

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XV Сем.

№ 170.

№ 2.

Содержаніе: Старое и новое о нѣкоторыхъ простѣйшихъ физическихъ явленіяхъ, (продолженіе). Проф. Н. Любимова.—Блудящіе огоньки, Эр. Шпачинскаго.—О приближенныхъ вычисленіяхъ безъ логарифмовъ, Дм. Ефремова.—Научная хроника, В. Г.—Разныя извѣстія. Задачи на испытаніяхъ зрѣлости.—Задачи № № 519—526.—Рѣшенія задачъ (2 сер.) № № 7, 12, 17, 348, 382, 383.—Справочная таблица № XVIII.—Обзоръ научныхъ журналовъ Д. Е.—Библиографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій.

Старое и новое о нѣкоторыхъ простѣйшихъ физическихъ явленіяхъ.

ДАВЛЕНІЕ ВОЗДУХА.

Глава вторая.

Новое.

(Продолженіе *)

Опытъ VIII. Переливаніе жидкости помощью сифона. Быть можетъ, вслѣдствіе того, что вопросъ считается слишкомъ простымъ и элементарнымъ, теоріи сифона не посчастливилось въ курсахъ и учебникахъ. Обыкновенно она излагается не довольно ясно, а иногда неточно и даже ошибочно. Въ моемъ курсѣ физики я старался дать этому предмету надлежащее и точное развитіе. Нѣкоторые позднѣйшіе составители курсовъ воспользовались моимъ объясненіемъ, нѣкоторые остаются при неточномъ истолкованіи. Заслуживаетъ вниманія, что въ курсахъ физики покойнаго академика Ленца, по которымъ десяти лѣтъ у насъ преподавалась физика, теорія сифона изложена неудовлетворительно и на это однако никто не обратилъ вниманія, хотя изложеніе передавалось сотнями учителей и изучалось тысячами учащихся. У академика Ленца есть два объясненія сифона: одно въ гимназическомъ руководствѣ физики, другое въ позднѣйшей переработкѣ этого руководства для военно-учебныхъ заведеній. Приведемъ объясненіе сифона, какъ оно сдѣлано въ этомъ послѣднемъ руководствѣ (Ч. I, 201, изд. 1855 г.). „На изогнутый водяной столбъ ABC (фиг. 8) дѣйствуетъ при

*) См. „Вѣстникъ Оп. Физики“ № 169.

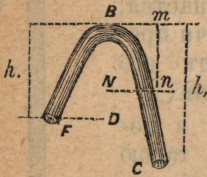
оконечности A снизу вверх давление b атмосферы, уменьшаемое весом q водяного столба AB . Поэтому давление на A будет $b - q$. На другую оконечность C тоже снизу вверх действует почти совершенно то же давление атмосферы b уменьшаемое на вес q' водяного столба BC , следовательно $b - q'$. Но вес q' равен весу $BD = q$ и весу $DC = p$. Следовательно $b - q' = b - q - p$. Итак давление на оконечность C снизу вверх величиною p меньше давления, действующего при A снизу вверх. Из этого следует, что водяной столб ABC должен двигаться по направлению от A чрез BDC . Объяснение не верно. И при A и при C действует атмосферное давление, ничѣмъ не уменьшаемое. Давления $b - q$ и $b - q'$ соотвѣтствуютъ не точкамъ A и C , а точкѣ B , при вершинѣ трубки. Въ сѣченіи этой точкѣ соотвѣтствующемъ надлежитъ разсматривать разность давленія.

Фиг. 8.

Въ курсѣ физики Ленца для гимназій объясненіе точнѣе, но много труднѣе для пониманія и способно вести къ недоразумѣніямъ со стороны учащагося (Физика Ленца изд. VI, 1864 г. ч. I, 140. Теорія изложена безъ измѣненія, какъ и въ предыдущихъ изданіяхъ). „Представимъ себѣ (фиг. 9), что уровень воды MN продолженъ до D . Давленіе воздуха на воду въ части FBD съ обѣихъ сторонъ одинаково, именно равно атмосферному давленію, распространяющемуся, съ одной стороны до F чрезъ воду, заключенную въ сосудѣ, а съ другой стороны до D чрезъ жидкость въ CD . И такъ вода въ FBD не пойдетъ ни въ сосудъ, ни въ другую сторону. На площадѣ же C въ направленіи отъ D къ C действуютъ во первыхъ то же атмосферное давленіе, какъ и на MN , а во вторыхъ дѣйствіе водяного столба DC , изображаемое высотой KC ; а съ другой стороны на ту же площадѣ C въ противномъ направленіи отъ C къ D действуетъ во первыхъ атмосферное давленіе, равное первому, во вторыхъ давленіе воздушнаго столба, высота котораго равна KC . Равныя атмосферныя давленія одно уравниваетъ другое, а такъ какъ вода тяжелѣе воздуха, то давленіе водяного столба внизъ будетъ больше, чѣмъ давленіе воздушнаго столба вверхъ и вслѣдствіе того вода, находящаяся въ DC должна выливаться. При этомъ выливаніи въ D образуется пустое пространство, которое тотчасъ наполнится водою изъ BD , за нею послѣдуетъ вода изъ FB и т. д. Такимъ образомъ вода будетъ выливаться изъ сосуда до тѣхъ поръ, пока не понизится до A “. Упомянутое о пустотѣ немедленно наполняющейся не должно ли породить въ учащемся мысль, что древнее начало „боязни пустоты“ не исчезло и изъ современной физики? Приведеніе объясненія къ Паскалеву принципу распространенія давленія

Фиг. 9.

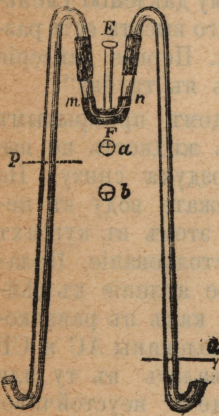
через жидкую массу едва-ли съ ясностію усвоится учащимися. Если уже говорить о различіи атмосфернаго давленія на разной высотѣ въ предѣлахъ одной комнаты, то, можетъ быть, неизлишне было бы добавить, что разница эта настолько незначительна, что въ расчетъ можетъ быть не принимаема.



Фиг. 10.

Если при объясненіи сифона прибѣгать къ распространенію давленія по закону Паскаля, то слѣдовало разсуждать такимъ образомъ. Относительно сѣченія F: въ этой точкѣ снизу вверхъ дѣйствуетъ атмосферное давленіе P, а сверху внизъ (фиг. 10), переданное отъ сѣченія C атмосферное давленіе P, уменьшенное столбомъ h_1 и увеличенное столбомъ h то есть $P - h_1 + h$. Избытокъ снизу вверхъ $P - P + h_1 - h = h_1 - h$. Относительно какого нибудь сѣченія N: сверху $P - h + mn$; снизу $P - nC$. Избытокъ сверху $P - h + mn - P + nC = h_1 - h$, ибо $mn + nC = h_1$.

Для нагляднаго поясненія теоріи сифона и обнаруженія дѣйствующихъ въ немъ давленій можетъ служить снарядъ, по моей мысли удачно осуществленный преподавателемъ физики въ Ремесленномъ училищѣ Цесаревича Николая, А. Н. Яковлевскимъ. Снарядъ изображенъ на фиг. 11. Вѣтви сифона раздѣлены между собою трубкою, снабженною краномъ съ тремя вѣтвями (robinet à trois branches, Реньо) и каналомъ EF, чрезъ который можно налить ртуть.



Фиг. 11.

Вѣтви сифона соединены съ колѣнами соединительной трубки каучуковыми трубками. Кранъ приводится въ положеніе, означенное на чертежѣ буквою b и весь сифонъ чрезъ всасываніе наполняется водою. Затѣмъ влитая чрезъ каналъ EF ртуть выпускается въ соединительную трубку помощію поворота крана въ положеніе, означенное на чертежѣ буквою a . Вошедшая ртуть достигаетъ уровня m ; кранъ вновь приводится въ положеніе a . Если же одно изъ колѣнъ сифона опустить въ сосудъ съ водою до уровня P, погрузивъ другую вѣтвь въ другой сосудъ до болѣе низкаго уровня Q (или оставить конецъ въ воздухѣ), то увидимъ, что ртуть на сторонѣ короткой вѣтви сифона будетъ стоять ниже, чѣмъ на сторонѣ длинной вѣтви, слѣдовательно давленіе со стороны короткой вѣтви сифона значительнѣе, чѣмъ со стороны длинной. Чѣмъ значительнѣе разница уровней P и Q, тѣмъ больше разница уровней ртути въ колѣнахъ соединительной трубки.

Если, снявъ каучуковую трубчочку, отдѣлимъ длинную вѣтвь сифона, то ртуть тотчасъ подымется выше въ каналѣ, соотвѣтствующемъ короткой вѣтви, свидѣтельствуя, что давленіе со стороны воды менѣе атмосфернаго, дѣйствующаго на ртуть въ открытомъ каналѣ.

Тоже можно обнаружить помощію трубки, согнутой какъ видно на фиг. 12. Ртуть въ открытомъ колѣнѣ стоитъ ниже чѣмъ въ колѣнѣ въ которомъ давитъ вода, наполняющая трубку.

Можно наконецъ снабдить сифонъ въ верхней части манометромъ и прибавить боковую трубку, чтобы обнаружить давленіе при уровнѣ крана, когда отверстіе закрыто и когда чрезъ него происходитъ истеченіе.

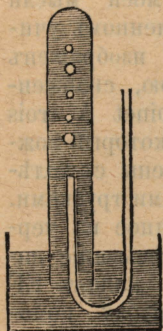
Опытъ IX. Опытъ съ переливаніемъ воздуха помощью сифона. Въ курсахъ опытъ этотъ не упоминается, хотя интересенъ и производитъ впечатлѣніе, будучи произведенъ въ достаточныхъ размѣрахъ. Я включилъ его въ свой курсъ физики, откуда и заимствую описаніе.

„Введемъ въ трубку наполненную жидкостью и погруженную отверстіемъ (фиг. 13) въ сосудъ съ такою же жидкостью, короткое колено сифона такъ, чтобы во время этого введенія жидкость не вошла въ сифонъ (для этого отверстіе длинной вѣтви должно закрыть пальцемъ) и притомъ такъ, чтобы конецъ короткой вѣтви былъ выше уровня жидкости въ сосудѣ. Открывъ отверстіе длинной вѣтви замѣтимъ, что пузырьки воздуха будутъ стремительно



Фиг. 12.

входить въ трубку и наполнять ее. Это явленіе объясняется разностью давленій снизу вверхъ и сверху внизъ при отверстіи короткой вѣтви сифона. Такъ какъ сифонъ открытъ и наполненъ воздухомъ то снизу вверхъ давитъ атмосфера; давленіе сверху внизъ равняется атмосферному давленію уменьшенному вѣсомъ столба жидкости, котораго высота есть разстояніе отверстія отъ уровня жидкости. Первое давленіе болѣе второго и потому воздухъ входитъ въ трубку“.



Фиг. 13.

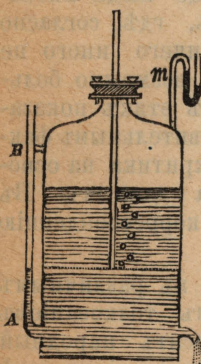
Опытъ X. Съ опрокинутымъ сосудомъ прикрытымъ листкомъ бумаги. Наполняющая сосудъ жидкость не выливается, удерживаемая давленіемъ воздуха снизу. Но почему давленіе это не можетъ удержать воду въ неприкрытомъ опрокинутомъ сосудѣ? Объ этомъ въ курсахъ или не говорятъ, или даютъ неясное истолкованіе. Полагаю, что данное въ моемъ курсѣ объясненіе, приводящее явленіе къ дѣйствию сифона, удовлетворяетъ требованію ясности. Такъ какъ въ равноколенномъ сифонѣ АСВ, наполненномъ жидкостью, обѣ половины АС и СВ одинаковы, то нѣтъ причины, чтобы жидкость выливалась въ ту или другую сторону. Но равновѣсіе въ этомъ случаѣ будетъ неустойчиво, ибо, при самой незначительной разницѣ высоты жидкости при концахъ А и В, тотчасъ начнется истеченіе въ сторону болѣе длинной колонны. Этотъ опытъ разъясняетъ, почему вода выливается изъ открытаго опрокинутаго сосуда, не смотря на атмосферное давленіе снизу. Если напримѣръ, при какой нибудь точкѣ поверхности жидкости с вода хотя нѣсколько ниже чѣмъ при другой точкѣ d , то мы можемъ эти мѣста разсматривать какъ концы воображаемаго сифона, въ которомъ жидкость не можетъ остаться въ равновѣсіи.

Опытъ XI. Такъ называемая волшебная лейка если дать ей форму сосуда съ дномъ изъ сѣтки можетъ служить къ поясненію выливанія жидкости изъ закрытаго сверху, но не закрытаго снизу сосуда. Стѣнки сдѣланы стеклянными, чтобы наблюдать про-

викновеніе воздуха чрезъ нижнія дирочки. Когда нижняя поверхность горизонтальна, жидкость не выливается. Но какъ скоро сосудъ нѣсколько наклоненъ, начинается сифонообразное дѣйствіе, жидкость вытекаетъ съ пониженной стороны, а съ противоположной бѣгутъ пузырьки воздуха.

Не останавливаемся на случаѣ опрокинутой трубки съ малымъ отверстіемъ, изъ которой жидкость не выливается вслѣдствіе того, что отверстіе является какъ бы прикрытымъ капиллярною пленкою. Для изученія участія капиллярности въ явленіи надлежало бы произвести опыты съ пипеткою, измѣняя отверстіе истеченія (по способу, напимѣръ, діафрагмы микроскопа, круглое отверстіе которой можно увеличивать и уменьшать сохраняя его круглымъ). Опыты можетъ быть были бы полезны для изученія капиллярныхъ явленій.

Опытъ XII. Фиг. 14 изображаетъ Мариоттовъ сосудъ со введенными мною дополненіями. Мариоттовъ сосудъ—инструментъ весьма полезный въ педагогическомъ отношеніи,



Фиг. 14.

такъ какъ опыты съ нимъ представляютъ много вопросовъ для объясненія. Я дополнилъ снарядъ прибавленіемъ манометра, позволяющаго судить о состояніи воздуха внутри сосуда, и боковой трубки АВ, указывающей истинный уровень, съ какого происходитъ истечение. (О сосудѣ смотри мой курсъ стр. 103).

Опытъ XIII. Заклучимъ опыты указаніемъ на приѣмъ, какимъ нерѣдко пользовался Реньо въ своихъ многочисленныхъ изслѣдованіяхъ надъ газообразными тѣлами. Приѣмъ этотъ—употребленіе такъ называемаго крана съ тремя вѣтвями (*rohinet à trois branches*), служившій для изученія расширенія газовъ, морушій также служить воздушнымъ термометромъ. Снарядъ состоитъ изъ двухъ соединенныхъ между собою внизу при помощи крана D трубокъ, изъ которыхъ одна N открытая, другая M закрываемая обыкновеннымъ краномъ или соединяемая съ резервуаромъ А. Кранъ D, имѣетъ три вѣтви, позволяющія, смотря по его положенію, то привести колѣна N и M въ сообщеніе, то выпустить ртуть изъ того или другого колѣна или, наконецъ, вмѣстѣ изъ обоихъ. Вообще такой снарядъ, въ формѣ ли воздушнаго термометра, или въ формѣ волюмометра Реньо, или наконецъ просто въ формѣ двухъ соединенныхъ трубокъ, одной открытой, другой снабженной краномъ,—приводимыхъ въ сообщеніе помощью крана съ тремя вѣтвями, долженъ бы составлять принадлежность каждаго физическаго кабинета. Упражненіе съ нимъ, при разныхъ положеніяхъ крана D, полезно для усвоенія различныхъ условій воздушнаго давленія и для ознакомленія съ закономъ Мариотта.

Проф. Н. Любимовъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

БЛУДЯЩІЕ ОГОНЬКИ.

(Тема для корреспондентовъ).

Подымая вопросъ о томъ, что такое блудящіе огоньки (Irrlicht, feu follet), я обращаюсь къ читателямъ съ покорнѣйшей просьбою доставить въ своихъ отвѣтахъ все, что имъ извѣстно объ этомъ загадочномъ явленіи, чтобы собранный такимъ образомъ на страницахъ этого журнала матеріалъ могъ хотя до нѣкоторой степени способствовать разъясненію того мрака, коимъ эти огоньки покрыты.

При собираніи подобнаго матеріала, я не думаю, чтобы надо было избѣгать показаній и разсказовъ людей вовсе необразованныхъ и суевѣрныхъ. Въдѣ изъ такихъ то, по преимуществу, показаній и составилаь общепринятая вѣра въ существованіе блудящихъ огоньковъ. Принявъ же во вниманіе, что физики, химики и вообще люди интеллигентные не шлются ночью по мѣстамъ болотистымъ, гдѣ, согласно всѣмъ разсказамъ, огоньки только и появляются, — ничего иного не остается, какъ пользоваться чужими глазами и собрать возможно больше показаній очевидцевъ, кто бы они ни были. Что въ этихъ показаніяхъ будетъ вымысломъ, что—иллюзіей, и что—дѣйствительнымъ фактомъ,—это можетъ обнаружить лишь безпристрастная критика на основаніи сопоставленій и сравненій многихъ такого рода данныхъ. Въ этомъ смыслѣ и важно было бы сконцентрировать всю корреспонденцію по этому вопросу.

Небезынтересно было бы также прислушаться къ различнымъ легендамъ и сказкамъ, связаннымъ съ простонароднымъ толкованіемъ блудящихъ огоньковъ. Легенды эти, безъ сомнѣнія, носятъ народный отпечатокъ, и въ различныхъ государствахъ и даже провинціяхъ онѣ иныя. Въ Германіи, напримѣръ, блудящій огонь—это, по нѣкоторымъ сказаніямъ, фонарь горнаго духа рудниковъ, у насъ, въ тѣхъ мѣстностяхъ, гдѣ еще и нынѣ находятъ зарытые въ землю клады, — это — деньги горять, въ Польшѣ—это грѣшная душа монаха, растратившаго собранное на монастырь подаваніе; въ иныхъ мѣстахъ—есть множество различныхъ сказаній о душахъ самоубійцъ, некрещенныхъ дѣтей, поддѣльвателей монетъ, и пр. и пр. Общее въ такихъ легендахъ то, что огоньки эти неуловимы и, показываясь то тутъ, то тамъ, какъ бы стремятся завлечь человѣка въ непроходимыя трясины, сбивая его съ пути. Отсюда и ихъ названіе.

Чтобы выяснитъ вопросъ, не служить ли доказательствомъ реальности разсматриваемаго явленія самый фактъ повсемѣстнаго существованія подобнаго рода легендъ и народныхъ вѣрованій, слѣдовало бы прежде всего убѣдиться, не смѣшиваются ли наблюдателями блудящіе огоньки съ обыкновеннымъ явленіемъ свѣченія (фосфоресценціи) кусковъ гниющаго дерева, или насѣкомыхъ, или иныхъ предметовъ. Между фосфорическимъ свѣтомъ и пламенемъ (какого нибудь газа) разница во 1-хъ та, что лишь послѣднее выдѣляетъ тепло; и вотъ въ вопросѣ о томъ, грѣетъ ли или нѣтъ блудящій огонекъ, мнѣнія крайне расходятся. Одни говорятъ, напр., что имъ удалось зажечь въ такомъ огнѣ паклю, другіе—что они вкладывали въ него руку и не чувство-

вали ничего. Бывшій проф. физики (въ Кіевѣ) Кноррь рассказывалъ, что, въ бытность свою студентомъ, онъ видѣлъ блудящіе огоньки на болотистой мѣстности возлѣ Герцберга, и будто одинъ изъ нихъ, фіолетовый по краямъ и желтый въ центрѣ, цилиндрической формы, высотою въ 12 см. и толщиною въ 4 см., горѣлъ неподвижно въ разстояніи нѣсколькихъ лишь шаговъ отъ дороги; введи въ это пламя латунный наконечникъ своей палки, онъ продержалъ его болѣе 10 минутъ и все таки не замѣтилъ потомъ никакого нагрѣванія. Съ другой стороны, нѣкій прусскій маіоръ Блессонъ, выдавшій огоньки неоднократно и въ различныхъ мѣстностяхъ, увѣрялъ, что въ иныхъ случаяхъ ему удавалось зажечь въ такомъ огонькѣ бумагу, а въ иныхъ—на ней оставался лишь слой какой то слизи.

Второй критерій для различія отъ самосвѣтящихся гниющихъ предметовъ—это всѣми признаваемая подвижность огоньковъ. Вопросъ тутъ усложняется еще и тѣмъ, что двигаться могутъ и свѣтящіеся червячки, а съ другой стороны—глазomѣрная оцѣнка движущагося въ темнотѣ источника свѣта весьма ненадежна. Въ этомъ отношеніи область оптической иллюзіи можетъ принять широкіе размѣры. Извѣстный астрономъ Бессель рассказывалъ, однакожъ, что въ декабрѣ 1807 года, въ пасмурную и тихую ночь, онъ очень ясно видѣлъ сотни блудящихъ огоньковъ на болотѣ около Лиліенталя; нѣкоторые изъ нихъ казались близко, не дальше 15—20 шаговъ, другіе дальше; вспыхивали они сотнями, но каждый изъ нихъ горѣлъ не болѣе $\frac{1}{4}$ минуты; одни оставались за это время неподвижными, иные же казались перемѣщающимися отдѣльными группами. Это явленіе наблюдали также нѣсколько моряковъ, которые, впрочемъ, не находили въ немъ ничего необычайнаго.

Слѣдующій затѣмъ вопросъ касается смѣшиванія наблюдателями блудящихъ огоньковъ съ электрическими огоньками Св. Эльма. Во многихъ случаяхъ такое смѣшеніе весьма возможно и устранить на этотъ счетъ всякія сомнѣнія тѣмъ болѣе трудно, что, согласно всѣмъ извѣстіямъ, огоньки чаще всего наблюдались лѣтомъ и осенью, въ особенности послѣ ливней, а стало быть вообще въ такое время, когда наиболѣе возможно скопленіе атмосфернаго электричества и тихіе его разряды во влажномъ воздухѣ.

Далѣе—стоитъ на очереди крайне загадочный вопросъ о кускахъ бѣловатаго студня, падающихъ на землю съ дождемъ, и имѣющихъ связь съ огоньками, если вѣрить различнымъ рассказамъ. Въ физической географіи Кледена*) читаемъ: „Говорятъ, что иногда въ связи съ падающими звѣздами появляются такъ называемые блудящіе огоньки (см. рис.), происхожденіе которыхъ приписываютъ будто бы падающей изъ воздуха студенистой массѣ, похожей на тѣло (?) лягушки или на вареное саго“. (Тутъ очевидная ошибка переводчика: сходство усматривается не съ „тѣломъ“, а съ „икрою“ лягушки). О такого рода же своеобразныхъ огонькахъ есть, кажется, упоминаніе и у Гёте въ „Фаустѣ“. Мюшенброкъ въ своей книгѣ: „Introductio in philosophiam naturalem“ (1762) говоритъ, что блудящіе огоньки имѣютъ форму круглую, вели-

*) См. русскій переводъ, выш. II стр. 769.

чину пламени свѣчи, а иногда и больше, и пурпуровый цвѣтъ; обыкновенно движутся въ воздухѣ возлѣ самой поверхности земли, однаковѣ въ Италіи, возлѣ Болонни, гдѣ ихъ много, поднимаются на шесть футовъ отъ земли; когда ихъ поймать, то въ рукѣ окажется клейкое свѣтлое вещество, холодное на ощупь. Другой извѣстный физикъ Хладни упоминаетъ въ одномъ своемъ сочиненіи (о происхожденіи Палласова желѣза), что лѣтомъ 1781 г., въ одномъ изъ садовъ Дрездена, онъ видѣлъ во время вечерняго дождя значительное число свѣтлыхъ точекъ, прыгающихъ по мокрой травѣ; онѣ двигались по вѣтру и цѣплялись за колеса экипажа; поймавъ не безъ труда нѣсколько изъ нихъ, онъ нашелъ, что это были небольшіе куски студенистой массы, безъ запаха и вкуса *).

Въ связи съ этимъ возникаетъ еще вопросъ о справедливости показаній такихъ наблюдателей, какъ вышеупомянутый Блессонъ, утверждавшихъ, что на кускахъ бумаги или дерева, введенныхъ въ блудящій огонекъ, осягается какая то слизь. Если принять эти показанія, то что же это за слизь такая?

Или—быть можетъ—между выпаденіемъ на землю кусковъ студенистой массы и явленіемъ блудящихъ огоньковъ нѣтъ ничего общаго, и совмѣщеніе этихъ двухъ метеоровъ надо приписать какой либо случайности?

Такое допущеніе, повидимому, наиболѣе популярно, ибо во многихъ книгахъ явленіе огоньковъ стараются объяснить чисто химически—самовозгараніемъ выдѣляющихся изъ почвы газовъ (какъ напр., въ окрестностяхъ Баку). Но углеводородистые газы, выдѣляющіеся изъ болотъ, сами собою на воздухѣ не воспламеняются, и потому приписывать имъ возникновеніе блудящихъ огоньковъ наврядъ ли возможно **). Изъ другихъ газовъ, выдѣленіе которыхъ можно допустить здѣсь, наиболѣе подходятъ для объясненія явленія соединенія фосфора съ водородомъ. Изъ нихъ: трехъ-водородистый фосфоръ PH_3 ,—газъ, и двухъ-водородистый— P_2H_4 —жидкость; эта то послѣдняя и отличается способностью самовозгараться въ воздухѣ, а такъ какъ соединеніе это весьма не прочно и легко распадается на твердый, (полуводородный)

*) Мнѣ помнится, что въ дѣтствѣ я нашелъ въ деревнѣ, тотчасъ послѣ сильнаго лѣтняго ливня, кусокъ такой массы, болѣе всего похожей на молочный кисель, неправильной формы, величиной въ волосскій орѣхъ. Принеся его домой, я услышалъ отъ „старшихъ“ авторитетный отвѣтъ, что „это кусокъ оторвавшейся туши“. Другой разъ, когда уже готовился въ гимназію, тоже въ деревнѣ, зайдя случайно во время лѣтняго ливня въ то отдѣленіе флигеля, гдѣ была устроена общая дымовая труба, я былъ пораженъ, увидя на черномъ фонѣ покрытыхъ сажею стѣнокъ этой трубы, свѣтлицы точно искры, капли, изрѣдка попадающія въ трубу вмѣстѣ съ крупными каплями дождя. Испугавшись, я побѣждалъ разсказать „старшимъ“, но мнѣ не повѣрили, кажется, и никто не захотѣлъ пойти удостовѣриться въ истинности моего разсказа.

**) Эрнестъ Карусъ, авторъ статьи объ огонькахъ въ журналѣ „Prometheus“, (изложенной также въ журналѣ „Wszecławiat“, откуда я заимствовалъ большую часть приводимыхъ здѣсь фактовъ), желая спасти эту гипотезу, придумываетъ новую, говоря, что, быть можетъ, углеводороды самовозгораются въ данномъ случаѣ, благодаря присутствію въ воздухѣ озона.

фосфоръ P_2H и на вышеуказанный газъ PH_3 , который въ воздухѣ можетъ горѣть, то этимъ и можно было бы объяснить появленіе надъ поверхностью болотъ вспыхивающихъ огоньковъ, аналогично тому, какъ объясняются, напр., опыты съ реакціею воды (или слабой кислоты) на фосфористый кальцій, или щелочи на фосфоръ, сопровождающейся выдѣленіемъ самовозгорающихся надъ поверхностью воды пузырьковъ газа *). Но пузырьки эти, сгорая бѣлымъ пламенемъ, даютъ кольца бѣлаго дыма (фосфорную кислоту) и отличаются характернымъ чесночнымъ запахомъ; между тѣмъ никто изъ наблюдавшихъ блудящіе огоньки не упоминалъ, кажется, ни о дымѣ, ими причиняемомъ, ни о запахѣ. Да и самый цвѣтъ ихъ не подходитъ, по описаніямъ, къ ярко бѣлому цвѣту пламени фосфора. Такимъ образомъ и въ отношеніи химическихъ процессовъ явленіе огоньковъ остается загадочнымъ. Замѣчу, кстати, что есть еще одинъ самовозгорающійся газъ, состава $P(C_2H_5)_2$, но по скольку возможно допустить его образованіе и выдѣленіе изъ болотистой почвы—это пусть рѣшаютъ специалисты химики.

Попытавшись представить въ этомъ бѣгломъ очеркѣ всю недостаточность точныхъ свѣдѣній объ этомъ интересномъ безспорно метеорѣ, я, въ заключеніе, повторяю приглашеніе редакціи „Вѣстника Оп. Физики“ сообщить ей все, что удастся добыть или узнать о блудящихъ огонькахъ, и каждого изъ читателей, заинтересовавшагося этимъ вопросомъ, прошу подѣлиться имъ со своими знакомыми, ради собранія возможно большаго числа отвѣтовъ.

Эр. Шпачинскій.

О ПРИБЛИЖЕННЫХЪ ВЫЧИСЛЕНІЯХЪ безъ логариемовъ.

1. Вычисленіе называется *приближеннымъ*, если въ результатѣ его получается число, выражающее искомую величину не точно, а только приблизительно. Число, выражающее величину приблизительно, называется *приближеннымъ*. Число большее или равное разности между точнымъ числомъ и числомъ приближеннымъ называется *приближеніемъ* или *точностью* приближенного числа **). Обыкновенно точность приближенныхъ чиселъ выражаютъ цѣлыми степенями десяти, меньшими единицы, т. е. десятичными дробями 0.1, 0.01, 0.001, и т. д., общій видъ которыхъ есть $\frac{1}{10^m}$ или 10^{-m} , гдѣ m есть цѣлое положительное число. Показатель степени 10^{-m} , выражающей точность, называется *показателемъ точности*. Если показатель точности есть положительное число n , то точность $= 10^n$, т. е. разность между точнымъ числомъ и приближеннымъ меньше (или равна) цѣлому числу 10^n .

*) См. учебникъ химіи.

**) Точность приближенного числа разсматривается независимо отъ знаковъ $+$ и $-$, т. е. какъ величина абсолютная.

2. Численная величина алгебраической формулы вычисляется приближенно, когда буквы, входящая в формулу, замѣняются числами иррациональными или вообще приближенными.

При приближенномъ вычисленіи весьма важно умѣть рѣшать слѣдующія двѣ задачи:

1) По даннымъ приближеніямъ чиселъ, входящихъ въ формулу, опредѣлитъ точность, съ которою находится численная величина всей формулы;

2) Съ какою точностью нужно знать приближенные числа, входящая въ формулу, чтобы численная величина всей формулы получилась съ данной точностью.

Рѣшеніе этихъ задачъ рассмотримъ сначала для каждого изъ арифметическихъ дѣйствій отдѣльно. При этомъ условимся точныя числа обозначать большими буквами A, B, C, \dots , а соответствующія имъ приближенные числа тѣми же буквами со значками, т. е. A', B', C', \dots

Сложение.

3. Положимъ, что слагаемыя A', B', C', \dots даны съ точностями $10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, \dots$ такъ что (§ 1):

$$\begin{aligned} A - A' &\leq 10^{-a}, \\ B - B' &\leq 10^{-b}, \\ C - C' &\leq 10^{-c}, \\ &\dots \end{aligned}$$

Сложивъ эти неравенства и положивъ для сокращенія $A + B + C + \dots = S$ и $A' + B' + C' + \dots = S'$, получимъ:

$$S - S' \leq 10^{-a} + 10^{-b} + 10^{-c} + \dots$$

Условимся называть *общей точностью* нѣсколькихъ чиселъ ту точность этихъ чиселъ, у которой показатель наибольшій; такъ что, если общая точность чиселъ A', B', C', \dots есть 10^{-m} , то

$$-m \geq -a, -m \geq -b, -m \geq -c, \dots \text{ и}$$

$$10^{-m} \geq 10^{-a}, 10^{-m} \geq 10^{-b}, 10^{-m} \geq 10^{-c}, \dots$$

Если число слагаемыхъ A', B', C', \dots равно t , то вслѣдствіе послѣднихъ неравенствъ получимъ:

$$S - S' \leq t \cdot 10^{-m}.$$

Положимъ, что $t \leq 10^{\alpha}$, гдѣ α цѣлое положительное число; тогда изъ послѣдняго неравенства получимъ

$$S - S' \leq 10^{\alpha-m}$$

Такимъ образомъ, обозначивъ точность суммы чрезъ 10^s , такъ что (§ 1) $S - S' \leq 10^s$ будемъ имѣть:

$$10^s \leq 10^{\alpha-m}, \text{ или}$$

$$s \leq -m + \alpha. \quad (1)$$

По этой формулѣ находится показатель точности суммы, когда известны точности слагаемыхъ.

Очевидно, что показатель точности суммы (s) можетъ быть и числомъ положительнымъ и числомъ отрицательнымъ, хотя показатель общей точности слагаемыхъ есть отрицательное число ($-m$).

Примѣръ. Даны слагаемыя:

1,414	съ	точностью	10^{-3}
2,64	"	"	10^{-2}
1,7099	"	"	10^{-4}
13	"	"	$10^{-\infty}$ (точное число).

Найти точность суммы. Здѣсь $-m = -2$, $t = 4$, $\alpha = 1$; подставивъ эти числа въ формулу (1), получимъ

$$s \leq -2 + 1, s \leq -1;$$

т. е. съ увѣренностію можно сказать, что точность суммы $\leq 10^{-1}$.

4. Рѣшивъ неравенство (1) относительно $-m$, получимъ

$$-m \geq s - \alpha \quad (2)$$

По этой формулѣ опредѣляется показатель общей точности слагаемыхъ, когда задана точность суммы.

Очевидно, что если s есть число положительное, то и $-m$ можетъ быть положительнымъ числомъ.

Примѣръ. Съ какою точностію нужно опредѣлить слагаемыя: $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[3]{19}$, $\sqrt[3]{37}$ и $\sqrt[3]{56}$, чтобы получить сумму съ точностью 10^{-2} . Здѣсь $s = -2$, $t = 6$, $\alpha = 1$; по формулѣ (2) находимъ:

$$-m \geq -2 - 1, -m \geq -3;$$

т. е. слагаемыя должны быть вычислены съ точностью 10^{-3} .

Примѣчаніе. Изъ неравенствъ (1) и (2) съ увѣренностію можно брать только предѣльныя значенія s и $-m$, т. е. такія значенія, при которыхъ неравенства эти обращаются въ равенства.

Вычитаніе.

5. Обозначимъ чрезъ D' разность чиселъ A' и B' ; пусть 10^{-d} есть общая точность вычитаемого B' и разности D' ; точность уменьшаемаго A' пусть будетъ 10^{-a} . Такъ какъ вычитаемое и разность можно разсматривать какъ слагаемыя, сумма которыхъ = уменьшаемому, то (§ 4) $-d > -a - 1$, ибо въ настоящемъ случаѣ $t = 2$ и слѣд. $\alpha = 1$. Отсюда съ увѣренностію можно принять

$$-d = -a. \quad (3)$$

Значитъ, уменьшаемое, вычитаемое и разность имѣютъ общую точность; поэтому искомая точность одного изъ этихъ чиселъ равна общей точности двухъ другихъ.

Примѣры. 1. Чтобы вычислить разность $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ съ точностью 10^{-2} , слѣдуетъ уменьшаемое и вычитаемое вычислить тоже съ точностью 10^{-2} .

2. Уменьшаемое $= \pi = 3.141$; вычитаемое $= \sqrt[3]{3}$; разность можно вычислить съ точностью 10^{-3} , для этого достаточно найти вычитаемое $\sqrt[3]{3}$ тоже съ точностью 10^{-3} .

У м н о ж е н і е.

6. Пусть числа A' и B' даны съ точностями 10^{-a} , и 10^{-b} , такъ что $A - A' \leq 10^{-a}$ и $B - B' \leq 10^{-b}$, или

$$\begin{aligned} A &\leq A' + 10^{-a}, \\ B &\leq B' + 10^{-b}. \end{aligned}$$

Перемноживъ эти неравенства, получимъ

$$A \cdot B - A' B' \leq (A' \cdot 10^{-b} + B' \cdot 10^{-a}) + 10^{-(a+b)}$$

Положимъ, что общая точность A' и B' есть 10^{-m} , такъ что $-m \geq -a$ и $-m \geq -b$; тогда

$$A \cdot B - A' B' \leq 10^{-m} (A' + B') + 10^{-2m};$$

замѣнивъ здѣсь B' и 10^{-m} чрезъ A' и предположивъ, что $A' \geq B'$, получимъ

$$A \cdot B - A' B' < 3 \cdot A' \cdot 10^{-m},$$

или

$$A \cdot B - A' B' < 3 \cdot 10^{\alpha - m},$$

гдѣ 10^{α} есть наименьшая степень десяти, большая чиселъ A' и B' . Последнее неравенство можно замѣнить неравенствомъ

$$A \cdot B - A' B' < 10^{\alpha - m + 1}.$$

Обозначимъ произведенія $A \cdot B$ и $A' B'$ чрезъ P и P' и положимъ, что точность числа P' есть 10^p , такъ что $P - P' \leq 10^p$. Изъ послѣднихъ двухъ неравенствъ находимъ, что

$$10^p < 10^{\alpha - m + 1},$$

такъ что съ увѣренностью можно положить

$$p = \alpha - m; \quad (4)$$

равенствомъ этимъ опредѣляется показатель точности (p) произведенія двухъ множителей, меньшихъ 10^{α} и имѣющихъ общую точность 10^{-m} .

Примѣры. 1. Какую точность будетъ имѣть произведеніе $\pi / \sqrt{89}$, если взять $\pi = 3.14$, $\sqrt{89} = 9.433$?

Такъ какъ $\pi < 10^1$ и $\sqrt{89} < 10^1$, то $\alpha = 1$; общая точность множителей есть 10^{-2} , т. е. $-m = -2$; поэтому

$$p = 1 - 2 = -1;$$

т. е. точность произведения $= 10^{-1}$.

2. Съ какою точностью нужно вычислить $\sqrt{3}$, чтобы произведение $85.\sqrt{3}$ имѣло точность 10^{-2} ?

Здѣсь $\alpha = 2$, $p = -2$; точность $-m$ множителя получится изъ равенства

$$-2 = 2 - m, \text{ т. е. } -m = -4,$$

слѣд. $\sqrt{3}$ нужно вычислить съ четырьмя десятичными знаками.

7. Рѣшивъ равенство (4) относительно $-m$, получимъ формулу

$$-m = p - \alpha, \quad (5)$$

по которой можно опредѣлить общую точность двухъ множителей по заданной точности ихъ произведенія.

Можетъ случиться, что численная величина $-m$, найденная по этой формулѣ, меньше, чѣмъ это необходимо; но во всякомъ случаѣ, опредѣливъ множителей съ точностью 10^{-m} , можно быть увѣреннымъ, что точность произведенія будетъ $\leq 10^p$.

8. Обозначимъ чрезъ 10^{-a} , 10^{-b} , 10^{-c} . точности чиселъ A' , B' и C' , такъ что

$$A \leq A' + 10^{-a},$$

$$B \leq B' + 10^{-b},$$

$$C \leq C' + 10^{-c}.$$

Перемноживъ эти неравенства, получимъ:

$$\begin{aligned} ABC - A'B'C' &\leq (A'B'.10^{-c} + B'C'.10^{-a} + C'A'.10^{-b}) + \\ &+ (A'.10^{-(b+c)} + B'.10^{-(a+c)} + C'.10^{-(a+b)}) + 10^{-(a+b+c)}. \end{aligned}$$

Пусть 10^{-m} есть общая точность множителей A' , B' , C' ; тогда $-m \geq -a$, $-m \geq -b$, $-m \geq -c$. Заменявъ во второй части предъидущаго неравенства числа A' , B' , C' ближайшими большими степенями десяти: 10^α , 10^β , 10^γ , получимъ:

$$\begin{aligned} ABC - A'B'C' &\leq \\ &\leq 10^{-m}(10^{\alpha+\beta} + 10^{\beta+\gamma} + 10^{\gamma+\alpha}) + 10^{-2m}(10^\alpha + 10^\beta + 10^\gamma) + 10^{-3m}; \end{aligned}$$

изъ этого неравенства при $\alpha \geq \beta \geq \gamma$ получимъ:

$$ABC - A'B'C' \leq 10^{-m}.3.10^{\alpha+\beta} + 10^{-2m}.3.10^\alpha + 10^{-3m}$$

или

$$ABC - A'B'C' \leq 10^{-m}(3.10^{\alpha+\beta} + 3.10^\alpha + 10^{-2m});$$

замѣнивъ въ скобкахъ 10^{-m} чрезъ 10^β , получимъ

$$ABC - A'B'C' < 7.10^{\alpha+\beta-m}$$

или

$$ABC - A'B'C' < 10^{\alpha+\beta-m+1}.$$

Обозначивъ произведенія чрезъ P и P' и положивъ, что точность число P' есть 10^p , такъ что

$$P - P' \leq 10^p,$$

на основаніи послѣдняго неравенства будемъ имѣть

$$10^p < 10^{\alpha+\beta-m+1}, \text{ т. е.}$$

$$p < \alpha + \beta - m + 1;$$

отсюда съ увѣренностью можно положить

$$p = \alpha + \beta - m. \quad (6)$$

Этимъ равенствомъ опредѣляется показатель точности (p) произведенія трехъ множителей, имѣющихъ общую точность 10^{-m} , въ предположеніи, что наибольшіе изъ нихъ не превышаютъ 10^α и 10^β .

Рѣшивъ равенство (6) относительно $-m$, получимъ:

$$-m = p - \alpha - \beta; \quad (7)$$

по этой формулѣ рѣшается обратная задача, т. е. находится общая точность трехъ множителей по данной точности ихъ произведенія.

Найдемъ формулу для опредѣленія точности произведенія t множителей $A', B', C', \dots K', L'$, вычисленныхъ съ точностями

$$10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, \dots, 10^{-k}, 10^{-l}.$$

Перемноживъ неравенства

$$A \leq A' + 10^{-a},$$

$$B \leq B' + 10^{-b},$$

$$C \leq C' + 10^{-c},$$

$$\vdots$$

$$K \leq K' + 10^{-k},$$

$$L \leq L' + 10^{-l},$$

и положивъ $ABC \dots KL = P$ и $A'B'C' \dots K'L' = P'$, получимъ:

$$P - P' \leq \Delta,$$

гдѣ Δ состоитъ изъ t группъ членовъ:

въ 1-й группѣ будутъ всѣ сочетанія изъ t буквъ $A', B', C', \dots K', L'$ по $t-1$, умноженные на $10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, \dots, 10^{-k}, 10^{-l}$, число членовъ этой группы $= C_{t-1}^t = C_1^t = t$;

во 2-й группѣ будутъ всѣ сочетанія изъ тѣхъ же t буквъ по $t-2$, умноженные на сочетанія изъ $10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, \dots, 10^{-k}, 10^{-l}$ по 2; число членовъ этой группы $= C_{t-2}^t = C_2^t = \frac{t(t-1)}{1.2}$;

въ 3-й группѣ будутъ сочетанія изъ тѣхъ же t буквъ по $t-3$, умноженные на сочетанія изъ $10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, \dots, 10^{-k}, 10^{-l}$ по 3; число членовъ этой группы $= C_{t-3}^t = C_3^t = \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3}$, и т. д.

въ предпоследней группѣ будутъ произведенія каждого изъ чиселъ $A', B', C', \dots, K', L'$ на сочетанія изъ $10^{-a}, 10^{-b}, 10^{-c}, \dots, 10^{-k}, 10^{-l}$ по $t-1$; въ этой группѣ будетъ $C_1^t = C_{t-1}^t = t$ членовъ;

последняя группа состоитъ изъ одного члена $10^{-(a+b+c+\dots+k+l)}$

Обозначимъ чрезъ m показателя общей точности всѣхъ множителей $A', B', C', \dots, K', L'$ и положимъ, что наименьшій изъ этихъ множителей есть L' ; тогда

$$\begin{aligned} \text{сумма членовъ 1-й группы} &\leq 10^{-m} A' B' C' \dots K' t, \\ \text{" " 2-й " } &\leq 10^{-m} A' B' C' \dots K' \cdot \frac{t(t-1)}{1.2}, \\ \text{" " 3-й " } &\leq 10^{-m} A' B' C' \dots K' \cdot \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3} \end{aligned}$$

и т. д.

сумма членовъ предпоследней гр. $\leq 10^{-m} A' B' C' \dots K' t$ и

" " последней группы $\leq 10^{-m} A' B' C' \dots K'.$

Сложивъ эти неравенства и замѣтивъ, что

$$t + \frac{t(t-1)}{1.2} + \frac{t(t-1)(t-2)}{1.2.3} + \dots + t + 1 = 2^t - 1,$$

получимъ

$$\Delta \leq 10^{-m} (2^t - 1) A' B' C' \dots K',$$

или

$$P - P' < 10^{x-m} A' B' C' \dots K',$$

гдѣ x есть наименьшее изъ цѣлыхъ положительныхъ чиселъ, удовлетворяющихъ условію

$$10^x > 2^t - 1.$$

Замѣнивъ числа $A', B', C', \dots K'$ ближайшими къ нимъ и большими ихъ степенями десяти, т. е. числами $10^\alpha, 10^\beta, 10^\gamma, \dots 10^x$; получимъ

$$P - P' < 10^{\alpha+\beta+\gamma+\dots+x-m+x}$$

Если точность произведенія P' есть 10^p т. е.

$$P - P' \leq 10^p,$$

то на основаніи предъидущаго неравенства заключаемъ, что

$$10^p < 10^{\alpha+\beta+\gamma+\dots+x-m+x}$$

т. е.

$$p < \alpha + \beta + \gamma + \dots + x - m + x,$$

и можно съ увѣренностью положить

$$p = \alpha + \beta + \gamma + \dots + x - m + x - 1, \quad (8).$$

По этой формулѣ находится показатель точности (p) произведенія t множителей, имѣющихъ общую точность 10^{-m} .

10. Опредѣливъ изъ равенства (8) — m , получимъ формулу

$$-m = p - (\alpha + \beta + \gamma + \dots + x) - x + 1, \quad (9)$$

по которой опредѣляется общая точность ($-m$) t множителей, когда точность произведенія ихъ задана напередъ.

Формулы (4), (5), (6) и (7) суть частные случаи формулъ (8) и (9).

Примѣчаніе. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ формулы (8) и (9) даютъ слишкомъ большія числа для p и слишкомъ малыя числа для $-m$; но во всякомъ случаѣ можно утверждать, что точность произведенія не будетъ больше той, которая опредѣляется по формулѣ (8), и точность производителей бесполезно брать меньшую, чѣмъ та, которая опредѣляется формулой (9).

Примѣръ. 1. Даны множители

9.4339	съ	точностью	10^{-4} ,
83.41995	"	"	10^{-5} ,
8.6602	"	"	10^{-4} ;

найти точность произведенія.

Здѣсь $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $-m = -4$, $t = 3$, $x = 1$; по формулѣ (8) получимъ

$$p = 2 + 1 - 4 + 1 - 1 = -1;$$

слѣд. точность произведенія $\leq 10^{-1}$.

Дм. Ефремовъ (Ив.-Вознесенскъ).

(Окончаніе слѣдуетъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новая комета Rordame-Quénnisset.—Комета эта была открыта независимо другъ отъ друга двумя наблюдателями: 8-го іюля (н. с.), ее открылъ Rordame въ С. Америкѣ, въ Утѣ, на берегахъ Соленого Озера, а 9-го она была замѣчена невооруженнымъ глазомъ въ обсерваторіи Фламмаріона Juvisy молодымъ астрономомъ Quénnisset. Въ 10 час. вечера 9-го іюля ея положеніе было 7 час. 50 мин. прямого восхожденія и $41^{\circ} 50'$ полярнаго разстоянія. На другой день комету наблюдали въ Киль, Кёнигсбергъ и Бамбергъ и тогда ея прямое восхожденіе было 8 ч. 29 мин., а полярное разстояніе $42^{\circ} 57'$. Въ день своего появленія комета имѣла шарообразную голову въ $10'$ — $15'$ въ діаметрѣ съ довольно интенсивнымъ ядромъ въ центрѣ и прямолинейный хвостъ длиною въ 3° , направленный, какъ всегда, въ сторону, противоположную солнцу. Голова ея свѣтила по крайней мѣрѣ въ 4 раза сильнѣе, чѣмъ туманность Андромеды. 11-го—хвостъ кометы былъ уже лишь въ 2° длиною, 16-го—въ 1° , 19-го—въ $24'$. Въ этотъ же день было замѣчено, что хвостъ кометы раздвоился и это подтвердилось на фотографическихъ снимкахъ. Schackleton въ Лондонѣ констатировалъ 17-го іюля въ ея спектрѣ три блестящія линіи углерода. Комета эта прошла 7-го

іюля ок. 7 ч. 30 мин. вечера черезъ свой перигелій на разстояніи ок. 100 милліоновъ километровъ отъ солнца, а затѣмъ она стала удаляться отъ солнца и отъ земли. 9-го—она находилась отъ солнца на разстояніи 101 мил. кил., а отъ земли—61 мил. кил., 15-го—104 м. к. отъ солнца и 78 м. к. отъ земли, 20-го—108 м. к. отъ солнца и 103 отъ земли. Комета была видима невооруженнымъ глазомъ до 21 іюля. Повидимому эта комета не принадлежитъ къ числу періодическихъ, или же имѣетъ очень большой періодъ. (L'Astronomie). *В. Г.*

Дѣйствіе растворовъ солей и щелочей на стекло. Многочисленные опыты надъ дѣйствіемъ различныхъ растворовъ при разныхъ температурахъ на стекло были произведены F. Foerster'омъ. Вотъ главные выводы изъ его наблюденій.

1) Ёдкія щелочи растворяютъ стекло далеко сильнѣе воды. Наиболѣе дѣйствуетъ ёдкій натръ, затѣмъ ёдкое кали, амміакъ и баритовая вода. Растворы, уже соединенные съ небольшими количествами кремнекислоты, дѣйствуютъ сильнѣе чистыхъ. Концентрированные растворы дѣйствуютъ при обыкновенной температурѣ слабѣе разбавленныхъ.

2) Дѣйствіе увеличивается съ повышеніемъ температуры.

3) Углекислыя щелочи также дѣйствуютъ сильнѣе воды, даже въ очень слабыхъ растворахъ. Сода дѣйствуетъ быстрѣе, чѣмъ поташъ, взятый въ эквивалентномъ количествѣ.

4) Соли, кислоты которыхъ образуютъ нерастворимыя известковыя соли, дѣйствуютъ сильнѣе воды. Дѣйствіе ихъ усиливается съ увеличеніемъ концентраціи.

5) Соли, кислоты которыхъ даютъ растворимыя известковыя соли, дѣйствуютъ слабѣе воды. Дѣйствіе ихъ ослабляется съ увеличеніемъ концентраціи. *В. Г.*

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

❖ Градина въ 1 фунтъ 32 зол. выпала 30 іюля въ 6 ч. 37 м. вечера въ Кіевѣ. Она имѣла форму закрытой продолговатой сплюснутой съ боковъ раковины въ 10,5 цм. длиною. На срединѣ въ ней замѣчено было углубленіе, гдѣ ледъ казался рыхлымъ и поздраватымъ. Отсюда шли правильные круги; по мѣрѣ увеличенія круговъ ледъ представлялъ болѣе сплоченную массу. Падаѣ, градина ударила о стѣну каменнаго флигеля и раскололась на двое. По мѣрѣ таянія, въ массѣ льда были замѣчены песчинки, мелкія зерна и какія-то каменистыя частицы.

❖ Землетрясенія въ окрестностяхъ г. Вѣрнаго были довольно часты весною и лѣтомъ настоящаго года. Съ 7-го по 9-е іюля наблюдалось семь легкихъ содраганій земли съ подземнымъ гуломъ. 10-го іюня былъ

толчекъ въ 8 ч. утра. На Отарѣ было небольшое землетрясеніе днемъ 24 іюня. На сѣверномъ берегу озера Иссыкъ-куль въ с. Сазоновѣ и дер. Уйталѣ произошло настолько сильное землетрясеніе, что въ Уйталѣ въ нѣкоторыхъ домахъ разрушились дымовыя трубы.

❖ **Землетрясенія въ Одессѣ** наблюдались 5-го августа въ 4 ч. 37 мин. пополудни и 29-го августа въ 5 ч. 45 м. утра. Нѣкоторые изъ очевидцевъ утверждаютъ, что второе землетрясеніе было сильнѣе перваго, другіе же говорятъ, что первое было значительно сильнѣе. Объ этомъ трудно судить, такъ какъ условія наблюденія того и другого землетрясенія были весьма различны. Первое землетрясеніе длилось ок. 4-хъ секундъ и во многихъ мѣстахъ ясно чувствовались два удара. Въ нѣкоторыхъ домахъ зазвонили колокольчики у дверей, въ одномъ изъ домовъ въ Театральномъ переулкѣ и въ казармахъ при Бульварномъ полицейскомъ участкѣ оказались трещины, а въ камерѣ судебного слѣдователя отъ сотрясенія разбилось окно. Второе землетрясеніе разбудило многихъ обывателей, которые чувствовали сотрясенія кровати. Землетрясенія охватили сравнительно большой районъ и наблюдались во многихъ городахъ юга Россіи.

❖ **Страшный ураганъ въ С. Америкѣ** пронесся въ ночь съ 28-го на 29 августа (н. с.), съ юга на сѣверъ, по штатамъ Георгіи, Ю. Каролинѣ и Виргиніи. Ураганъ этотъ продолжался 8 часовъ и разрушилъ до основанія городъ Саванну въ теченіе часа времени. Здѣсь погибли тысячи людей, а убытки невообразимо велики. Однѣхъ только церквей, разрушенныхъ до основанія, извѣстно свыше 70-и. Портový городъ Балтимора полуразрушенъ, въ портѣ плавали опрокинутыя суда. Особенно пострадали города Брунсвикъ, Петербургъ, Шарлотъ, Керперсвилль, Портъ-Рояль, Сибрукъ, Чарльстоунъ и др. Погибло много судовъ; число ихъ пока неизвѣстно.

❖ **Вліяніе электричества на микроорганизмы.** Проф. Арсонваль произвелъ цѣлый рядъ опытовъ для опредѣленія степени вліянія электричества на животныхъ. Животныя помѣщались для этого въ соленоидъ, по которому пропускался сильный альтернативный токъ (до 800000 колебаній въ секунду). Высшія животныя выдерживаютъ эти токи; микроорганизмы также не мѣняють своей формы и не теряють жизнеспособности, но измѣняется характеръ ихъ выдѣленій. Разводки однѣхъ и тѣхъ же бацилл окрашивались въ различные цвѣта отъ большаго или меньшаго воздѣйствія на нихъ токовъ.

ЗАДАЧИ НА ИСПЫТАНІЯХЪ ЗРѢЛОСТИ ВЪ 18⁹² / 93 Г.

Симферопольская гимназія.

А. Задача по алгебрѣ. На заводѣ отлиты пушечныя ядра, число которыхъ не превышаетъ большаго корня уравненія:

$$12 \left(\frac{16}{25} x \right)^{-3/4} - \left(\frac{16}{25} x \right)^{-3/8} = 2^{-4}$$

Если расположить ихъ въ кучи по 13 штукъ, то останется 9, если же положить по 17, то останется 14. Сколько ядеръ отлито на заводѣ?

Б. Задача по геометріи. Найти выраженія для полной поверхности и объема тѣла, которое произошло отъ вращенія равнобедреннаго треугольника около одной изъ равныхъ сторонъ, какъ около оси, если основаніе \triangle -ка a дюймовъ, а противоположный ему уголъ α^0 .

В. Арифметическая задача (для стороннихъ лицъ). Чайный торговецъ, имѣя вексель въ 1500 р., дисконтируетъ его коммерчески, считая по $3\frac{1}{2}\%$ въ годъ, за 2,4 мѣсяца до срока и на вырученную сумму покупаетъ чай двухъ сортовъ по 3 р. 50 коп. и по 3 руб. 80 коп. за фунтъ. Смѣшавши оба сорта, купецъ рассчиталъ, что, продавая смѣсь по 3 руб. 60 к. за фунтъ, онъ только выручитъ свои деньги, не получивши ни прибыли, ни убытку. Сколько онъ купилъ фунтовъ первого и сколько второго сорта?

Тамбовская гимназія.

Алгебра. Арифметическая прогрессія, у которой третій членъ равенъ числу сочетаній изъ 5 элементовъ по 3, а седьмой есть $\sqrt{10648}$, состоитъ изъ 8 членовъ. На какое цѣлое число слѣдуетъ раздѣлить сумму всѣхъ членовъ этой прогрессіи, чтобы получить въ частномъ число, на 9 единицъ меньше дѣлителя, а въ остаткѣ число, на 3 единицы меньше частного.

Геометрія. Построить треугольникъ по основанію a , высотѣ h_a и одной изъ двухъ другихъ сторонъ b . Въ построенный по этимъ даннымъ треугольникъ вписать кругъ и вычислить радіусъ этого круга, полагая $a=6$, $h_a=8$ и $b=10$.

Сообщ. И. Александровъ.

Варшавское реальное училище.

Въ VI классѣ. По арифметикѣ (основная): На сумму, удержанную конторой при математическомъ учетѣ предъявленнаго ей векселя въ 451 рубль, произведенномъ за 1 годъ 4 мѣсяца 20 дней до срока по 8% , былъ купленъ слитокъ изъ мѣди и серебра въ 1,541(6) фунта. Слитокъ этотъ при погруженіи въ воду теряетъ въ своемъ вѣсѣ 14 золотниковъ 64 доли, тогда какъ въ отдѣльности серебро теряетъ въ водѣ $9\frac{11}{20}\%$, а мѣдь $11,1\%$ своего вѣса. Зная, что 1 золотникъ серебра стоитъ то же, что 0,5 фунта мѣди, и что они своей цѣны въ смѣси не теряютъ, найти цѣну фунта того и другого металла. Сдѣлать повѣрку. (Годъ принимать равнымъ 360-ти днямъ, мѣсяцъ равнымъ 30-ти днямъ).

Арифметика (запасная). Нѣкто продалъ вексель въ 742,5 руб. съ матем. учетомъ за 2,0833.... года до срока по столько процентовъ, по скольку надо отдать 3200 рублей, чтобы имѣть черезъ 3 года 4 мѣс. 24 дня прибыли 652 руб. 80 коп... Вырученные отъ продажи деньги

были раздѣлены на 3 части, изъ которыхъ первая относилась ко второй, какъ $\frac{13}{44}$: 0,(81), а вторая къ третьей, какъ $\frac{1}{17}$: 0,02(7). На первую изъ этихъ частей былъ купленъ чай въ 52 руб. пудъ, а на вторую—въ 1,6 руб. фунтъ, и весь этотъ чай былъ смѣшанъ. Спрашивается, за сколько рублей должно продавать фунтъ смѣси, чтобы получить на затраченные на всю эту покупку деньги 30% прибыли. Проценты простые. Годъ принимать въ 360 дней, мѣсяцъ—въ 30 дней.

По геометріи (основныя). 1. Перпендикуляръ, опущенный изъ вершины прямого угла прямоугольнаго треугольника, вписаннаго въ полукруглость радіуса r , на діаметръ, около котораго вся фигура вращается, дѣлитъ этотъ діаметръ въ среднемъ и крайнемъ отношеніи. Вычислить высоту прямого цилиндра, радіусъ основанія котораго равенъ меньшему изъ катетовъ прямоугольнаго треугольника и объемъ равенъ разности объемовъ двухъ тѣлъ вращенія, полученныхъ отъ обращенія полукруга и прямоугольнаго треугольника.

2. Построить параллелограммъ по периметру, углу между двумя его сторонами и противоположащей этому углу діагонали.

Геометрія (запасныя). 1. Въ шарѣ радіуса R выдолблена конусообразная пустота такъ, что ось выдолбленнаго тѣла проходитъ чрезъ центръ шара, вершина его находится на поверхности шара и радіусъ окружности отверстія, лежащей тоже на поверхности шара, равенъ $\frac{4}{5}R$. Вычислить отношеніе объема вынутой массы къ объему всего шара.

2. Построить четырехугольникъ, если даны: діагонали e_1 и e_2 четырехугольника, уголъ ϵ между діагоналями, отношеніе $m:n$ двухъ смежныхъ сторонъ четырехугольника и уголъ δ между двумя остальными его сторонами.

По тригонометріи (основная). Одна изъ сторонъ треугольника $c = 234$ фут., разность угловъ, прилежащихъ къ ней, $A - B = \alpha = 30^\circ 50' 44''{,}32$, а разность прочихъ двухъ сторонъ $a - b = d = 98$ фут. Найти площадь треугольника. Повѣрить задачу.

Тригонометрія (запасная). Сумма двухъ сторонъ треугольника $a + b = 203$ футамъ, третья сторона $c = 145$ футамъ и площадь треугольника $S = 2610$ квадр. футамъ. Рѣшить треугольникъ и сдѣлать повѣрку.

По алгебрѣ (основныя). 1. Мясникъ купилъ нѣсколько телятъ и овецъ, платя за каждого теленка столько полтинниковъ, сколько купилъ овецъ, а за каждую овцу число полтинниковъ, равное $\frac{1}{4}$ числа купленныхъ овецъ. Если бы онъ далъ за каждого теленка 2-мя рублями болѣе, чѣмъ онъ платилъ, а за каждую овцу рублемъ дороже, то ему пришлось бы заплатить за нихъ 70-ю рублями болѣе, нежели онъ заплатилъ, а если бы каждая овца стоила столько, сколько теленокъ, то ему за все пришлось бы заплатить 564 рубля. Сколько было куплено телятъ и овецъ, и что стоитъ каждый теленокъ и каждая овца? Сдѣлать повѣрку.

2. Рѣшить систему уравненій:

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 19, \\x^2 + 4y^2 + z^2 &= 133, \\xz &= 4y^2.\end{aligned}$$

Алгебра (запасный). 1. Число меньше 3000; оно дѣлится безъ остатка на 3, 4, 5 и 7; при дѣлении на 9 даетъ въ остаткѣ (-3) , а при дѣлении на 11 даетъ остатокъ 3. Найти это число.

2. Рѣшить систему уравненій:

$$\begin{aligned}x + y + \sqrt{x+y} &= 12, \\ x^3 + y^3 &= 189.\end{aligned}$$

Въ дополнительномъ классѣ. По *алгебрѣ*: Нѣкто, будучи въ лодкѣ въ 3-хъ миляхъ отъ ближайшей точки берега, желаетъ въ кратчайшее время достигнуть мѣста, находящагося въ 5-ти миляхъ отъ этой точки, считая вдоль берега; предполагая, что онъ можетъ проходить по 5-и миль, а проплывать по 4 мили въ часъ, требуется опредѣлить мѣсто, къ которому онъ долженъ приплыть.

По *приложенію алгебры къ геометріи*. Въ кругѣ радіуса r вписать равнобедренный треугольникъ, въ которомъ сумма основанія съ высотой равна данной линіи a .

Сообщ. С. Гирманъ.

ЗАДАЧИ.

№ 519. Рѣшить уравненіе

$$x^4 + 4x^3 - 20x^2 + 48x - 48 = 0.$$

А. Гольденбергъ (Горки).

№ 520. Данъ прямоугольникъ ABCD и гдѣ нибудь въ пространствѣ точка M. Показать, что

$$\overline{AM}^2 + \overline{CM}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{DM}^2.$$

И. Вонсикъ (Красное Село).

№ 521. Показать, что радіусъ шара, вписаннаго въ ромбическій додекаэдръ, равенъ $a\sqrt{1/2}$, а объемъ ромбическаго додекаэдра равенъ $2a^3$, гдѣ a есть половина прямой, соединяющей вершины противоположныхъ четырехгранныхъ угловъ.

П. Свѣшниковъ (Троицкѣ).

№ 522. Рѣшить систему

$$x + y = a; \quad \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = m.$$

В. Перемисей (Полтава).

№ 523. Найти сумму n членовъ ряда

$$S = 8 + 2.89 + 3.899 + 4.8999 + \dots$$

И. Вонсикъ (Красное Село).

№ 524. Нѣкто купилъ вексель за 3 мѣсяца до срока съ учетомъ (математическимъ) по 8⁰/₀, но должникъ въ срокъ денегъ не уплатилъ. Получивъ деньги по суду черезъ полгода, владѣлецъ векселя нажилъ отъ всей операціи 101 р. 20 к. Найти валюту векселя, если извѣстно, что за просроченное время взыскано было 6⁰/₀ (годовыхъ). — Рѣшеніе требуется ариѳметическое.

В. Макашовъ (Ив.-Вознес.).

№ 525. Показать, что если 3^{n-1} есть сумма трехъ различныхъ квадратовъ, то 3^n есть сумма четырехъ квадратовъ.

(Заемств.) *В. Г. (Одесса).*

№ 526. Закрытый цилиндръ изъ тонкой латуни, малой высоты, содержитъ 1080 gr. воды; одно изъ основаній его, имѣющее площадь въ 3 кв. децим. и зачерненное такъ, что совершенно поглощаетъ солнечные лучи, расположено перпендикулярно къ лучамъ солнца. Замѣчено, что температура воды повышается на $\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$ въ минуту. Вычислить: 1) сколько калорій въ часъ получаетъ квадратный сантиметръ основанія цилиндра, обращеннаго къ солнцу; 2) сколько калорій въ сутки получаетъ площадь большого круга земного шара ($= 127 \times 10^6$ кв. килом.), перпендикулярная къ солнечнымъ лучамъ. — (Теплоемкостью цилиндра можно пренебречь).

(Заемств.) *Д. Е. (Ив.-Вознес.).*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 7 (2 сер.). Показать, что во всякомъ правильномъ $3m$ -угольникѣ разность между m -ой и $(m-2)$ -й діагоналями равняется сторонѣ, разность между $(m+1)$ -ой и $(m-3)$ -й діагоналями равняется 1-й діагонали, разность между $(m+2)$ -ой и $(m-4)$ -ой діагоналями равняется 2-ой діагонали и т. д., а $(m-1)$ -ая діагональ равна сторонѣ правильнаго треугольника, вписаннаго въ тотъ-же кругъ, въ который можетъ быть вписанъ и данный $3m$ -угольникъ.

Пусть AM — m -ая діагональ $3m$ -угольника, AL — $(m-1)$ -ая, AK — $(m-2)$ -я, AJ — $(m-3)$ -я, AN — $(m+1)$ -ая его діагонали. Такъ какъ AL стягиваетъ дугу въ 120° , то $\angle AML = 60^{\circ}$. Опустивъ изъ K перпендикуляръ на AL и продолживъ его до пересѣченія съ AM въ K' , легко докажемъ, что $KL = K'L = ML = K'M$, т. е. что разность $K'M$ между m -ой и $(m-2)$ -ой діагоналями равна сторонѣ многоугольника.

Соединивъ точки N и L , найдемъ, что $\angle ANL = 60^{\circ}$, а проведя $JJ' \perp AL$ (J' на AN) и соединивъ J и J' съ L , докажемъ безъ труда, что $JL = J'L = LN = J'N$, т. е. что разность $J'N$ между $(m+1)$ -ой діагональю AN и $(m-3)$ -ей — AJ равна JL , т. е. 1-ой діагонали. Точно такъ

же докажемъ, что разность между $(m+2)$ -й и $(m-4)$ -ой діагоналями равна 2-ой діагонали и т. д.

Послѣднее положеніе задачи прямо слѣдуетъ изъ того, что $(m-1)$ -ая діагональ стягиваетъ дугу въ 120° .

В. Ходиковъ (Курскъ); С. Блажко (Хотимскъ); В. Моргуль (Кіевъ).

№ 12 (2 сер.). Внутри круга на неподвижномъ діаметрѣ даны двѣ точки А и В (расположенныя по одну сторону отъ центра О или по разныя). Соединяя точки А и В съ концами другого подвижного діаметра CD, получимъ различные четырехугольники. Требуется найти геометрическое мѣсто точекъ пересѣченія противоположныхъ сторонъ этихъ четырехугольниковъ.

Предположимъ, что точки А и В расположены по разныя стороны центра О; пусть М будетъ пересѣченіе сторонъ AC и BD, и М'—сторонъ AD и BC. Проведемъ СК||MD (К на АВ) и соединимъ К и D, изъ подобныхъ \triangle -овъ AMB и ACK и AM'B и ADK, получимъ

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AK}; \frac{AM'}{AD} = \frac{AB}{AK}, \text{ т. е. } \frac{AM}{AC} = \frac{AM'}{AD},$$

слѣд. $MM' \parallel CD$. Если Х—пересѣченіе MM' и АВ, то въ точкѣ Х линія MM' дѣлится пополамъ. Такъ какъ

$$AX = \frac{AB \cdot AO}{AK} = \text{const. и } MX = \frac{AB \cdot CO}{AK} = \text{const.},$$

то искомымъ геометрическимъ мѣстомъ будетъ окружность, описанная изъ точки Х, сопряженно гармонической съ точками А, О и В, радіусомъ, равнымъ МХ.—Если точки А и В лежатъ по разныя стороны центра О, то окружность эта заключаетъ въ себѣ данную, въ противномъ случаѣ заключается въ ней.

Н. Волковъ (Воронежъ); Н. Плетищевъ (Спб.); Н. Соловьевъ (Москва).

№ 17 (2 сер.). Черезъ точку А внутри круга О проведена въ произвольномъ направленіи хорда PQ и двѣ окружности O_1 и O_2 , касающіяся данной въ точкахъ Р и Q. Найти геометрическое мѣсто второй точки В пересѣченія окружностей O_1 и O_2 и доказать, что 1) сумма радіусовъ этихъ окружностей есть величина постоянная и 2) линія ихъ центровъ O_1O_2 проходитъ черезъ нѣкоторую постоянную точку.

Такъ какъ Р—центръ подобія круговъ О и O_1 , а Q—круговъ О и O_2 , то четырехугольникъ AO_1OO_2 есть параллелограммъ и потому 1) сумма радіусовъ окружностей O_1 и O_2 равна радіусу окружности О; 2) линія центровъ OO_1 всегда дѣлится пополамъ постоянной точкой К—срединой линіи АО, и 3) такъ какъ $\angle ABO$ прямой ($\triangle ABO \sim \triangle ANK$, гдѣ N—середина АВ), то геометрическимъ мѣстомъ точки В служитъ окружность, описанная на АО, какъ на діаметрѣ.

А. Плетищевъ (Спб.); В. Х., Л. Лебедевъ (Курскъ); С. Блажко (Хотимскъ).

№ 348 (2 сер.). Построить треугольник по данной площади, углу и медианѣ, соответствующей одной изъ сторонъ даннаго угла.

Описываемъ на медианѣ дугу, вмѣщающую данный уголъ, и проводимъ прямую параллельно медианѣ на разстояніи отъ нея, равномъ $a^2:m$, гдѣ a^2 — данная площадь, а m — медиана. Пересѣченіемъ этой параллели съ дугой опредѣляется вершина треугольника. Дальнѣйшее построеніе очевидно.

А. Галлерингъ, В. Церемисейъ (Полтава); *А. Мельниковъ* (Троицкѣ); *Х. Едлингъ* (Кременчугъ); *Е. Щиголевъ* (Курскъ); *В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *В. Вужанцевъ* (Борисоглѣбскѣ); *П. Хмельниковъ* (Тула).

№ 382 (2 сер.). Найти сумму:

$$\frac{a \pm a_1}{aa_1} + \frac{aq \pm a_1q_1}{aqa_1q_1} + \frac{aq^2 \pm a_1q_1^2}{aq^2a_1q_1^2} + \dots + \frac{aq^n \pm a_1q_1^n}{aq^na_1q_1^n}$$

при $n = \infty$ и $q > 1$, $q_1 > 1$.

Данную сумму легко представить въ видѣ

$$\frac{a}{aa_1} \left(1 + \frac{q}{qq_1} + \frac{q^2}{q^2q_1^2} + \dots + \frac{q^n}{q^nq_1^n} \right) \pm \frac{a_1}{aa_1} \left(1 + \frac{q_1}{qq_1} + \frac{q_1^2}{q^2q_1^2} + \dots + \frac{q_1^n}{q^nq_1^n} \right) = \frac{q_1}{a_1(q_1-1)} \pm \frac{q}{a(q-1)}.$$

О. Озаровская (Спб.); *Е. Щиголевъ* (Курскъ); *А. П.* (Пенза); *С. Бабанская, Е. Исаковъ* (Тифлисъ); *В. Шишаловъ* (Ив.-Вознес.); *Е. Каприелли, П. Ивановъ* (Одесса); *П. Хмельниковъ* (Тула).

№ 383 (2 сер.). Построить треугольникъ по радіусу вписаннаго въ него круга, по отрѣзку отъ вершины треугольника до точки касанія вписаннаго круга и по сторонѣ, не прилежащей къ этому отрѣзку.

Описавъ даннымъ радіусомъ окружность, проведемъ къ ней въ точкѣ Т касательную, отложивъ отъ точки касанія данный отрѣзокъ до точки В и проведемъ изъ В касательную къ окружности, найдемъ уголъ, противолежащій данной сторонѣ. Зная, что разстояніе точки касанія въ вписаннаго круга отъ противоположной вершины равно полупериметру треугольника, откладываемъ на продолженіи ВТ отъ точки Т до М данную сторону a , возставляемъ въ М перпендикуляръ къ ВМ до пересѣченія съ биссекторомъ угла В въ точкѣ О. Описавъ изъ О окружность радіусомъ ОМ, проводимъ касательную къ ней и къ окружности, вписанной въ треугольникъ. Точки пересѣченія этой касательной со сторонами угла В и будутъ остальными вершинами треугольника.

Л. Герасимова (Кременчугъ); *В. Шишаловъ, В. Баскаковъ* (Ив.-Вознес.); *А. Рязновъ* (Самара); *Е. Щиголевъ* (Курскъ); *Е. Каприелли* (Одесса); *П. Хмельниковъ* (Тула).

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса, 11-го Сентября 1893 г.

„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. Болгарова

Обложка
щется

Обложка
щется