Обложка
пщется

Обложка
пщется

XXIII Сем. № 6.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 270.

Давленіе воздуха на поверхности, введенныя въ искусственный воздушный потокъ.

К. Ціолковскаго.

(*Продолженіе* *).

II.

Давленіе на плоскость, нормальную къ потоку.

39. Скорости потока, данныя нами въ парагр. 35, основаны были на опытахъ Кальете и Колардо. Мы приняли ихъ опыты, потому что они опредѣляли давленіе на пластинку при прямолинейномъ ея движеніи, тогда какъ другіе ученые опредѣляли это давленіе при движеніи ея по окружности (на коловратныхъ машинахъ). При движеніи-же круговомъ давленіе будетъ тѣмъ болѣе, чѣмъ менѣе радіусъ круга.

40. На сколько различны полученные разными учеными результаты относительно сопротивленія, это можно видѣть изъ слѣдующихъ чиселъ, опредѣляющихъ въ килограммахъ давленіе вѣтра, движущагося со скоростію 1-го метра въ секунду, на 1 кв. метръ нормально расположенной пластинки (при условіи 34).

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физ." № 269.

41. По Гупилю и Морею: 0,130.

42. *По международной шкалѣ для силы вѣтра*: 0,123.

43. По Піоберу, Морену, Ренару и Ланглею: около 0,085.

44. По Кальете и Колардо: 0,071.

45. Теоретически Понселемъ получено $\frac{d}{2g}$, гдѣ (d) есть плотность воздуха, а (g)—ускореніе земной тяжести; по этой формулѣ вычислимъ, для метрической атмосферы (735,5 м.м.) и 10^0 Ц, 0,0612.

46. Къ этой теоретической величинѣ наиболѣе подходятъ опыты Кальете и Колардо (0,072). Ихъ коэффиц. только на $^1/_{16}$ болѣе коэффиц. Понселя. При другихъ скоростяхъ, давленіе на плоскость принимается пропорціональнымъ квадрату скорости.

47. На нашемъ приборѣ неудобно опредѣлить непосредственно скорость воздушнаго потока, но легко опредѣлить давленіе на пластинку, по которому мы, въ связи съ опытами Кальете и Колардо, и опредѣлили скорость. О вѣроятности полученнаго результата можно однако догадываться (35).

III.

Давленіе на наклонную плоскость.

48. Давленіе воздушнаго потока на пластинки, расположенныя къ его направленію подъ разными углами, также опредѣлялось разными учеными, путемъ теоріи и опыта, но и тутъ получилось не менѣе разногласія (41, 44, 45).

49 Обозначая черезъ (p_1) давленіе вѣтра на пластинку, расположенную нормально къ потоку, а черезъ (p) давленіе на ту-же плоскость, но подъ угломъ (i) къ направленію потока, получимъ:

50. По Ньютону... $\frac{p}{p_1} = \sin^2(i)$. Грубая невѣрность этой формулы теперь вполнѣ выяснена на опытахъ и въ теоріи.

51. По Ф. Р. Лесслю... $\frac{p}{p_1} = \sin(i)$[1]).

52. По теоріи лорда Рейля[2]) и Герлаха .. $\frac{p}{p_1} = \frac{(4+\pi).\sin i}{4+\pi.\sin i}$.

53. По опытамъ Ланглея[3]) на коловратныхъ машинахъ:

$$\frac{p}{p_1} = \frac{2\sin(i)}{1+\sin^2(i)}$$

---

[1]) Всѣ новѣйшіе авторы по сопротивленію согласны въ томъ, что давленіе, при острыхъ углахъ, пропорціонально sinus'у угла наклоненія пластинки. Къ тому же пришли путемъ опыта Дюшменъ (Duchmin. „Recherches Expérimentales sur les lois de la resístance des fluides“. Paris 1842) и Лиліенталь, недавно погибшій. (Otto Lilienthal. „Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst“. Berlin 1880).

[2]) Lord Reyleigh, „On the Resistance of Fluids“ Philosofical Magazine“, Vol. II 1876.

[3]) S. Langley. „Experiménts in Aerodinamics“. 1891.

54. Я дѣлалъ опыты съ наклонной пластинкой въ 100 (10×10) кв. сантим.

Сначала я опредѣлилъ рядъ горизонтальныхъ давленій при послѣдовательномъ поворачиваніи пластинки, вокругъ горизонтальной оси, на 5°. Поворачиваніе начиналось съ нормальнаго (къ потоку) положенія пластинки и продолжалось до 45°.

55. Далѣе положеніе столика (1) и ящика измѣнялось *на перпендикулярное*; пластинка располагалась по направленію возд. потока и поворачивалась вокругъ вертикальной оси. За нулевое направленіе пластинки принималось то, при которомъ воздушный потокъ не производилъ давленія на пластинку и не отклонялъ стрѣлку динамометра (1).

56. Соединяя два ряда (54 и 55) наблюденій въ одно, устраняя вліяніе стоекъ въ опытѣ 55, относя углы къ направленію воздушнаго потока, и дѣлая, кромѣ того, переводъ полученныхъ давленій на давленія, перпендикулярныя къ поверхности пластинки, получимъ, при скорости воздушнаго потока, близкой къ $1\frac{1}{2}$ метра (грузъ въ 2 фунта):

Углы	=	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Давленіе	=	0	18	37	56	81	105	123	135
Углы	=	40°	45°	50°	55°	60°	65°		
Давленіе	=	140	143	144	$143,^5$	142	139		
Углы	=	70°	75°	80°	85°	90°			
Давленіе	=	136	134	133	132	132			

57. Эти нормальныя къ пластинкѣ давленія получены изъ наблюденныхъ въ 54 § черезъ дѣленіе ихъ на cosinus угла отклоненія пластинки отъ направленія потока (см. углы таблицы), и изъ наблюденныхъ въ опытѣ 55 черезъ дѣленіе ихъ (давленій) на sinus угла отклоненія.

58. Изъ таблицы видно, что сначала (отъ нуля до 15°) давленіе возрастаетъ почти строго пропорціонально углу отклоненія; затѣмъ нѣсколько быстрѣе (градусовъ до 20); далѣе медленнѣе, достигая максимума при наклоненіи къ воздушному потоку на 50°.

59. При этомъ положеніи, нормальное давленіе на пластинку даже на 12 мм. больше, чѣмъ при обыкновенномъ ея перпендикулярномъ положеніи къ потоку (90°). Вообще оно больше обыкновеннаго давленія между углами 35° и 85°.

60 Ни одна изъ формулъ, приведенныхъ ранѣе (50—53), не даетъ намъ указанія на это обстоятельство. Всѣ онѣ показываютъ только, что давленіе, возрастая сначала пропорціонально sinus'у угла отклоненія, далѣе *возрастаетъ* менѣе быстро, но все-таки *непрерывно*, до угла въ 90°.

61. Даемъ тутъ для сравненія отношенія $\frac{(p)}{(p_1)}$ для разныхъ угловъ, по формуламъ 51, 52, 53 и по моимъ опытамъ.

	5°	20°	35°	50°	60°	90°
По Лесслю	0,087	0,312	0,574	0,766	0,866	1
По Рейлю.	0,145	0 470	0,708	0 819	0,920	1
По Ланглею	0,166	0,612	0,864	0,984	0,990	1
По моимъ опытамъ. . . .	0,137	0,614	1,023	1,091	1,076	1

62. Изъ таблицы видно, что при малыхъ углахъ результаты моихъ опытовъ даютъ нѣсколько меньшія числа, чѣмъ числа Ланглея и Рейля; далѣе, они ближе всего къ опытамъ Ланглея и больше всего отличаются отъ чиселъ Лесслю.

63. Опыты при разныхъ грузахъ съ одинаково наклоненными пластинками показали, что давленіе пропорц. грузу или квадрату скорости потока.

IV.

Давленіе на продолговатую наклонную плоскость.

64. Ни одна изъ приведенныхъ формулъ не указываетъ вліянія продолговатости пластинки на величину давленія.

Въ самомъ дѣлѣ, если пластинка перпендикулярна къ направленію воздушнаго потока, то давленіе *почти* не зависитъ отъ степени ея удлиненія, а только отъ величины ея площади. Если-же она наклонена къ вѣтру подъ острымъ угломъ, то и продолговатость имѣетъ большое вліяніе на степень давленія [1]).

67. Я произвелъ рядъ опытовъ съ прямоугольными пластинками шириною въ 4 сант., а длиною послѣдовательно въ 4, 8, 12, 16, 20, 24 и 32 сантиметра. Я располагалъ ихъ то вдоль потока, то поперекъ, подъ однимъ и тѣмъ-же острымъ угломъ градусовъ въ 20.

68. Привожу тутъ данныя при одной только скорости вѣтра около 3 метровъ (8 фунт.), потому что явленіе 63 и тутъ наблюдается.

При расположеніи поперекъ (длинное ребро прямоугольника перпендикулярно къ направленію потока) имѣемъ:

Длина = 4, 8, 12, 16, 20, 24 с.

Давл. = 22, 43, 64, 90, 110, 136 мм.

---

[1]) Amans. „Sur un appareil destiné á mezurer la force propulsive de diverses paletts“. L'Aéronaute. 1890.

Этотъ трудъ указываетъ, что продолговатость наклонной пластинки, расположенной перпендикулярно къ потоку, увеличиваетъ давленіе на неё вѣтра. Формулы, однако, не дается. На то-же указываютъ и опыты Ланглея.

Отсюда видно, что въ случаѣ поперечнаго расположенія пластинки, давленіе почти пропорціонально ея площади.

69. Однако, при болѣе остромъ углѣ наклоненія къ вѣтру, явственно обнаруживается увеличеніе давленія, приходящагося на единицу площади При грузѣ въ 8 фунтовъ и при наклоненіи градусовъ въ 12, получимъ:

Длина	= 4,	8,	12,	16,	20,	24	сант.
Давл.	= 6,	14,5	25	38	47,5	59,5	мм.

На каждые 16 (4×4) квадратныхъ сантим. пластинки послѣдовательно приходится слѣдующее давленіе: 6, 7 3 8,3 9,5 9,9, т. е. давленіе, приходящееся на единицу площади, непрерывно возрастаетъ, увеличиваясь въ данномъ примѣрѣ чуть не въ 2 раза $\left(\frac{10}{6}=1\frac{2}{3}\right)$.

70. Въ случаѣ продольнаго расположенія, хотя и подъ угломъ въ 20^0, также явственно обнаруживается непропорціональность давленія величинѣ поверхности пластинки Такъ, при давленіи въ 8 фунтовъ, опытъ даетъ:

Длина	= 4,	8,	12,	16,	20,	24,	32	сант.
Давл.	= 22	33	42	53	62	73	85	м.м.

Значитъ, когда длина пластинки увеличивается вдвое, давленіе увеличивается *лишь* раза въ полтора.

71. Въ 3-хъ приведенныхъ таблицахъ даны давленія на пластинки по направленію воздушнаго потока. Чтобы получить давленія, перпендикулярныя къ пластинкамъ, надо данныя давленія раздѣлить на sinus угла наклоненія пластинокъ къ вѣтру.

V.

Опыты тренія

72. Желая выяснить законы тренія воздуха о поверхности, я произвелъ опытъ съ тремя круглыми цилиндрическими поверхностями, имѣющими одну и ту же окружность въ 32,5 сант. и одинъ и тотъ-же діаметръ въ 10,3 сант.; но длина цилиндровъ была разная; именно въ 12,5, 25 и 50 сантим.

73. Располагались они по направленію потока (образующая была параллельна ему), чего достигалъ я, поднимая или опуская одинъ край цилиндра или поворачивая его въ бокъ до тѣхъ поръ, пока стрѣлка динамометра (1, с), при дѣйствіи одного и того-же вѣтра, не показывала наименьшаго давленія.

Цилиндры эти, конечно, открытые (безъ основаній) и воздухъ свободно скользилъ сквозь нихъ.

74. Предупреждаю, что для простоты выводовъ, всѣ опыты я произвожу при плотности воздуха, близкой къ 0,0012 (см. 34).

75. Производя съ цилиндрами опыты при работѣ грузовъ отъ 1/2 до 16 фунтовъ и вычитая давленіе на стойки, получимъ:

Поверхность	Длина	1/2	1	2	4	8	16
813	12,5	4	7	12	21,5	36	60
1625	25	6	11	19	32,5	56	94
3250	50	9	16	29	50	87	160

Замѣтимъ, что поверхность цилиндровъ мы удваивали, потому что трется какъ наружная ихъ часть, такъ и внутренняя. Давленіе выражено, какъ обыкновенно, въ миллиметрахъ (1/80 грамма).

76. Разсматривая предложенную таблицу, замѣчаемъ слѣдующіе, довольно ясно выраженные законы тренія:

77. Величина тренія не пропорціональна квадрату скорости (или грузу, по 29); но когда скорость увеличивается *вдвое* (или грузъ въ 4 раза), треніе увеличивается только въ *три* (въ среднемъ въ 3,04) раза; или, когда грузъ увеличивается вдвое, то сопротивленіе, въ среднемъ, увеличивается въ 1,7434; уклоненія сравнительно незначительны и притомъ то въ ту, то въ другую сторону.

78. Величина тренія не пропорціональна длинѣ цилиндра. Въ среднемъ (корень 12-ой степени изъ отношенія произведенія чиселъ таблицы, когда поверхность и длина цилиндра увеличивается *вдвое*, треніе увеличивается въ 1,546 (раза въ полтора, слишкомъ).

79. Итакъ величина тренія (Т.), для цилиндровъ одного и того же принятаго нами діаметра (около 10 сант.), выразится формулой:

$T = A . v^a l^b$, гдѣ (v) скорость вѣтра въ метрахъ, (l) длина цилиндра, а прочія величины — постоянныя.

80. Въ частномъ случаѣ имѣемъ: $T_1 = v_1^a \cdot l_1^b$ и $T_2 = v_1^a \cdot l_2^b$; отсюда получимъ:

81. $$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^b \text{ или } b = \mathrm{Log}\left(\frac{T_2}{T_1}\right) : \mathrm{Log}\left(\frac{l_2}{l_1}\right).$$

83, Но мы замѣтили, что когда отношеніе длинъ равно 2 $\left(\frac{l_2}{l_1} = 2\right)$, то отношеніе треній равно 1,546 $\left(\frac{T_2}{T_1} = 1{,}546\right)$; слѣдоват. $b = \mathrm{Log}\ (1{,}546) : \mathrm{Log}\ (2) = 0{,}629$, или около 0,63.

84. Опредѣливъ b, опредѣлимъ (a). Въ частномъ случаѣ, при одной и той же длинѣ цилиндра, имѣемъ:

$$T_3 = A . v_2^a . l_3 \text{ и } T_4 = A . v_3^a . l_3^b;$$

85. Отсюда получимъ:

$$\left(\frac{T_4}{T_3}\right) = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^a \text{ и } a = \mathrm{Log}\left(\frac{T_4}{T_3}\right) : \mathrm{Log}\left(\frac{v_3}{v_2}\right).$$

86. Но мы видѣли, что когда скорость увеличивается вдвое $\left(\frac{v_3}{v_2} = 2\right)$, то треніе увеличивается почти въ 3 раза $\left(\frac{T_4}{T_3} = 3,04\right)$. Слѣдовательно $a = \mathrm{Log}\ (3,04) : \mathrm{Log}\ (2) = 1,604$.

87. Теперь узнаемъ (А). Изъ формулы 79 найдемъ:

$$A = \frac{T}{v^a l^b} = \frac{T}{v^{1,604} \cdot l^{0,63}}.$$

Вставляя сюда любыя соотвѣтствующія величины (v, l и T) изъ таблицы 75, легко вычислимъ А. Возьмемъ, напр., для величины тренія изъ таблицы 75 число 32,5 (среднее около 32,3), соотвѣтствующее скорости въ 2,138 метра и длинѣ цилиндра въ 50 сантим. Тогда вычислимъ для А по предыдущей формулѣ: $A = 1,264$.

88. Итакъ, опытные результаты таблицы 75, выразимъ эмпирически формулой:

$$T = 1,264 . v^{1,604} l^{0,63}.$$

89. Теперь примѣнимъ ее для вывода общей формулы, опредѣляющей силу тренія прямоугольника, длиною въ L метровъ, а *шириною въ 1 метръ*, движущагося по направленію стороны L со скоростью V метровъ.

Принимая въ расчетъ только величину тренія одного его бока (или одной плоскости), получимъ:

$$\frac{1,264 \times 100}{32,5 \times 2 \times 80 \times 1000} V^{1,604} . (L.100)^{0,63}.$$

Эту формулу мы получимъ изъ предыдущей, переведя сантиметры въ метры и наши миллиметры (условная единица давленія $= \frac{1}{80}$ грамма) въ килограммы. Такъ что въ этой формулѣ сила тренія выражена въ килограммахъ, а длина прямоугольника (L)—въ метрахъ. Произведя въ ней вычисленія, получимъ:

$$T = 0,0004423 . V^{1,604} L^{0,63}.$$

90. Чтобы узнать коэффиціентъ тренія или отношеніе его величины къ сопротивленію воздуха при движеніи той-же площади, съ тою-же скоростію, только *по направленію нормали къ ней* употребимъ формулу Кальете и Колардо (34):

$$F = (1 \times L) . 0,071 . V^2.$$

91. Раздѣливъ предыдущую формулу на эту, найдемъ:

$$\frac{T}{F} = 0,00623\ V^{-0,396} . L^{-0,37}.$$

Значитъ коэффиц. тренія уменьшается съ увеличеніемъ скорости и длины (L) поверхности по направленію движенія, и притомъ—уменьшается почти въ одинаковой степени (около 0,4) отъ той и другой причины.

92. Изъ послѣдней формулы получимъ и обратное отношеніе:

$$\frac{F}{T} = 160{,}_5 . V^{+0{,}396} . L^{+0{,}37},$$

т. е. узнаемъ, во сколько разъ треніе прямоугольника меньше сопротивленія воздуха при *нормальномъ* движеніи того-же прямоугольника и съ тою-же скоростью.

Такъ для скорости въ 1 метръ и для поверхности въ 1 кв. метръ найдемъ $160{,}_5$, а для величины тренія обѣихъ сторонъ квадрата: $80{,}_{25}$.

93. Даемъ здѣсь таблицу, основанную на формулѣ 92, которую, для сокращенія вычисленій, упрощаемъ такъ:

$$\frac{F}{T} = 160{,}_5 . V^{0{,}4} . L^{0{,}37}.$$

$v=$	1 м.	2	4	8	10	20	40 м.
1/10 м.	68	90	119	157	172	227	299
1	160	212	279	369	403	532	702
10	376	496	655	864	945	1247	1645
100	882	1164	1536	2026	2216	2923	3857
200	1139	1503	1983	2616	2861	3775	4981
1000	2068	2728	3600	4750	5194	6853	9043

Разумѣется, законы 77 и 78 не провѣрены опытами въ случаѣ очень длинныхъ поверхностей и большихъ скоростей. Поэтому числа таблицы 93 можно считать несомнѣнно вѣрными только до 50 с. длины и 5 м. скорости. Въ тѣхъ же предѣлахъ вѣрна и формула 93. Весьма жалѣю, что не могъ произвести болѣе обширныхъ опытовъ съ поверхностями бо́льшей длины и скоростями, бо́льшими 5 метровъ. По аналогіи съ опытами Фруде въ водѣ (см. Dislère. — Exposé sommaire des expériences faites à Amsterdam sur la résistance des carènes. Paris. 1878.) надо думать, что показатели формулы 93 постепенно уменьшаются съ увеличеніемъ L и V.

Коэффиценты тренія получимъ изъ чиселъ таблицы, если раздѣлимъ на нихъ единицу.

94. Напримѣръ для поверхности, длиною въ 10 метровъ, движущеюся со скоростію 4 метровъ, коэффицентъ тренія равенъ 1/655.

Изъ таблицы видно, что треніемъ тѣлъ, мало-продолговатыхъ въ направленіи потока, можно смѣло пренебречь, если притомъ размѣръ ихъ въ направленіи потока болѣе 1/10 метра.

Впрочемъ и треніемъ въ нашихъ моделяхъ, не продолговатыхъ въ направленіи потока, также можно пренебречь, потому что оно составитъ не болѣе 1/20 сопротивленія отъ инерціи.

Ранѣе («Вѣстникъ Опытной Физики" № 259) я далъ формулу

$$\frac{T}{F}=\frac{1}{58.v},$$

опредѣляющую коэффиціентъ тренія въ предположеніи, что поверхность, въ направленіи движенія, достаточно обширна. („В Оп. Ф." № 258, стр. 146, подстрочная выноска). Теперь является возможность опредѣлить, въ какой мѣрѣ должна, вмѣстѣ со скоростію, возростать и поверхность, чтобы соблюдался законъ Гагена (см. пред. формулы), а вмѣстѣ съ нимъ оказались вѣрны и выводы, сдѣланныя нами въ статьѣ: „*Самостоятельное движеніе аэростата*" („В. О. Ф." №№ 258 и 259).

95 Положимъ:

$$58.v=160.v.^{0,4}L^{0,37}$$

на основаніи предыдущей формулы и 93). Отсюда

$$L=\left(\frac{58}{160}\right)^{2,7}.\ v^{1,62}=0,0646.\ v^{1,62}\text{ метра.}$$

Если длина прямоугольника, въ направленіи потока, будетъ возростать пропорціонально $v^{1,62}$, то законъ Гагена будетъ соблюдаться.

Такъ для скоростей упомянутой статьи (№ 258, стр. 150), вычислимъ длину поверхности въ метрахъ:

$v=$ 1, 4, 12, 20, 40 метровъ.

L= 0,065 0,610 2,773; 8,285; 25,44 метра.

Отсюда видно, что даже для очень большихъ скоростей (напр. 40 м. въ секунду или 144 килом. въ 1 часъ) требуются поверхности не очень длинныя, въ десятки разъ меньшія предлагаемыхъ нами аэростатовъ. Значитъ, треніе ихъ еще меньше, чѣмъ то слѣдуетъ изъ прежнихъ нашихъ работъ.

96. Такъ въ примѣрѣ 74 („В. О. Ф." № 259), предѣльная скорость предѣльнаго аэростата составляла 328 м. въ секунду! Слѣдовательно, коэффиціентъ тренія, по предыдущимъ работамъ, будетъ $^1/_{19024}$; по закону-же настоящей статьи (91)$=^1/_{32800}$. Стало быть треніе по новымъ опытамъ въ полтора раза меньше, въ примѣненіи къ самому смѣлому нашему расчету, а слѣдовательно и скорость аэростата будетъ болѣе вычисленной нами ранѣе.

Итакъ благопріятность нашихъ выводовъ относительно аэростата нисколько не колеблется, страдаетъ лишь точность ихъ и то не очень.

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

Очеркъ геометрической системы Лобачевскаго.

В. Кагана

(*Продолженіе* *).

X Приложеніе геометріи Лобачевскаго къ анализу безконечно малыхъ.

Такимъ образомъ значеніе одной изъ квадратуръ, къ которымъ насъ привело уравненіе (16), найдено. Постараемся найти вторую квадратуру. Обозначимъ для этого уголъ OPN′ черезъ ω и примемъ этотъ уголъ за независимую перемѣнную. Изъ треугольника OPN′ находимъ:

$$\text{ур. (Урав. IX)} \quad \cos У' = \cos R' \cos\omega$$

$$\text{(Урав. IV)} \quad \cot x' = \cot R' \sin\omega$$

Дифференцируя послѣднее уравненіе, мы получаемъ:

$$-\frac{dx'}{\sin^2 x'} = \cot R' \cos\omega \, d\omega .$$

При помощи трехъ послѣднихъ уравненій нетрудно выразить нашъ дифференціалъ въ зависимости отъ ω.

$$\frac{\cos У' dx'}{1-\sin^2 h' \sin^2 x'} = \frac{\cos У'}{\cot^2 x' + \cos^2 h'} \cdot \frac{dx'}{\sin^2 x'} =$$

$$= -\frac{\cos R' \cot R' \cos^2\omega \, d\omega}{\cos^2 h' + \cot^2 R' \sin^2\omega} = -\frac{\sin R' \cos^2\omega d\omega}{\sin^2\omega + \operatorname{tg}^2 R' \cos^2 h'} .$$

Если мы обозначимъ черезъ α уголъ ZQO при основаніи конуса, то изъ треугольника ZQO получимъ:

$$\cos h' \operatorname{tg} R' = \operatorname{tg}\alpha$$

Подставляя же это выраженіе въ предыдущее уравненіе, мы находимъ:

$$\frac{\cos У' dx'}{1-\sin^2 x' \sin^2 h'} = -\frac{\sin R' \cos^2\omega \, d\omega}{\sin^2\omega + \operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$= \frac{\sin R' \cos^2\alpha \cos^2\omega \, d\omega}{\sin^2\omega\cos^2\alpha + \sin^2\alpha} = -\frac{\sin R' \cos^2\alpha \cos^2\omega \, d\omega}{1-\cos^2\alpha\cos^2\omega}$$

Слѣдовательно

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{\cos У' dx'}{1-\sin^2 x' \sin^2 h'} = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin R' \cos^2\alpha \cos^2\omega}{1-\cos^2\alpha\cos^2\omega} d\omega =$$

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физ." № 269.

$$=\sin R'\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\omega - \sin R'\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\omega}{1-\cos^2\alpha\cos^2\omega} \qquad (21)$$

Далѣе

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\omega}{1-\cos^2\alpha\cos^2\omega} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\omega}{\sin^2\omega+\cos^2\omega\sin\alpha} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cot^2\omega\sin^2\alpha}\cdot\frac{d\omega}{\sin^2\omega} =$$

$$= -\frac{1}{\sin\alpha}\Big/_0^{\frac{\pi}{2}} arc\,\mathrm{tg}\,[\cot\omega\sin\alpha] = \frac{\pi}{2\sin\alpha}$$

Подставляя это въ уравненіе (21), найдемъ:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{\cos Y' dx'}{1-\sin^2 h'\sin^2 x'} = \frac{\pi}{2}\left(1-\frac{1}{\sin\alpha}\right)\sin R' \qquad (22).$$

Уравненія (20) и (22) даютъ значенія обѣихъ квадратуръ, входящихъ въ правую часть уравненія (16); поэтому

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{\sin h'\sin x'\sin\Phi\, dx'}{1-\sin^2 h'\sin^2 x'} = \frac{\pi}{2\cos\lambda'}\left(1-\frac{\sin R'}{\sin\alpha}\right).$$

Подставляя, въ свою очередь, это выраженіе въ уравненіе (15), мы получимъ:

$$v = -\frac{\cos h'}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{Y\,dx'}{1-\sin^2 h'\sin^2 x'} = \frac{\lambda\cos h'}{4\cos\lambda'}\left(1-\frac{\sin R'}{\sin\alpha}\right).$$

Замѣтимъ однако, что изъ треугольника OZQ мы имѣемъ:

(Урав. XI) $\cos\lambda'\cos A = \cos h'$

(Урав. IX) $\sin R'\cos A = \sin\alpha$.

Отсюда слѣдуетъ, что

$$\frac{\cos h'}{\cos\lambda'}\left(1-\frac{\sin R'}{\sin\alpha}\right) = \cos A\left(1-\frac{\sin R'}{\sin\alpha}\right) = \cos A - 1$$

и потому

$$v = -\frac{\cos h'}{2}\int_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{Y dx'}{1-\sin^2 x'\sin^2 h'} + \frac{\lambda}{4}(\cos A - 1).$$

Но согласно формулѣ, найденной въ концѣ предыдущей главы' четверть объема конуса

$$v = \frac{1}{4}\,(\lambda \cos A - h).$$

Поэтому

$$\frac{1}{4}\,(\lambda \cos A - h) = -\frac{\cos h'}{2}\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{\text{У}\,dx'}{1 - \sin^2 h' \sin^2 x'} + \frac{\lambda}{4}\,(\cos A - 1)$$

и отсюда

$$-\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{R'} \frac{\text{У}\,dx'}{1 - \sin^2 h' \sin^2 x'} = \frac{\lambda - h}{2\cos h'} \qquad (23).$$

Въ этой квадратурѣ мы замѣнимъ независимую перемѣнную x черезъ $\text{У}'$.

Замѣтимъ для этого, что уравненія (7) и (5_a) даютъ

$$\sin h' \sin x' = \frac{\sin \lambda'}{\sin \text{У}'},$$

а потому

$$\frac{dx'}{1 - \sin^2 h' \sin^2 x'} = \frac{\sin^2 \text{У}'\,dx'}{\sin^2 \text{У}' - \sin^2 \lambda'}$$

Далѣе въ виду соотношенія (19) между дифференціалами, мы имѣемъ:

$$-\frac{dx'}{1 - \sin^2 \text{У}' \sin^2 h'} = \frac{\sin \text{У}' \cos \text{У}' \sin x'\,d\text{У}'}{(\sin^2 \text{У}' - \sin^2 \lambda')\cos x'} =$$

$$\frac{\sin R' \cos \text{У}'\,d\text{У}'}{(\sin^2 \text{У}' - \sin^2 \lambda')\cos x'} = \frac{\sin R' \cos \text{У}' \sin \text{У}'\,d\text{У}'}{(\sin^2 \text{У}' - \sin^2 \lambda')\sqrt{\sin^2 \text{У}' - \sin^2 R'}}$$

Если мы подставимъ этотъ результатъ въ уравненіе (23) и замѣтимъ, что интегрированію по x отъ 0 до R или по x' отъ $\frac{\pi}{2}$ до R' соотвѣтствуетъ интегрированіе по y отъ R до 0 или по y' отъ R' до $\frac{\pi}{2}$ то найдемъ:

$$\int\limits_{R'}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{У} \cos \text{У}' \sin \text{У}'\,d\text{У}'}{(\sin^2 \text{У}' - \sin^2 \lambda')\sqrt{\sin^2 \text{У}' - \sin^2 R'}} = \frac{\lambda - h}{2\cos h' \sin R'}.$$

Теперь мы не нуждаемся болѣе въ значкахъ а потому обозначимъ: $\text{У}'$ черезъ t, λ' черезъ l, R' черезъ r и h' черезъ H; если къ этому прибавимъ, что, $У = lg\cot\frac{1}{2}У$, то получимъ окончательно:

$$\int_r^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin t \cos t \, lg\cot\frac{1}{2}t \, dt}{(\sin^2 t - \sin^2 l)\sqrt{\sin^2 t - \sin^2 r}} = lg \frac{\left[\cot\frac{1}{2}l \operatorname{tg}\frac{1}{2}H\right]}{2\cos H \sin r}$$

гдѣ $r < \frac{\pi}{2}$, а H опредѣляется изъ уравненія $\sin H \sin r = \sin l$.

Вотъ одинъ изъ примѣровъ разысканія значенія сложнаго опредѣленнаго интеграла при пособіи Воображаемой Геометріи. Помимо того интереса, который этотъ интегралъ можетъ представлять самъ по себѣ, Лобачевскій аналитическимъ преобразованіемъ получаетъ изъ него значеніе цѣлаго ряда опредѣленныхъ интеграловъ, найденныхъ раньше Лежандромъ при помощи эллиптическихъ функцій. Въ статьѣ „Примѣненіе Воображаемой Геометріи къ нѣкоторымъ интеграламъ" дано 50 группъ интеграловъ, значенія которыхъ найдены такими преобразованіями и „къ познанію которыхъ", выражаясь словами Лобачевскаго, „одной аналитикѣ, безъ пособія геометріи трудно было бы проложить дорогу".

В. Каганъ.

ОКРАСКА БЕЗЪ ПОМОЩИ ПИГМЕНТОВЪ.

Когда свѣтовые лучи падаютъ на поверхность тѣла, то часть ихъ отражается, часть же проникаетъ внутрь тѣла. Изъ этихъ послѣднихъ лучей часть поглощается тѣломъ, переходя въ иные виды энергіи, а остальные лучи, проникнувъ до извѣстной глубины внутрь тѣла, затѣмъ испускаются тѣломъ во всѣ стороны, смѣшиваются съ лучами отраженными (бѣлыми) и обусловливаютъ собою такъ называемую поверхностную окраску тѣла. Такова физическая причина цвѣтовыхъ ощущеній, доставляемыхъ намъ окрашенными тѣлами. Тѣлу, имѣющему опредѣленную окраску, можно, какъ извѣстно, сообщить другой цвѣтъ, либо покрывъ его слоемъ вещества, испускающаго желаемые лучи, либо пропитавъ его растворомъ такого вещества. Носителемъ цвѣта является въ этихъ случаяхъ опредѣленное вещество (краска, пигментъ), а потому и цвѣта этого происхожденія называются иногда *матеріальными цвѣтами.*

Кромѣ цвѣтовъ этого происхожденія нашъ глазъ способенъ ощущать и другіе цвѣта, не зависящіе отъ опредѣленнаго вещества.

Если свѣтовые лучи падаютъ на очень тонкую пластинку какого либо вещества, толщина которой сравнима съ длиной волны, то часть лучей отражается отъ первой поверхности пластинки, часть входитъ внутрь пластинки преломляясь, и затѣмъ выходитъ отчасти со стороны падающаго свѣта (послѣ нечетнаго числа отраженій внутри пластинки), отчасти же съ противоположной стороны (послѣ четнаго числа отраженій). Какъ тѣ, такъ и другіе лучи интерферируютъ соотвѣтственно съ лучами, отразившимися отъ первой поверхности пластинки, и съ лучами, прошедшими сквозь пластинку безъ отраженій. Результатомъ этой интерференціи является усиленіе однихъ цвѣтовъ, ослабленіе другихъ и окраска пластинки какъ въ падающемъ, такъ и въ проходящемъ свѣтѣ. Пластинка тогда отливаетъ различными цвѣтами, измѣняющимися при измѣненіи угла паденія лучей на пластинку. Таково происхожденіе окраски мыльныхъ пузырей, перламутра, стараго стекла, долго лежавшаго на воздухѣ, тонкихъ слоевъ масла, распространившагося на поверхности воды, крыльевъ нѣкоторыхъ бабочекъ, побѣжалостей на раскаленной и затѣмъ охлажденной стали или мѣди, цвѣтныхъ фотографическихъ снимковъ, полученныхъ по способу Липманна, и т. п. Во всѣхъ этихъ случаяхъ окраска зависитъ отъ присутствія тонкаго слоя вещества: стѣнка мыльнаго пузыря, слой окиси на поверхности мѣди или стали, чешуйки на крылѣ бабочки и т. п.

До послѣдняго времени этотъ послѣдній способъ окраски не имѣлъ особеннаго практическаго значенія, и только недавно извѣстный своими трудами надъ физіологическимъ дѣйствіемъ различныхъ цвѣтовъ французскій физикъ *Ch. Henry* предложилъ способъ окраски бумаги, тканей, стекла и т. п. интерференціонными цвѣтами. Для такой окраски надо, очевидно, получить весьма тонкій слой какого нибудь вещества и затѣмъ фиксировать этотъ слой на окрашиваемой поверхности. Henry рѣшилъ эту техническую задачу слѣдующимъ образомъ.

Извѣстно, что капля жидкости, нерастворимой въ водѣ, расплывается тончайшимъ слоемъ по ея поверхности, если только сумма поверхностныхъ натяженій этой жидкости въ соприкосновеніи съ воздухомъ и съ водою меньше поверхностнаго натяженія воды въ соприкосновеніи съ воздухомъ. Многіе углеводороды и масла удовлетворяютъ этому условію и даютъ на поверхности воды иризирующіе слои. Но этого, очевидно, мало: необходимо еще, чтобы полученная пленка была устойчива и достаточно прочна. Henry употребляетъ поэтому растворы смолъ и камедей въ бензинѣ; такой растворъ расплывается на поверхности воды, бензинъ быстро испаряется и на водѣ остается твердая пленка камеди, отливающая различными цвѣтами и настолько прочная, что ее можно осторожно снять съ поверхности воды. Остается только перенести эту пленку на ту поверхность, которую желаютъ окрасить. Это можно сдѣлать либо помѣстивъ окрашиваемый предметъ подъ уровнемъ воды такимъ образомъ, чтобы окрашиваемая поверхность была приблизительно параллельна уровню и затѣмъ выпустивъ воду изъ сосуда помощью сифона или крана, находящагося у дна сосуда, либо помѣстивъ предметъ подъ воду до полученія пленки и осторожно вынувъ его, когда пленка будетъ получена, причемъ удобнѣе всего вынимать такъ, чтобы окрашиваемая поверхность составляла очень острый уголъ съ поверхностью воды. Пленка остается тогда на поверхности. Для полученія пленокъ лучше всего брать растворы даммарской камеди или іудейской смолы (асфальта) въ бензинѣ. Эти растворы Henry называетъ *ирихроматиномъ*. Опыты Henry легко могутъ быть повторены каждымъ. Для этого нуженъ только сосудъ съ достаточно большой поверхностью, напримѣръ фотографическая ванночка, обыкновенная тарелка и т. п. и растворъ, по возможности крѣпкій, даммарской камеди въ бензинѣ. Для большей прочности бумагу полезно покрыть тонкимъ слоемъ желатины, которая сдѣлана нерастворимой въ водѣ при помощи муравьиннаго альдегида. Пленка хорошо садится на гладкій бристольскій картонъ и на обыкновенную англійскую почтовую бумагу.

Въ настоящее время иризирующая бумага готовится въ большихъ количествахъ фабричнымъ путемъ. Для этого въ особую ванну пускаютъ по каплямъ растворъ ирихроматина; при помощи ножа растягиваютъ за края получающуюся пленку, регулируя такимъ образомъ ея толщину, а, слѣдовательно, и окраску. Черезъ ванночку проходитъ бумажная полоса неопредѣленной длины, разматывающаяся съ катушки; бумага эта выходитъ изъ воды подъ острымъ угломъ и при этомъ увлекаетъ за собою пленку по мѣрѣ ея образованія, сушится и наконецъ снова наматывается на катушку. Одна ванночка даетъ въ день около километра бумажной полосы, а такъ какъ всѣ матеріалы для окраски очень дешевы, то и бумага получается очень дешевой и эффектной, если судить по тѣмъ образцамъ, которые намъ удалось видѣть.

Средняя толщина получающейся такимъ образомъ пленки была опредѣлена въ 0,4 микрона; эта толщина является какъ разъ среднимъ ариѳметическимъ изъ длины волны для крайнихъ цвѣтовъ (0,6 для краснаго и 0,2 для фіолетоваго). Измѣряется толщина пленки чрезвычайно просто: пусть x — толщина пленки, s — ея поверхность, опредѣляемая непосредственнымъ измѣреніемъ, d — удѣльный вѣсъ даммарской камеди или іудейской смолы, и p, — вѣсъ смолы въ каплѣ, послужившей для образованія пленки. Тогда

$$xsd = p,$$

откуда и опредѣляется x.

Полученіемъ окрашенной бумаги не исчерпывается значеніе работъ Henry и его ирихроматинъ найдетъ повидимому многочисленныя примѣненія, какъ въ техникѣ, такъ и въ наукѣ.

Такъ какъ пленка ирихроматина обладаетъ, какъ было сказано, значительной прочностью, то Henry предложилъ испытать ее вмѣсто употребляемаго обыкновенно масла для усмиренія волнъ на морѣ. Опыты произведенные въ Шербургѣ лейтенантомъ *Courmes*, дали хорошіе результаты.

Ирихроматинъ нашелъ примѣненіе и въ цинкографіи. Здѣсь требуется сдѣлать нерастворимой іудейскую смолу въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ она подверглась дѣйствію свѣта, и растворить ее въ остальныхъ мѣстахъ. Обычный способъ требуетъ продолжительной экспозиціи вслѣдствіе значительной толщины употребляемаго слоя лака, и примѣненіе ирихроматина въ нѣсколько разъ сокращаетъ время экспозиціи.

Давленіе атмосферы вліяетъ на размѣры капли, и если производить какой нибудь опредѣленный звукъ въ тотъ моментъ, когда на поверхности воды падаетъ капля ирихроматина, то получающаяся пленка мѣняетъ свою окраску и характеръ рисунка. Этимъ воспользовался *Rousselot*, директоръ лабораторіи экспериментальной фонетики въ Collège de France. Производя надъ ванночкой во время образованія пленки различные звуки, онъ получалъ характерную окраску и рисунки для различныхъ звуковъ. Этотъ способъ изученія звуковъ настолько чувствителенъ, что на получающихся пленкахъ отражается характеръ различныхъ гласныхъ. Пленки ирихроматина даютъ, слѣдовательно, методъ для изученія звуковъ, подобный манометрическимъ огонькамъ Кенига.

Пользуясь растворомъ въ бензинѣ резинатовъ анилина, обладающихъ интенсивной окраской, Henry опредѣлилъ низшій предѣлъ толщины слоя пигментной краски, ощущаемый глазомъ. При меньшей толщинѣ пигментная краска не воспринимается глазомъ и взамѣнъ появляются интерференціонные цвѣта.

Несомнѣнно, что въ умѣлыхъ рукахъ тонкія пленки Henry найдутъ много примѣненій и посодѣйствуютъ рѣшенію многихъ вопросовъ изъ области молекулярной физики и волнообразнаго движенія.

В. Г.

ЗАДАЧИ.

№ 537. *) Рѣшить уравненіе

$$x^4+(1-x)^4=a.$$

(Заимств.) *Е. Плютинская.* (с. Любень).

№ 542. Даны три точки A, B, C. Найти такую четвертую точку x, чтобы около четыреугольника $ABCX$ можно было описать окружность и чтобы въ тотъ же четыреугольникъ можно было вписать окружность.

Е. Буницкій (Одесса).

№ 543. Рѣшить уравненіе

$$ax^8-bx^7+2ax^6-3bx^5-3bx^3-2x^2-bx-1=0.$$

С. Адамовичъ. (Двинскъ).

№ 544. Рѣшить систему:

$$\begin{aligned} u\ +v\ &=a\\ ux+vy&=b\\ ux^2+vy^2&=c\\ ux^3+vy^3&=d. \end{aligned}$$

А. Гольденбергъ (Спб.).

*) По ошибкѣ задача № 537 не была напечатана въ № 269 „Вѣстника". *Ред.*

№ 545. Сократить дробь

$$\frac{(a+x)^7 - a^7 - x^7}{(a+x)^5 - a^5 - x^5}.$$

(Заимств.) *М. Макаровъ.* (Полтава).

№ 546 Упругость оставшагося подъ колоколомъ пневматической машины воздуха равна 40 цм., а давленіе наружнаго воздуха—75 цм. Вычислить въ килограммахъ усиліе, необходимое для поднятія поршня машины, если поверхность поршня равна 80 цм. Плотность ртути 13,6.

(Заимств.) *М. Г.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 400 (3 сер.). *Рѣшить уравненіе*

$$\sin^{10}x + \cos^{10}x = a.$$

Выраженіе $\sin^{10}x + \cos^{10}x$ приводится къ виду

$$(\sin^2x)^5 + (\cos^2x)^5 =$$

$$= (\sin^2x + \cos^2x)(\sin^8x - \sin^6x\cos^2x + \sin^4x\cos^4x - \sin^2x\cos^6x + \cos^8x) =$$

$$= (\sin^4x + \cos^4x)^2 - \sin^4x\cos^4x - (\sin^4x + \cos^4x)\sin^2x\cos^2x.$$

Изъ равенства

$$(\sin^2x + \cos^2x)^2 = 1$$

находимъ:

$$\sin^4x + \cos^4x = 1 - 2\cos^2x\sin^2x.$$

Поэтому уравненіе приводится къ виду

$$(1 - 2\cos^2x \,.\, \sin^2x)^2 - \sin^4x\cos^4x - \sin^2x\cos^2x(1 - 2\cos^2x\sin^2x) = a,$$

или

$$1 - 5\sin^2x\cos^2x + 5\sin^4x\cos^4x = a \qquad (1).$$

Наконецъ, замѣчая, что

$$\sin x\cos x = \frac{\sin 2x}{2},$$

уравненіе (1) приводится къ биквадратному

$$\sin^4 2x - 4\sin^2 2x + \frac{16}{5}(1-a) = 0.$$

А. Гвоздевъ (Курскъ); *Б. Даль* (Тифлисъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Л. Гринбергъ* (Юрьевъ); *М. Зиминъ* (Орелъ); *В. Москалевъ*; *А. Евлаховъ* (Владикавказъ); *И. Поповскій* (Умань); *Багадуръ Малаччи-Ханъ* (Темиръ-Ханъ-Шура); *Ф. Шнейдеръ* (Бѣлостокъ); *С. Адамовичъ* (Двинскъ).

№ 436 (3 сер.). *Рѣшить уравненія*

$$\sqrt{\frac{3y-2x}{y}}+\sqrt{\frac{4y}{3y-2x}}=2\sqrt{2}$$

$$3(x^2+1)=(y+1)(y-x+1).$$

Обозначимъ $\sqrt{\frac{3y-2x}{y}}$ черезъ z. Тогда

$$\sqrt{\frac{4y}{3y-2x}}=\frac{2}{z}$$

и первое уравненіе пріиметъ видъ:

$$z+\frac{2}{z}=2\sqrt{2}.$$

Рѣшивъ его, найдемъ, что

$$z=\sqrt{2}$$

слѣдовательно

$$\frac{3y-2x}{y}=2,\ y=2x.$$

Подставивъ во второе уравненіе найденное значеніе y, получимъ уравненіе

$$x^2-3x+2=0,$$

откуда найдемъ

$$x_1=1;\ x_2=2$$

а потому

$$y_1=2;\ y_2=4.$$

Я. Полушкинъ (Знаменка); *П. Лисевичъ* (Курскъ); *Л. Магазаникъ* (Бердичевъ); *В. Морозовъ* (Тамбовъ); *В. Шидловскій* и *В. Гартіеръ* (Полоцкъ); *Г. Леоновъ* (Курскъ); *А. Варенцовъ* (Ростовъ н. Д.); *С. Адамовичъ* (Двинскъ).

№ 458 (3 сер.). *Въ кругъ радіуса R вписанъ правильный многоугольникъ P, имѣющій n сторонъ; обозначимъ черезъ P_1 правильный многоугольникъ, полученный отъ соединенія срединъ послѣдовательныхъ сторонъ многоугольника P; черезъ P_2 — многоугольникъ, подобнымъ же образомъ полученный изъ многоугольнка P_1, и т. д. Доказать, что предѣлъ суммы площадей многоугольниковъ P, P_1, P_2, P_3 . . . . равенъ площади правильнаго n-угольника, сторона котораго равна $2R$.*

Пусть AB — одна изъ сторонъ многоугольника P, M — ея средина. Тогда OM — радіусъ круга, описаннаго около правильнаго многоугольника P_1. Поэтому, называя площади многоугольниковъ P, P_1, P_2 . . . . соотвѣтственно черезъ Q, Q_1, Q_2 . . . . имѣемъ:

$$\frac{Q_1}{Q}=\frac{\overline{OM}^2}{\overline{OA}^2}=\cos^2\frac{\pi}{n},$$

откуда

$$Q_1 = Q\cos^2\frac{\pi}{n}.$$

Точно также найдемъ

$$Q_2 = Q_1\cos^2\frac{\pi}{n},\ Q_3 = Q_2\cos^2\frac{\pi}{n}\cdot\ .\ .\ .$$

Поэтому вообще

$$Q_n = Q\cos^{2n}\frac{\pi}{n},$$

и искомый предѣлъ равенъ предѣлу суммы

$$Q + Q\cos^2\frac{\pi}{n} + Q\cos^4\frac{\pi}{n} + \cdot\ .\ .\ .\ .\ , \qquad (1)$$

т. е. равенъ

$$\frac{Q}{1-\cos^2\frac{\pi}{n}} = \frac{Q}{\sin^2\frac{\pi}{n}}.$$

Пусть K — площадь правильнаго n-угольника, сторона котораго равна $2R$.

Тогда

$$\frac{K}{Q} = \frac{(2R)^2}{\overline{AB}^2} = \left(\frac{2R}{AB}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\frac{\pi}{n}},$$

откуда

$$K = \frac{Q}{\sin^2\frac{\pi}{n}},$$

а это выраженіе и есть предѣлъ суммы (1).

Я. Полушкинъ (Знаменка); *М. Зиминъ* (Орелъ); *Н. С.* (Одесса).

№ 469 (3 сер.). *Показать, что числа вида*

1331, 1030301, 1003003001, . . .

суть точные кубы, а числа вида

14641 104060401, 1004006001, ...

суть точныя четвертыя степени.

Дѣйствительно, возвышая выраженіе $10^n + 1$ въ третью и затѣмъ въ четвертую степень, находимъ:

$$(10^n + 1)^3 = 10^{3n} + 3\ .\ 10^{2n} + 3\ .\ 10^n + 1, =$$

$$= 100\ .\ .\ .\ 0300\ .\ .\ .\ 0300\ .\ .\ .\ 01,$$

$$(10^n + 1)^4 = 10^{4n} + 4 \,.\, 10^{3n} + 6 \,.\, 10^{2n} + 4 \,.\, 10^n + 1 =$$

$$= 100 \ldots 0400 \ldots 0600 \ldots 0400 \ldots 01,$$

гдѣ подъ обозначеніемъ

$$00 \ldots 0$$

подразумѣвается $n - 1$ нулей.

Л. Магазаникъ (Бердичевъ); *И. Поповскій* (Умань); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *К. Зновицкій* (Кіевъ); *С. Адамовичъ* (Двинскъ); *Чернякъ* (Николаевъ).

№ 472 (3 сер.). *Доказать, что во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ*

$$\frac{2pr}{c^2} = 0{,}5 - \sin^2\frac{A-B}{2},$$

гдѣ c есть гипотенуза, A и B—острые углы, p—полупериметръ, а r—радіусъ вписаннаго круга.

Двойная площадь прямоугольнаго треугольника выражается либо черезъ

$$2pr,$$

либо черезъ

$$c^2\sin A\cos A = \frac{c^2\sin 2A}{2}.$$

Поэтому

$$\frac{2pr}{c^2} = \frac{\sin 2A}{2}.$$

Но

$$\sin 2A = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2A\right) = \cos(A + B - 2A) =$$

$$= \cos(B - A) = 1 - 2\sin^2\frac{A-B}{2}.$$

Поэтому

$$\frac{2pr}{c^2} = 0{,}5 - \sin^2\frac{A-B}{2}.$$

С. Адамовичъ (Двинскъ); *А. Евлаховъ* (Владикавказъ); *Сибирякъ* (Томскъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *К. Зновицкій* (Кіевъ); *Багадуръ Малачи Ханъ* (Темиръ-Ханъ-Шура); *Чернякъ* (Николаевъ); *А. Гвоздевъ* (Курскъ).

№ 474 (3 сер.). *Показать, что во всякой системѣ счисленія удвоенное число, предшествующее основанію системы, и квадратъ этого числа пишутся тѣми же цифрами, только взятыми въ обратномъ порядкѣ.*

Пусть n — основаніе системы счисленія. Тогда удвоенное число, предшествующее основанію системы, —

$$2(n - 1) = n + (n - 2) -$$

записывается по этой системѣ цифрами $1, n-2$. Квадратъ же числа $n-1$,—

$$(n-1)^2 = n^2 - 2n + 1 = (n-2)n + 1,$$

записывается по той же системѣ счисленія цифрами $n-2$, 1.

Л. Магазаникъ (Бердичевъ); *Сибирякъ* (Томскъ); *Чернякъ* (Николаевъ); *К. Зновицкій* (Кіевъ).

№ 475 (3 сер.). *Разложить на простыя дроби выраженіе*

$$\frac{(a+b+c)x^2 - 2(ab+bc+ca)x + 3abc}{x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc}.$$

Такъ какъ

$$(a+b+c)x^2 - 2(ab+bc+ca)x + 3abc =$$

$$= a(x-b)(x-c) + b(x-c)(x-a) + c(x-a)(x-b),$$

$$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc = (x-a)(x-b)(x-c),$$

то предложенная дробь приводится къ виду

$$\frac{a(x-b)(x-c) + b(x-c)(x-a) + c(x-a)(x-b)}{(x-a)(x-b)(x-c)} =$$

$$= \frac{a}{x-a} + \frac{b}{x-b} + \frac{c}{x-c}.$$

Я. Полушкинъ (Знаменка); *С. Адамовичъ* (Двинскъ); *Н. С.* (Одесса).

№ 481 (3 сер.) *Рѣшить уравненіе*:

$$\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 2^x.$$

Представивъ уравненіе въ видѣ

$$\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^x = 1,$$

находимъ, что оно обратится въ тожество при

$$x = 2,$$

и только при этомъ значеніи x, такъ какъ при

$$x \gtrless 2$$

имѣемъ соотвѣтственно

$$\left|\left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)^x\right| \lessgtr 1.$$

Я. Полушкинъ (Знаменка); *Чернякъ* (Николаевъ); *И. Поповскій* (Умань).

№ 482 (3 сер.). *Положивъ*

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$$

$$S_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2$$

найти предѣлъ отношенія $\frac{S_2{}^2}{S_1{}^3}$ *при* $n = \infty$.

Такъ какъ

$$S_2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},\ S_1 = \frac{n(n+1)}{2},$$

то

$$\frac{S_2{}^2}{S_1{}^3} = \frac{n^2(n+1)^2(2n+1)^2 \,.\, 8}{36 \,.\, n^3(n+1)^3} = \frac{2(2n+1)^2}{9n(n+1)},$$

или

$$\frac{S_2{}^2}{S_1{}^3} = \frac{2}{9}\cdot\frac{2n+1}{n}\cdot\frac{2n+1}{n+1} = \frac{2}{9}\left(2+\frac{1}{n}\right)\left(2-\frac{1}{n+1}\right),$$

откуда

$$\lim_{n=\infty}\left(\frac{S_2{}^2}{S_1{}^3}\right) = \frac{8}{9}.$$

Я. Полушкинъ (Знаменка); *И. Поповскій* (Умань); *Н. С.* (Одесса).

№ 483 (3 сер.). *Найти два числа, зная, что сумма частныхъ отъ дѣленія каждаго изъ нихъ на ихъ общаго наибольшаго дѣлителя равна 18, и что ихъ наименьшее кратное равно 975.*

Пусть A и B—искомыя числа, d—ихъ общій наибольшій дѣлитель.

Тогда

$$A = da,\ B = db,$$

причемъ

$$dab = 975$$

$$a + b = 18.$$

Числа a и b должны быть взаимно простыя, а ихъ произведеніе должно быть дѣлителемъ числа

$$975 = 3 \,.\, 5^2 \,.\, 13.$$

Разлагая 18 на два взаимно простыя слагаемыя, найдемъ:

$$18 = 1 + 17 = 5 + 13 = 7 + 11.$$

лишь второе разложеніе даетъ два числа, произведеніе которыхъ дѣлитъ 975.

Итакъ

$$a = 5,\ b = 13,$$

откуда

$$d = 15,$$

а искомыя числа суть:

$$A = 15 \,.\, 5 = 75, \quad B = 15 \,.\, 13 = 195.$$

В. Шидловскій (Полоцкъ); *А. Варенцовъ* (Ростовъ на Дону); *Чернякъ* (Николаевъ); *И. Поповскій* (Умань).

№ 484 (3 сер.). *Пусть* (x) *есть цѣлый относительно* x *многочленъ съ цѣлыми коэффиціентами.*

Доказать, что $f(5)$ *дѣлится безъ остатка на 6, если* $f(2)$ *и* $f(3)$ *дѣлятся безъ остатка на 6.*

Такъ какъ многочленъ

$$f(x) - f(2)$$

обращается въ ноль при

$$x = 2,$$

то онъ дѣлится алгебрически на $x - 2$ безъ остатка, а потому

$$f(x) - f(2) = (x - 2)\, \varphi(x), \qquad (1)$$

гдѣ $\varphi(x)$ есть полиномъ также съ цѣлыми численными коэффиціентами.

Полагая въ равенствѣ (1) $x = 5$, имѣемъ

$$f(5) - f(2) = 3 \,.\, \varphi(5).$$

Такъ какъ вторая часть этого равенства кратна 3 и такъ какъ $f(2)$, будучи по условію кратно 6, также кратно 3, то $f(5)$ кратно 3.

Разсматривая многочленъ

$$f(x) - f(3)$$

и дѣля его на $x - 3$, затѣмъ полагая $x = 5$, докажемъ, что $f(5)$ кратно 2.

Дѣлясь на 3 и на 2 $f(5)$ дѣлится на 6.

Я. Полушкинъ (Знаменка); *А. Варенцовъ* (Ростовъ на Дону).

№ 486 (3 сер.). *Каково должно быть внѣшнее сопротивленіе* x *цѣпи, чтобы можно было безразлично соединять* n *элементовъ, послѣдовательно или параллельно? Внутреннее сопротивленіе элемента* $=$ r.

Пусть l — электровозбудительная сила элемента, F — сила тока при параллельномъ и F_1 — при послѣдовательномъ соединеніи.

Такъ какъ

$$F = \frac{l}{\frac{r}{n} + x}, \quad F_1 = \frac{nl}{nr + x}$$

и

$$F_1 = F_2,$$

то

$$\frac{l}{\frac{r}{n} + x} = \frac{nl}{nr + x},$$

откуда

$$x(n-1) = r(n-1),$$

а потому

$$x = r,$$

такъ какъ, по предположенію, $n > 1$.

В. Шидловскій (Полоцкъ); *П. Лисевичъ* (Курскъ); *А. Варенцовъ* (Ростовъ на Дону); *И. Поповскій* (Умань).

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

JOURNAL

de mathématiques élémentaires.

1896.—№ 4.

Etude sur l'involution généralisée. Par *A. Noyer* et. *Ch. Michel.* (Suite et fin).

Sur les cercles radicaux. Par *M. Juan.-J. Duran—Loriga.*

Статья эта была помѣщена въ № 5 „Mathesis'a" за 1896 г. Содержаніе ея читатели найдутъ въ „Вѣстникѣ", XXI сем. № 6.

Comparaison des constructions rélatives à l'equation $a\sin x + b\cos x = c$ Par *M. Bernès.* Разборъ различныхъ построеній угла x, удовлетворяющаго ур-нію $a\sin x + b\,.\cos x = c$, съ точки зрѣнія геометрографіи.

Questions. №№ 184, 597, 645, 646.

Questions proposées. №№ 719—727.

1896.—№ 5.

Méthodes de divisinon en usage à la fin du siècle dernier. Извлеченіе изъ книги „Arithmétique en sa pérfection" 1781 г.

Enoncés divers. Par *M. E. Lauvernay.* Предлагаются безъ доказательствъ слѣдующія теоремы:

I. Изъ центра круга O, описаннаго около тр-ка ABC, имѣющаго данное основаніе BC и противолежащій ему уголъ A, опущенъ перпендикуляръ OP на медіану $A\alpha$; если I есть средина этой медіаны, то произведеніе $A\alpha$. PI сохраняетъ постоянную величину.

II. Квадратъ разстоянія какой нибудь точки перпендикуляра OP равенъ полусуммѣ квадратовъ разстояній этой точки отъ вершинъ B и C.

III. Точка пересѣченія симедіанъ тр-ка есть полюсъ прямой, проходящей чрезъ средины отрѣзковъ каждой изъ его сторонъ, опредѣляемыхъ внѣшними биссекторами тр-ка, относительно описаннаго около него круга.

IV. Пусть MM' есть прямая, соединяющая точки касанія сторонъ CA и CB тр-ка ABC съ вписаннымъ въ него кругомъ. Если какую нибудь точку D прямой MM' соединить съ A и B и обозначить чрезъ β и α пересѣченія этихъ прямыхъ съ AC и BC, то прямая $\alpha\beta$ будетъ касательной къ кругу, вписанному въ тр'къ.

Въ заключеніе предлагаются слѣдующія задачи:

1. Построить тр-къ по данному произведенію m^3 разстояній его ортоцентра отъ вершинъ, радіусу круга описаннаго R и одной изъ медіанъ l.

II. Построить тр-къ по данному углу A, суммѣ $2s$ прилежащихъ къ нему сторонъ и суммѣ $2d$ разстояній центра вписаннаго въ него круга отъ вершинъ B и C.

III. Построить тр-къ по данной сторонѣ $BC = a$, разности 2δ прилежащихъ къ ней угловъ и суммѣ $2d$ разстояній центра вписаннаго круга отъ вершинъ B и C.

IV. Построить тр-къ по данной суммѣ его двухъ сторонъ $AB + AC = 2s$, разности 2δ угловъ B и C и суммѣ $2d$ разстояній центра вписаннаго круга отъ вершинъ B и C.

Exercices divers. Par *M. A. Boutin.* №№ 420 — 422. Три теоремы относительно коническихъ сѣченій.

Correspondance.

Question proposée au concours d'agrégation de 1895.

Bibliographie.

Baccaleureats.

Questions. №№ 119, 199, 661, 359, 668.

Questions proposées. №№ 728, 729.

Bulletin de la Société Astronomique de France.

№ 2—1898.

Les étoiles doubles. *C. Flammarion.* **Complement à l'étude précédente.** *C. F.*

Въ двойной системѣ γ Дѣвы. одна изъ звѣздъ со времени Брадлея т. е. приблизительно въ 188 л. совершила полный оборотъ. По этому поводу Фламмаріонъ даетъ списокъ 25 двойныхъ системъ, гдѣ уже удалось прослѣдить полный оборотъ; наименьшій періодъ обращенія въ $5^1/_2$ л. у β 883.

Движеніе происходитъ то въ прямомъ направленіи т. е. съ Сѣвера черезъ Востокъ на Югъ, то въ обратномъ. Въ этихъ системахъ съ небольшимъ періодомъ цвѣта составляющихъ почти одинаково-желтоватые. Приложенъ раскрашенный рисунокъ наиболѣе красивыхъ двойныхъ системъ.

Въ двойныхъ системахъ, состоящихъ изъ различно окрашенныхъ звѣздъ, обыкновенно болѣе яркая звѣзда своимъ цвѣтомъ приближается къ красному. Спектральный анализъ показалъ, что въ β Лебедя менѣе яркая относится къ типу бѣлыхъ звѣздъ. Такъ какъ красныя, оранжевыя звѣзды больше подвинулись въ своей эволюціи, то является такое кажущееся противорѣчіе: какимъ образомъ большая звѣзда скорѣе охладилась, чѣмъ меньшая? Дѣло нѣсколько разъясняется фотографіей: если сравнить фотографическій снимокъ части неба около Альдебарана съ тѣмъ, что мы видимъ, то оказывается, что величина изображенія совсѣмъ не пропорціональна видимому блеску звѣзды; такъ Альдебаранъ на фотографіи равенъ звѣздѣ 4 величины, δ_1 и δ_2, равныя на фотографіи, на самомъ дѣлѣ кажутся одна 4, другая 6 вел. и т. д. Такимъ образомъ разница въ блескѣ звѣздъ совсѣмъ не свидѣтельствуетъ о разницѣ въ величинѣ, а только о томъ, что одна звѣзда испускаетъ болѣе дѣйствующихъ на глазъ лучей, другая менѣе; зато послѣдняя можетъ испускать болѣе химическихъ лучей, чѣмъ первая. Отсюда вытекаетъ, что большей звѣздой резоннѣе считать ту, которая дастъ меньше темныхъ линій въ спектрѣ, ту, цвѣтъ которой ближе къ фіолетовому концу спектра.

Soc. Astr. de Fr. Séance du 5 Janv. 1898.

Influence du Magnétisme sur la lumière. *A. Cornu.* (См. В. О. Ф. № 262).

Les satellites de Jupiter. *E. E. Barnard.* На Обсерваторіи Лика въ 36 дюйм. рефракторъ Барнару удалось нѣсколько разъ видѣть на 3 спутникѣ Юпитера сѣверный полярный сегментъ настолько яркимъ, что вслѣдствіе иррадіаціи онъ выдавался за предѣлы спутника; на 4 спутникѣ два раза удалось видѣть южный полярный сегментъ.

Climatologie de l'année 1897. *C. F.*

Сопоставленіе кривыхъ хода метеорологическихъ элементовъ съ кривой склоненія луны и съ ея фазами никакого совтвѣтствія не обнаруживаетъ.

Observations des Leonides *F. Quénnisset.*

Леонидовъ удалось въ ночь 12—13 Н. наблюдать очень много. Отличительная черта: слабые, движенiе быстрое.

Observations de l'essaim des Orionides de 12—14 Déc. à Athènes. *D. Eginitis.*

12 Дек. 1896 г. Эгинитисъ въ Аѳинахъ удалось наблюдать довольно обильное (50 въ 3 часа) паденiе метеоровъ съ радiантомъ въ Орiонѣ. Въ 1897 г. они также были видны, не смотря на свѣтъ луны; 12 Д. въ теченiе 3 часовъ было замѣчено 10, 13 Д.—въ 4 часа—11, 14 Д. въ 3 ч—4; траекторiи всѣхъ ихъ кажутся выходящими изъ круга радiусомъ въ 6^0; координаты центра этого круга слѣд.

$$AR = 82^0, D = + 5^0.$$

Les cartes photographiques lunaires. *C. M. Gaudibert.*

Въ настоящее время имѣется 3 изданiя лунныхъ картъ, полученныхъ съ помощью фотографiи. Первое по времени это изд. обсерваторiи Лика. Второе (вышло 2 выпуска) появляется въ Парижѣ: оно даетъ въ 15 разъ увеличенныя фокальныя изображенiя луны въ большомъ колѣнчатомъ рефракторѣ Парижской Обсерваторiи: дiаметръ всей луны при такомъ увеличенiи = 2,58 метра. Наконецъ появляющееся въ Прагѣ изданiе дастъ луну дiаметромъ въ 4 метра; это въ 24 раза увеличенныя фокальныя изображенiя Ликовской Обсерваторiи; на этихъ картахъ видны кратеры менѣе 1 кил. въ дiаметрѣ.

L'heure décimale *Ch. Duprat.*

Nouvelles de la Science. Variétés.

Chèvremont 4 Сент. 1897 г. замѣтилъ на восточномъ краю звѣздной кучи Мессье (2 Водолея) звѣздочку 12 величины, не отмѣченную на картѣ Фламмарiона, хотя тамъ и отмѣчены звѣздочки такой-же яркости. Это навело Шевремона на мысль, не перемѣнная ли это звѣзда. Слѣдя за ней до 20 Н., онъ замѣтилъ, что блескъ ея измѣняется отъ 12 до 14 вел., приблизительный же перiодъ = 30 днямъ.

13 Ноября наблюдалось довольно рѣдкое явленiе—покрытiе луной одной изъ малыхъ планетъ (Цереры); удалось наблюдать только выхожденiе, которое произошло не вдругъ, какъ для неподвижной звѣзды, а постепенно въ теченiе 1—2 сек.

Le ciel du 15 Févr. au 15 Mars.

№ 3—1898.

L'éclipse partielle de Lune du 7 Janvier 1898. *G. A.*

Частное лунное затменiе 7 Янв. 1898 г. удалось наблюдать во многихъ мѣстахъ при благопрiятныхъ обстоятельствахъ; удалось даже получить фотографическiе снимки различныхъ фазъ затменiя. Была затѣнена южная часть диска до Тихо. Тѣнь очень густая, была сѣроватаго цвѣта съ синеватымъ оттѣнкомъ (зеленоватымъ по заявленiямъ нѣкоторыхъ наблюдателей); деталей лунной поверхности въ затемненной части не было видно кромѣ свѣтлыхъ лучей приходящихся отъ Тихо; полутѣнь имѣла розоватый цвѣтъ. На снимкахъ тѣнь и полутѣнь сливаются и видны даже тогда, когда невооруженный глазъ ихъ не замѣчаетъ

Soc Astr. de France. Séance du 2 Févr. 1898.

Observations de la planète Mars en 1886. Par *Schiaparelli.* Скiапарелли издалъ свой пятый мемуаръ о Марсѣ содержащiй наблюденiя во время оппозицiи 1886 г., содержанiе коего и изложено вкратцѣ въ статьѣ. Сравнительно съ предыдущей оппозицiей произошли нѣкоторыя перемѣны; двоенiй замѣчалось очень много. Особенный интересъ представляетъ описанiе возникновенiя на глазахъ наблюдателя Lacus Hyperboreus, имѣющаго въ дiаметрѣ около 600 кил 26 Марта на этомъ мѣстѣ еще ничего не было видно; 27-го Iaxate далъ отростокъ по направленiю къ полярному сегменту, 28 озеро вполнѣ образовалось и оставалось въ томъ же видѣ 30 31 Марта, 2, 3, 5 Апр.—Минимальный дiаметръ полярный сегментъ имѣлъ мѣсяца черезъ 1½ послѣ лѣтняго солнцестоянiя; сегментъ расположенъ эксцентрично относительно полюса.

Autres mondes, autres êtres, les forces inconnues et les radiations invisibles pour nos yeux. *W. Crookes*

Всѣмъ извѣстна тѣсная зависимость между живымъ организмомъ и окружающими условіями: стоитъ только измѣниться одному изъ этихъ условій и организмъ, принаровляясь къ измѣнившимся условіямъ, измѣнится. Для примѣра Круксъ задался вопросомъ, какъ отозвалось бы на организмѣ нашемъ измѣненіе въ напряженности тяжести. Допустимъ, что притяженіе удвоилось бы. Для того чтобы поддерживать себя въ равновѣсіи и имѣть возможность двигаться, организму потребовались бы болѣе сильные, болѣе объемистые мускулы; для поддержки ихъ потребовалось бы соотвѣтственное измѣненіе скелета; для питанія болѣе массивныхъ мышцъ потребовались бы болѣе обширные пищеварительные органы, болѣе дѣятельная кровеносная система, болѣе обширныя легкія и т. д. Однимъ словомъ тѣло стало бы гораздо больше. Вѣроятно, центръ тяжести для приданія большей устойчивости перемѣстился бы внизъ и большинство животныхъ принадлежало бы къ пресмыкающимся; птицы, летающія насѣкомыя, исчезли бы или стали бы рѣдкостью; растенія, цвѣты коихъ нуждаются въ перекрестномъ опыленіи при помощи насѣкомыхъ, сдѣлались бы исключеніемъ.

Совершенно противоположное произошло бы при уменьшеніи напряженности тяжести. Теперь спрашивается, какъ бы уменьшеніе размѣровъ отозвалось на міросозерцаніи мыслящаго существа—гомункула?

Представимъ себѣ гомункула микроскопическихъ размѣровъ. Вниманіе его прежде всего привлеклось бы такими явленіями, которыя мы узнаемъ только послѣ нѣкотораго прогресса жизни. Его вниманіе привлекли бы явленія поверхностнаго натяженія, капиллярность, броуновскія движенія и т. д. Поверхность жидкости ему казалась бы кривой, онъ не могъ бы вылить воды изъ сосуда, если бы ему удалось ея зачерпнуть, многія тѣла, не взирая на различный удѣльный вѣсъ, плавали бы на поверхности воды и т. д. Однимъ словомъ тяжесть такому существу не казалась бы всеобщей силой т. е. такой, которой подвержены всѣ тѣла. Не имѣя возможности располагать большими количествами матеріи, такое существо не могло бы добыть огня и всѣ его свѣдѣнія по физикѣ и химіи сильно разнились бы отъ нашихъ. Если представить себѣ мыслящее существо очень большихъ размѣровъ, то результаты получились бы иные. Оно не могло бы сдѣлать ни одного движенія безъ сильнаго развитія теплоты.

Представимъ себѣ мыслящее существо, способное замѣчать въ секунду въ 1000 разъ больше отдѣльныхъ явленій, чѣмъ мы; такому существу многія движенія будутъ незамѣтны. Наоборотъ, представимъ мыслящее существо способное замѣчать только $\frac{1}{1000}$ тѣхъ явленій, которыя замѣчаемъ мы въ секунду; многія медленныя движенія, какъ напр. движеніе солнца по небесному своду, такому существу казались бы изумительно быстрыми.

Отсюда выводъ: наше познаніе окружающихъ явленій субъективно, оно зависитъ не только отъ самихъ явленій, но и отъ свойствъ изучающаго субъекта; вокругъ насъ могутъ происходить явленія, которыхъ мы не замѣчаемъ вслѣдствіе своей организаціи.

Обращаясь къ міру колебаній, Круксъ располагаетъ ихъ по классамъ, такъ что первому классу соотвѣтствуетъ 2 колебанія въ сек., а каждому слѣдующему вдвое больше. Классамъ 5—15 т. е. числамъ колебаній отъ 32 до 32768 соотвѣтствуетъ звукъ, классамъ 16—32—электромагнитные лучи, 35—45 45—51 кл.—свѣтовые и ультрафіолетовые лучи: затѣмъ снова начинается неизвѣстная область; можетъ быть 58—61 кл. соотвѣтствуютъ X—лучамъ и т. д. Есть такимъ образомъ двѣ группы колебаній: одна соотвѣтствуетъ промежутку отъ 1048576 до 34359738368 колебан. въ секунду, другая—колебаніямъ болѣе быстрымъ, чѣмъ ультрафіолетовыя; какія явленія соотвѣтствуютъ этимъ колебаніямъ мы не знаемъ и въ то же время нѣтъ никакого основанія полагать, чтобъ такія колебанія были невозможны въ эфирѣ, чтобъ имъ не соотвѣтствовали нѣкоторыя явленія.

Круксъ высказываетъ предположеніе, что второй изъ этихъ группъ могутъ соотвѣтствовать малоизслѣдованныя явленія телепатіи, внушенія мыслей на разстояніи. Подобно тому какъ путемъ слова мы можемъ передавать свои мысли другому лицу, пользуясь для этого колебаніями воздуха, вызванными нашимъ органомъ рѣчи, такъ мы можемъ представить что въ мозгу у человѣка имѣются нѣкоторые нервные центры, вещество коихъ способно приходить въ весьма быстрыя колебанія, которыя, распространяясь въ эфирѣ, могутъ вызвать синхроническія колебанія нервнаго центра другого лица; если допустить, что эти лучи подобно X—лучамъ распространяются не преломляясь и не отражаясь и способны проникнуть чрезъ всѣ тѣла, то этимъ мы получимъ правдоподобныя объясненія вышеуказанныхъ явленій телепатіи, внушенія, не прибѣгая ни къ какимъ сверхестественнымъ явленіямъ и не ставя ихъ въ противорѣчіе съ извѣстными законами науки. Лицомъ воспріимчивымъ въ такомъ случаѣ будутъ то, нервный центръ котораго способенъ къ тѣмъ же колебаніямъ, какъ и у передающаго лица.

Eclats visuels photographiques des étoiles. *C. F.*

Etoils filantes de Nov. 1897. *L. Libert.*

Nouvelles de la Science. Variétés.

Le ciel du 15 Mars au 15 Avril: *К. Смоличъ.* (Умань).

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ и БРОШЮРЫ.

128. **Матеріалы для флоры Бузулукскаго уѣзда Самарской губ.** *Д. Янишевскаго.* (Труды Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. Т. XXXII, вып. 2). Казань 1898. Ц. 50 к.

129. **Матеріалы для антропологіи Сибири. IX. О курганныхъ искусственно-деформированныхъ черепахъ Сибири.** И. д. прозектора *С. Чугунова.* (Труды Общ. Ест. при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. Т. XXXII, вып. 3). Казань. 1898. Ц. 30 к.

130. **Фауна эоценовыхъ отложеній на Волгѣ между Саратовымъ и Царицынымъ.** *А. Нечаевъ.* (Труды Общ. Ест. при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ). Казань. 1897. Ц. 4 р.

131. *В. Ротертъ.* **О строеніи оболочки растительныхъ сосудовъ.** (Труды Общ. Ест. при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ). Казань 1897. Ц. 50 к.

132. **I. Почва и грунтовая вода нѣкоторыхъ мѣстностей Казани. II. Составъ воды нѣкоторыхъ артезіанскихъ колодцевъ.** Проф. *А. Я. Щербакова.* (Труды Общ. Ест. при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. Т. XXX, вып. 5). Казань 1896. Ц. 75 к.

133. *Вячеславъ Заленскій.* **О кристаллоносныхъ клѣткахъ съ опробковѣлыми оболочками.** (Труды Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ Университетѣ. Т. XXX, вып. 6). Казань 1897. Ц. 50 к.

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *К. Пеніонжкевича* (Лубны) 523, 525, 527, 528 (3 сер.); *К. Годжаманбекова* 525 (3 сер.); *В. Морозова* (Тамбовъ) 512, 521, 522, 525, 527 (3 сер.); *А. Варенцова* (Ростовъ н/Д) 414, 509, 510, 516, 521, 522, 523, 524, 525, 528 (3 сер.); *Я. Теплякова* (Кіевъ) 515 (3 сер.); *А. Гвоздева* (Курскъ) 521, 525, 527, 530, 531, 532 (3 сер.); *П. Лисевича* (Курскъ) 527, 528, 530, 531, 532 (3 сер.); *Л. Магазаника* (Бердичевъ) 532 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 446, 492, 523, 531 (3 сер.); *П. Мартьева* (Полтава) 518 (3 сер.); *А. Шатунова* (Полтава) 518 (3 сер.); *И. Поповскаго* (Умань) 523, 524, 525, 527, 528, 532, 533 (3 сер.); *Я. Теплякова* (Кіевъ) 532 (3 сер.); *П. Полушкина* (Знаменка) 535, 536 (3 сер.).

Редакторъ В. А. Циммерманъ. Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою. Одесса, 10-го Февраля 1898 г.
„Центральная типо-литографія", уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

Обложка
ищется

Обложка
ищется