Обложка
ищется

Обложка
пщется

XXVIII Сем. № 11.

Вѣстникъ Опытной Физики
и
Элементарной Математики.

15 Декабря № 335. 1902 г.

Къ исторіи опредѣленій скорости свѣта.

Прив.-доц. Б. П. Вейнберга и З. П. Вейнбергъ.

1. **Воззрѣнія древнихъ.** Прежде, чѣмъ говорить объ опредѣленіяхъ скорости свѣта, слѣдуетъ выяснить, что̀ понимается подъ этою величиною въ различныхъ теоріяхъ свѣтовыхъ явленій и нельзя-ли дать ей опредѣленіе, независимое отъ какой бы то ни было теоріи.

Съ точки зрѣнія теоріи истеченія скорость свѣта есть скорость движенія частицъ свѣтовой матеріи; съ точки зрѣнія волновой теоріи, скорость свѣта есть скорость распространенія свѣтовой волны. Но можно разсматривать скорость свѣта независимо отъ какой бы то ни было теоріи его распространенія, и въ такомъ случаѣ для ея опредѣленія слѣдуетъ раздѣлить разстояніе отъ источника свѣта до мѣста наблюденія на время, прошедшее отъ момента начала или конца свѣченія источника до момента появленія или прекращенія свѣта, замѣчаемаго наблюдателемъ.

Долгое время считалось, что свѣтъ распространяется мгновенно. Вотъ, напримѣръ, что говорилъ объ этомъ въ I вѣкѣ по Р. Хр. Даміанъ, сынъ Эліодора изъ Лариссы, въ своемъ сочиненіи „Оптика": „Чтобы свѣтъ какъ можно скорѣе достигалъ до предметовъ, онъ долженъ распространяться прямолинейно". „Распространенiе свѣта глазъ и свѣта солнца до самыхъ внѣшнихъ границъ небесной сферы происходитъ мгновенно, потому что, какъ свѣтъ солнца послѣ того, какъ оно было закрыто облакомъ, въ тотъ же моментъ, какъ облако пройдетъ, достигаетъ до насъ, такъ же и мы, какъ только бросимъ взглядъ наверхъ, сейчасъ же видимъ небо".

Позднѣе появляются впрочемъ и иные взгляды на распространенiе свѣта. Такъ Альхазенъ, выдающiйся арабскiй оптикъ, умершiй въ 1038 г., считаетъ, что свѣтъ распространяется не мгновенно, потому что, если въ окнѣ сдѣлать отверстiе и пустить свѣтъ въ темную комнату, то на это проникновенiе его уходитъ нѣкоторое время, хотя и очень короткое.

Но это мнѣнiе не нашло отклика у позднѣйшихъ ученыхъ,— только въ XVII столѣтiи начинаютъ снова заговаривать о времени, которое требуетъ свѣтъ для прохожденiя пространства. Такъ Бэконъ въ своемъ „Novum Organon Scientiarum" (1620) говоритъ: „In visu liquet requiri in eum actuandum momenta certa temporis"—(„ясно, что въ зрѣнiи требуется для того, чтобъ его вызывать, извѣстное время")—весьма неопредѣленное утвержденiе, изъ котораго даже неясно, говоритъ ли Бэконъ о времени распространенiя свѣта или о времени, потребномъ для возбужденiя свѣтового ощущенiя.

Только Descartes—во II главѣ своей „Дiоптрики" [1])—обращается къ наблюденiямъ для рѣшенiя вопроса о скорости свѣта, а именно, онъ приходитъ къ заключенiю, что, если свѣтъ распространяется не мгновенно, то при лунныхъ затменiяхъ луна должна казаться не дiаметрально противоположною солнцу. А такъ какъ такого отклоненiя не замѣчается, то Descartes рѣшаетъ, что свѣтъ распространяется мгновенно. Такой выводъ вызвалъ возраженiе Huygens'а, указавшаго, что на этомъ основанiи можно лишь судить о низшемъ предѣлѣ скорости свѣта.

2. **Попытки обратиться къ опыту.** Первый, кто не только не ограничился обсужденiемъ различныхъ астрономическихъ наблюденiй, но и перешелъ къ опыту для рѣшенiя вопроса о конечной или безконечной скорости свѣта, былъ Галилей. Въ своихъ „Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due scienze attenenti alla mecanica ed i movimenti locali" (1638) онъ описываетъ свои опыты по методу, который, какъ мы увидимъ далѣе, по идеѣ очень близокъ къ способу зубчатаго колеса Fizeau. Методъ заключался въ томъ, что одинъ наблюдатель открывалъ или закрывалъ источникъ свѣта, находящiйся около него, а другой, расположенный на большомъ разстоянiи отъ него, какъ только видѣлъ этотъ свѣтъ, открывалъ или закрывалъ источникъ свѣта, нахо-

[1]) „Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la verité dans les sciences. Plus la dioptrique, les météores et la géométrie qui sont des essais de cette méthode" (1637).

дившійся около него. Очевидно, что даже на разстояніи нѣсколькихъ километровъ этотъ методъ не могъ дать никакихъ результатовъ, такъ какъ первый наблюдатель замѣчалъ свѣтъ черезъ ничтожный промежутокъ послѣ того, какъ онъ открывалъ свой.

Подобные же опыты — и точно также съ отрицательнымъ результатомъ—были произведены членами перваго научнаго общества, имѣвшаго цѣлью изучать природу путемъ опыта,—знаменитой „Accademia del Cimento“, „Академіи Опыта“ (1657—1667).

3. **Открытіе конечной скорости распространенія свѣта Roemer'омъ.** Уже въ своихъ попыткахъ выяснить конечность или безконечность скорости свѣта Descartes обращается къ астрономіи. И, дѣйствительно, впервые этотъ физическій вопросъ былъ рѣшенъ астрономическимъ способомъ—изъ наблюденій надъ періодическими затменіями одного изъ спутниковъ Юпитера, сдѣланными на Парижской обсерваторіи датскимъ астрономомъ Roemer'омъ въ 1675 г. За три года до этого Roemer былъ приглашенъ Picard'омъ въ Парижъ для измѣренія градуса меридіана и вскорѣ былъ сдѣланъ членомъ Академіи Наукъ.

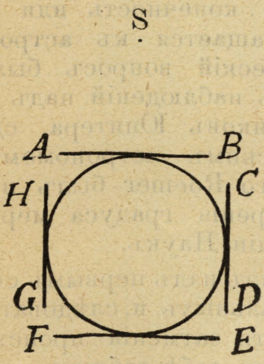
Наблюденія свои Roemer производилъ надъ первымъ спутникомъ Юпитера, движущимся скорѣе остальныхъ и, слѣдовательно, чаще всѣхъ затмевающимся. Зная, что эти затменія происходятъ черезъ каждые 42 часа, Roemer составилъ себѣ таблицу временъ затменій. Но наблюденія его не совпали съ этой таблицей—оказалось, что затменія запаздывали и промежутки между ними увеличивались и притомъ неодинаково. Для объясненія этого явленія Roemer предположилъ, что свѣтъ распространяется не мгновенно, вслѣдствіе чего при движеніи земли вокругъ солнца и происходятъ неправильности въ затменіяхъ.

На основаніи данныхъ, выведенныхъ изъ этихъ наблюденій, Roemer вычислилъ такъ называемое „уравненіе свѣта“, т. е. время, которое свѣтъ употребляетъ на прохожденіе разстоянія отъ солнца до земли, и нашелъ его равнымъ 11 минутамъ.

Чтобы яснѣе представить связь между запаздываніемъ затменій и конечною скоростью свѣта, разсмотримъ аналогію этимъ запаздываніямъ въ явленіяхъ звуковыхъ.

Положимъ, что на нѣкоторомъ разстояніи отъ наблюдателя раздается чрезъ равные промежутки времени стукъ топора. Если наблюдатель неподвиженъ, то онъ услышитъ каждый стукъ нѣсколько позже, чѣмъ увидитъ соотвѣтствующій взмахъ топора, но промежутки времени между двумя стуками будутъ такіе же, какъ и на мѣстѣ происхожденія звука. Если наблюдатель движется перпендикулярно къ линіи распространенія звука, то онъ будетъ слышать стуки точно такъ же, какъ и въ томъ случаѣ, когда стоитъ на мѣстѣ. Если же онъ равномѣрно удаляется отъ дровосѣка по направленію, параллельному линіи распространенія звука, то стуки будутъ доходить до него черезъ промежутки времени равные, но бо́льшіе нормальныхъ, такъ какъ каждому послѣдующему звуку придется пробѣгать болѣе длинный путь, чѣмъ предыдущему. Въ случаѣ равномѣрнаго приближенiя наблюдателя по этому же направленiю, онъ опять будетъ слышать стуки черезъ равные, но уже ме́ньшiе нормальныхъ, промежутки времени.

Предположимъ теперь, что наблюдатель ходитъ по кругу какъ показано на прилагаемомъ рисункѣ (фиг. 1; касательными AB, CD, EF и GH обозначены направленiя движенiя черезъ каждыя четверть оборота),—дровосѣкъ же находится въ S.



Фиг. 1.

Пока наблюдатель идетъ отъ A къ B, онъ слышитъ стукъ такъ, какъ слышалъ бы его, оставаясь неподвижнымъ. Когда онъ начинаетъ удаляться по кругу, — промежутки между стуками увеличиваются и достигаютъ наибольшей величины, когда онъ начинаетъ идти вдоль CD, параллельно линiи распространенiя звука, такъ какъ при этомъ онъ съ наибольшею быстротою удаляется отъ источника звука. Такъ какъ онъ въ этомъ направленiи удаляется равномѣрно, то стуки раздаются чрезъ равные промежутки времени. Когда же наблюдатель поворачиваетъ по кругу дальше, промежутки начинаютъ уменьшаться и становятся все ближе и ближе къ нормальнымъ, и, когда онъ идетъ по EF, параллельно линiи AB, величина промежутковъ снова становится нормальною. Общее же запаздыванiе стуковъ—сравнительно съ тѣмъ, что наблюдатель слышалъ бы въ AB,—будетъ въ это время наибольшимъ. При дальнѣйшемъ движенiи запаздыванiя начинаютъ уменьшаться, промежутки между стуками также опять уменьшаются и становятся при движенiи вдоль GH въ направленiи, перпендикулярномъ AB, равными и наименьшими, такъ какъ наблюдатель наиболѣе быстро приближается къ источнику. Далѣе эти промежутки увеличиваются, приближаясь къ нормальнымъ, и снова становятся такими на линiи AB, при чемъ и моменты стуковъ какъ бы возвращаются на мѣста.

Такiя особенности, какъ въ моментахъ стуковъ, такъ и въ промежуткахъ между ними, могутъ имѣть мѣсто только при конечной скорости распространенiя звука. Такъ какъ вполнѣ аналогичныя особенности наблюдались Roemer'омъ въ запаздыванiяхъ затмѣнiй перваго спутника Юпитера, то они навели его на мысль искать объясненiя ихъ въ конечной скорости распространенiя свѣта, такъ какъ никакiя другiя причины не могли вызвать, по его мнѣнiю [1]), этихъ неравенствъ.

---

[1]) .... pour oster tout lieu de douter que cette inégalité soit causée par le retardement de la lumière, il (Roemer) démontre qu'elle ne peut venir

Но поправка на скорость свѣта не исключила всѣхъ неправильностей во времени затменій, вытекавшихъ изъ наблюденій, какъ самого Roemer'а, такъ и другихъ астрономовъ (напримѣръ, Cassini, который сначала тоже искалъ объясненія въ конечной скорости свѣта, но скоро оставилъ). Объясняется это отсутствіемъ удовлетворительной теоріи движенія спутниковъ, возмущеній и т. п., а также несовершенствомъ наблюденій, что̀ видно изъ того, что Roemer, какъ мы видѣли, нашелъ уравненіе свѣта равнымъ 11^m, Horrebow вскорѣ послѣ него нашелъ 14^m15^s, другіе доходили до 6^m, а теперь вѣроятнѣйшее значеніе его есть $8^m16^s \cdot 5$.

Кромѣ того, Roemer произвелъ наблюденія только надъ однимъ спутникомъ Юпитера и не убѣдился, остается ли уравненіе свѣта тѣмъ же и для другихъ спутниковъ. Благодаря этому многимъ ученымъ того времени легче было допустить какія-то особенности въ движеніи одного тѣла, чѣмъ принять новую физическую истину. Отъ того уравненіе свѣта признавалось съ трудомъ и постепенно; такъ оно было принято Halley'емъ только въ 1697, Pound'омъ въ 1719, Fouchy—въ 1732, Whiston'омъ—въ 1738, Macaldi—въ 1741 и вообще получило право гражданства только послѣ того, какъ стало общепризнаннымъ открытіе Bradley'емъ аберраціи (1728).

4. **Открытіе аберраціи Bradley'емъ.** Для выясненія сущности явленія аберраціи обратимся опять къ нѣкоторой аналогіи.

Представимъ себѣ, что въ безвѣтреную погоду идетъ дождь; падаетъ онъ въ такомъ случаѣ вертикально. На его пути поставлена неподвижная трубка, параллельная направленію паденія капель. Дождь будетъ попадать въ ея верхнее отверстіе, проходить насквозь, дойдетъ до дна и не замочитъ стѣнокъ.

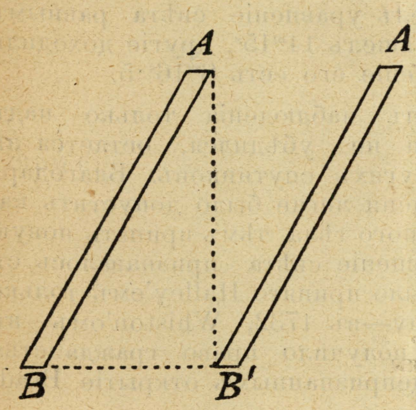
Если трубу двигать въ направленіи, перпендикулярномъ къ направленію паденія дождя, то онъ не попадетъ на дно трубы, а лишь на заднюю (по отношенію къ направленію движенія) ея стѣну. И чтобы дождь попалъ на дно трубы, нужно дать ей опредѣленный наклонъ въ сторону ея движенія. Тогда капли дождя, попавшія въ ея верхнее отверстіе, могутъ пойти параллельно оси и достигать дна. Для этого нужно, чтобы время, въ теченіе котораго капля дождя проходитъ разстояніе AB_1 по вертикали отъ верх-

---

d'aucune excentricité, ou autre cause de celles qu'on apporte ordinairement pour expliquer les irregularitez de la Lune & des autres Planètes Bien que néantmoins il se soit apperçu que le premier Satellite de Jupiter étoit excentrique & que d'ailleurs les révolutions étoient avancées ou retardées à mesure que Jupiter s'approchoit ou s'éloignoit du Soleil & même que les révolutions du premier mobile étoient inégales, sans toutes fois que ces dernières causes d'inégalité empêchent que la première ne soit manifeste" —*Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Roemer de l'Académie Royale des Sciences.*

Journal des Sçavans De l'An M. D. C. 1676, p. 267—270. Par le Sieur G. P. A. D. C. A Amsterdam Chez Pierre le Grand, 1683.

няго отверстія трубы до ея дна, равнялось времени, въ теченіе котораго дно трубы B попадаетъ на ту же вертикальную линію AB_1, на которой находилось раньше верхнее отверстіе A трубы,— другими словами, чтобы тангенсъ угла ABB_1 наклона трубы равнялся отношенію скорости движенія трубы къ скорости паденія капель.



Фиг. 2.

То же происходитъ и съ астрономическими трубами, улавливающими свѣтъ, исходящій изъ звѣздъ, такъ какъ наблюдатель, находясь на землѣ, непрерывно перемѣщается въ пространствѣ. Наблюдатель, направляющій трубу на звѣзду, направляетъ ее въ сущности не на истинное положеніе звѣзды, а отклоняетъ трубу нѣсколько въ сторону движенія земли. Черезъ полгода, когда движеніе земли становится въ пространствѣ обратнымъ, наблюдателю придется отклонить трубу отъ истиннаго направленія лучей, идущихъ отъ звѣзды, въ другую сторону. Тангенсъ половины угла, на который приходится перемѣнить направленіе трубы черезъ полгода, равенъ отношенію составляющей скорости движенія земли въ направленіи, перпендикулярномъ къ лучу, къ скорости свѣта. Такимъ образомъ, если для наблюденія звѣзды приходится нѣсколько измѣнить наклонъ трубы въ сторону движенія земли, то это можетъ служить доказательствомъ конечной скорости распространенія свѣта, — *если признавать*, что земля движется вокругъ солнца.

И открытіе аберраціи Bradley сдѣлалъ, стремясь обнаружить параллаксъ неподвижныхъ звѣздъ, какъ неоспоримое доказательство именно вращенія земли вокругъ солнца и правильности теоріи Коперника. До Bradley'я уже многіе занимались этими же поисками, но безуспѣшно, вслѣдствіе недостаточной точности наблюденій. Наконецъ, въ 1725, богачъ-любитель—Samuel Molyneux—заказываетъ для этой же цѣли у знаменитаго тогда часовщика и механика Graham'а большой зенитальный секторъ, радіусомъ въ 24 фута. Точность отчета этого сектора доходила до $1/2''$, что было для того времени необыкновеннымъ—такъ, Halley, напримѣръ, утверждалъ, что точности даже до $10''$ невозможно достигнуть никакимъ приборомъ.

Въ декабрѣ этого года Molyneux принимается за наблюденія; первую половину мѣсяца онъ работаетъ одинъ, затѣмъ къ нему присоединяется Bradley и они наблюдаютъ вмѣстѣ до августа 1727. Съ этого времени Bradley, которому было неудобно ѣздить къ Molyneux въ Kew, начинаетъ производить подобныя же наблюденія одинъ у себя, въ Wansted'ѣ. Другою причиною ихъ отдѣленія другъ отъ друга по мѣсту наблюденія, но не по общности стремленій, было желаніе на другомъ инструментѣ изслѣдовать то же явленіе, которое они обнаружили въ Kew. Инструментъ Bradley'я былъ сдѣланъ тѣмъ же Graham'омъ по образцу перваго.

Вотъ какъ разсказываетъ самъ Bradley объ ихъ открытіи, въ письмѣ своемъ Halley'ю [1]):

„Аппаратъ мистера Molyneux былъ готовъ и приспособленъ къ наблюденіямъ къ концу ноября 1725 г., и въ 3-ій день слѣдующаго декабря яркая звѣзда во главѣ Дракона (обозначенная Байеромъ γ) была въ первый разъ наблюдена, когда она проходила около зенита, и ея положеніе было тщательно отмѣчено приборомъ. Подобныя же наблюденія были сдѣланы въ 5-ый, 11-ый и 12-ый дни того же мѣсяца и, такъ какъ не обнаружилось никакой существенной разницы въ положеніи звѣзды, то дальнѣйшее повтореніе наблюденій въ это время года было сочтено ненужнымъ, такъ какъ это была такая часть года, когда нельзя было ожидать скоро никакого замѣтнаго измѣненія параллакса этой звѣзды. Поэтому только изъ любопытства попробовалъ я, будучи тогда въ Kew, гдѣ инструментъ былъ установленъ, приготовиться къ наблюденіямъ этой звѣзды 17-го декабря, когда, урегулировавъ приборъ, какъ обыкновенно, я замѣтилъ, что она въ этотъ день прошла нѣсколько южнѣе, чѣмъ это наблюдалось раньше. Не подозрѣвая никакой иной причины въ этомъ явленіи, мы сначала заключили, что оно зависѣло отъ неточности наблюденій и что ни это, ни предыдущее не были настолько точны, какъ мы это предварительно думали, вслѣдствіе каковой причины мы возымѣли намѣреніе повторить наблюденіе снова, чтобы опредѣлить, откуда происходила эта разница; и, сдѣлавши это декабря 20-го, я нашелъ, что звѣзда прошла еще южнѣе, чѣмъ въ предыдущихъ наблюденіяхъ. Это замѣтное измѣненіе тѣмъ болѣе удивило насъ, что оно было въ противоположную сторону отъ той, въ какую оно должно было бы быть, если-бы оно зависѣло отъ годичнаго параллакса звѣзды. Но, будучи теперь достаточно хорошо увѣрены, что оно не могло вполнѣ зависѣть отъ недостатка точности наблюденій и не имѣя никакого представленія о чемъ-либо иномъ, что могло бы вызвать такое кажущееся движеніе въ звѣздѣ, какъ это,—мы начали думать, что какое-либо измѣненіе въ матеріалахъ и т. п. самого инструмента могло вызвать это. Подъ этими опасеніями мы оставались нѣкоторое время. Но въ концѣ концовъ, получивъ полное убѣжденіе изъ нѣсколькихъ провѣрокъ въ большой точности инструмента и находя по постепенному увеличенію разстоянія звѣзды отъ полюса, что тутъ должна быть нѣкоторая регулярная

[1]) „A Letter from the Reverend Mr. *James Bradley* Savilian Professor of Astronomy at *Oxford* and F. R. S. to Dr. *Edmond Halley Astronom. Reg.* & c. giving an Account of a new discovered Motion of the Fix'd Stars.“ Philosophical Transactions of the Royal Society of London for 1728, p. 637—660.

причина, вызывавшая это, мы стали стараться очень хорошо изслѣдовать во время каждаго наблюденія, насколько велико было это увеличеніе, и къ началу марта 1826 года звѣзда оказалась много южнѣе, чѣмъ во время перваго наблюденія. Она теперь казалась дошедшею до своего крайняго предѣла на югъ, ибо въ нѣсколькихъ наблюденіяхъ, сдѣланныхъ около этого времени, никакой замѣтной разницы въ ея положеніи не замѣчалось. Къ серединѣ апрѣля она казалась возвращающеюся опять обратно къ сѣверу, и къ началу іюня она проходила на томъ же разстояніи отъ зенита, какъ она сдѣлала это 6-го декабря, когда она была впервые наблюдена.

Изъ быстраго измѣненія склоненія этой звѣзды около этого времени (оно увеличивалось на 1″ въ три дня) было заключено, что она теперь направится на сѣверъ, какъ раньше она пошла на югъ отъ ея теперешняго положенія; и случилось, какъ было предположено, ибо звѣзда продолжала двигаться на сѣверъ до слѣдующаго сентября, когда она снова сдѣлалась неподвижною, будучи тогда секундъ на 20 сѣвернѣе, чѣмъ въ іюнѣ, и не менѣе, чѣмъ на 39″ сѣвернѣе, чѣмъ она была въ мартѣ. Съ сентября звѣзда пошла обратно къ югу, пока не дошла въ декабрѣ до того же самаго положенія, въ каковомъ она была въ то же время за 12 мѣсяцевъ до этого, если принять во вниманіе разницу въ склоненіи, обусловливаемую предвареніемъ равноденствій.

Это было достаточнымъ доказательствомъ, что инструментъ не былъ причиной этого кажущагося движенія звѣзды, и найти подходящую причину для этого казалось затруднительнымъ....“

„Когда годъ окончился, я началъ разсматривать и сравнивать мои наблюденія, и, когда достаточно хорошо удостовѣрился въ общихъ законахъ явленій, тогда я сдѣлалъ попытку отыскать причины ихъ. Я уже убѣдился, что кажущееся движеніе звѣздъ не зависѣло отъ измѣненія земной оси. Слѣдующая вещь, которая мнѣ представилась, было измѣненіе направленія линіи отвѣса, которымъ инструментъ всегда исправлялся, но это по изслѣдованіи оказалось недостаточнымъ. Тогда я подвергъ разсмотрѣнію, что̀ можетъ сдѣлать рефракція, но и здѣсь ничего удовлетворительнаго не случилось. Наконецъ, я предположилъ, что всѣ явленія, упомянутыя до сихъ поръ, зависѣли отъ поступательнаго движенія свѣта и годичнаго движенія земли по ея орбитѣ, ибо я замѣтилъ, что, если свѣтъ распространяется во времени, то кажущееся мѣсто неподвижнаго предмета не было бы тѣмъ же самымъ, когда глазъ находится въ покоѣ и когда онъ движется въ какомъ-нибудь другомъ направленіи, чѣмъ направленіе линіи, соединяющей глазъ и предметъ, и что, когда глазъ движется въ различныхъ направленіяхъ, то кажущееся мѣсто предмета должно быть различно“.

Для того, чтобы окончательно убѣдиться въ общности наблюденнаго явленія, Bradley взялъ еще звѣзду и нашелъ тѣ же самыя измѣненія въ склоненіи, но съ меньшею амплитудою вслѣдствіе иныхъ координатъ звѣздъ. Еще черезъ годъ Bradley, чтобъ окончательно убѣдиться въ правильности своихъ заключеній, сталъ наблюдать, какъ мы уже упоминали, на другомъ секторѣ въ Wansted'ѣ. И только черезъ три года наблюденій Bradley — уже по смерти Molyneux, не дожившаго нѣсколькихъ мѣсяцевъ (онъ умеръ въ апрѣлѣ 1728 г.) до обнародованія этого замѣчательнаго открытія—сообщилъ объ этомъ въ письмѣ къ Halley'ю, а въ январѣ 1729 сдѣлалъ сообщеніе въ Royal Society.

Bradley, естественно, сопоставилъ свои наблюденія съ наблюденіями Roemer'a.

„Хорошо извѣстно, что Mr. Roemer, который первый сдѣлалъ попытку объяснить кажущееся неравенство во временахъ затменій спутниковъ Юпитера гипотезою поступательнаго распространенія свѣта, предположилъ, что онъ тратитъ около 11 минутъ времени на прохожденіе пространства отъ солнца до насъ. Но съ тѣхъ поръ другіе пришли къ заключенію изъ такихъ же затменій, что онъ распространяется на такое же разстояніе минутъ въ 7. Скорость свѣта, поэтому, выведенная изъ предыдущей гипотезы [2]), является какъ бы среднимъ между тѣмъ, что въ различное время было опредѣлено изъ затменій спутниковъ Юпитера".

Это открытіе имѣло огромное значеніе — результатъ его совпалъ съ результатомъ Roemer'a, но былъ подтвержденъ наблюденіями не надъ одною только планетою, но надъ многими звѣздами. Такимъ образомъ, конечность скорости распространенія свѣта была вполнѣ доказана, а вмѣстѣ съ тѣмъ было найдено и подтвержденіе системы Коперника.

Любопытны въ этомъ отношеніи заключительныя слова Bradley'я въ томъ же письмѣ къ Halley'ю: „Такъ какъ, такимъ образомъ, не оказалось въ концѣ концовъ замѣтнаго Параллакса у неподвижныхъ Звѣздъ, то *анти-коперникане* имѣютъ еще просторъ въ томъ отношеніи, чтобы возражать противъ Движенія Земли; и они могутъ (если имъ угодно) имѣть еще бо́льшія возраженія противъ Гипотезы, которою я пытался разрѣшить вышеупомянутое *Явленіе*,—отрицая поступательное Движеніе Свѣта такъ же, какъ и Земли".

Къ открытію Bradley'я можно, какъ это сдѣлалъ одинъ изъ историковъ этого вопроса, примѣнить слова Плутарха: „οὐ τυχῆς ἔργον, ἀλλ'ἀρετῆς εὐ τυχούσης" — „это не дѣло удачи, а добродѣтели, которой пришло на помощь счастье". Bradley искалъ параллакса звѣздъ, какъ доказательства движенія земли, но не могъ бы найти его вслѣдствіе недостаточной точности своихъ приборовъ, а нашелъ аберрацію, являющуюся еще болѣе блестящимъ подтвержденіемъ того же самаго.

---

[2]) «Velocity of Light to the Velocity of Eye is as 10210 to One, from whence it would follow that Light moves, or is propagated as far as from the Sun to the Earth in 8'13"» (l. c., 653).

5. **Скорость свѣта изъ астрономическихъ наблюденій.** Для опредѣленія скорости свѣта по способу Roemer'a нужно знать радіусъ земной орбиты (который получается изъ солнечнаго параллакса и размѣровъ земного шара), а по способу Bradley'я — скорость движенія земли. Съ измѣненіемъ разстоянія наблюдателя и скорости его движенія мѣняется и аберрація, и запаздываніе спутниковъ Юпитера. Такъ, на Марсѣ, орбита котораго больше земной, а скорость меньше—аберрація будетъ меньше, а запаздываніе больше; на Венерѣ – обратно.

Интересно попутно прослѣдить, какого мнѣнія о величинѣ разстоянія отъ земли до солнца и, слѣдов., вообще о размѣрахъ солнечной системы держались въ разное время.

Древніе греки считали его равнымъ то 20, то 1000 километрамъ; черезъ 50 лѣтъ послѣ Аристотеля для этой величины давалось уже значеніе 20 000 км., въ III вѣкѣ до Р. Хр. — 8 000 000 км. и это число оставалось неизмѣннымъ въ теченіе 1800 лѣтъ. Только въ 1620, Kepler опредѣлилъ его въ 42 000 000 км. Тогда, считая по Roemer'у уравненіе свѣта$=11'$, получаемъ скорость свѣта равною $62\,000 \frac{\text{км.}}{\text{сек.}}$; если же взять уравненіе свѣта по Bradley'ю равнымъ $8'13''$, то скорость свѣта $= 85\,000 \frac{\text{км.}}{\text{сек.}}$.

Въ 1750 La Caille опредѣлилъ разстояніе земли отъ солнца $=$ $= 125\,000\,000$ км., откуда, если взять уравненіе свѣта Roemer'a, скорость свѣта $= 255\,000 \frac{\text{км.}}{\text{сек.}}$. Въ 1769 снова мѣняется величина радіуса земной орбиты; ее находятъ изъ наблюденій прохожденія Венеры $= 152\,000\,000$ км., откуда скорость свѣта $= 310\,000 \frac{\text{км.}}{\text{сек.}}$. Такимъ образомъ, по мѣрѣ возрастанія размѣровъ солнечной системы, росла въ глазахъ человѣчества и скорость свѣта.

Обсужденіе среднихъ изъ всѣхъ опредѣленій уравненія свѣта, солнечнаго параллакса и постоянной аберраціи показываетъ, что хуже всего мы знаемъ уравненіе свѣта—въ немъ вѣроятная ошибка средняго $= 0{\cdot}37\%$ всей величины, тогда какъ вѣроятныя ошибки средняго для параллакса и аберраціи составляютъ $0{\cdot}028\%$ и $0{\cdot}019\%$ [1]). А изъ земныхъ наблюденій скорость свѣта можно теперь считать опредѣленною съ точностью до $0{\cdot}007\%$; поэтому въ настоящее время чаще размѣры солнечной системы опредѣляются на основаніи скорости свѣта и постоянной аберраціи, тогда какъ до земныхъ опредѣленій скорости свѣта астрономическія наблюденія служили единственнымъ доказательствомъ конечной скорости свѣта и единственнымъ способомъ ея опредѣленія.

---

[1]) *Б. П. Вейнбергъ.* „Вѣроятнѣйшее значеніе скорости распространенія возмущеній въ эфирѣ на основаніи изслѣдованій, сдѣланныхъ до настоящаго времени. Часть I"—Зап. И. Нов. Унив., 91, стр. 715, 1903.

На основаніи же всей совокупности современныхъ астрономическихъ данныхъ получается [2]) для скорости свѣта значеніе

$$v = 299{,}647 \mp 100 \ \frac{\text{км.}}{\text{сек.}}.$$

(Окончаніе слѣдуетъ).

Вычисленіе суммъ одинаковыхъ цѣлыхъ и положительныхъ степеней чиселъ натуральнаго ряда.

М. Зимина въ Варшавѣ.

*(Окончаніе *).*

§ 4. Разсмотримъ теперь выраженіе для суммы $S_{m+1}(x)$, и пусть

$$S_{m+1}(x) = A'_1 x^{m+2} + A'_2 x^{m+1} + A'_3 x^m + \dots$$
$$+ A_i' x^{m-i+3} + \dots + A'_{m+1} x^2 + A'_{m+2} x. \qquad (8)$$

Согласно предыдущему, коэффиціенты $A'_1, \dots, A'_{m+2}$ должны удовлетворять системѣ уравненій, которую получимъ, мѣняя въ уравненіяхъ (7) A на A' и m на $m+1$. Имѣемъ:

$$\frac{m+2}{1} A'_1 = 1,$$

$$\frac{(m+2)(m+1)}{1.2} A'_1 - \frac{m+1}{1} A'_2 = 0,$$

$$-\frac{(m+2)(m+1)m}{1.2.3} A'_1 + \frac{(m+1)m}{1.2} A'_2 - \frac{m}{1} A'_3 = 0,$$

. . . .

$$(-1)^i \frac{(m+2)(m+1)\dots(m-i+3)}{1.2\dots i} A'_1 + (-1)^{i-1} \frac{(m+1)\dots(m-i+3)}{1.2\dots(i-1)} A'_2 +$$
$$+ (-1)^{i-2} \frac{m\dots(m-i+3)}{1.2\dots(i-2)} A'_3 + \dots - \frac{m-i+3}{1} A_i' = 0 \qquad (9)$$

. . . .

$$(-1)^{m+1}(m+2)A'_1 + (-1)^m (m+1) A'_2 + (-1)^{m-1} m A'_3 + \dots$$
$$+ (-1)^{m-i+2} (m-i+3) A'_i + \dots - 2A'_{m+1} = 0,$$
$$(-1)^{m+2} A'_1 + (-1)^{m+1} A'_2 + (-1)^m A'_3 + \dots$$
$$+ (-1)^{m-i+3} A_i' + \dots + A'_{m+1} - A'_{m+2} = 0.$$

---

[2]) ibid.

*) См. № 334 „Вѣстника“.

Но не трудно убѣдиться, что первымъ $m+1$ изъ этихъ уравненій мы удовлетворимъ, принимая:

$$A'_1=\frac{m+1}{m+2}A_1,\ A'_2=\frac{m+1}{m+1}A_2,\ A'_3=\frac{m+1}{m}A_3,$$
$$\ldots\ldots A'_i=\frac{m+1}{m-i+3}A_i,\ldots, A'_m=\frac{m+1}{3}A_m,\ A'_{m+1}=\frac{m+1}{2}A_{m+1}, \tag{10}$$

гдѣ $A_1, \ldots, A_{m+1}$, какъ и раньше, суть коэффиціенты суммы $S_m(x)$. Въ самомъ дѣлѣ, подставимъ написанныя для $A'_1, \ldots, A'_{m+1}$ значенія въ $m+1$ первыя уравненія системы (9). Тогда первое уравненіе обратится въ $\frac{m+1}{1}A_1=1$, т. е. въ 1-е уравненіе системы (7), а всѣ остальныя полученныя уравненія будутъ отличаться отъ соотвѣтственныхъ уравненій системы (7) только нѣкоторымъ постояннымъ множителемъ. Такъ, второе — множителемъ $\frac{m+1}{m}$, 3-е—множителемъ $\frac{m+1}{m-1}$ .... и вообще, i—ое уравненіе системы (9) послѣ указанной подстановки обратится въ слѣдующее:

$$(-1)^i\frac{(m+2)(m+1)\ldots(m-i+3)}{1.2\ldots.i}\cdot\frac{m+1}{m+2}A_1+(-1)^{i-1}\frac{(m+1)\ldots(m-i+3)}{1.2\ldots.(i-1)}\cdot\frac{m+1}{m+1}A_2+$$
$$+(-1)^{i-2}\frac{m\ldots.(m-i+3)}{1.2\ldots.(i-2)}\cdot\frac{m+1}{m}A_3+\ldots.-\frac{m-i+3}{1}\,\frac{m+1}{m-i+3}A_i=0,$$

отличающееся отъ i—го уравненія системы (7) множителемъ $\frac{m+1}{m-i+2}$.

На основаніи зависимостей (10), по даннымъ коэффиціентамъ суммы $S_m(x)$ очень просто вычисляются $m+1$ первые коффиціенты суммы $S_{m+1}(x)$. Что же касается послѣдняго коэффиціента A'_{m+2}, то онъ можетъ быть найденъ или изъ послѣдняго равенства системы (9), или изъ равенства (8), принимая въ немъ $x=1$, что доставитъ

$$S_{m+1}(1)=1=A'_1+A'_2+\ldots+A'_{m+2}$$

Итакъ, если сумма $S_m(x)$ выражается формулой:

$$S_m(x)=A_1x^{m+1}+A_2x^m+A_3x^{m-1}+\ldots.+A_ix^{m-i+2}+\ldots.+A_mx^2+A_{m+1}x,$$

то сумма $S_{m+1}(x)$ выразится формулой:

$$S_{m+1}(x)=\frac{m+1}{m+2}A_1x^{m+2}+\frac{m+1}{m+1}A_2x^{m+1}+\frac{m+1}{m}A_3x^m+\ldots.$$
$$\ldots.+\frac{m+1}{m-i+3}A_ix^{m-i+3}+\ldots.+\frac{m+1}{3}A_mx^3+\frac{m+1}{2}A_{m+1}x^2+A'_{m+2}x,$$

что можемъ формулировать слѣдующимъ правиломъ:

Чтобы составить выраженіе для $S_{m+1}(x)$ по данному выраженію для $S_m(x)$, нужно умножить послѣднее на x и на $m+1$ и въ полученномъ выраженіи раздѣлить каждый коэффиціентъ на соотвѣтствующаго ему показателя при x. Прибавляя къ составленному такимъ образомъ многочлену членъ $A'_{m+2}x$, получимъ выраженіе для $S_{m+1}(x)$ съ однимъ лишь неизвѣстнымъ коэффиціентомъ, объ опредѣленіи котораго мы уже говорили *).

Составленіе $S'_m(x)$ по данной $S_{m+1}(x)$ еще проще: нужно только отбросить въ $S_{m+1}(x)$ членъ съ первою степенью $x-a$ (если таковой членъ существуетъ), помножить затѣмъ каждый коэффиціентъ на соотвѣтствующаго показателя при x и, наконецъ, полученное выраженіе раздѣлить на $m+1$ и на x.

§ 5. Общее выраженіе для суммы $S_m(x)$ можемъ написать, введя въ разсмотрѣніе такъ называемыя числа Бернулли. Эти числа: B_1, B_2, B_3, ... опредѣляются слѣдующей системой равенствъ:

$$\frac{1}{1.2}+\frac{1}{1}\frac{B_1}{1}=0$$

$$\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{1.2}\frac{B_1}{1}+\frac{1}{1}\frac{B_2}{1.2}=0$$

$$\frac{1}{1.2.3.4}+\frac{1}{1.2.3}\frac{B_1}{1}+\frac{1}{1.2}\frac{B_2}{1.2}+\frac{1}{1}\frac{B_3}{1.2.3}=0$$

. . . .

. . . .

$$\frac{1}{1.2\ldots.(i+1)}+\frac{1}{1.2\ldots.i}\frac{B_1}{1}+\frac{1}{1.2\ldots.(i-1)}\frac{B_2}{1.2}+\ldots.+\frac{1}{1}\frac{B_i}{1.2\ldots.i}=0$$

и т. д.

Опредѣляя послѣдовательно изъ этихъ равенствъ B_1, B_2, B_3, ..., найдемъ, напр.,

$$B_1=-{}^1/_2,\quad B_2={}^1/_6,\quad B_3=0, \ldots. \text{ и т. д.}$$

Въ зависимости отъ этихъ чиселъ, сумма $S_m(x)$ выразится въ общемъ видѣ слѣдующимъ образомъ:

$$S_m(x)=\frac{x^{m+1}}{m+1}-B_1x^m+\frac{m}{1.2}B_2x^{m-1}-\frac{m(m-1)}{1.2.3}B_3x^{m-2}+\ldots$$
$$\ldots.+(-1)^{m-1}\frac{m(m-1)\ldots..3}{1.2\ldots(m-1)}B_{m-1}x^2+(-1)^m\frac{m(m-1)\ldots.2}{1.2\ldots.m}B_mx. \qquad (11)$$

---

*) Помощью симоволовъ Высшей Математики правило это выражается равенствомъ

$$S_{m+1}(x)=(m+1)\int_0^x S_m(x)dx+A'_{m+2}x.$$

Для доказательства замѣтимъ прежде всего, что, полагая въ написанной формулѣ $m=1, 2, 3$ и пользуясь вышеприведенными значеніями чиселъ B_1, B_2, B_3, мы получимъ результаты, согласные съ найденными въ § 1. Докажемъ теперь, что, если формула (11) справедлива для суммы $S_m(x)$, то она будетъ справедлива и для суммы $S_{m+1}(x)$, откуда, въ связи съ предыдущимъ, будетъ вытекать справедливость этой формулы для какого-угодно m.

Итакъ, допускаемъ, что равенство (11) имѣетъ мѣсто для нѣкотораго m. По теоремѣ, уже доказанной въ § 4, сумма $S_{m+1}(x)$ выразится такъ:

$$S_{m+1}(x)=\frac{x^{m+2}}{m+2}-B_1x^{m+1}+\frac{m+1}{1.2}B_2x^m-\frac{(m+1)m}{1.2.3}B_3x^{m-1}$$
$$+\ldots\ldots\ldots\ldots+(-1)^{m-1}\frac{(m+1)m\,.....\,4}{1.2\,....\,(m-1)}B_{m-1}x^3+ \tag{12}$$
$$+(-1)^m\frac{(m+1)m\,....\,3}{1.2\,....\,m}B_mx^2+A'_{m+2}x,$$

при чемъ коэффиціентъ A'_{m+2} можетъ быть опредѣленъ на основаніи послѣдняго изъ равенствъ (9), которое (въ нѣсколько измѣненномъ видѣ) въ примѣненіи къ коэффиціентамъ формулы (12) даетъ:

$$\frac{1}{m+2}+B_1+\frac{m+1}{1.2}B_2+\frac{(m+1)m}{1.2.3}B_3+\ldots.$$
$$+\frac{(m+1)m\,.....\,4}{1.2\,....\,(m-1)}B_{m-1}+\frac{(m+1)m\,....\,3}{1.2\,....\,m}B_m+(-1)^{m+1}A'_{m+2}=0. \tag{13}$$

По формулѣ же (11), которую желаемъ доказать для случая суммы $S_{m+1}(x)$, будемъ имѣть:

$$S_{m+1}(x)=\frac{x^{m+2}}{m+2}-B_1x^{m+1}+\frac{m+1}{1.2}B_2x^m-\frac{(m+1)m}{1.2.3}B_3x^{m-1}+\ldots.$$
$$+(-1)^m\frac{(m+1)m\,.....\,3}{1.2\,.....\,m}B_mx^2+(-1)^{m+1}\frac{(m+1)m\,.....\,2}{1.2\,.....\,(m+1)}B_{m+1}x. \tag{14}$$

Далѣе, согласно опредѣленію чиселъ Бернулли, имѣемъ равенство:

$$\frac{1}{1.2\,....\,(m+2)}+\frac{1}{1.2\,.....\,(m+1)}\frac{B_1}{1}+\frac{1}{1.2\,....\,m}\frac{B_2}{1.2}+$$
$$+\frac{1}{1.2\,.....\,(m-1)}\frac{B_3}{1.2.3}+\ldots+\frac{1}{1.2}\frac{B_m}{1.2\,....\,m}+\frac{1}{1}\frac{B_{m+1}}{1.2\,....\,(m+1)}=0,$$

которое по умноженіи на $1.2\ldots(m+1)$ можетъ быть написано такъ:

$$\frac{1}{m+2}+B_1+\frac{m+1}{1.2}B_2+\frac{(m+1)m}{1.2.3}B_3+\ldots\ldots$$

$$+\frac{(m+1)m\ldots\ldots 3}{1.2\ldots\ldots m}B_m+\frac{(m+1)m\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(m+1)}B_{m+1}=0, \qquad (15)$$

а сопоставляя послѣднее съ (13), видимъ, что

$$(-1)^{m+1}A'_{m+2}=\frac{(m+1)m\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(m+1)}B_{m+1}$$

или

$$A'_{m+2}=(-1)^{m+1}\frac{(m+1)m\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(m+1)}B_{m+1}.$$

Это же равенство показываетъ, что оба выраженія (12) и (14) для суммы $S_{m+1}(x)$ тождественны. Такимъ образомъ, справедливость формулы (11) для случая суммы $S_{m+1}(x)$, а слѣдовательно, и справедливость ея вообще доказаны.

§ 6. Въ заключеніе покажемъ, что всѣ числа Бернулли съ нечетными индексами суть нули, за исключеніемъ перваго числа $B_1=-{}^1/_2$. Примемъ для этого въ формулахъ (14) и (15) предыдущаго § $x=1$ и $m=2k$. Имѣемъ:

$$S_{2k+1}(1)=\frac{1}{2k+2}-B_1+\frac{2k+1}{1.2}B_2-\frac{(2k+1)2k}{1.2.3}B_3+\ldots\ldots$$

$$\ldots+\frac{(2k+1)2k\ldots\ldots 3}{1.2\ldots\ldots 2k}B_{2k}-\frac{(2k+1)2k\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(2k+1)}B_{2k+1}=1,$$

$$\frac{1}{2k+2}+B_1+\frac{2k+1}{1.2}B_2+\frac{(2k+1)2k}{1.2.3}B_3+\ldots\ldots$$

$$+\frac{(2k+1)2k\ldots\ldots 3}{1.2\ldots\ldots 2k}B_{2k}+\frac{(2k+1)2k\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(2k+1)}B_{2k+1}=0.$$

Вычитая изъ послѣдняго равенства первое и дѣля полученное на 2, безъ труда найдемъ:

$$B_1+\frac{(2k+1)2k}{1.2.3}B_3+\ldots+\frac{(2k+1)2k\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(2k+1)}B_{2k+1}=-{}^1/_2,$$

а такъ такъ $B_1=-{}^1/_2$, то, слѣдовательно,

$$\frac{(2k+1)2k}{1.2.3}B_3+\ldots\ldots+\frac{(2k+1)2k\ldots\ldots 2}{1.2\ldots\ldots(2k+1)}B_{2k+1}=0.$$

Принимая здѣсь послѣдовательно

$$k=1,\ 2,\ 3,\ \ldots\ldots$$

получимъ равенства:

$$\frac{3.2}{1.2.3}B_3=0,$$

$$\frac{5.4}{1.2.3}B_3+\frac{5.4.3.2}{1.2.3.4.5}B_5=0,$$

$$\frac{7.6}{1.2.3}B_3+\frac{7.6.5.4}{1.2.3.4.5}B_5+\frac{7.6.5.4.3.2}{1.2.3.4.5.6.7}B_7=0,$$

. . . .

Изъ 1-го имѣемъ $B_3=0$, отсюда и изъ 2-го: $B_5=0$, отсюда и изъ 3-го: $B_7=0$ . . . . и т. д.

На основанiи этого свойства чиселъ Бернулли, формулу (11) можемъ написать въ слѣдующемъ окончательномъ видѣ, замѣняя B_1 черезъ $-{}^1/_2$ во 2-мъ членѣ и отбрасывая остальные члены съ нечетными индексами при B:

$$S_m(x)=\frac{x^{m+1}}{m+1}+\frac{1}{2}x^m+\frac{m}{1.2}B_2x^{m-1}+$$

$$+\frac{m(m-1)(m-2)}{1.2.3.4}B_4x^{m-3}+\frac{m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)}{1.2.3.4.5.6}B_6x^{m-5}+$$

$$+\dots+\begin{cases}\dfrac{m(m-1)\,.....\,2}{1.2\,.....\,m}B_mx \text{ при } m \text{ четномъ,}\\[2ex] \dfrac{m(m-1)\,.....\,3}{1.2\,....\,(m-1)}B_{m-1}x^2 \text{ при } m \text{ нечетномъ.}\end{cases}$$

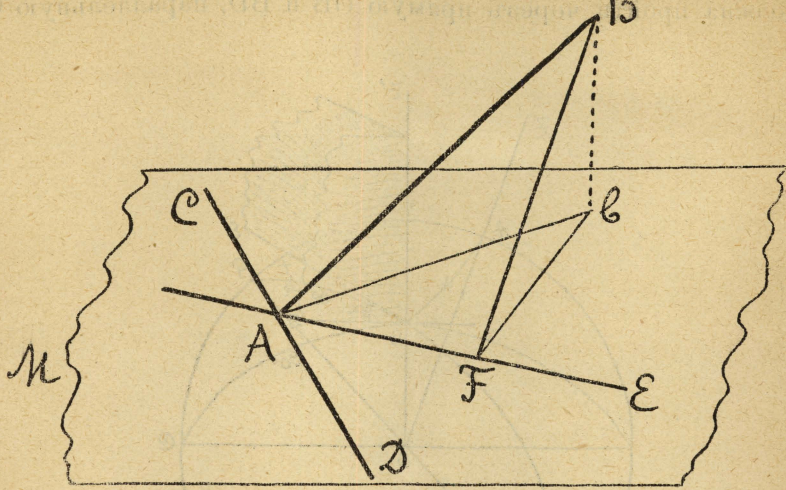
Варшава.
1902. IX, 15.

Маятникъ Фуко.

Лучшее изложенiе маятника Фуко дается въ курсахъ аналитической механики и основано на разложенiи вращенiя. Мнѣ думается, небезинтересно и то изложенiе, которое основано на слѣдующей мысли Фуко.

Плоскость качанiя маятника, какъ показываетъ опытъ, *стремится сохранить* свое положенiе въ пространствѣ; но такъ какъ, вслѣдствiе дѣйствiя силы тяжести, она должна всегда проходить черезъ отвѣсную линiю, которая измѣняетъ свое положенiе (вслѣдствiе вращенiя земли), то плоскость качанiя *должна уклоняться* отъ первоначальнаго положенiя. Можно принять за очевидное, что это уклоненiе должно быть минимальное, т. е. новое положенiе плоскости съ первоначальнымъ должно составлять *минимальный* уголъ.

Лемма. *Плоскость, проходящая черезъ данную прямую* AB (чер. 1)



Фиг. 1.

и составляющая съ данною плоскостью M *минимальный уголъ, проходитъ черезъ прямую* CD, *лежащую въ плоскости* M *и перпендикулярную къ данной прямой* AB.

Дѣйствительно, уголъ между плоскостью BAD и плоскостью M опредѣляется изъ равенства:

$$\sin BAb = \frac{Bb}{AB}\cdot$$

гдѣ b проекція точки B на плоскость M.

Возьмемъ какую-либо другую плоскость, проходящую черезъ AB, напр., BAE. Уголъ, составляемый этою плоскостью съ плоскостью M, опредѣляется изъ равенства:

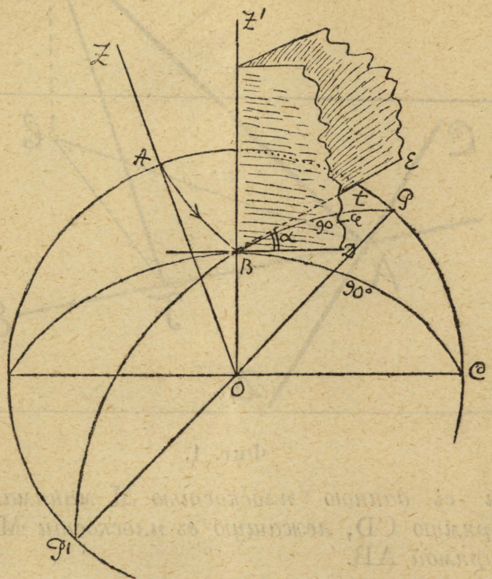
$$\sin BFb = \frac{Bb}{BF},$$

гдѣ $BF \perp AE$.

Такъ какъ $AB > BF$, то $\angle BAb < \angle BFb$.

Пусть плоскость качанія маятника совпадаетъ въ данный моментъ съ плоскостью меридіана PAP′ (чер. 2).

Меридіанъ въ безконечно-малый элементъ времени перемѣстится въ положеніе PBP′ и составитъ съ первоначальнымъ положеніемъ $\angle APB = t$. Отвѣсная линія OA перемѣстится въ положеніе OB. Плоскость качанія должна пройти черезъ OB и составлять минимальный уголъ съ плоскостью PAP'; по предыдущей леммѣ, она должна пройти черезъ прямую OB и прямую OC, перпендикулярную къ OB и лежащую въ плоскости PAP', или она должна пройти черезъ прямую OB и BD, параллельную OC.



Фиг. 2.

Если BE касательная въ точкѣ B къ меридіану, то $\angle EBD = \alpha$ и есть отклоненіе плоскости качанія маятника. $\angle \alpha$ найдется изъ сферическаго $\triangle PBC$, гдѣ—(если φ широта мѣста)

$$\smile PB = 90^0 - \varphi, \quad \smile BC = 90^0, \quad \angle BPC = 180^0 - t.$$

Мы имѣемъ:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin t} = \sin PC,$$

или

$$\sin\alpha = \sin t \, . \, \sin PC.$$

Если t стремится къ O, то PC стремится къ φ.

Итакъ, $\alpha = t \, . \, \sin\varphi$.

М. Волковъ.

21 ноября 1902 г.
С.-Петербургъ.

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

† **Д. А. Лачиновъ.** 15-го октября, какъ мы сообщили въ предыдущемъ номерѣ, скончался на 50 году жизни проф. Лѣсного Института, извѣстный физикъ и метеорологъ Дмитрій Александровичъ Лачиновъ. Покойный, по окончаніи курса гимназіи, учился на физико-матем. фак. петерб. университета. Когда въ 1861 г. вслѣдствіе студенческихъ волненій университетъ былъ закрытъ, Д. А. уѣхалъ продолжать свое образованіе въ Германію, гдѣ слушалъ лекціи знаменитыхъ физиковъ Кирхгофа, Гельмгольтца и Бунзена. Возвратясь въ Россію, онъ кончилъ курсъ въ петерб. университетѣ и немедленно же (въ 1866 г.) приступилъ къ чтенію лекцій по физикѣ и климатологіи въ Земледѣльческомъ институтѣ, преобразованномъ позже въ Лѣсной институтъ; здѣсь онъ оставался профессоромъ до самой смерти. Д. А. извѣстенъ какъ выдающійся физикъ, особенно много сдѣлавшій въ области электричества и электротехники; имъ напечатано болѣе 30 крупныхъ статей и изслѣдованій, помѣщенныхъ, главнымъ образомъ, въ „Журналѣ Физико-Химич. Общ.“ и въ журналѣ „Электричество“.

Какъ электротехникъ Д. А. извѣстенъ особенно заграницей; ему принадлежитъ способъ промышленнаго добыванія водорода помощью электролиза и аккумуляторы изъ губчатаго свинца. Изъ его работъ по метеорологіи извѣстны: „Курсъ метеорологіи и климатологіи“ (1889 г.) и „Основы метеорологіи и климатологіи“ (1895 г.).

Второе присужденіе преміи Nobel'я.—10-го декабря (н. ст.) Шведская Академія Естественныхъ Наукъ въ торжественномъ засѣданіи возвѣстила присужденіе *Nobel'евской* преміи *по физикѣ* профессорамъ H. A. Lorentz'у (Лейденъ) и P. Zeeman'у (Амстердамъ) за ихъ работы, установившія связь между *оптическими, электрическими и магнитными явленіями*, и *по химіи* проф. E. Fischer'у (Берлинъ) за *синтетическія изслѣдованія различныхъ родовъ сахара* *).

Астрономическія извѣстія.

7. **Статистика солнечныхъ пятенъ.**—Въ дополненіе къ помѣщенной въ № 332 „В. О. Ф. и Эл. М.“ замѣткѣ по этому вопросу, небезынтересно привести нѣкоторыя данныя изъ вышедшей недавно работы „Площади солнечныхъ пятенъ за 1832—1900 г.г.“, изданной англійскимъ Solar Physics Committee. Въ основаніе данныхъ величинъ здѣсь положены—фотографіи солнечнаго диска, при чемъ опредѣлялись для каждаго оборота Солнца средняя суточная площадь, занимаемая пятнами (въ милліонныхъ доляхъ всего диска); такихъ оборотовъ за время 1832—1900 гг. оказа-

*) О преміи Nobel'я см. № 290, стр. 43—45.

лось 923; эти непосредственно изъ измѣренiй фотографiй полученныя данныя были сглажены для уничтоженiя возможныхъ ошибокъ и по сглаженнымъ величинамъ были опредѣлены моменты maximum'овъ и minimum'овъ, а также и среднiя годовыя. Оказывается, что по этимъ даннымъ эпохи maximum'овъ и minimum'овъ суть:

minimum.	maximum.
1833. 9	1836.5
1844. 0	1848.4
1856.25	1860.4
1867. 1	1870.8
1879. 1	1883.6
1889. 5	1994.0.

Если сравнить эти данныя съ данными A. Wolfer'a, о которыхъ была рѣчь въ вышеуказанной замѣткѣ, то оказывается почти полное согласiе: наибольшая разница получается всего лишь 0.7 года. Если взять, далѣе, изъ обоихъ источниковъ одни и тѣ же maximum'ы и minimum'ы, то найдемъ, что промежутокъ времени между minimum'омъ и maximum'омъ будетъ 4.15 года по Wolfer'y, и 3.97 года по даннымъ Solar Physics Committee; промежутокъ времени отъ maximum'a до minimum'a получается 7.06 въ первомъ случаѣ и 7.25 во второмъ, а полный перiодъ — 11.21 и 11.22 года. Эти величины находятся между собою въ полномъ согласiи; различiе-же ихъ отъ полученныхъ Wolfer'омъ объясняется недостаточнымъ по своей величинѣ перiодомъ времени (1832—1900) сравнительно съ перiодомъ, наблюденiями котораго пользовался A. Wolfer (1610—1901).

Небезинтересно также сравнить среднiя годовыя величины A. Wolfer'a съ данными Sol. Phys. Comm., съ цѣлью убѣдиться, насколько „относительныя числа" Wolf'a хорошо изображаютъ дѣйствительность. Пусть r есть относительное число для какого-нибудь годъ, m—средняя суточная площадь, занимаемая пятнами (въ милліонныхъ доляхъ солнечнаго диска); k—коэффицiентъ для перехода отъ r къ m, т. е. коэффицiентъ въ формулѣ $m = k.r$. Опредѣляя k изъ сравненiя данныхъ за время 1832—1900 года, находимъ $k = 12.4 \pm 0.3$, при чемъ, конечно, отдѣльныя значенiя k получаются весьма разнообразныя,—между 3.9 (для 1879 года) и 22.9 (для 1862 года).

Тѣмъ, кто заинтересовался бы статистикой солнечныхъ пятенъ, можно порекомендовать статью A. Wolfer'a въ ноябрьской книжкѣ „Popular Astronomy", гдѣ можно найти графикъ, составленный по относительнымъ числамъ, и названный въ началѣ настоящей замѣтки мемуаръ „The Sun's spotted area. 1832—1900", гдѣ имѣются графики. составленные по измѣренiямъ фотографiй. Сравненiе между собою этихъ графикъ и изученiе числовыхъ данныхъ можетъ повести къ интереснымъ заключенiямъ.

8. **Nova Persei**.—Въ №№ 292 и 294 „Вѣстника" были помѣщены извѣстія объ открытой $^8/_{21}$ февраля 1901 г. новой звѣзды въ созвѣздіи Персея. Эта звѣзда, какъ оказывается, была наблюдаема и ранѣе этого момента времени: въ циркулярѣ № 66 обсерваторіи Harvard College'а имѣются слѣдующія указанія, сдѣланныя Edw. C. Pickering'омъ. Внимательно изслѣдуя старыя фотографіи этой части неба, гдѣ находится Nova Persei, Pickering'у удалось найти и такія, на которыхъ видны слѣды этой звѣзды; такихъ фотографій нашлось девять за время съ 26 окт. 1890 г. по 7 марта 1900 г.; измѣреніе діаметра изображенія даетъ возможность опредѣлить яркость звѣзды, а именно, отъ 12.95 до 14.06 звѣздныхъ величинъ. Приводимыя Pickering'омъ данныя являются новой деталью въ исторіи Новой звѣзды Персея, — исторіи довольно сложной, ждущей еще изслѣдователя, который собралъ бы воедино и систематизировалъ бы всѣ наблюденія этой звѣзды.—какъ фотометрическія, такъ и спектральныя, — и появившейся около нея туманности.

В. А. Е.

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 274 (4 сер.). Даны двѣ прямыя и точка A. Найти двѣ точки X и $У$, лежащія соотвѣтственно на данныхъ прямыхъ, такъ, чтобы произведеніе $AX.AУ$ было данной величины и чтобы отрѣзокъ $XУ$ имѣлъ данное направленіе.

И. Александровъ (Тамбовъ).

№ 275 (4 сер.). Черезъ центръ O данной окружности и черезъ данную точку A провести другую окружность такъ, чтобы общая хорда обѣихъ окружностей была данной длины.

К. Пеніонжкевичъ (Екатеринбургъ).

№ 276 (4 сер.). Привести къ логариѳмическому виду при помощи вспомогательнаго угла выраженія:

$$a+2b\,\mathrm{tg}\alpha-a\,\mathrm{tg}^2\alpha,\quad b-2a\,\mathrm{tg}\alpha-b\,\mathrm{tg}^2\alpha,$$

$$\frac{a+2b\,\mathrm{tg}\alpha-a\,\mathrm{tg}^2\alpha}{b-2a\,\mathrm{tg}\alpha-b\,\mathrm{tg}^2\alpha}.$$

Н. С. (Одесса).

№ 277 (4 сер.). Найти въ десятичной системѣ трехзначное цѣлое число, которое, будучи написано по системѣ съ основаніемъ 9, даетъ число, записанное тѣми же цыфрами, какъ и искомое, но въ обратномъ порядкѣ.

Заимств.

№ 278 (4 сер.). Три числа α, β и γ удовлетворяютъ соотношеніямъ

$$\alpha^3+p\alpha+q=0$$
$$\beta^3+p\beta^3+q=0$$
$$\gamma^3+p\gamma+q=0.$$

Доказать, что

$$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma.$$

Заимств.

№ 279 (4 сер.). Шаръ емкостью въ 6325 куб. сантиметровъ наполненъ воздухомъ при давленіи въ 748 миллиметровъ и уравновѣшенъ на одной изъ чашекъ вѣсовъ. Затѣмъ воздухъ шара замѣненъ другимъ газомъ, наполнившимъ шаръ подъ давленіемъ въ 735 миллиметровъ. Чтобы установить равновѣсіе чашекъ въ этомъ случаѣ, потребовалось прибавить къ шару грузъ въ 1,328 граммовъ. Опредѣлить удѣльный вѣсъ этого газа по отношенію къ воздуху. Удѣльный вѣсъ воздуха (по отношенію къ водѣ) при нормальныхъ условіяхъ равенъ 0,0013.

(Заимств.) *М. Гербановскій.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 159 (4 сер.). *Сферическій проводникъ радіуса въ* 9 *сантиметровъ заряженъ электричествомъ. Если соединить этотъ проводникъ съ другимъ отдаленнымъ шаромъ радіуса* x, *то отъ перваго шара будетъ отнята* $\frac{1}{100}$ *его заряда. Вычислить* x.

Пусть Q—зарядъ даннаго сферическаго проводника; послѣ соединенія этого шара съ другимъ шаромъ зарядъ этого проводника, по условію, равенъ $0{,}99Q$, а зарядъ другого шара—$0{,}01Q$. Если шары значительно удалены одинъ отъ другого, то вліяніе индукціи ничтожно, и потенціалы шаровъ выражаются тогда по извѣстной формулѣ черезъ $\frac{0{,}99Q}{9}$ и $\frac{0{,}01Q}{x}$. Такъ, какъ по отнятіи вторымъ шаромъ отъ перваго указанной части его заряда электричество приходитъ на обоихъ шарахъ, по предположенію, въ равновѣсіе, то

$$\frac{0{,}99Q}{9}=\frac{0{,}01Q}{x},\ \text{откуда}\ x=\frac{1}{11}\ \text{сантиметра.}$$

Г. Огановъ (Эривань); *Л. Ямпольскій* (Одесса); *П. Грицынъ* (ст. Цымлянская).

№ 185 (4 сер.). *Рѣшить систему уравненій*

$$x^6+x^2z^2+x^3z=0$$
$$y^6+y^2z^2+y^3z=0$$
$$x+y+z=0.$$

Представивъ первое уравненіе въ видѣ

$$x^2(x^4+z^2+xz)=0 \quad (1)$$

предположимъ, что $x=0$. Тогда изъ третьяго изъ данныхъ уравненій найдемъ:

$$z=-y \quad (2).$$

Подставивъ это значеніе z во второе изъ данныхъ уравненій, получимъ

$$y^6+y^4-y^4=y^6=0,$$

ткуда $y=0$, а потому и (см. (1)) $z=0$.

Итакъ, при $x=0$, $y=z=0$. Такимъ образомъ, данное уравненіе удовлетворяется, положивъ $x=y=z=0$. Точно также, представляя второе изъ данныхъ уравненій въ видѣ

$$y^2(y^4+z^2+yz)=0 \qquad (3),$$

найдемъ, что изъ $y=0$, слѣдуетъ $x=z=0$.

Значитъ, остается разсмотрѣть лишь тѣ рѣшенія, для которыхъ $x \neq 0$ и $y \neq 0$. Въ этомъ предположеніи уравненія (1) и (3) даютъ:

$$x^4+z^2+xz=0,$$

$$y^4+z^2+yz=0$$

Подставивъ въ эти уравненія изъ третьяго изъ данныхъ уравненій вмѣсто z выраженіе $-(x+y)$, находимъ:

$$x^4+xy+y^2=0 \qquad (4)$$

$$y^4+xy+x^2=0 \qquad (5).$$

Складывая эти уравненія, имѣемъ:

$$x^4+y^4+(x+y)^2=0 \qquad (6),$$

откуда видно, что единственная система *дѣйствительныхъ* рѣшеній данныхъ уравненій есть $x=y=z=0$.

Для полученія остальныхъ, мнимыхъ рѣшеній вычтемъ изъ уравненія (4) уравненіе (5). Тогда получимъ:

$$x^4-x^4+y^2-x^2=(x^2-y^2)(x^2+y^2-1)=(x-y)(x+y)(x^2+y^2-1)=0.$$

Поэтому, либо $x=y$, либо $x=-y$, либо $x^2+y^2-1=0$ (7).

Если $x=y$, то (см. (4))

$$x^4+2x^2=0,$$

откуда, такъ какъ $x \neq 0$, $x^2+2=0$, т. е. (см. третье изъ данныхъ уравненій),

$$x=y=\pm i\sqrt{2}, \quad z=-(x+y)=\mp 2i\sqrt{2}.$$

Если $x=-y$, то (см. 4)

$$x^4+x^2-x^2=x^4=0, \text{ т. е. } x=0,$$

но этотъ случай уже исключенъ нами изъ разсмотрѣнія.

Если $x^2+y^2=1$, то (см. (6), (7))

$$x^4+y^4+x^2+2xy+y^2=x^4+2x^2y^2+y^4-2x^2y^2+2xy+x^2+y^2=$$

$$=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2+2xy+(x^2+y^2)=1-2x^2y^2+2xy+1=0,$$

откуда

$$x^2y^2-xy-1=0, \; xy=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2} \; (8), \; 2xy=1\pm\sqrt{5} \; (9).$$

Складывая почленно уравненія (7) и (9), найдемъ

$$(x+y)^2=2\mp\sqrt{5},$$

$$x+y=-z=\pm\sqrt{2\pm\sqrt{5}} \qquad (10).$$

Такимъ образомъ, сумма $x+y$ имѣетъ два мнимыхъ и два дѣйствительныхъ значенія, которымъ соотвѣтствуютъ надлежащимъ образомъ два значенія xy (см. 8, 10). Значитъ, x и y суть корни одного изъ четырехъ квадратныхъ уравненій (корни всѣхъ этихъ уравненій мнимые)

$$t^2-\frac{1+\sqrt{5}}{2}t\pm\sqrt{2+\sqrt{5}}=0,\; t^2-\frac{1-\sqrt{5}}{2}t\pm\sqrt{2-\sqrt{5}}=0,$$

а z имѣетъ четыре значенія, изъ которыхъ два мнимыя, а два дѣйствительныя (см. (10)).

Г. Огановъ (Эривань); *Н. С.* (Одесса).

№ 204 (4 сер.). *Изъ нѣкоторой точки* M *ребра двуграннаго угла проведены на его граняхъ двѣ прямыя, образующія съ соотвѣтственными сторонами линейнаго угла даннаго двуграннаго угла углы* α *и* β, *расположенные на граняхъ этого двуграннаго угла.* 1) *Вычислить уголъ между этими прямыми;* 2) *разсмотрѣть случай, когда данный двугранный уголъ прямой.*

На прямыхъ, уголъ между которыми мы желаемъ опредѣлить, отложимъ отрѣзки $MA=MB=1$ и опустимъ изъ точекъ A и B лежащіе соотвѣтственно на двухъ граняхъ двуграннаго угла перпендикуляры AC и BD на стороны линейнаго угла, построеннаго при точкѣ M. Перпендикуляры AC и BD къ прямымъ MC и MD перпендикулярны и къ плоскости CMD линейнаго угла; поэтому прямыя AC и BD параллельны. Черезъ точку B проведемъ прямую, параллельную прямой CD, до встрѣчи въ точкѣ K съ прямой AC. Введемъ обозначенія: $\angle AMC=\alpha$, $\angle BMD=\beta$; $AB=u$, $CD=v$; $\angle CMD=m$; $\angle AMB=x$. Тогда $AC=MA\sin\alpha=\sin\alpha$, $BD=MB\sin\beta=\sin\beta$; $MC=\cos\alpha$, $MD=\cos\beta$; $\overline{AB}^2=\overline{MA}^2+\overline{MB}^2-2MA.MB\cos x$; $\overline{CD}^2=\overline{MC}^2+\overline{MD}^2-2MC.MD\cos m$; $\overline{AB}^2=\overline{KB}^2+\overline{AK}^2=\overline{CD}^2+(AC\pm BD)^2$. Послѣднія три равенства, на основаніи введенныхъ обозначеній, можно написать въ видѣ:

$$u^2=2-2\cos x \qquad (1),$$

$$v^2=\cos^2\alpha+\cos^2\beta-2\cos\alpha\cos\beta\cos m \qquad (2),$$

$$u^2=v^2+(\sin\beta\pm\sin\alpha)^2=v^2+\sin^2\beta+\sin^2\alpha\pm2\sin\alpha\sin\beta \qquad (3),$$

при чемъ въ равенствѣ (3) знакъ — относится къ случаю, когда обѣ прямыя MA и MB лежатъ по одну сторону плоскости линейнаго угла CMD, а знакъ + къ случаю, когда эти прямыя лежатъ по разныя стороны той же плоскости. Подставивъ въ равенство (3) значенія u и v изъ равенствъ (1) и (2), имѣемъ:

$$2-2\cos x=\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\sin^2\alpha+\sin^2\beta\pm2\sin\alpha\sin\beta-2\cos\alpha\cos\beta\cos m,$$

$$2-2\cos x=2\pm2\sin\alpha\sin\beta-2\cos\alpha\cos\beta\cos m,$$

откуда

$$\cos x=\cos\alpha\cos\beta\cos m\pm\sin\alpha\sin\beta \qquad (4),$$

гдѣ знакъ + относится къ случаю, когда прямыя MA и MB лежатъ по одну сторону плоскости CMD, а знакъ — къ случаю, когда онѣ лежатъ по разныя стороны этой плоскости. Если $m=\frac{\pi}{2}$, то уравненіе (4) принимаетъ видъ:

$$\cos x=\pm\sin\alpha\sin\beta.$$

Л. Ямпольскій (Braunschweig); *Н. С.* (Одесса).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 14-го Декабря 1902 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.

Обложка
ищется

Обложка
пщется