2\beta}$.

Подобнымъ же образомъ

$$\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos2\beta}-\frac{\sin\alpha}{\cos\beta}=\frac{\cos\alpha\sin\beta\cos\beta+\sin\alpha\sin^2\beta}{\cos\beta\cos2\beta}=\frac{\sin\beta\cos(\alpha-\beta)}{\cos\beta\cos2\beta}=\frac{\operatorname{tg}\beta\cos(\alpha-\beta)}{\cos2\beta}.$$

Д. Коварскій (Двинскъ); *Н. Готлибъ* (Митава); *М. Поповъ* (Асхабадъ); *И. Плотникъ* (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Л. Ямпольскій* (Одесса); *Г. Томанъ* (Уфа).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 16-го Сентября 1902 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
пщется

Обложка
ищется