Обложка
ищется

Обложка
ищется

XXI Сем. № 2.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 242.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРІЯ ЭЛЛИПСА.

(Отвѣтъ на тему, предложенную профессоромъ Ермаковымъ въ № 110 „Вѣстника").

(Продолженіе).*

IV. Центръ и оси.

13. Двѣ точки A и B называются *симметричными* относительно точки O, если послѣдняя совпадаетъ съ срединой отрѣзка AB.

Если для всякой точки M данной кривой можно найти на той же кривой другую точку M′, симметричную съ точкой M относительно данной точки O, то точка O называется *центромъ* данной кривой. Это опредѣленіе центра выражаютъ иногда короче, говоря: *центромъ кривой называется точка, относительно которой всѣ точки кривой попарно симметричны.*

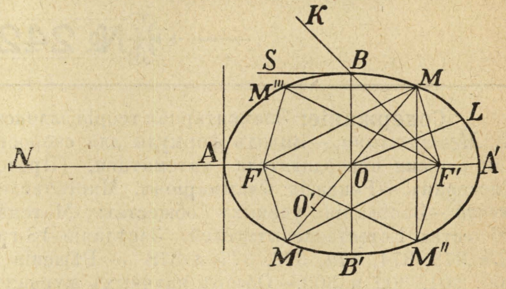
14. Если нѣкоторая точка O служитъ центромъ кривой второго порядка, то всякая хорда этой кривой, лежащая на прямой, проходящей чрезъ центръ, дѣлится въ центрѣ пополамъ.

*) См. „Вѣстника Оп. Физики" №№ 239 и 240..

Дѣйствительно, пусть M (черт. 6) — одинъ изъ концовъ хорды, проходящей черезъ центръ O; точка M′, симметричная съ точкой M относительно центра O, согласно съ опредѣленіемъ центра, лежитъ на данной кривой второго порядка. Если бы другой конецъ хорды не совпадалъ съ точкой M′, то прямая MO встрѣчала бы кривую второго порядка въ трехъ точкахъ, что невозможно; поэтому другой конецъ хорды совпадаетъ съ точкой M′; хорда же MM′ дѣлится въ точкѣ O пополамъ.

15. **Теорема.** *Средина разстоянія между фокусами есть центръ эллипса.*

Обозначимъ средину прямой FF′ черезъ O. Соединивъ точку O съ какой-нибудь точкой M эллипса, продолжимъ отрѣзокъ MO (черт. 00) до точки M′ такъ, чтобы отрѣзки OM′ и OM были равны. Затѣмъ соединимъ точки M и M′ съ фокусами. Такъ какъ прямыя OF и OM равны соотвѣтственно прямымъ OF′ и OM′ по построенію, а углы MOF и M′OF′ равны, какъ вертикальные, то треугольники MOF и M′OF′ равны, откуда находимъ, что $MF = M'F'$ (7). Точно также изъ треугольниковъ M′OF и MOF′ найдемъ, что $MF' = M'F$ (8). Складывая равенства (7) и (8) мы получимъ



Фиг. 6.

$$MF + MF' = M'F + M'F' \quad (9).$$

Но точка M лежитъ на эллипсѣ, откуда слѣдуетъ, что $MF + MF' = 2a$, а потому, вслѣдствіе равенства (9), и $M'F + M'F' = 2a$; слѣдовательно точка M′ тоже лежитъ на эллипсѣ. Такимъ образомъ для всякой точки M эллипса можно найти точку M′, симметричную съ точкой M относительно точки O и тоже лежащую на эллипсѣ, а потому точка O есть, дѣйствительно, центръ эллипса.

Примѣчаніе. Центръ эллипса лежитъ внутри его, такъ какъ (§ 5) онъ находится на отрѣзкѣ FF′, соединяющемъ фокусы. Отсюда слѣдуетъ, что всякая прямая, проходящая черезъ центръ эллипса, встрѣчаетъ его въ двухъ (§ 12) точкахъ; хорда, соединяющая эти точки, дѣлится (§ 14) въ центрѣ пополамъ.

16. **Теорема.** *Эллипсъ имѣетъ лишь одинъ центръ.*

Допустимъ, что кромѣ центра O (черт. 6) эллипсъ имѣетъ еще центръ O′. Тогда прямая OO′, какъ проходящая черезъ центръ эллипса O, встрѣтила бы эллипсъ (§ 15 примѣчаніе) въ двухъ точкахъ M и M′, причемъ (§ 14) обѣ точки O и O′ оказались бы срединой хорды MM′; но это невозможно, откуда слѣдуетъ, что эллипсъ имѣетъ лишь одинъ центръ.

17. Двѣ точки A и B называются *симметричными относительно нѣкоторой прямой* L, если эта прямая встрѣчаетъ отрѣзокъ AB въ его срединѣ подъ прямымъ угломъ.

Если для всякой точки M данной кривой можно найти точку M′, симметричную относительно данной прямой L съ точкой M и тоже лежащую на данной кривой, то прямая L называется *осью симметрiи* или просто *осью* данной кривой. Опредѣленiе это выражаютъ короче въ такой формѣ: *Осью кривой называется прямая, относительно которой всѣ точки кривой попарно симметричны.*

Ось дѣлитъ плоскую кривую на двѣ равныя части; въ самомъ дѣлѣ, если мы перегнемъ плоскость кривой по оси и наложимъ одну ея часть на другую, то обѣ части кривой совпадутъ, ибо всѣ точки той и другой части кривой находятся на одинаковыхъ разстоянiяхъ отъ оси.

18. Если нѣкоторая прямая служитъ осью для кривой второго порядка, то всякая хорда этой кривой, лежащая на прямой, перпендикулярной къ оси, дѣлится ею пополамъ. Дѣйствительно, пусть точка M—одинъ изъ концовъ хорды, перпендикулярной къ оси FF′. Точка M″, симметричная (черт. 6) съ точкой M относительно оси FF′, согласно съ опредѣленiемъ оси, лежитъ также на данной кривой второго порядка. Если бы другой конецъ хорды не совпадалъ съ точкой M″, то прямая MM″ встрѣчала бы кривую второго порядка въ трехъ точкахъ, что невозможно; слѣдовательно другой конецъ хорды есть точка M″; хорда же MM″ дѣйствительно дѣлится осью пополамъ.

19. **Теорема.** *Прямая, проходящая черезъ фокусы, есть ось эллипса.*

Изъ какой-нибудь точки эллипса M опустимъ перпендикуляръ MP (на чертежѣ точки P и Q опущены) на прямую FF′ и продолжимъ его до точки M″ (черт. 6) такъ, чтобы прямыя MP и PM″ были равны. Соединимъ точки M и M″ съ фокусами. Прямыя MF и MF′ равны соотвѣтственно прямымъ M″F и M″F′, какъ наклонныя, равно удаленныя отъ основанiя перпендикуляра, а потому находимъ: $M''F+M''F'=MF+MF'$, откуда слѣдуетъ, что $M''F+M''F'=2a$, такъ какъ M—точка эллипса. Такимъ образомъ точка M″ также лежитъ на эллипсѣ. Итакъ каждой точкѣ эллипса отвѣчаетъ другая точка той же кривой, симметричная съ первой точкой относительно прямой FF′, а потому эта прямая дѣйствительно есть ось эллипса.

20. **Теорема.** *Прямая* OB, *перпендикулярная къ оси* FF′ *въ точкѣ ея* O, (черт. 6) *есть также ось эллипса.*

Изъ какой-нибудь точки эллипса M опустимъ на прямую OB перпендикуляръ MQ и продолжимъ его на равное разстоянiе до точки M‴; такъ что $MQ = QM'''$. Соединимъ затѣмъ точки M и M‴ съ фокусами. Двѣ трапецiи F′MQO и FM‴QO равны между собою; дѣйствительно, сторона OF равна сторонѣ OF′, сторона OQ — общая, стороны MQ и QM‴ равны по построенiю, а также углы QOF′ и OQM, какъ прямые, равны соотвѣтственно прямымъ угламъ QOF и OQM‴; слѣдовательно, трапецiи F′MQO и FM‴QO при наложенiи совпадаютъ. Изъ равенства этихъ трапецiй слѣдуетъ, что уголъ MF′F и сторона MF′ равны соотвѣтственно углу M‴FF′ и сторонѣ M‴F, откуда выводимъ, что треугольники MF′F и M‴FF′, имѣющiе кромѣ того общую сторону FF′, также равны. Изъ равенства этихъ треугольниковъ вытекаетъ равенство прямыхъ MF и M‴F′, откуда, принимая во вниманiе, что прямыя MF′ и M‴F, какъ показано выше, также равны, выводимъ

$$M'''F + M'''F' = MF + MF',$$

или, такъ какъ M—точка эллипса,

$$M'''F + M'''F' = 2a.$$

Слѣдовательно точка M''' также лежитъ на эллипсѣ.

Такимъ образомъ прямая OB, дѣйствительно, есть ось эллипса.

21. Оси FF' и BB' проходятъ черезъ центръ O, а потому каждая изъ нихъ (см. 15 прим.) встрѣчаетъ эллипсъ въ двухъ точкахъ: ось FF'—въ точкахъ A и A', ось BB'—въ точкахъ B и B' (черт. 6).

Хорда AA' носитъ названіе *большой оси эллипса*, а хорда BB'—*малой оси эллипса.* Концы, какъ большой такъ и малой оси, т. е. точки A и A', B и B' называются *вершинами эллипса*.

Выше (§ 2) мы нашли радіусы векторы точекъ A и A'. Складывая равенства

$$AF = a - c \text{ и } A'F = a + c,$$

находимъ:

$$AA' = 2a,$$

т. е. *длина большой оси равна постоянной суммѣ радіусовъ векторовъ точекъ эллипса.*

Прямыя BF и BF' равны, какъ наклонныя, равно удаленныя отъ основанія перпендикуляра BO; такъ какъ сумма этихъ наклонныхъ равна $2a$, то каждая изъ нихъ равна a. Итакъ каждый изъ радіусовъ векторовъ точки B равенъ a; съ помощью такихъ же разсужденій найдемъ, что каждый изъ радіусовъ векторовъ точки B' также равенъ a.

Длину малой оси BB' обозначаютъ обыкновенно черезъ $2b$; величины a и b носятъ названіе *большой* и *малой полуосей эллипса.*

Изъ прямоугольнаго треугольника BOF имѣемъ:

$$BF^2 = OF^2 + OB^2,$$

или, вводя сдѣланныя нами обозначенія:

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Такова зависимость между полуосями эллипса и половиной фокуснаго разстоянія.

22. Проведемъ какую-нибудь хорду MM' черезъ центръ эллипса O (черт. 6). По свойству центра $MO = M'O$. Проведемъ также прямыя MF, MF' и $M'F$.

Изъ равенства треугольниковъ OFM' и $OF'M$ находимъ, что $M'F = MF'$.

Изъ треугольника MFM' имѣемъ:

$$MM' < MF + M'F,$$

или такъ какъ

$$M'F = MF',\ MM' < MF + MF'.$$

Но

$$MF + M'F = 2a = AA' \text{ (§ 21)},$$

а потому

$$MM' < AA',$$

т. е. наибольшая изъ всѣхъ хордъ, проходящихъ черезъ центръ эллипса, есть большая ось.

Такъ какъ OM есть половина хорды MM', а OA—половина хорды AA', то имѣемъ также:

$$OM < OA,$$

т. е. *концы большой оси суть наиболѣе удаленныя отъ центра точки эллипса.*

Проведемъ теперь какую-нибудь хорду ML, не проходящую черезъ центръ.

Соединивъ концы ея съ центромъ, имѣемъ:

$$ML < OM + OL.$$

Такъ какъ, по только что доказанному предложенію,

$$OM < OA \text{ и } OL < OA,$$

то

$$OM + OL < 2OA,$$

или

$$OM + OL < AA',$$

а потому и подавно

$$ML < AA'.$$

Итакъ наибольшая изъ всѣхъ хордъ эллипса есть большая ось.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

Гелій.

(*Окончаніе* *).

Первоначальныя опредѣленія **плотности** гелія Рамзаемъ [34]) давали величины, близкія къ 3; получилась разъ даже величина 3,89 [35]); но эти высокія числа должно объяснить недостаточнымъ очищеніемъ гелія, съ которымъ производились опыты. По мѣрѣ усовершенствованія способовъ очистки гелія, получавшагося изъ различныхъ минераловъ, плотность его становилась все меньше и меньше; колебанія въ величинѣ плотности различныхъ образцовъ гелія весьма незначительны, какъ можно видѣть изъ слѣдующихъ чиселъ, взятыхъ изъ послѣдней статьи Рамзая[36]):

*) См. № 241 „Вѣстника Оп. Физики".
[34]) Transactions of the Chemical Society, 1895.
[35]) Nature, 1895, № 1333.
[36]) Proceedings of the Royal Society, T. LIX, 1896, № 357.

Гелій изъ брöггерита имѣетъ плотность въ среднемъ 2,181
„ „ самарскита „ „ „ 2,118
„ „ фергусонита „ „ „ 2,140

По опредѣленію Клеве[37]) плотность гелія изъ клевеита (изъ этого минерала гелій, повидимому, получается наиболѣе чистымъ) равна 2,02; опредѣленія Ланглета[38]) дали величину, очень близкую къ 2,00.

Атомный вѣсъ, какъ извѣстно, есть удвоенная плотность, слѣдовательно изъ приведенныхъ чиселъ плотности для атомнаго вѣса гелія вытекаетъ величина между 4,36 и 4,00. О нахожденіи гелія въ системѣ элементовъ будетъ сказано въ концѣ статьи.

Длина волны звука въ геліи была опредѣлена Рамзаемъ совмѣстно съ Колли и Траверсомъ[39]). Опыты производились въ трубкѣ, длиною въ 1 метръ съ внутреннимъ діаметромъ въ 9 милл. Длина полуволны оказалась равной 98,8 мм. при 18,9⁰, а для воздуха при 20,1⁰ при тѣхъ-же совершенно условіяхъ 36,04 мм. Опытъ былъ произведенъ еще разъ; для гелія получилась величина 101,5 мм. Изъ послѣдней величины вычисляется[40]) отношеніе теплоемкостей при постоянномъ давленіи и постоянномъ объемѣ $\frac{C_p}{C_v}$ равнымъ 1,652; величина эта настолько близка къ теоретической 1,66, что гелій, подобно аргону, надо признать газомъ одноатомнымъ, т. е. заключающимъ въ своей частицѣ одинъ только атомъ[41]).

Растворимость гелія въ водѣ[42]) оказалась крайне незначительной, а именно: при 18,2⁰ въ водѣ она равна всего 0,0073. Это—наименьшая растворимость, до сихъ поръ наблюдавшаяся для какого-либо газа. Такъ какъ растворимость газа имѣетъ отношеніе къ температурѣ кипѣнія его, то уже отсюда Рамзай заключилъ, что гелій долженъ кипѣть необычайно низко.

И дѣйствительно, предвидѣнія Рамзая вполнѣ оправдались. Опыты **сжиженія** гелія были произведены краковскимъ профессоромъ Ольшевскимъ,—только что передъ тѣмъ вполнѣ удачно сгустившимъ[43]) водородъ и опредѣлившимъ его температуры критическую (—234,5⁰) и кипѣнія (—243,5⁰),—сначала въ томъ-же самомъ приборѣ[44]); гелій былъ охлажденъ до—205⁰ при давленіи въ 140 атмосферъ; но при расширеніи его до 1 атмосферы не было замѣтно даже слѣдовъ тумана. Опы-

---

37) Comptes Rendus, 1895, I сем. № 22.
38) Zeitschrift für anorganische Chemie, T. X, 1895, стр. 189.
39) Transactions of the Chemical Society, 1895, и Nature, 1895, № 1333.
40) Вычисленіе это совершенно такое-же, какъ для аргона. См. „Аргонъ", В. Гернета, стр. 15—16.
41) Для газовъ неодноатомныхъ эта величина значительно меньше, напр. для воздуха 1,3924, для углекислоты 1, 298, для водорода 1,384. (Maneuvrie, Annales de Chimie et de Physique, 1895, T. VI, стр. 216).
42) Trans. Chem. Soc. 1895
43) Philosophical Magazine, № 243. Рефератъ—Журналъ Р. Ф. Х. О., томъ XXVII (2) стр. 155.
44) Nature, 1895, № 1353.

шемъ нѣсколько подробнѣе послѣдній опытъ К. Ольшевскаго[45]), такъ какъ онъ позволяетъ видѣть, какими низкими температурами теперь можетъ располагать наука. Сначала гелій, подъ давленіемъ 125—140 атмосферъ, посредствомъ жидкаго воздуха[46]), кипящаго подъ давленіемъ 10 мм., охлаждался до—210° затѣмъ произведено было постепенное расширеніе гелія до давленія въ одну атмосферу, чѣмъ достигалась *температура въ—264°*, наиболѣе низкая изъ достигнутыхъ нынѣ температуръ. Такъ какъ находившагося въ распоряженіи Ольшевскаго гелія было немного (этотъ гелій былъ присланъ Ольшевскому Рамзаемъ), то оказалось невозможнымъ непосредственно опредѣлять температуру его во время опыта; она вычислялась по формулѣ Лапласа и Пуассона:

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

гдѣ T и p—первоначальныя температура и давленіе газа, T_1 и p_1—конечныя; k есть отношеніе теплоемкостей, $\frac{C_p}{C_v}$, для гелія равное 1,65. Ни разу не наблюдалось даже появленія тумана, такъ что надо принять, что температура кипѣнія гелія лежитъ во всякомъ случаѣ ниже —264°. Такимъ образомъ гелій является единственнымъ нынѣ извѣстнымъ *постояннымъ* газомъ, т. е. еще не сжиженнымъ. Ольшевскій предлагаетъ его употреблять въ газовыхъ термометрахъ для опредѣленія нижайшихъ температуръ. Сравненіе геліеваго и водороднаго термометровъ въ предѣлахъ температуры—182° и—210°,6 доказало полнѣйшее тождество показаній ихъ.

Расширеніе гелія опредѣлено Куэненомъ и Рандолемъ[47]), вмѣстѣ съ расширеніемъ аргона и воздуха. Изъ каждаго газа были приготовлены газовые термометры, по которымъ и опредѣлялись коэффиціенты расширенія. Получились во предѣлахъ температуры 0°—100° слѣдующіе коэффиціенты расширенія:

для	гелія	0,003665
„	аргона	0,003668
„	воздуха	0,003670 (по Вибе).

По расширенію, слѣдовательно, какъ аргонъ, такъ и гелій приближаются къ такъ называемымъ совершеннымъ газамъ.

Для **коэффиціента преломленія** гелія имѣются слѣдующія сравнительныя данныя по отношенію къ аргону и воздуху по работѣ Ралея[48]):

коэффиціентъ	преломленія	въ воздухѣ	1
„	„	аргонѣ	0,961
„	„	геліи	0,144

[45]) Ibidem, 1896, № 1399.

[46]) Ольшевскій нашелъ, что при помощи жидкаго воздуха можно достигнуть болѣе низкихъ температуръ, чѣмъ при помощи жидкаго кислорода.

[47]) Chemical News, 1895, № 1882.

[48]) Chemical News, 1895, № 1876.

Для гелія имѣется наименьшая до сихъ поръ наблюденная величина:

Тѣмъ же авторомъ[49]) опредѣлена и *вязкость,* т. е. скорость истеченія черезъ очень тонкій капилляръ.

Вязкость	воздуха	1
„	гелія	0,96
„	аргона	1,21

Послѣдняя величина есть наибольшая; только кислородъ приближается къ аргону (вязкость его равна 1,11).

Наконецъ еще для гелія изучены: длина электрической искры въ немъ, электропроводность и диффузія его.

Длина электрической искры въ разныхъ газахъ — при всѣхъ прочихъ равныхъ условіяхъ—не одинакова. Наттереръ показалъ, что въ одноатомныхъ газахъ она длиннѣе, чѣмъ въ двуатомныхъ, между которыми она длиннѣе въ газахъ болѣе простого молекулярнаго состава. Колли и Рамзай[50]) нашли, что длина электрической искры (при равныхъ условіяхъ)

въ геліѣ	равна	250—300	мм;
„ кислородѣ	„	23	„
„ воздухѣ	„	33	„
„ аргонѣ	„	45	„

Всѣ газы находились подъ атмосфернымъ давленіемъ.

Надо также отмѣтить замѣчательно большую **электропроводность** гелія (Рамзай[51]) а также свойство гелія диффундировать гораздо скорѣе чѣмъ какъ слѣдовало-бы изъ плотности гелія по закону диффузіи Грэгема. Подробностей и числовыхъ данныхъ ни для электропроводности, ни для диффузіи гелія пока еще не опубликовано.

Химическія свойства гелія въ настоящее время еще неизвѣстны; гелій вполнѣ индифферентенъ; онъ ни съ чѣмъ пока ни при какихъ условіяхъ не соединенъ. Признаки соединенія съ магніемъ и другими металлами Троостъ и Увраръ[52]) видятъ въ слѣдующемъ явленіи: если въ одной и той же плюкеровской трубкѣ съ геліемъ очень долго пропускать электрическія искры между магніевыми, алюминіевыми или платиновыми электродами, то спектръ дѣлается слабѣе и слабѣе и наконецъ вполнѣ исчезаетъ. Въ трубкѣ образовывалась пустота, которая, по мнѣнію названныхъ ученыхъ, обусловливается соединеніемъ гелія съ металломъ электродовъ.

Затѣмъ для полноты можно только привести списокъ веществъ, съ которыми, по Рамзаю и Колли[53]), соединенія не происходитъ. Всѣ нижеприведенныя вещества или нагрѣвались сколько возможно въ атмосферѣ гелія. или подвергались дѣйствію электрической искры, т. е.

---

[49]) Ibidem.
[50]) Nature, 1896, стр. 478.
[51]) The Boyle Lecture. Chemical News, 1896, № 1908.
[52]) Comptes Rendus, 1895, II сем. № 10.
[53]) Chemical News, 1896, № 1906.

были примѣнены единственные два способа, имѣющіеся въ нашемъ распоряженіи для приготовленія эндотермическихъ химическихъ соединеній. Гелій не соединяется съ натріемъ, кремніемъ, бериллiемъ, цинкомъ, кадміемъ, боромъ, иттріемъ, талліемъ, титаномъ, торіемъ, свинцомъ, оловомъ, фосфоромъ, мышьякомъ, сюрьмою, висмутомъ, сѣрою, селеномъ, ураномъ, хлоромъ, кобальтомъ, платиновою чернью и бензоломъ.

Троостъ и Увраръ изслѣдовали вопросъ о происхожденіи гелія, заключающагося въ выдѣляемыхъ источниками газахъ[54]) и пришли къ тому выводу, что гелій въ эти источники можетъ попадать только изъ горныхъ породъ, гдѣ онъ находится. Этотъ выводъ вполнѣ согласуется съ фактомъ добыванія гелія изъ минераловъ. Такъ какъ находимый въ атмосферѣ гелій выдѣляется, какъ мы видѣли, изъ источниковъ, то первоисточникомъ гелія являются нѣкоторые минералы. Невольно возникаетъ вопросъ, находится-ли въ нихъ гелій въ видѣ химическаго соединенія и, если да, то какого? Съ какой составной частью минераловъ онъ соединенъ? Отвѣтъ на эти вопросы далъ Тильденъ. Въ статьѣ „соединенъ-ли гелій химически въ гелій-заключающихъ минералахъ?“ [55]) послѣ многихъ опытовъ обратнаго поглощенія—при содѣйствіи нагрѣванія и давленія — гелія тѣми минералами, изъ которыхъ онъ былъ первоначально выдѣленъ, онъ приходитъ къ тому выводу, что гелій находится въ клевеитѣ и другихъ минералахъ не въ видѣ химическаго соединенія, а въ такомъ-же состояніи, какъ водородъ, поглощенный нѣкоторыми металлами (напр. палладіемъ), т. е. въ состояніи окклюзіи. Вотъ нѣкоторыя числовыя данныя. При давленіи въ $2^1/_2$ атм. и при повторномъ нагрѣваніи до 100^0 клевеитъ обратно поглотилъ около $^1/_8$ (по объему) заключавшагося въ немъ въ природномъ состояніи гелія; при давленіи въ 7 атм. и темп. около 100^0—$^1/_4$ первоначальнаго объема гелія за 96 часовъ. Такъ какъ количество окклюзированнаго газа находится въ зависимости отъ температуры и давленія, то надо заключить, что клевеитъ находился нѣкогда подъ давленіемъ нѣсколькихъ сотъ атмосферъ гелія и при довольно высокой температурѣ.

Быстрое заключеніе о содержаніи гелія въ газахъ возможно пока только спектроскопическимъ путемъ; но и этотъ путь далеко не всегда надеженъ, какъ видно изъ опытовъ Колли и Рамзая[56]). Такъ въ водородѣ нельзя различить 33% гелія, въ азотѣ 10% гелія, въ аргонѣ 33% гелія; приблизительно такія-же числа имѣемъ мы и для аргона; изъ нихъ понятно, почему мы не всегда можемъ спектроскопическимъ путемъ непосредственно видѣть гелій или аргонъ напр. въ воздухѣ или въ только что выдѣленныхъ изъ минераловъ газахъ.

Надо еще также упомянуть о весьма остроумномъ способѣ, примѣненномъ Ралеемъ[57]) для *количественнаго опредѣленія аргона и гелія* въ смѣси, состоящей изъ этихъ двухъ газовъ. Какъ было упомянуто

[54]) Comptes Rendus, томъ CXXI, стр. 798.
[55]) Proceedings of the Royal Society, томъ LIX, стр. 218. 1896.
[56]) Nature, 1896, стр. стр. 478.
[57]) Chemical News, 1896, стр. 247.

выше, коэффиціентъ преломленія аргона близокъ къ коэффиціенту преломленія воздуха (0,916), а коэфф. прел. гелія, наоборотъ, очень малъ (0,146). Коэффиціентъ преломленія смѣси (выдѣленной изъ Батскаго источника, въ Англіи) оказался равнымъ 0,896, а отсюда легко вычисляется, что смѣсь состоитъ изъ 8% гелія и 92% аргона. Этотъ способъ опредѣленія можетъ примѣняться только физиками; для химиковъ онъ врядъ-ли доступенъ по отсутствію въ химическихъ лабораторіяхъ соотвѣтствующихъ приспособленій.

До сихъ поръ еще съ достовѣрностью не опредѣлилось, есть-ли гелій элементъ съ атомнымъ вѣсомъ около 4, или смѣсь нѣсколькихъ элементовъ. Послѣднюю мысль высказалъ уже одинъ изъ первыхъ изслѣдователей спектра гелія, Локіеръ[58]), на основаніи слѣдующихъ соображеній. Если разсматривать спектръ простого газа, производящійся электрической искрой, то при увеличеніи напряженія тока блескъ и ширина всѣхъ линій спектра увеличиваются одинаково. При сложномъ газѣ, соединеніи, мы имѣемъ сначала спектръ соединенія; при увеличивающемся напряженіи тока начинаетъ происходить диссоціація соединенія и мы кромѣ спектра соединенія видимъ еще спектры простыхъ газовъ, дающихъ соединеніе; при дальнѣйшемъ увеличеніи силы тока спектръ соединенія совершенно пропадаетъ и мы видимъ только спектръ простыхъ газовъ. Приложеніе этого метода къ гелію показало, что не всѣ линіи спектра его усиливаются одновременно съ увеличеніемъ силы тока; отсюда Локіеръ заключилъ, что гелій состоитъ изъ соединенія, характеризующагося линіей $\lambda = 667$; элементы-же характеризуются линіями $\lambda = 447$ и $\lambda = 587$ (D_3). Кромѣ того на сложность гелія указываетъ еще такой фактъ: лишь только плюкерова трубка наполнена геліемъ, электрическая искра очень блестяща, золотисто-желтаго цвѣта; но послѣ нѣкотораго времени искра постепенно слабѣетъ и дѣлается скоро едва замѣтною.

Воззрѣніе Локіера не подтвердилось. Но нѣсколько времени спустя опубликованы работы Рунге и Пашена[59]). Изслѣдуя спектръ гелія, они нашли въ немъ двѣ серіи линій, являющіяся какъ бы промежуточными между серіями линіи спектровъ водорода и литія; Р. и П. думаютъ, что гелій есть смѣсь двухъ газовъ съ атомными вѣсами околй 3 и 5, лежащихъ въ системѣ элементовъ между водородомъ и литіемъ. Въ подтвержденіе этого взгляда они приводятъ такой опытъ[60]): имъ удалось, медленно пропуская гелій изъ клевеита черезъ очень плотную азбестовую пробку, раздѣлить его диффузіей на два газа со спектрами, отличавшимися между собою; геліева линія D_3 оказалась принадлежащей болѣе тяжелой составной части. Недавно Ридбергъ[61]) описалъ спектръ предполагаемой третьей составной части газа изъ клевеита, которой онъ придалъ названіе паргелія и атомный вѣсъ около 3.

Но и только что упомянутыя изслѣдованія надо, повидимому, считать ошибочными: Локіеръ[62]) повторилъ опыты Рунге и Пашена и по-

---

[58]) Ibidem, 1895, № 1858.
[59]) Ber. Berl. Akad. 1895, стр. 639 и 759.
[60]) Nature, 1895, № 1352.
[61]) Wiedemann's Ann. der Physik und Chemie, 1896, № 8.
[62]) Proceedings of the Royal Society, 1896, томъ LIX, стр. 343.

лучилъ совершенно одинаковые по спектру газы; линія D_3 была замѣтна съ самаго перваго момента диффузіи; такъ что. если раздѣленіе этимъ путемъ и достигается (по заключенію Локіера спектры не отличаются между собою) во всякомъ случаѣ газъ съ линіею D_3 наиболѣе легокъ. Подобный-же опытъ, произведенный Рамзаемъ и Колли[63]), далъ совершенно неожиданные результаты. Гелій раздѣлился на два газа съ совершенно одинаковыми спектрами, но *съ различными показателями преломленія*: 0.1350 и 0,1524 (коэфф. прел. воздуха = 1) и съ *различными плотностями* 1,874 и 2,138; замѣчательно, что отношеніе между показателями преломленія почти равно отношенію плотностей, а именно:

$$\frac{0,1350}{0,1524} = \frac{1,874}{2,110} \text{ вмѣсто } \frac{1,874}{2,138}.$$

Авторами предложено два объясненія этому явленію. Во-первыхъ можно принять гелій за смѣсь двухъ элементовъ, причемъ плотность одного будетъ болѣе 2,1, другаго—менѣе 1,8. Но трудно допустить, чтобы два элемента могли имѣть совершенно одинаковый спектръ, да чтобы къ тому-же показатели преломленія ихъ были пропорціональны плотностямъ. Второе предположеніе авторовъ заключается въ слѣдующемъ: если въ первоначальномъ геліѣ частицы были неодинаковыя, крупныя и мелкія, то можетъ быть диффузія произвела раздѣленіе между ними; одинъ газъ содержитъ только крупныя, другой—только мелкія частицы. Будущія изслѣдованія укажутъ намъ, какъ разобраться въ столь хитромъ вопросѣ; пока-же, очевидно, ничего опредѣленнаго нельзя сказать о томъ, элементъ гелій или нѣтъ.

Если допустить, что гелій есть элементъ съ атомнымъ вѣсомъ около 4, то онъ легко помѣщается въ систему элементовъ между водородомъ и литіемъ; здѣсь нѣтъ тѣхъ трудностей, съ которыми приходится считаться, стараясь помѣстить въ систему аргонъ. Необходимо по этому поводу замѣтить, что Лекокъ де Буабодранъ[64]) на основаніи своей системы элементовъ предсказалъ существованіе элемента, обозначеннаго имъ знакомъ $?\beta$ съ атомнымъ вѣсомъ 3,90588 (O = 16), что весьма близко къ гелію. Прейеръ[65]) въ своей системѣ элементовъ тоже удѣляетъ мѣсто гелію съ ат. в. около 4 и съ электрическимъ знакомъ $\pm$, которымъ у него обозначаются индифферентные элементы. Для полноты упомянемъ еще, что по мнѣнію Б. Браунера[66]) гелій есть трехуплотненный водородъ H_3; но у H_3 атомный вѣсъ всего 3, а для теперешняго гелія его меньше 4 принимать нельзя.

По всей вѣроятности то, что описано подъ именемъ „гелія", все таки представляетъ изъ себя смѣсь нѣсколькихъ элементовъ. Такъ, напр. въ спектрѣ газа, извлеченнаго изъ минерала эліазита, по изслѣдованіямъ Локіера[67],[68]), кромѣ линій гелія имѣется еще около 60 линій,

---

[63]) Chemical News, 1896, № 1916.
[64]) Comptes Rendus, 1895, I сем. № 20.
[65]) Berichte der deutschen Chem. Gesell. томъ XXIX, стр. 1040. 1896.
[66]) Chemical News, 1895, № 1854.
[67]) Ibidem, 1895, № 1881.
[68]) Nature, 1896, № 1394.

ранѣе не встрѣченныхъ, принадлежащихъ неизвѣстнымъ элементамъ; бо́льшая часть ихъ совпадаетъ съ линіями спектра хромосферы солнца. То же наблюдается и для нѣкоторыхъ другихъ минераловъ.

Вотъ и все, что извѣстно понынѣ о геліи и близкихъ къ нему газахъ. Остается ждать появленія дальнѣйшихъ работъ, которыя вѣроятно прольютъ свѣтъ на природу этихъ новыхъ своеобразныхъ элементовъ.

Б. Меншуткинъ (Спб.).

Выводъ формулы для скорости истеченія газовъ.

Въ № 2 „Zeitschr. für Physik. und Chem. Unterricht" за 1896 годъ д-ръ *J. Jacob* даетъ слѣдующій выводъ формулы для скорости истеченія газа.

Пусть гдѣ либо въ стѣнкѣ закрытаго со всѣхъ сторонъ и наполненнаго газомъ плотности d сосуда сдѣлано отверстіе, имѣющее 1 cm^2 въ сѣченіи. Выдѣлимъ мысленно слой газа, основаніемъ котораго служитъ это отверстіе, а высота котораго равна h cm, причемъ h есть малая величина. Вѣсъ этого слоя равенъ тогда hd, а его масса равна $hd:g$, гдѣ g есть ускореніе силы тяжести. Извнутри сосуда на нашъ слой дѣйствуетъ давленіе газа, которое положимъ равнымъ p, снаружи на него дѣйствуетъ атмосферное давленіе, равное bs, гдѣ b есть высота барометра, выраженная въ центиметрахъ, а s — удѣльный вѣсъ ртути. На массу газа $hd:g$ дѣйствуетъ слѣдовательно сила $p-bs$ и сообщаетъ ей ускореніе

$$w=\frac{g(p-bs)}{hd},$$

а потому скорость, съ которой истекаетъ масса газа $hd:g$, равна

$$v=\sqrt{2wh}=\sqrt{\pm\frac{2g(p-bs)}{d}},$$

гдѣ знакъ „$+$" соотвѣтствуетъ $p>bs$, а „$-$"—$p<bs$.

Пусть δ есть плотность нашего газа при 0^0 и давленіи въ 76 cm Тогда плотность газа при температурѣ t^0 и давленіи p равна

$$d=\frac{\delta p}{76s(1+\alpha t)},$$

и, слѣдовательно,

$$v=\sqrt{\pm\frac{2.76.g.s\ (p-bs)(1+\alpha t)}{\delta p}}\ \ldots\ldots (1).$$

Если давленіе газа внутри сосуда измѣрено при помощи открытаго манометра, въ которомъ высота ртутнаго столба оказалась равной H cm, то

$$p=Hs+bs$$

и формула (1) принимаетъ слѣдующій видъ:

$$v=\sqrt{\pm\frac{2.76g.s.H(1+\alpha t)}{\delta(H+b)}}.$$

Частные случаи:

1) Если газъ истекаетъ въ пустое пространство, то $b=0$ и формула (1) принимаетъ видъ:

$$v=\sqrt{\frac{2.76.g.s\,(1+\alpha t)}{\delta}}, \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

откуда слѣдуетъ, что *скорость истеченія газа въ пустоту не зависитъ отъ давленія газа внутри сосуда.*

2) Если имѣемъ два газа при одинаковой температурѣ и подъ одинаковымъ давленіемъ, и если v есть скорость истеченія одного изъ нихъ, а v_1—скорость другого, а δ и δ_1 суть соотвѣтственно ихъ плотности при 0^0 и 76 cm давленія, то изъ формулы (1) имѣемъ:

$$v:v_1=\sqrt{\delta_1}:\sqrt{\delta},$$

т. е. *скорости истеченія двухъ газовъ*, *находящихся при одинаковой температурѣ и подъ одинаковымъ давленіемъ*, *обратно пропорціональны корнямъ квадратнымъ изъ ихъ плотностей.*

В. Г.

ИЗЪ ЗАПИСНОЙ КНИЖКИ

преподавателя математики.

(Продолженіе).*

XI. Интеграфъ и квадратура круга.**)

Интеграфами называются приборы, дающіе возможность по данной кривой, соотвѣтствующей уравненію:

$$y=f(x)$$

вычертить кривую, отвѣчающую уравненію:

$$y=\int f(x)dx$$

Не останавливаясь на устройствѣ интеграфа (лучшая конструкція котораго принадлежитъ русскому инженеру *Абданкъ-Абдановичу*), замѣтимъ только, что, когда одинъ штифтъ прибора идетъ по кривой $y=f(x)$, то другой, сочлененный извѣстнымъ образомъ съ первымъ и снабженный карандашемъ, вычерчиваетъ интегральную кривую. Имѣя это въ виду, примемъ за основную кривую окружность, выраженную уравненіемъ:

---

*) См. „Вѣстника Оп. Физики“ №№ 228 и 232.

**) *Klein.* Leçons sur certaines questions de geometrie élémentaire. 1896 г.

$$x^2+y^2=r^2.$$

Тогда уравненіе интегральной кривой выразится слѣдующимъ образомъ:

$$\bar{Y}=\int\sqrt{r^2-x^2}\,dx=\frac{x}{2}\sqrt{r^2-x^2}+\frac{r^2}{2}\arcsin\frac{x}{r}.$$

Если эта кривая будетъ вычерчена, то опредѣлятся точки пересѣченія ея съ осью y-въ и съ прямыми:

$$x=\pm r.$$

А такъ какъ ординаты этихъ точекъ, при $r=1$, суть:

$$\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{\pi}{4}, \pm\frac{3\pi}{4}, \ldots\ldots,$$

то, слѣдовательно, возможно *въ извѣстномъ смыслѣ* построеніе π и возможна квадратура круга.

XII. И. Долбня. Замѣтки учителя ариѳметики.

Обращаемъ вниманіе читателей на эту статью, помѣщенную въ № 347 „Педагогическаго Сборника“. Она интересна и съ педагогической точки зрѣнія, и съ математической.

Какъ педагогъ авторъ убѣдительно и горячо ратуетъ за возможную элементарность курса младшихъ классовъ.

Съ математической точки зрѣнія интересна постановка теорій наименьшаго кратнаго и общаго наибольшаго дѣлителя. Г. Долбня, вопреки установившемуся обычаю, начинаетъ изложеніе съ первой теоріи и разсматриваетъ общаго наибольшаго дѣлителя какъ наименьшее краткое всѣхъ общихъ дѣлителей данныхъ чиселъ.

XIII. Andoyer. Cours d'algèbre, 1896 г.

Небольшая книжечка эта интересна главнымъ образомъ со стороны обработки статьи объ отрицательныхъ числахъ (пробный пунктъ всякаго учебника алгебры). Отрицательныя числа вводятся здѣсь черезъ разсмотрѣніе такъ называемыхъ направленныхъ величинъ, причемъ излагаются подробно дѣйствія надъ сегментами.

Съ педагогической точки зрѣнія нельзя не привѣтствовать такой постановки вопроса, потому что фигурирующія теперь въ большинствѣ случаевъ голыя „условія“ представляютъ для дѣтскаго ума пищу совершенно неудобоваримую.

Слѣдуетъ замѣтить, что въ иностранной литературѣ встрѣчается въ послѣднее время довольно много попытокъ упорядочить элементарное изложеніе этого отдѣла, — у насъ же такихъ стремленій не замѣчается.

XIV. Статья г. Кокоткина: „О задачахъ на составленіе уравненій“.

(*„Русская Школа“, Апрѣль 1896 г.).*

Авторъ разсматриваетъ существующіе алгебраическіе задачники со стороны содержанія задачъ (на составленіе уравненій) и со стороны систематизаціи послѣднихъ.

„Всякій, говоритъ, г. Кокоткинъ, кому приходилось вкусить мудрости (?) въ нашихъ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ, знаетъ, что задачъ практически нелѣпыхъ въ учебникахъ и сборникахъ множество".

Примѣры: 1) Въ нѣкоторомъ саду находятся кролики и фазаны, имѣющіе вмѣстѣ 100 ногъ и 36 головъ. Сколько было фазановъ и сколько кроликовъ?

„Всякому ясно, что если можно пересчитать кроличьи и фазаньи головы, то для опредѣленія числа кроликовъ и числа фазановъ проще всего пересчитать кроличьи головы отдѣльно, а фазаньи отдѣльно, и незачѣмъ трудиться считать ихъ ноги, а потомъ задавать себѣ и рѣшать курьезную задачу".

2) Въ одномъ обществѣ было 40 человѣкъ мужчинъ, женщинъ и дѣтей. Число женщинъ составляло $^3/_5$ числа мужчинъ, а число дѣтей составляло $^2/_3$ числа мужчинъ и женщинъ. Сколько было мужчинъ, женщинъ и дѣтей?

„Вы желаете знать, сколько въ обществѣ мужчинъ, женщинъ и дѣтей.... Такъ пересчитайте отдѣльно мужчинъ, отдѣльно женщинъ, отдѣльно дѣтей, тогда и узнаете сколько было первыхъ, вторыхъ и третьихъ".

Г. Кокоткинъ, конечно, правъ, настаивая на „практичности" задачъ, только не слѣдуетъ придавать этой сторонѣ дѣла преувеличеннаго значенія, потому что всякая задача должна быть оцѣниваема *главнымъ образомъ* со стороны тѣхъ умственныхъ операцій, которыхъ она требуетъ. Это точка зрѣнія основная, остальныя — второстепенныя. Поэтому называть задачи, подобныя вышеприведеннымъ, „никуда не годными" едва ли справедливо.

Гораздо серьезнѣе указанія автора относительно безсистемности въ расположеніи задачъ: „Послѣ задачи, въ которой спрашивается, черезъ сколько лѣтъ отецъ будетъ втрое старше сына, слѣдуетъ задача о фазанахъ и кроликахъ, за ней задача о двухъ бочкахъ, далѣе задача о разности квадратовъ двухъ послѣдовательныхъ чиселъ и т. д. Почему послѣ рѣшенія вопроса о троекратномъ старшинствѣ сына долженъ идти вопросъ о фазанахъ и кроликахъ, почему послѣ фазановъ и кроликовъ нужно разсуждать о вмѣстимости двухъ бочекъ, почему, покончивъ съ бочками, надо приняться за разность квадратовъ двухъ послѣдовательныхъ чиселъ, понять мудрено. Со своей стороны г. Кокоткинъ предлагаетъ, *во первыхъ*, выдвинуть на первый планъ задачи „безъ конкретной оболочки", какъ болѣе легкія: отыскать число или числа, удовлетворяющія такимъ то условіямъ, напримѣръ, найти два числа по ихъ суммѣ и разности, по ихъ суммѣ и отношенію и пр. По справедливому замѣчанію автора множество задачъ въ нашихъ сборникахъ представляютъ простую перефразировку этихъ условій.

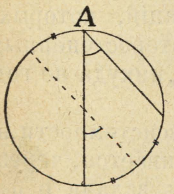
Во вторыхъ, все „многоразличіе" остальныхъ задачъ свести къ немногимъ основнымъ типамъ. Авторъ убѣжденъ, что „это можно сдѣлать". По его мнѣнію, „всѣ задачи о бассейнахъ, о курьерахъ, о стрѣляющихъ пушкахъ, о прибыли съ капиталовъ, о движущихся поѣздахъ, о времени, въ которое рабочій можетъ одинъ окончить всю работу, о движеніи курьера или лисицы суть перифразы задачъ о работѣ. Когда поѣздъ движется, мы можемъ сказать, что локомотивъ работаетъ, когда труба наполняетъ бассейнъ, то можемъ сказать, что она (?) работаетъ, когда капиталъ приноситъ прибыль, мы можемъ сказать, что капиталъ работаетъ и т. п.“.

Эти мысли автора симпатичны: проведенiе строгой системы въ сборникахъ задачъ чрезвычайно желательно, но при этомъ безусловно необходимо избѣжать увлеченiй, шаблонности и натяжекъ.

XV. Задачи на доказательство разученныхъ теоремъ.

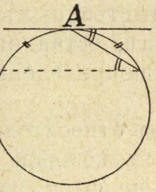
Въ нашихъ сборникахъ задачъ имѣется обширный матерьялъ на доказательство геометрическихъ теоремъ, но почти совершенно отсутствуютъ указанiя на варiантъ доказательствъ тѣхъ теоремъ, которыя входятъ въ самый курсъ геометрiи. Между тѣмъ подобные варiанты способны чрезвычайно заинтересовать учениковъ, разумѣется, при условiи ихъ доступности. А доступность эта весьма часто имѣетъ мѣсто при нѣкоторомъ намекѣ, указанiи чертежа и пр.

На выдержку привожу (изъ попавшагося подъ руки иностраннаго задачника) нѣсколько чертежей, относящихся къ варiантамъ доказательствъ теоремъ объ углахъ вписанныхъ, составленныхъ хордою и касательною, вершина которыхъ внутри круга, внѣ круга, къ теоремѣ о квадратѣ гипотенузы.



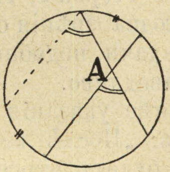
$\angle$ A?

Фиг. 7.



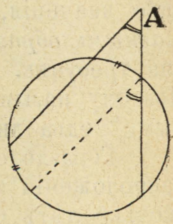
$\angle$ A?

Фиг. 8.



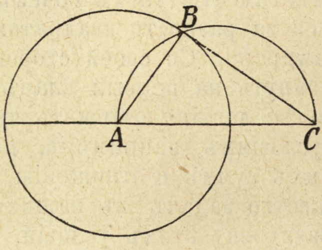
$\angle$ A?

Фиг. 9.



$\angle$ A?

Фиг. 10.



$\overline{BC}^2$?

Фиг. 11.

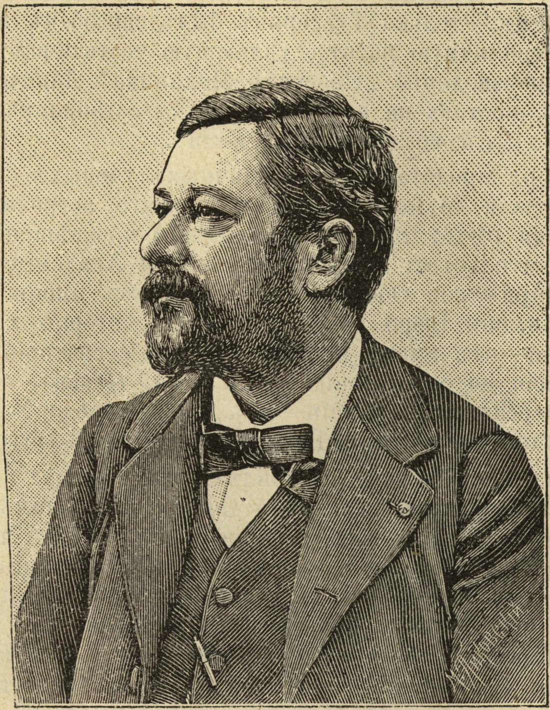
М. Попруженко (Оренбургъ).

Феликсъ Тиссеранъ.

(НЕКРОЛОГЪ).

Въ лицѣ Феликса Тиссерана, директора Парижской Обсерваторіи, скончавшагося 8/20 октября сего года, астрономическая наука понесла крупную потерю.

Тиссеранъ родился 3/15 января 1845 года въ Nuits, въ департаментѣ Côte-d'Or. Пройдя курсъ Высшей Нормальной Школы, онъ въ 1868 году получилъ степень доктора, а пять лѣтъ спустя, т. е. 1873 г. знаменитый астрономъ Le-Verrier назначилъ его директоромъ Тулузской Обсерваторіи. На этомъ посту онъ оставался до 1878 г., преподавая одновременно раціональную механику въ Тулузкомъ Университетѣ.



Феликсъ Тиссеранъ.

Въ 1878 г. мы видимъ его уже астрономомъ въ Парижской Обсерваторіи, въ 1883 г. — профессоромъ астрономіи въ Парижскомъ Университетѣ, а въ 1892 г., по смерти адмирала Mouchez'а, Тиссеранъ занялъ послѣ него мѣсто директора Парижской Обсерваторіи.

Если прибавить къ этому, что въ 1878 г. Тиссеранъ былъ избранъ въ члены Академіи Наукъ на мѣсто Le-Verrier, что въ 1874 г. онъ участвовалъ въ экспедиціи Janssen'а, отправившейся въ Японію для наблюденія надъ прохожденіемъ Венеры черезъ солнечный дискъ, а въ 1882 г. управлялъ экспедицией, посланной для той же цѣли въ Санъ-Доминго—то вотъ и всѣ главнѣйшіе факты изъ небогатой внѣшними событіями жизни великаго астронома.

За то гораздо богаче была другая сторона его жизни. Не имѣя возможности входить въ разсмотрѣніе всѣхъ его научныхъ трудовъ, мы ограничимся перечисленіемъ лишь главнѣйшихъ изъ нихъ „Таблицы Луны" (1880), „О движеніи планетъ вокругъ солнца по электродинамическому закону Вебера" (1872), „О падающихъ звѣздахъ" (1873), „Наблюденія надъ солнечными пятнами въ Тулузѣ въ 1874 и 1875 годахъ", „Собраніе упражненій по исчисленію безконечно-малыхъ" (1876) и наконецъ, „Небесная Механика" (1890)—вотъ тѣ труды, благодаря которымъ покойный астрономъ сталъ въ ряды первоклассныхъ ученыхъ. „Небесная Механика" Тиссерана причисляется къ классическимъ трудамъ и лежитъ въ основаніи всей современной астрономіи: „Только одинъ человѣкъ во Франціи и въ Европѣ—говоритъ Пастеръ въ одномъ изъ своихъ писемъ,—только Тиссеранъ былъ способенъ предпринять и выполнить эту громадную работу, дѣлающую честь Франціи. Благодаря этому новому произведенію, „Небесная Механика" Лапласа, несокрушимый памятникъ, поставлена au courant всѣхъ астрономическихъ и математическихъ открытій послѣдняго времени".

$^{11}/_{23}$ октября представители различныхъ ученыхъ обществъ и учрежденій провожали до могилы прахъ великаго астронома. Надъ его могилой говорили рѣчи: министръ народнаго просвѣщенія Rambaud—отъ имени правительства; Janssen—отъ имени Академіи Наукъ, Loewy—отъ имени Парижской Обсерваторіи, Wolf—отъ имени Университета, Poincarré—отъ имени Бюро Долготъ, членомъ котораго состоялъ покойный, Backhuysen—отъ имени иностранныхъ обсерваторій и Международной Коммиссіи по составленію карты неба, Gariel—отъ имени Падуанскаго университета, Lécrivain—отъ имени города Nuits-Saint-Georges, мѣста рожденія покойнаго, Bertrand—отъ имени друзей Тиссерана...

Тиссеранъ нѣтъ, но, какъ говорилъ Cornu, сообщая $^{14}/_{26}$ октября о его смерти Академіи Наукъ, „память о дорогомъ усопшемъ будетъ жить и въ умахъ и въ сердцахъ; воспоминаніе о немъ будетъ часто являться при нашихъ трудахъ, ибо оно связано съ самыми высшими концепціями человѣческаго духа, и пока будутъ существовать умы, интересующіеся чудесами неба, стремящіеся углубиться въ ихъ законы, до тѣхъ поръ имя Феликса Тиссерана будетъ ассоціироваться съ именами знаменитыхъ геометровъ Clairaut, d'Alembert'а, Lagrange'а, Laplace'а, Delaunay'я Le Verrier, которые умѣли свести самыя тонкія пертурбаціи въ движеніи небесныхъ тѣлъ къ удивительному синтезу, которымъ мы обязаны генію Ньютона.

РЕЦЕНЗІИ.

Фламмаріонъ. Многочисленность обитаемыхъ міровъ.

Извѣстный астрономъ *Faye* въ своей книгѣ „Sur l'origine du monde" (стр. 297 и слѣд.) ставитъ слѣдующія условія для возможности развитія жизни на какомъ либо небесномъ тѣлѣ:

1) Температура въ предѣлахъ отъ 0^0 до 50^0.

2) Обширная атмосфера.

3) Почти круговая орбита (вокругъ центральнаго тѣла—источника теплоты).

4) Извѣстный наклонъ оси тѣла къ плоскости орбиты.

5) Извѣстная (заключенная въ извѣстныхъ предѣлахъ) скорость вращенія вокругъ оси.

6) Необходимо, чтобы средняя плотность планеты была больше плотности воды.

7) Необходимо, чтобы твердая кора планеты имѣла достаточную консистенцію (плотность).

8) Необходимо извѣстное разнообразіе въ химическомъ составѣ земной коры.

9) Необходимъ извѣстный химическій составъ атмосферы и т. д.

Многочисленность и утонченность этихъ условій даетъ основаніе заключить, что „лишь сравнительно очень малое число планетъ населено разумными существами. Если же принять во вниманіе, что планеты считаются, можетъ быть, сотнями милліоновъ, то помянутая малая доля можетъ въ дѣйствительности составить значительное число и на многихъ изъ населенныхъ планетъ могутъ жить существа, даже стоящія выше насъ въ духовномъ отношеніи. Здѣсь мы можемъ предоставить полную волю своему воображенію, сохранивъ увѣренность, что наука не даетъ намъ никакихъ доказательствъ ни въ пользу, ни противъ рисуемыхъ имъ картинъ"*). Именно къ этой области спекуляцій относится книга Фламмаріона. Здѣсь вы узнаете о „коллективномъ вселенскомъ человѣчествѣ", сроднитесь съ мыслью, что „на звѣздахъ живутъ наши родственники, наши друзья, наши милые, достигшіе уже высшей степени совершенства въ міровомъ пространствѣ", услышите, что на нѣкоторыхъ мірахъ „человѣчество ведетъ покойную и славную жизнь подъ небомъ вѣчно чистымъ, при постоянной температурѣ, благотворной для организма, пользуясь дружескими услугами природы. Вѣчная весна, украшенная, можетъ быть, прелестями нашихъ четырехъ временъ года, царствуетъ на этихъ счастливыхъ мірахъ, гдѣ человѣкъ избавленъ отъ всякаго обязательнаго труда и грубыхъ нуждъ, присущихъ нашей организаціи. Вмѣсто того, чтобы питаться трупами другихъ животныхъ онъ тамъ, можетъ быть, нечувствительно вдыхаетъ пищу изъ окружающей среды. Вмѣсто того, чтобы цѣною долгихъ усилій пріобрѣтать нужныя

---

*) *Ньюкомбъ* и *Энгельманъ*. Астрономія.

ему знанія, онъ тамъ, можетъ быть, обладаетъ такими тонкими чувствами и такимъ сильнымъ разумомъ, что чудеса творенія и законы вселенной постигаются имъ невольно, сразу. Золотыя цѣпи любви сковываютъ тамъ все человѣчество въ одну большую семью, нѣтъ ни рабовъ, ни соперниковъ и ненависть, зависть, злоба не нарушаютъ вѣчнаго міра. Можетъ быть даже, что зародышъ смерти не циркулируетъ въ крови тамошнихъ обывателей и концомъ жизни является для нихъ только переселеніе души въ страны еще болѣе обѣтованныя".

Словомъ, выходитъ, что:

„Есть въ пространствахъ оныхъ безконечныхъ
Упованьямъ каждаго отвѣтъ" *).

А такъ какъ безъ „упованій" живется трудно, то чтеніе Фламмаріона можетъ принести положительное удовольствіе:

„Ахъ! не все намъ горькой истиной
Мучить томныя сердца свои!
Ахъ! не все намъ рѣки слезныя
Лить о бѣдствіяхъ существенныхъ!
На минуту позабудемся
Въ чародѣйствѣ красныхъ вымысловъ" **).

Установивъ такую точку зрѣнія, не приходится останавливаться на разныхъ вызывающихъ возраженія частностяхъ „многочисленности обитаемыхъ міровъ".

Читатель, руководясь вышеприведеннымъ критеріемъ *Faye*'я, самъ легко усмотритъ, въ чемъ погрѣшаетъ книга противъ научной строгости, по скольку здѣсь возможно примѣненіе ея.

М. Попруженко (Оренбургъ).

ЗАСѢДАНІЯ УЧЕНЫХЪ ОБЩЕСТВЪ.

Математическое Отдѣленіе Новороссійскаго Общества Естествоиспытателей.

Засѣданіе 18-го октября 1896 г.

Проф. *Х. I. Гохманъ* сдѣлалъ сообщеніе „О выполненіи программъ математики въ средне-учебныхъ заведеніяхъ". Находя, что при прохожденіи математики преподаватели удѣляютъ слишкомъ много времени и вниманія различнымъ подробностямъ, не имѣющимъ никакого воспитательнаго значенія, референтъ указалъ на слѣдующія желательныя по его мнѣнію измѣненія въ выполненіи программъ, практикуемомъ въ настоящее время большинствомъ преподавателей:

А) *По алгебрѣ*:

1) Не слѣдуетъ удѣлять слишкомъ много времени сложнымъ примѣрамъ на умноженіе многочлена на многочленъ;

---

*) *Шиллеръ*. Текла.

**) *Карамзинъ*. Илья Муромецъ.

2) дѣленіе многочлена на многочленъ, какъ недоступное для учениковъ III-го кл. и рѣдко встрѣчающееся при рѣшеніи задачъ, можетъ быть совершенно опущено;

3) при прохожденіи главы о разложеніи многочленовъ на множители не слѣдуетъ давать ученикамъ сложныхъ примѣровъ, рѣшаемыхъ ощупью;

4) извлеченіе кубичнаго корня изъ чиселъ и многочленовъ можетъ быть совершенно опущено: на практикѣ никто не извлекаетъ кубическаго корня изъ чиселъ непосредственно и всегда пользуются для этой цѣли логариѳмами;

5) при изложеніи дѣйствій надъ ирраціональными количествами слѣдуетъ ограничиться лишь простѣйшими примѣрами;

6) не слѣдуетъ тратить много времени на рѣшеніе совокупныхъ уравненій со многими неизвѣстными.

7) Кромѣ учебниковъ Шапошникова и Маракуева нигдѣ не дается ученикамъ представленія о происхожденіи дѣйствій. Уже въ самомъ началѣ курса слѣдуетъ указывать ученикамъ на взаимную связь различныхъ дѣйствій: сложеніе есть упрощенный счетъ, умноженіе—частный случай сложенія, возвышеніе въ степень—частный случай умноженія; всѣ такъ наз. обратныя дѣйствія суть *задачи* на прямыя дѣйствія, а символы

$$a - b,\ \frac{a}{b},\ \sqrt[b]{a},\ \lg_b a,$$

суть *сложныя числа*, которыя не всегда возможны. Чтобы они были всегда возможны необходимо обобщеніе понятія о числѣ.

8) Ученики не знакомы со словами „функція", „перемѣнная" и т. п., хотя очень рано встрѣчаются съ функціональной зависимостью. Надо пріучать учениковъ къ этимъ терминамъ, употребляя ихъ съ первыхъ шаговъ обученія.

B) *По ариѳметикѣ*—слѣдуетъ совершенно исключить изъ курса ученіе о періодическихъ дробяхъ и такъ наз. „правила" (тройное, процентовъ и пр.).

C) *По геометріи*—слѣдуетъ ввести упражненія на построеніе.

Докладъ этотъ вызвалъ оживленныя и продолжительныя пренія. Проф. *В. В. Преображенскій,* соглашаясь съ тѣмъ, что многіе преподаватели добровольно утрируютъ, обременяя своихъ учениковъ слишкомъ сложными задачами, полагалъ, что и докладчикъ утрируетъ въ обратную сторону. Такъ, дѣленіе многочлена на многочленъ, извлеченіе кубичнаго корня изъ алгебраическихъ выраженій суть упражненія, полезныя для учениковъ. Вопросъ о томъ, слѣдуетъ ли въ низшихъ классахъ знакомить учениковъ съ терминами „функція", „перемѣнная", „постоянная", возбудилъ весьма оживленныя пренія. Мнѣнія присутствующихъ относительно этого вопроса раздѣлились.

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

Въ нѣкоторыхъ русскихъ газетахъ напечатана телеграмма изъ Парижа отъ 8/20 октября, сообщающая со словъ „New-York-Herald'a", будто произведенные надъ двумя слѣпыми опыты излеченія слѣпоты помощью лучей Рёнтгена дали удовлетворительные результаты.

Въ ночь на 2/14 ноября изъ Петербурга былъ пущенъ шаръ „Копчикъ" воздухоплавательнаго парка, емкостью въ 640 куб. метровъ, снабженный самопишущими метеорологическими приборами. Шаръ этотъ лопнулъ на небольшой сравнительно высотѣ и упалъ въ 3½ верстахъ отъ Петербурга, на шоссе, близъ Чесменской богадѣльни. На дняхъ воздухоплавательнымъ паркомъ будетъ пущенъ второй шаръ съ регистрирующими приборами.

F. Klein, проф. математики въ Геттингенѣ, *J. J. Thomson*, проф. физики въ Кэмбриджѣ и *H. Moissan*, проф. химіи въ Парижѣ, избраны въ почетные члены Нью-Іоркской Академіи.

Лондонское Математическое Общество присудило медаль De-Morgan'a *S. Roberts'y*.

Скончались: физикъ *A. Bartoli* на 46-мъ году и астрономъ Dr. *Möller*, на 66-мъ году.

На сооруженіе памятника Лавуазье въ Парижѣ въ редакцію „Вѣстника Оп. Физики" поступили еще слѣдующія пожертвованія: отъ *А. В. Носкова*—1 р, отъ *В. Гернета*—3 р., итого 4 р., а съ прежде поступившими 19 р. 10 к

Скончался извѣстный астрономъ, директоръ Стокгольмской Обсерваторіи, *Hugo Gyldén*.

ЗАДАЧИ.

№ 373. Въ ариѳметикѣ указывается способъ, при помощи котораго можно опредѣлить высшій и низшій предѣлы частнаго двухъ цѣлыхъ чиселъ въ томъ случаѣ, когда это частное однозначно*). Доказать, что разность между низшимъ и высшимъ предѣлами не болѣе 5, если дѣлимое и дѣлитель написаны по десятичной системѣ; если же дѣлимое и дѣлитель написаны по системѣ, основаніе которой есть цѣлое число n, то разность между высшимъ и низшимъ предѣлами частнаго равна наибольшему цѣлому числу, заключающемуся въ выраженіи

$$\frac{n+1}{2}.$$

Е. Буницкій (Одесса).

№ 374. На прямой данъ рядъ точекъ A, B, C, D,... на произвольныхъ разстояніяхъ другъ отъ друга и дана въ той же плоскости точка S внѣ прямой. Точку S соединяемъ съ A, B, C, D,... прямыми и откладываемъ равные углы SAA', SBB', SCC', SDD',... въ одну и ту-же сторону. Наконецъ, откладываемъ отрѣзки AA', BB', CC', DD',..., соотвѣтственно пропорціональные отрѣзкамъ SA, SB, SC, SD,... Показать, что

1) точки A', B', C', D',... лежатъ на одной прямой;

2) отрѣзки $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$,... соотвѣтственно пропорціональны отрѣзкамъ AB, BC, CD,...

Г. Сердцевъ (Касимовъ).

№ 375. Показать, что

$$\left(\frac{r_a}{h_a}\right)^2+\left(\frac{r_b}{h_b}\right)^2+\left(\frac{r_c}{h_c}\right)^2=\frac{8R^2+r^2-p^2}{2r^2},$$

гдѣ r, r_a, r_b, r_c суть радіусы вписаннаго и внѣвписанныхъ въ треугольникъ круговъ, R—радіусъ описаннаго около того же треугольника круга, h_a, h_b, h_c — высоты треугольника, а p—его полупериметръ.

(Заимств.) *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

---

*) См. *Киселевъ*. Систематическій курсъ ариѳметики, §§ 70—71.

№ 376. На плоскости даны три точки: A, B и C. Даннымъ радіусомъ r описать въ той же плоскости окружность, проходящую черезъ точку C, такъ чтобы касательныя къ ней изъ точекъ A и B образовали уголъ α —Изслѣдовать задачу; найти число рѣшеній.

С. Конюховъ (Харьковъ).

№ 377. Рѣшить систему уравненій:

$$y^2+z^2+u^2-x(y+z+u)=a,$$
$$x^2+z^2+u^2-y(x+z+u)=b,$$
$$x^2+y^2+u^2-z(x+y+u)=c,$$
$$x^2+y^2+z^2-u(x+y+z)=d.$$

(Заимств.) *Д. Е.* (Иваново-Вознесенскъ).

№ 378. На сторонѣ AB квадрата $ABCD$ дана точка M. Пусть $AB=a$, $AM=b$, причемъ $b>a/_2$. Опредѣлить сторону x равносторонняго треугольника, котораго одна вершина находится въ точкѣ M, другая—въ нѣкоторой точкѣ P на сторонѣ AD и третья—въ точкѣ N на сторонѣ CD или BC. Опредѣлить также, когда точка N лежитъ на CD и когда на BC.

П. Свѣшниковъ (Уральскъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 296 (3 сер.).—Нижнее основаніе трапеціи есть AB, а верхнее CD. Діагонали ея AD и BC. Продолжимъ діагональ AD до пересѣченія въ точкѣ X съ прямой, проведенной изъ точки B параллельно сторонѣ трапеціи AC; продолжимъ другую діагональ BC до пересѣченія въ точкѣ Y съ прямою, проведенною изъ точки A параллельно сторонѣ трапеціи BD. Доказать, что прямая XY параллельна параллельнымъ сторонамъ трапеціи.

Если O есть точка пересѣченія діагоналей трапеціи, то

$$\triangle AOY \infty \triangle BOD \text{ и } \triangle AOC \infty \triangle BOX,$$

а потому

$$\frac{OY}{OB}=\frac{AO}{OD} \text{ и } \frac{OB}{OC}=\frac{OX}{AO},$$

откуда

$$\frac{OY}{OC}=\frac{OX}{OD}, \text{ т. е. } XY \parallel CD.$$

С. Петрашкевичъ (ст. Никитино); *ученики Тамбовской гимназіи С. Н—въ и И. Х—нъ, Д. Цельмеръ, L.* (Тамбовъ); *С. Циклинскій* (Пинскъ); *М. Зиминъ* (Елецъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *П. Бѣловъ* (с. Знаменка); *Лежебокъ* (Ярославль).

№ 297 (3 сер.).—Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC проведены: AM—биссекторъ прямого угла A, и AN—биссекторъ внѣшняго угла. Опредѣлить безъ помощи тригонометріи углы треугольника ABC, если $ON=3OM$, гдѣ O, гдѣ O есть середина гипотенузы BC.

Пусть B есть меньшій изъ острыхъ угловъ треугольника; пусть радіусъ круга, описаннаго около треугольника, равенъ единицѣ, $BC=2$, $AC=b$, $AB=c$. Легко найти, что

$$OM=\frac{c-b}{c+b} \text{ и } ON=\frac{c+b}{c-b},$$

а такъ какъ, по условію $ON=3OM$, то

$$3\frac{c-b}{c+b}=\frac{c+b}{c-b},$$

откуда

$$\frac{b}{c}=2-\sqrt{3},$$

а такъ какъ, кромѣ того,

$$b^2+c^2=4,$$

то

$$b=\sqrt{2-\sqrt{3}},$$

т. е. b есть сторона правильнаго двѣнадцатиугольника, вписаннаго въ кругъ ABC.

Поэтому $\angle B=15^0$ и $\angle C=75^0$.

М. Зиминъ (Елецъ); *L.*; *Д. Цельмеръ* (Тамбовъ); *Лежебокъ и Б.* (Ярославль); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *С. Петрашкевичъ* (ст. Никитино); *Э. Заторскій* (Вильно); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка).

№ 299 (3 сер.).—Найти истинную величину выраженія

$$\frac{\sin 2a-\sin 2b}{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b}$$

при $a=b$.

Данное выраженіе можетъ быть преобразовано слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{\sin 2a-\sin 2b}{\operatorname{tg} a-\operatorname{tg} b}=\frac{2\sin(a-b).\cos(a+b).\cos a.\cos b}{\sin(a-b)}=$$

$$=2\cos(a+b).\cos a.\cos b,$$

что при $a=b$ даетъ

$$2\cos 2a.\cos^2 a.$$

М. Зиминъ (Елецъ); *Д. Цельмеръ* (Тамбовъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *Лежебокъ* (Ярославль); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ).

№ 300 (3 сер.).—Биссекторъ угла B треугольника ABC продолженъ до пересѣченія въ точкѣ D съ перпендикуляромъ, возставленнымъ изъ середины стороны AC. Показать, что около четыреугольника $ABCD$ можно описать кругъ.

Такъ какъ и биссекторъ угла B и перпендикуляръ, возставленный изъ середины стороны AC, проходятъ черезъ середину дуги, стягиваемой хордой AC и принадлежащей кругу, описанному около треугольника ABC, и такъ какъ существуетъ лишь одна точка, дѣлящая эту дугу пополамъ, то очевидно, что четыреугольникъ $ABCD$ вписанъ въ описанный около треугольника ABC кругъ.

Ю. Идельсонъ (Одесса); *М. Зиминъ* (Елецъ); *ученики Тамбовской гимназіи С. Н—въ* и *И. Х—нъ, Д. Цельмеръ* (Тамбовъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Э. Заторскій* (Вильно); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *Лежебокъ* (Ярославль).

№ 301 (3 сер.). Найти соотношеніе между сторонами треугольника, если сумма квадратовъ синусовъ его угловъ равна двумъ.

Обозначимъ углы треугольника черезъ A, B и C, а противолежащія имъ стороны—соотвѣтственно черезъ a, b, c. По условію задачи имѣемъ:

$$(2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4)\left(\frac{1}{4a^2c^2}+\frac{1}{4a^2c^2}+\frac{1}{4b^2c^2}\right)=2,$$

откуда

$$(a^2+b^2-c^2)(a^2+c^2-b^2)(b^2+c^2-a^2)=0,$$

т. е. треугольникъ, сумма квадратовъ синусовъ угловъ котораго равна двумъ, есть треугольникъ прямоугольный.

Лежебокъ и *Б.* (Ярославль); *Г. Легошинъ* (с. Знаменка); *М. Зиминъ* (Елецъ); *Э. Заторскій* (Вильно); *С. Зайцевъ* (Курскъ); *С. Петращкевичъ* (Скопинъ).

№ 302 (3 сер.).—Найти двузначное число, которое при дѣленіи на цифру единицъ даетъ въ частномъ также цифру единицъ, а въ остаткѣ цифру десятковъ.

Пусть x есть цифра десятковъ, y—цифра единицъ искомаго числа. Условія задачи приводятъ къ равенству

$$x=\frac{y(y-1)}{9},$$

а такъ какъ $y-1<9$, то очевидно $y=9$, $x=8$ и искомое число есть 89.

Я. Полушкинъ (с. Знаменка); *Лежебокъ* и *Б.* (Ярославль); *М. Зиминъ* (Елецъ) *Э. Заторскій* (Вильно); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *Ю. Идельсонъ* (Одесса); *ученики Тамбовской гимназіи С. Н-въ* и *И. Х-нъ.*

№ 303 (3 сер.).—Въ магическомъ квадратѣ изъ 9 клѣтокъ разставлены числа такъ, что сумма чиселъ каждой горизонтальной строки, каждаго вертикальнаго столбца и каждаго діагональнаго ряда равна $3m$. Доказать, что при этихъ условіяхъ въ центральной клѣткѣ непремѣнно должно стоять число m.

Положимъ, что числа $a_1^1, a_2^1, \ldots . a_3^3$ разставлены въ клѣткахъ квадрата, какъ представлено на фиг. 13. Имѣемъ:

a_1^1	a_2^1	a_3^1
a_1^2	a_2^2	a_3^2
a_1^3	a_2^3	a_3^3

Фиг. 13.

$$a_1^1 + a_1^2 + a_1^3 = 3m = a_1^1 + a_2^2 + a_3^3$$

откуда

$$a_1^2 + a_1^3 = a_2^2 + a_3^3, \quad \ldots\ldots \quad (1).$$

и

$$a_3^1 + a_3^2 + a_3^3 = 3m = a_3^1 + a_2^2 + a_1^3,$$

откуда

$$a_3^2 + a_3^3 = a_2^2 + a_1^3 \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

Сложивъ уравненія (1) и (2), получимъ

$$2a_2^2 = a_1^2 + a_3^2,$$

откуда

$$3a_2^2 = 3m \text{ и } a_2^2 = m.$$

Э. Заторскій (Москва); *С. Петрашкевичъ* (Скопинъ); *Я. Полушкинъ* (с. Знаменка); *Д. Цельмеръ* (Тамбовъ); *Лежебокъ* (Ярославль).

ОБЗОРЪ НАУЧНЫХЪ ЖУРНАЛОВЪ.

MATHESIS.

1896.—№ 1.

Sur les valeurs principales des radicaux. Par. *M. De Tilly.* Корни изъ дѣйствительныхъ количествъ $+a$ и $-a$ характеризуются непрерывностью ихъ измѣненій при непрерывномъ измѣненіи a отъ $+\infty$ до $-\infty$. Напротивъ, ни одно изъ значеній корня изъ мнимаго количества

$$\sqrt[m]{a + b\sqrt{-1}} = \sqrt[m]{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \left(\cos\frac{\varphi + 2k\pi}{m} + \sqrt{-1} \cdot \sin\frac{\varphi + 2k\pi}{m}\right)$$

не измѣняется непрерывно. Изъ m корней этого вида авторъ выдѣляетъ 1) наиболѣе простой, 2) имѣющій наибольшую непревывность.

Наиболѣе простой корень, при какихъ бы то ни было значеніяхъ a и b, получается при $k=0$; этотъ корень обладаетъ свойствомъ главныхъ корней изъ дѣйствительныхъ количествъ, для которыхъ

$$\sqrt[pq]{} = \sqrt[p]{\sqrt[q]{}} = \sqrt[q]{\sqrt[p]{}}.$$

Корень съ наибольшею непрерывностью опредѣляется особымъ значеніемъ k въ зависимости отъ a, b и m. Для этихъ значеній k М. Tilly предложилъ слѣдующую таблицу:

Значенія k

При	$a > 0, b > 0$	$a > 0, b < 0$	$a < 0$
m нечетн.	0	$m - 1$	$\frac{1}{2}(m-1)$
m кратн. 2.	0	$m - 1$	$\frac{1}{4}(m-2)$
m кратн. 4.	0	$m - 1$	0

Sur la géométrie non Euclidienne. Письмо Dauge'а къ профессору Mansion'у по поводу взглядовъ его на системы геомертіи Лобачевскаго и Римана.

Sur les triangles équilatéraux inscrits à une conique. Par *M. E. N. Barisien.* Методомъ аналитической геометріи авторъ замѣтки доказываетъ слѣдующія положенія:

Для каждой точки P эллипса существуетъ такой вписанный въ него равносторонній треугольникъ ABC, что окружность ABC проходитъ чрезъ точку P.

Геометрическія мѣста центра окружности ABC и другого конца ея діаметра, проведеннаго чрезъ P, суть эллипсы.

Наибольшая и наименьшая величины радіуса R круга ABC суть

$$\frac{4a^2b}{3a^2+b^2} \text{ и } \frac{4ab^2}{a^2+3b^2},$$

гдѣ a и b суть полуоси даннаго эллипса.

Геометрическое мѣсто центровъ равносторонних треугольниковъ, вписанныхъ въ равнобочную гиперболу, есть эта гипербола.

Если P и P' суть концы одного изъ діаметровъ равнобочной гиперболы, то окружность, описанная около P радіусомъ PP' пересѣкаетъ гиперболу въ точкахъ A, B, C, которыя суть вершины равносторонняго треугольника.

Sur la podaire de l'ellipse. Par *M. Jerabek.* Пусть E, F и O суть фокусы и центръ эллипса E, S—окружность, имѣющая діаметромъ большую ось этого эллипса. Извѣстно, что, если параллельныя прямыя EP и FN пересѣкаютъ окружность S въ P и N, то PN есть касательная къ E, а P и N суть проэкціи E и F на эту касательную.

Обозначимъ чрезъ M проэкцію нѣкоторой точки A на NP и чрезъ B проэкцію F на AM. При измѣненіи направленія EP и FN геометрическимъ мѣстомъ точки B будетъ окружность (ω), имѣющая діаметромъ AF. Если на MA отложимъ AM' = MB = NF, то геометрическимъ мѣстомъ точки M' будетъ окружность S', симметричная съ S относительно средины ω отрѣзка FA.

Отсюда теорема: *Если чрезъ точку* A *окружности* (ω) *провести сѣкущую, пересѣкающую* (ω) *еще въ* B, *а другую окружность* S' *въ* M', *и если отложить на* AB *отрѣзокъ* AM=M'B *то точка* M *будетъ проэкціей* A *на касательную къ нѣкоторому эллипсу* E.

При вращеніи сѣкущей около A геометрическимъ мѣстомъ M будетъ кривая σ. Касательная въ M къ этой кривой и касательная въ M' къ окружности S' пересѣкаютъ касательную въ B къ окружности (ω) въ точкахъ T и T', симметричныхъ относительно B.

Если вмѣсто эллипса E взять параболу, то окружности S и S' замѣнятся прямыми.

Bibliographie. Exercices méthodiques de Calcul intégral. Par *Ed. Brahy.* Bruxelles. 1895. Prix. 5 fr.

Annuaire pour l'an 1896. Par le Bureau des longitudes. Paris. 1896.

Notes extraites de la correspondance mathématique et physique. 7. *Problème de géometrie solide.* Историческія указанія относительно задачи: „Данный трегранный уголъ D пересѣчь плоскостью такъ, чтобы въ сѣченіи получился тр-къ ABC, подобный данному тр-ку“.

8. *Problème de Bruno.* Задача, предложенная и рѣшенная Bruno, есть обобщеніе предыдущей, именно: „Въ пространствѣ дана точка A и двѣ прямыя b и c, найти на этихъ прямыхъ такія двѣ точки B и C, чтобы тр-къ ABC былъ подобенъ данному тр-ку“.

Аналитическое рѣшеніе этой задачи принадлежитъ Quetelet и Hachette'у.

Sur le cas général de la division des nombres entiers. Par *M. M. Stuyvaert.* Частное (цѣлая часть его) отъ дѣленія цѣлаго числа N на произведеніе ab равно частному отъ дѣленія цѣлой части $\frac{N}{a}$ на b. Ибо, если

$$N = a \cdot q + r \text{ и } q = b \cdot q' + r',$$

то

$$N = (ab) \cdot q' + (ar' + r),$$

при чемъ

$$ar' + r < ab.$$

Авторъ замѣтки предлагаетъ пользоваться этой теоремой для объясненія способа нахожденія первой цифры частнаго при дѣленіи цѣлыхъ чиселъ.

Solutions de questions proposées. №№ 935, 940, 942, 945, 949, 981, 1009, 1024.

Questions d'examen. №№ 714—718.

Questions proposées. №№ 1043—1055.

Д. Е.

ПРИСЛАНЫ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ и БРОШЮРЫ:

62. **Отчетъ попечителя Кавказскаго Учебнаго Округа о состояніи учебныхъ заведеній за 1895 годъ.** Тифлисъ. 1896.

63. **Синхронистическая карта по физико-математическимъ наукамъ.** Составилъ по новѣйшимъ исторіямъ и энциклопедическимъ словарямъ *Р Киричинскій.*

64. **Le problème de Pfaff,** par *M. J. Zantschewsky,* professeur à l'Université d'Odessa. (Extrait des Annales de l'Ecole Normale supérieure, 3-e série, t. XIII, 1896).

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса, 23-го Ноября 1896 г.
„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.

Обложка
пщется

Обложка
пщется