

Обложка  
щется

Обложка  
щется

# ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

## ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XIII Сем. № 149. № 5.

**Содержаніе:** Простой приборъ для объясненія видимаго движенія звѣздъ, Проф. П. Фанг-деръ-Флита. — Рецензіи, М. Попруженко. — Научная хроника. — Опыты и приборы. — Разныя извѣстія. — Слѣсь. — Библиографическій листокъ новѣйшихъ русскихъ изданій. — Задачи №№ 374, 388—392. — Упражненія для учениковъ. — Рѣшенія задачъ (2 сер.) №№ 203, 235 и (1 сер.) 513. — Списокъ нерѣшенныхъ задачъ 1-ой серіи.

### ПРОСТОЙ ПРИБОРЪ

для объясненія видимаго движенія звѣздъ

Нѣсколько лѣтъ назадъ я показывалъ въ собраніи преподавателей физики въ Педагогическомъ Музеѣ простой приборъ для объясненія видимаго движенія звѣздъ и солнца. Не претендуя на открытіе чего либо новаго, я не напечаталъ тогда описанія прибора, и только часть прибора, любезно приготовленная Вл. Вл. Лермантовымъ по моей просьбѣ, напоминала мнѣ о сдѣланномъ мною сообщеніи въ музеѣ. Въ настоящее время, по поводу посылки Музеемъ нѣкоторыхъ педагогическихъ приборовъ на выставку въ Чикаго, ко мнѣ обратились за описаніемъ моего прибора. Такъ какъ я до сихъ поръ не встрѣчалъ описанія подобнаго прибора, а, между тѣмъ, по моему мнѣнію, онъ былъ бы небезполезенъ при преподаваніи математической географіи, то я и рѣшился напечатать краткую замѣтку о немъ.

Приборъ состоитъ изъ шара или глобуса (сантиметровъ 20 или 30 въ діаметрѣ), вращающагося около наклонной оси. Черезъ произвольно взятую точку на немъ намѣчается меридіанъ и параллель; къ ней же прикрѣпляется горизонтальная плоскость даннаго мѣста—маленькій картонный кружокъ (сантиметровъ 5 въ діаметрѣ), съ радіальными дѣленіями на десятки градусовъ. На этомъ кружкѣ устанавливается вертикально по меридіану такихъ же



размѣровъ и съ такими же дѣленіями полукругъ, перегибающійся пополамъ на два квадранта. Одинъ квадрантъ можно прикрѣпить неподвижно къ горизонтальному кружку (по направленію отъ центра кружка къ полюсу шара), такъ чтобы перегибъ представлялъ отвѣсную линію даннаго мѣста. Другой квадрантъ при своихъ поворотахъ около вертикальнаго перегиба можетъ представлять любую вертикальную плоскость даннаго мѣста.

Къ основанію вертикальной линіи (т. е. къ данной точкѣ на шарѣ) прикрѣпляется длинная нить, съ привязаннымъ къ ней резиновымъ шнуркомъ; лучше даже всю нить замѣнить такимъ шнуркомъ. Свободный конецъ шнурка прикрѣпляется во время опыта къ отдаленной точкѣ потолка или стѣнъ комнаты такъ, чтобы во время поворотовъ шара нить оставалась натянутою (для этого и требуется резиновый шнурокъ). Эта нить должна представлять лучъ, идущій отъ звѣзды къ данной точкѣ земли.

Направленіе луча относительно данной мѣстности на землѣ опредѣляется: во первыхъ, высотой его, измѣряемой на приставленномъ къ нити вертикальномъ квадрантѣ угломъ между нитью и основаніемъ квадранта; во вторыхъ, азимутомъ, измѣряемымъ на горизонтальномъ кружкѣ угломъ между основаніемъ вертикальнаго квадранта и меридіональной чертой.

При вращеніи шара около оси мѣняется направленіе нити относительно мѣста на шарѣ, — ея азимуть и высота. При небольшомъ діаметрѣ шара сравнительно съ длиною нити, направленіе ея въ пространствѣ приблизительно сохраняется во время вращенія шара около неподвижной оси; нить остается приблизительно параллельною самой себѣ. Тогда высота и азимуть ея мѣняется лишь отъ измѣненія направленія горизонта и меридіана, какъ это и происходитъ въ дѣйствительности съ лучемъ отъ звѣзды. Поэтому приборъ этотъ даетъ возможность наглядно прослѣдить это измѣненіе во всѣхъ подробностяхъ; а именно:

Измѣняя положеніе точки прикрѣпленія нити къ потолку или къ стѣнѣ, при неизмѣнномъ положеніи оси вращенія шара, можно прослѣдить вліяніе полярнаго разстоянія звѣзды на положеніе и величину пути ея надъ горизонтомъ мѣста.

Измѣняя положеніе точки прикрѣпленія нити на меридіанѣ шара при томъ же положеніи оси, можно прослѣдить вліяніе широты мѣста на наклонъ путей звѣздъ къ горизонту, и на величину части пути ихъ надъ горизонтомъ.

Измѣняя мѣсто положенія оси шара въ комнатѣ, при неизмѣнномъ направленіи оси, перенося его съ одной стороны (солнца) на другую, можно прослѣдить вліяніе годичнаго движенія земли на видимое положеніе звѣздъ относительно солнца.

Наконецъ, измѣняя наклонъ оси къ плоскости годичнаго движенія земли, можно показать вліяніе наклона на времена года.

Такимъ образомъ этотъ приборъ оказывается почти универсальнымъ при преподаваніи космографіи; — между тѣмъ онъ на столько простъ, что каждый преподаватель можетъ самъ пристроить всѣ приспособленія къ имѣющемуся въ школѣ глобусу.



Кстати упомяну о другомъ приспособленіи, употреблявшемся мною, лѣтъ двадцать пять назадъ, для поясненія вліянія освѣщенія атмосферы солнцемъ на видимость звѣздъ. Вѣроятно это приспособленіе кѣмъ нибудь и гдѣ нибудь описано, но несомнѣнно мало распространено и потому не бесполезно сказать о немъ нѣсколько словъ.

Въ непрозрачномъ картонѣ пробиваются нѣсколько отверстій различной величины, представляющихъ звѣзды въ какомъ либо созвѣздіи. Картонъ покрывается съ одной стороны тонкою писчею бумагою, и освѣщается въ темной комнатѣ лампами съ обѣихъ сторонъ. При уменьшеніи силы освѣщенія бумаги, черезъ нее просвѣчиваютъ отверстія въ картонѣ; при увеличеніи освѣщенія просвѣчиваніе исчезаетъ, т. е. становится незамѣтнымъ въ общемъ сильномъ освѣщеніи всей бумаги.

Явленіе выводитъ гораздо эффектные, если заднюю лампу (т. е. съ непокрытой стороны картона) закрыть ящикомъ, боковою стѣнкою котораго служить картонъ съ отверстиями. Тогда при уменьшеніи свѣта передней лампы затемняется вся комната, и потому ярче выступаютъ просвѣчивающія отверстія—звѣзды.

Проф. П. Фанс-деръ-Флитъ (Спб.).

## РЕЦЕНЗІИ.

Элементарная геометрія для среднихъ учебныхъ заведеній, съ приложеніемъ большого количества упражненій и статьи: главнѣйшіе методы рѣшенія задачъ на построеніе. Составилъ А. Киселевъ VIII+298; ц. 1 р. 25 к.

Въ отношеніи количества матеріала авторъ строго ограничилъ себя программами средне-учебныхъ заведеній. Такъ называемаго «мелкаго шрифта» очень не много и въ немъ нѣтъ почти ни одной статьи, которая могла бы быть опущена въ старшихъ классахъ.

Что касается системы, то она бьетъ въ глаза своею выпуклостью и опредѣленностью. Очень удачно подраздѣленіе учебника на книги и главы: отъ этого система еще выигрываетъ въ рѣшительности.

Почти единственное замѣчаніе, которое можно сдѣлать по рас- планировкѣ курса, относится къ замѣтной пестротѣ содержанія главы II. Затѣмъ, кажется, лучше было-бы всѣ признаки равенства треугольниковъ соединить въ одну главу.

Авторъ, очевидно, придерживается прочно установившейся системы лучшихъ французскихъ учебниковъ (Rouché et Comberousse), но я думаю, что и эта система допускаетъ дальнѣйшія усовершенствованія.

Основные задачи на построеніе изложены раньше статьи объ окружности и такой распорядокъ мотивированъ слѣдующими соображеніями: «съ точки зрѣнія строгой теоріи къ задачамъ на постро-



еніе возможно приступить только тогда, когда ученики усвоили основныя положенія объ окружности. Но съ педагогической точки зрѣнія это едва ли было-бы удобно: отодвинуть практическія упражненія такъ далеко отъ начала курса значило бы сдѣлать начало геометріи, и безъ того трудное для начинающихъ, еще болѣе сухимъ и тяжелымъ. Мы поступились строгостью въ пользу практическаго интереса и помѣстили основныя задачи на построеніе тотчасъ послѣ разсмотрѣнія свойствъ треугольниковъ. Нельзя не признать, что сужденія автора въ высшей степени правильны и внушены ему большою педагогическою опытностью. Но, въ этомъ отношеніи, можно пойти еще и далѣе: можно пожелать, чтобы даже и въ теоремахъ не употреблялись незнакомыя ученикамъ постоенія. Какъ извѣстно, на такихъ началахъ построенъ курсъ Евклида. Я знаю, что по этому теперь забытому вопросу мнѣнія расходятся \*), но, съ педагогической точки зрѣнія, о немъ полезно подумать.

Перехожу теперь къ обзору матеріала.

Во «Введеніи» авторъ разъясняетъ составъ предложенія и даетъ болѣе полное, чѣмъ обыкновенно, опредѣленіе обратной теоремы. Вслѣдъ за этимъ указывается на зависимость между теоремами прямой, обратной и противоположной. Тутъ-же слѣдовало бы сказать пару словъ объ условіяхъ «необходимыхъ и достаточныхъ». Параграфъ этотъ съ полнымъ основаніемъ отнесенъ къ мелкому шрифту: онъ, конечно, необходимъ, но было бы несвоевременно излагать его начинающимъ изученіе геометріи.

Я думаю, что къ тому же шрифту слѣдовало бы отнести и «аксіому пространства». Для начинающихъ она остается пустымъ звукомъ. Понятіе о прямой авторъ считаетъ элементарнымъ и приводитъ только 3 аксіомы прямой: «1. Черезъ всякія двѣ точки пространства можно провести прямую и при томъ только одну. 2. Прямую можно продолжать безъ конца въ обѣ стороны отъ каждой ея точки. 3. Если двѣ прямыя имѣютъ только одну общую точку, то онѣ пересекаются, т. е. каждая изъ нихъ располагается по обѣ стороны другой». Последняя, кажется, первый разъ находитъ себѣ мѣсто въ русскомъ учебникѣ.

Тутъ возникаетъ вопросъ: исчерпываются-ли этими 3-мя аксіомами всѣ тѣ не подлежащія доказательству свойства прямой, которыми приходится пользоваться при дальнѣйшемъ построеніи круга. Я полагаю, что—нѣтъ. Въ интересахъ строгости слѣдовало бы привести еще слѣдующія положенія \*\*):

а) Продолженія прямой совершенно опредѣлены, т. е. каждое направленіе не можетъ имѣть двухъ или болѣе различныхъ продолженій.

б) Часть прямой не можетъ имѣть общей точки со своимъ продолженіемъ.

\*) См. напримѣръ: А. П. Мининъ. «Слѣдуетъ-ли преподавать геометрію по Евклиду».

\*\*) См. Волковъ. Ученіе о пространствѣ или рациональная геометрія.



Конечно, эти тонкости, равно какъ и 3 аксіомы учебника, вовсе не уместны начинающимъ.

с) Безпредѣльная прямая не можетъ заключаться въ пространствѣ, ограниченномъ со всѣхъ сторонъ.

Теорема относительно совмѣстности частей плоскости формулирована по *Нувелю* такъ: «Всякую часть плоскости можно наложить всѣми ея точками на другое мѣсто этой или другой плоскости, при чемъ накладываемую часть можно предварительно перевернуть другою стороною». Въ началѣ курса теорема эта приводится безъ доказательства, которое отнесено къ стереометріи.

Уголъ между двумя прямыми не опредѣляется, а разъясняется только понятіе объ углѣ.

Почти бесполезно прибавлять, что во всѣхъ перечисленныхъ трудныхъ вопросахъ авторъ стоитъ на высотѣ современныхъ возрѣніи и научность изложенія соединяетъ съ полною его доступностью.

Въ § 18-мъ допущено существованіе равныхъ смежныхъ угловъ, а въ § 19—оно доказано. Это немножко неловко. Въ томъ же § 18-мъ употребленъ терминъ, проходящій черезъ весь учебникъ: «перпендикуляръ къ срединѣ прямой». Авторъ, конечно, оговариваетъ условность выраженія, но все-таки слѣдуетъ протестовать противъ подобныхъ новшествъ: и безъ того не мало въ математикѣ символизмовъ,—что же выйдетъ, если каждый составитель учебника будетъ по своему произволу нагромождать новые и новые?

§ 23 разъясняетъ способъ наложенія одной фігуры на другую. Онъ составленъ образцово и принесетъ большую услугу учащимся. Не мѣшало-бы только прибавить, здѣсь или въ другомъ мѣстѣ, что не всякія двѣ фігуры могутъ быть приведены въ совмѣщеніе *передвиженіемъ изъ по плоскости*.

При классификаціи треугольниковъ на прямоугольные, остроугольные и тупоугольные не указаны основанія ея.

Одинъ изъ основныхъ случаевъ равенства треугольниковъ (по 2 сторонамъ и углу противъ большей изъ нихъ) вовсе не упомянуть. Конечно, безъ него можно обойтись, но онъ важенъ и самъ по себѣ и воспользоваться имъ впоследствии выгодно.

На стр. 29 авторъ дѣлаетъ очень важное замѣчаніе объ обратныхъ предложеніяхъ: приводится извѣстная теорема *Hauber'a* объ обратимости теоремъ. Чувствуется, однако, недостатокъ общей формулировки и общаго доказательства. Замѣчаніе это безъ сомнѣнія принесетъ большую пользу, подводя подъ общій логическій законъ равныя частныя теоремы. Вообще забота автора о проведеніи въ курсѣ общихъ логическихъ методовъ крайне симпатична.

Въ параграфѣ 49 доказано, что одна сторона треугольника меньше суммы двухъ другихъ. Авторъ приводитъ въ предисловіи вѣскіе мотивы, заставившіе его отвергнуть извѣстный принципъ *Архимеда* относительно прямой линіи. Мотивы извѣстны и безспорны, но соотвѣтствующіе принципы проходятъ въ педагогическую практику съ тяжелыми потугами,—по этому положительно слѣдуетъ привѣтствовать практическій починъ г. Киселева.



На стр. 37-ой обращает на себя внимание совершенно правильная формулировка определения геометрических мѣстъ. Въ этомъ отношеніи погрѣшности встрѣчаются довольно часто.

Изъ различныхъ аксіомъ, которыя могутъ быть положены въ основаніе теоріи параллельныхъ линій, авторъ избралъ слѣдующую: «черезъ одну и ту-же точку нельзя провести двухъ различныхъ прямыхъ, параллельныхъ одной и той-же прямой».

Редакція эта представляетъ перефразировку извѣстной формулировки *Плефера*, рекомендуемой *Дж. Ст. Миллемъ* \*).

Вообще вся статья о параллельныхъ линіяхъ изложена просто, чѣмъ обыкновенно.

То-же замѣчаніе относится и къ главѣ «объ окружности». Здѣсь обращаетъ на себя внимание группировка обратныхъ теоремъ.

Глава «Измѣреніе величинъ» изложена безукоризненно. Нахожденіе общей наибольш. мѣры обставлено точными теоремами; избранъ крайне простой примѣръ несоизмѣримыхъ линій; «понятіе объ измѣреніи» дано точное и вразумительное, и на немъ основано опредѣленіе отношенія двухъ величинъ.

Одно изъ главнѣйшихъ достоинствъ учебника заключается, по моему мнѣнію, въ удачномъ выборѣ доказательства равенства несоизм. отношеній. Здѣсь авторъ не пошелъ ни за французскими, ни за русскими курсами, а послѣдовалъ совѣтамъ *Дюамеля* \*\*). Доказательство основывается на опредѣленіи равенства несоизмѣримыхъ отношеній, вслѣдствіе чего «вещи разсматриваются въ самихъ себѣ» и избѣгаются и невразумляющій вообще методъ приведенія къ нелѣпости, и ссылки на общія теоремы, трудныя и чуждыя геометріи.

Статья «О подобіи» тоже до нѣкоторой степени упрощена. Авторъ очевидно заботливо подмѣчалъ тѣ пути мысленія, которыми пользуются ученики и вездѣ, гдѣ можно, утилизировалъ ихъ. Извѣстно, напримѣръ, что учащіеся, вопреки учебникамъ, постоянно ссылаются на то, что «если изъ двухъ равныхъ треугольниковъ одинъ подобенъ 3-ему, то и другой подобенъ ему». Это положеніе и приводитъ г. Киселевъ въ своемъ учебникѣ. Въ главѣ III книги III очень удачно сгруппированы теоремы, относящіяся къ метрическимъ свойствамъ треугольника и нѣкоторыхъ другихъ фигуръ. Теоремы о квадратахъ стороны треугольника иллюстрированы интересными приложеніями, къ которымъ слѣдовало-бы также отнести и вычисленіе биссектриссы. Можно пожалѣть, что въ этой главѣ не нашла себѣ мѣста прекрасная теорема *Стевварта*.

Начала приложенія алгебры къ геометріи изложены на 5-ти страницахъ очень отчетливо и ясно. Здѣсь слѣдуетъ прибавить замѣчаніе объ однородности геометрическихъ уравненій.

Книга IV начинается съ изложенія «основныхъ свойствъ предѣловъ». При всѣхъ своихъ достоинствахъ статья эта страдаетъ нѣкоторыми пробѣлами. Недоказано, напримѣръ, положеніе, что если

\*) *Дж. Ст. Милль*. Система логики.

\*\*) *Дюамель*. Основаніе исчисленія бесконечно-малыхъ и др.



одинъ изъ сомножителей произведенія постоянный, а другой стремится къ 0, то и произведение стремится къ 0. Одно изъ двухъ: или теорію предѣловъ совсѣмъ не слѣдуетъ помѣщать въ учебникѣ Геометріи, или излагать ее со всѣми подробными развитіями, и ихъ не будетъ такъ много, какъ предполагаетъ г. Киселевъ (см. предисловіе). Особенность изложенія статьи еще та, что авторъ не употребляетъ терминовъ: безконечно-большая и безконечно-малая величина. Предполагается, что употребленіе этихъ дѣйствительно задержанныхъ названій способно поселить смуту въ умахъ учащихся. Но я думаю, что если предъ безконечно-малыми запереть дверь, то онѣ ворвутся въ окно и, пожалуй, надѣлаютъ еще больше бѣдъ.

Къ большимъ достоинствамъ этой статьи слѣдуетъ отнести разъясненіе принциповъ метода предѣловъ. Оно развязываетъ ученику глаза. Прежде его тащили на буксирѣ до самаго момента торжества.

Наиболѣе оригинальную часть учебника (по сравненію съ русскими руководствами) составляетъ обработка статьи объ измѣреніи окружности. Авторъ придерживается взглядовъ *Каталана*, получившихъ полное примѣненіе во французской литературѣ, и длиною конечной кривой называетъ «предѣлъ периметра вписанной ломанной линіи, когда стороны ея стремятся къ 0».

Что такая точка зрѣнія имѣетъ за собою логическія преимущества, это въ настоящее время почти не отрицается, но противники новизны указываютъ на педагогическія трудности, возникающія при новомъ изложеніи.

Однако стоитъ только познакомиться съ изложеніемъ г. Киселева, чтобы убѣдиться въ неосновательности этихъ указаній. Даже болѣе, за исключеніемъ одного момента все объясненіе упрощается, разумѣется при условіи, что детальныя развитія будутъ отнесены ко времени болѣе зрѣлаго развитія учениковъ.

Статья о площадяхъ изложена съ полною отчетливостію и точностію. Для теоремы *Пиватора* можно было бы привести болѣе простое и изящное доказательство.

Вопросъ объ измѣреніи площадей криволинейныхъ фигуръ вызываетъ слѣдующія замѣчанія автора: «мы совершенно ясно представляемъ себѣ, что площадь круга больше площади вписаннаго многоугольника, какъ цѣлое больше своей части, и меньше площади описаннаго многоугольника, какъ часть меньше цѣлаго; и далѣе, что при неограниченномъ удвоеніи числа сторонъ вписаннаго и описаннаго многоугольниковъ разность между ихъ площадями стремится къ 0; поэтому предложеніе: площадь круга есть общій предѣлъ площадей правильныхъ вписанныхъ и описанныхъ многоугольниковъ, должно быть рассматриваемо не какъ опредѣленіе, а какъ теорема, подлежащая доказательству».

Здѣсь авторъ, кажется, вполне основательно расходится съ французскими руководствами.

Стереометрія изложена на 87-стр.

При опредѣленіи плоскости г. Киселевъ оговариваетъ, что



возможность существованія опредѣляемой поверхности принимается за аксіому.

Затѣмъ приводится аксіома: «Если вращать какую-нибудь плоскость вокругъ прямой, лежащей въ ней, то она можетъ прийти черезъ любую точку пространства».

Полагать надо, что подобныхъ аксіомъ можно разыскать сколько угодно.

Статья о плоскости вообще изложена очень тщательно (§§ 308, 309).

Въ дальнѣйшихъ статьяхъ (гл. II и III) хорошо сгруппированы мелкія теоремы, обыкновенно путающія учениковъ вслѣдствіе дурной системы.

Очень упрощенъ, согласно француз. курсамъ, выводъ объема параллелоипеда.

Хорошо доказана (на основаніи предѣловъ) теорема о равно-великости тетраэдровъ.

Подобнымъ многогранникамъ дано слѣдующее опредѣленіе: «два многогранника называются подобными, если они имѣютъ соответственно равныя многогранные углы и соответственно подобныя грани».

Примѣненіе его къ признакамъ подобія и къ выводу необходимыхъ теоремъ очень просто и искусно.

Глава V, напечатанная мелкимъ шрифтомъ, содержитъ обстоятельно изложенныя свойства симметрическихъ фигуръ.

Глава VI выиграла-бы отъ нѣкоторыхъ развитій. Статья о круглыхъ тѣлахъ вполне хороша. Особенно улучшено изложеніе параграфовъ, относящихся къ измѣренію шара.

Къ книгѣ приложена статья: «О главныхъ методахъ рѣшенія геометрическихъ задачъ». Здѣсь разсмотрѣны слѣдующіе методы:

- a) Методъ геометрич. мѣстъ.
- b) Методъ подобія.
- c) Методъ параллельнаго перенесенія.
- d) Методъ вращенія вокругъ точки.
- e) Методъ вращенія вокругъ прямой.

Изложеніе методовъ отчетливо, кратко и снабжено примѣрами. Маленькая статья эта сослужитъ большую службу, чѣмъ цѣлая книга, трактующія о томъ же предметѣ.

Въ составъ руководства входятъ 402 задачи на построеніе, вычисленіе и доказательство теоремъ. Судя по бѣглому просмотру, выборъ задачъ удаченъ.

Изъ приведеннаго обзора можно заключить, что учебникъ г. Киселева вполне согласованъ и съ научными, и съ педагогическими требованіями. Авторъ съ замѣчательнымъ искусствомъ сумѣлъ сочетать точность съ полною доступностью.

Книга написана прекраснымъ языкомъ и издана очень хорошо.

Чертежи отчетливы и, благодаря разнымъ оттѣненіямъ и отмѣткамъ, сразу указываютъ интересующія части.

М. Попруженко (Оренбургъ).



## НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

**Новые опыты фотографирования цвѣтовъ произведены Лиррманномъ слѣдующимъ образомъ.**

Стеклянная пластинка, покрытая слоемъ альбумина, содержащимъ двухромовокислѣе кали, приводится въ соприкосновеніе съ ртутнымъ зеркаломъ, какъ и при обыкновенномъ фотографированіи цвѣтовъ\*), вставляется въ фотографическую камеру-обскуру и затѣмъ на нее отбрасывается изображеніе солнечнаго спектра. Послѣ экспозиціи въ 5—10 минутъ пластинка погружается въ воду. Тотчасъ на ней выступаетъ весьма яркое изображеніе солнечнаго спектра, видимое во всѣхъ направленіяхъ. Въ проходящемъ свѣтѣ изображеніе окрашено въ дополнительные цвѣта. При высыханіи пластинки цвѣта исчезаютъ, но вновь появляются при погруженіи въ воду. Достаточно дохнуть на сухую пластинку, чтобы на ней появились цвѣта.

Въ засѣданіи Парижской Академіи 24 октября (н. с.) Лиррманн произвелъ, по словамъ *Revue génér. des Sciences*, опытъ проявленія хромо-альбуминной пластинки и всѣ присутствовавшіе были удивлены яркостью цвѣтовъ спектра.

Двухромовокислѣе кали давно употребляется въ фотографической technikѣ, напр. для полученія выпуклыхъ клише. Тогда на пластинку, покрытую слоемъ, содержащимъ двухромовокислѣе кали, накладываютъ рисунокъ и подвергаютъ дѣйствию свѣта, послѣ чего смачиваютъ ее водой. Тѣ мѣста, на которыя дѣйствовалъ свѣтъ, утрачиваютъ способность разбухать отъ дѣйствія влаги, какъ думаютъ, вслѣдствіе образованія металло-органическихъ соединений хрома и того вещества, которымъ покрыта пластинка. Получается неровная поверхность, на которую можно навести слой чернилъ и получить рядъ отпечатковъ. Часто хроможелатинный слой наводятъ на металлическую полированную поверхность, напр. мѣди или цинка, которая могла-бы служить зеркаломъ, вызвать интерференцію и дать цвѣтное изображеніе, но вѣроятно никому не приходилось еще подвергать пластинку при этихъ условіяхъ дѣйствию цвѣтныхъ лучей.

В. Г.

Пятый спутникъ Юпитера продолжаетъ занимать астрономовъ. Послѣ первыхъ извѣстій объ его открытіи главнѣйшія обсерваторіи земнаго шара пытались подтвердить его существованіе, но ни громадный экваторіаль въ Ниццѣ, ни наблюденія другихъ обсерваторій, ни фотографическая работа гг. Нелгу, не дали положительныхъ результатовъ. Такъ какъ періодъ обращенія новаго спутника былъ опредѣленъ въ 17 *h.* 46 *m.*, то, производя послѣдовательные снимки Юпитера черезъ 4-хъ часовые промежутки, можно было надѣяться, что хоть на одномъ изъ двухъ такихъ снимковъ новый спутникъ будетъ уловленъ въ благоприятномъ положеніи,

\*) См. В. О. Ф. XIII сем. стр. 52 и 53.



т. е. или справа, или слѣва отъ планеты, но не передъ ней или за ней. Вслѣдствіе всѣхъ этихъ отрицательныхъ результатовъ астрономическіе журналы стали скептически относиться къ существованію новаго спутника, стали припоминать, что и знаменитый Herschel отерылъ цѣлыхъ шесть спутниковъ Урана, изъ которыхъ только два оказались впоследствии истинными спутниками. Наконецъ явилось подтвержденіе открытія. Директоръ Парижской обсерваторіи F. Tisserand сообщилъ 17 (5) октября въ засѣданіи Академіи Наукъ, что новый спутникъ несомнѣнно существуетъ, что онъ наблюдался 5 или 6 разъ въ громадный телескопъ обсерваторіи Lick, но что онъ очень мало уклоняется вправо и влево отъ планеты, употребляя лишь 11 часовъ и нѣсколько минутъ, чтобы разъ обойти вокругъ Юпитера. Принимая послѣднее число, замѣтимъ, что новый спутникъ не нарушаетъ правильности удвоенія періодовъ обращенія спутниковъ Юпитера по мѣрѣ удаленія отъ него \*), если только допустить, что между нимъ и ближайшимъ изъ старыхъ 4-хъ спутниковъ (пер. обр. ок. 42 *h.*) имѣется пробѣлъ, соответствующій спутнику съ періодомъ обращенія ок. 22 часовъ. Новый періодъ обращенія (11 *h.*) даетъ разстояніе спутника отъ Юпитера въ 80,600 килом., длину орбиты около 508,000 килом. и скорость движенія — 13 кил. въ секунду, т. е. приблизительно въ 13 разъ больше скорости движенія нашей луны. *Journal du Ciel* дѣлаетъ еще одно интересное замѣчаніе. Въ виду незначительности разстоянія новаго спутника отъ Юпитера и близости его періода обращенія (11 час.) къ періоду обращенія Юпитера вокругъ своей оси, весьма возможно, что новый спутникъ не видимъ со многихъ точекъ поверхности Юпитера.

В. Г.

**Высота облаковъ** была недавно опредѣлена въ Швеціи и въ Америкѣ. Облако наблюдалась одновременно на двухъ станціяхъ, снабженныхъ каждая теодолитомъ и соединенныхъ между собою телефономъ. Результаты:

*Подъ облаковъ. Высота въ километрахъ*

Stratus . . . . .	0.7
Nimbus . . . . .	1.5
Cumulus . . . . .	1.5
Cumulo-stratus . . . . .	2.1
Strato-cumulus . . . . .	2.3
Ложное cirrus . . . . .	3.9
Alto-cumulus . . . . .	4.0
Alto-stratus . . . . .	5.0
Cirrus . . . . .	6—9

(*Journal du Ciel*) В. Г.

\*) См. В. О. Ф. № 147 стр. 63.



## ОПЫТЫ И ПРИБОРЫ.

Опыт съ перемежающимся кипѣніемъ. Сквозь каучуковую пробку стеклянной колбы пропущены: длинная трубка, снабженная воронкой, и термометръ на столько глубоко, что почти доходятъ до начала горлышка колбы. Примѣрные размѣры прибора: объемъ колбы—около одного литра, длина трубки—1,7 м. и ширина—1 см.

Колба, трубка и отчасти воронка наполнены подкрашенной водой, которую подогреваютъ на спиртовой или газовой лампѣ. Когда вода начинаетъ кипѣть, то термометръ показываетъ температуру около  $104^{\circ}$ , что происходитъ отъ давленія столба воды въ 170 см., имѣющаго то же вліяніе какъ и увеличеніе высоты ртутнаго столба на 12,5 см.

Большая часть пара собирается сначала въ шейкѣ колбы подъ пробкой. Когда-же, вслѣдствіе давленія пара, вода вытѣснится и уровень ея станетъ ниже конца трубки, то паръ вырывается сначала въ видѣ одного пузыря, а затѣмъ течетъ непрерывной струей по трубкѣ, вытѣсняя воду изъ нея въ воронку, и уходитъ въ воздухъ; въ это время вода въ колбѣ сильно закипаетъ, вслѣдствіе чего происходитъ взрывъ пара и воды. Однако сейчасъ же все успокаивается, вода возвращается въ колбу, гдѣ по прекращеніи кипѣнія термометръ опускается на нѣсколько градусовъ ниже 100, вслѣдствіе вхожденія въ колбу холодной воды изъ трубки и воронки. Черезъ нѣсколько минутъ взрывъ повторяется, послѣ чего наступаетъ снова пауза. Явленіе повторяется всякій разъ съ большею силой, такъ что опытъ кончается иногда даже разрывомъ колбы. Каждый взрывъ ясно указываетъ на внезапное образованіе пара вслѣдствіе уменьшенія давленія на кипящую воду.

Описанный опытъ позволяетъ термометрически изслѣдовать ходъ кипѣнія, перегрѣваніе воды, поглощеніе теплоты при образованіи пара; далѣе, онъ указываетъ на весьма простыя условія перемежающагося кипѣнія и объясняетъ явленіе гейзеровъ.

П. П.

Для демонстрированія окисляющаго дѣйствія озона, развивающагося при дѣйствіи сѣрной кислоты на марганцовистокислосое кали въ порошокъ, выдуваютъ изъ шпирца струю эфира и подносятъ къ ней стеклянную палочку, погруженную предварительно въ выделяющую озонъ смѣсь. Эфиръ тотчасъ вспыхиваетъ на всемъ протяженіи струи, а затѣмъ тухнетъ. Такимъ-же образомъ можно зажигать различныя горючія вещества, пропитавъ ими ламповый фитиль (Zeitschr. f. anorg. Chem.).

В. Г.

Къ изоляціи электростатическихъ приборовъ (Nature M 934). Французскій ученый Будро предложилъ слѣдующій весьма простой способъ изоляціи. Стоитъ только помѣстить между проводникомъ и его подставкой столбикъ изъ парафина въ нѣсколько см. длиной. Изолированные такимъ образомъ приборы сохраняютъ свой зарядъ въ продолженіе нѣсколькихъ часовъ, а если предохранить поверхъ



ность парафина отъ пыли, то—нѣсколькихъ дней. Съ этой цѣлью можно покрывать поверхность парафина металлической или стеклянной гильзой.

О. П.

Новыя пластинки для аккумуляторовъ и электроды для батарей можно готовить, по Street'y, употребляя пластическія массы, въ составъ которыхъ входитъ каолинъ, глина и т. п.

Вотъ одинъ рецептъ:

Переокси свинца . . . . .	60
Графита . . . . .	40
Фарфора въ порошокъ . . . . .	25
Яичнаго бѣлка . . . . .	10

Масса прессуется въ нужную форму, сушится и нагревается, чтобы свернуть бѣлокъ. (Rev. Scient.).

В. Г.

Бумага для конденсаторовъ готовится, по Swinburne'y, такъ: бумага пропитывается коровьимъ масломъ, складывается въ тетради, сжимается и нагревается нѣсколько дней при 100°, послѣ чего листы погружаются по одному въ парафиновую ванну до полного пропитыванія. (Rev. Scient.).

В. Г.

## РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

✱ Микрофотограммы снѣжинокъ удалось получить, по словамъ «Прав. Вѣстн.», проживающему въ г. Рыбинскѣ фотографу Сигсону. Употреблявшійся до сихъ поръ способъ воспроизведенія изображеній снѣжинокъ при помощи рисованія давалъ далеко не полное представленіе объ ихъ красотѣ и строеніи. Въ снимкахъ г. Сигсона снѣжинки представляются въ видѣ различной формы звѣздочекъ и кружковъ, съ закругленными или многогранными краями, причемъ весь фонъ фигуры покрытъ сплошной, мельчайшей гравировкой. Снимки производились при боковомъ освѣщеніи дневнымъ свѣтомъ, пропускавшимся сквозь синее стекло. Предметное стекло пришлось замѣнить особой сѣткой изъ тончайшихъ шелковинокъ, такъ какъ при соприкосновеніи со стекломъ снѣжинки быстро исчезали. Фотографированіе производилось при помощи микроскопа Цейсса и камеры съ большимъ растяженіемъ.

✱ Дальніе воздушные полеты на большихъ аэростатахъ совершены въ послѣднее время во Франціи. 11-го (23-го) октября, въ 6 часовъ вечера воздухоплаватель Маллэ поднялся съ площадки газоваго завода предместья Вильеттъ въ Парижѣ на шарѣ въ 822 куб. метра емкостью пролетѣлъ надъ Шалонемъ, Мецомъ, Кобленцомъ, Франкфуртомъ и 13-го (25-го) октября въ 6 час. 30 мин. утра благополучно спустился въ Рессенъ, за Рейномъ при сильной снѣжной выюгѣ, пробивъ въ воздухѣ 36 час. 30 мин. Это самый продолжительный полетъ на шарѣ. Второй большой перелетъ (450 вер.) совершенъ съ того-же завода въ Парижѣ Ж. Баномъ въ сопровож-



деніи трехъ лицъ, на шарѣ въ 3438 куб. метровъ, въ 19 час. и 13 минутъ (Пр. В.).

✱ Свариваніе желѣза происходитъ по мнѣнію американскаго ученаго Иордана отъ той-же причины, что и смерзаніе льда. Если прижать другъ къ другу два гладкихъ куска льда при температурѣ нѣсколько ниже нуля, то они тотчасъ же смерзаются въ одинъ кусокъ. Объясняется это пониженіемъ температуры плавленія при увеличеніи давленія, имѣющимъ мѣсто для всѣхъ тѣлъ, претерпѣвающихъ сжатіе при плавленіи. Удары молота по раскаленнымъ до бѣла кускамъ желѣза обусловливаютъ поверхностное ихъ плавленіе въ точкахъ соприкосновенія, а затѣмъ и спаиваніе (Пр. В.).

✱ Обсерваторія въ Абастуманѣ въ Закавказьи открыта въ сентябрѣ. Тамъ установленъ рефракторъ въ 228 миллим. въ діаметрѣ.

✱ На вакантное послѣ смерти Ossian'a Bonnet мѣсто въ Парижской Академіи Наукъ, въ секціи геометріи предложено единодушно Р. Appel, профессоръ рациональной механики въ Faculte' des Sciences.

✱ Киръ Вестъ Фильдъ (Cyrgus West Field), по инициативѣ котораго проложенъ трансатлантическій кабель, скончался 12 іюля 1892 г. а въ Ardsley, въ штатѣ Нью-Йоркѣ.

✱ Статуя Свободы въ Нью-Йоркѣ недавно стала освѣщаться электрической лампой въ 55000 свѣчей (Rev. Scient.).

✱ Одной изъ диковинокъ выставки въ Чикаго будетъ бассейнъ, наполненный водой, въ которомъ будутъ изображены всѣ материки и главные острова и, при помощи особыхъ приспособленій, будутъ воспроизведены всѣ главныя океаническія теченія (Rev. Scient.).

## С М Ъ С Ь.

— Сохраненіе натрія. Известно, что натрій, сохраняемый подъ нефтью, покрывается бурой корой, которая влечетъ за собой потерю металла, такъ какъ при употребленіи ее нужно удалить. Это образованіе коры, а равно испареніе нефти (которое можетъ произвести взрывъ) заставляеть замѣнить нефть жидкимъ парафиномъ, который въ продажѣ извѣстенъ подъ именемъ вазелиноваго масла. Въ этой жидкости натрій сохраняется цѣлыми годами совершенно неизмѣняясь. Если и не сохраняется блескъ свѣжаго разрѣза, во всякомъ случаѣ поверхность только немного тускнѣетъ. Равнымъ образомъ нѣтъ никакого слѣда проникновенія вазелина въ натрій. Достаточно при употребленіи обтереть натрій кускомъ пропускной бумаги, чтобы совершенно удалить вазелинъ.



■ Нсвая ванна для никелированія готовится такъ:

сѣрноокислаго никеля . . . . . 1000 гр.

средняго виннокислаго аммонія . . . . . 750 „

галловой кислоты . . . . . 5 „

растворяются въ 3—4 литрахъ воды, растворъ фильтруется и разбавляется до 20 литровъ. Токъ долженъ быть слабымъ.

■ Времячисленіе у Киргизовъ по мѣсяцамъ нѣсколько разнится отъ нашего. Первымъ мѣсяцемъ у нихъ считается мартъ (хамаль) въ 31 день; 15-ое марта—есть день Новаго года. Апрель (сауръ) имѣетъ у нихъ 31 день, май (джауза, т. е. близнецы)—32 дня, июнь (саратанъ, т. е. ракъ)—31 день; июль (асады т. е. левъ)—31 день, августъ (сунбле, т. е. колосъ)—31 день; 15 августа—день начала жатвы: сентябрь (мизмъ, т. е. вѣсы)—30 дней, октябрь (акрабъ, т. е. скорпионъ)—30 дней, ноябрь (кавъ, т. е. стрѣлецъ)—29 дней; 15 ноября—начало зимы; декабрь (джедде, т. е. козерогъ)—29 дней, январь (дельву, т. е. водолей)—30 дней, и февраль (хута, т. е. рыбы)—30 дней.—Названія мѣсяцевъ заимствованы отъ арабовъ.

■ Писать на гладкой поверхности цинка можно растворомъ хлористой сурьмы, при помощи обыкновеннаго стального пера, если предварительно смочить поверхность цинка слабымъ растворомъ сѣрной кислоты, затѣмъ промыть въ чистой водѣ и вытереть до суха. Можно также растереть сажу съ крѣпкимъ растворомъ мѣднаго купороса, взболтать полученную кашу съ избыткомъ того же раствора и писать полученной жидкостью. Надпись выдерживаетъ различныя измѣненія въ атмосферѣ.

■ Теченія Атлантическаго океана. Десять лѣтъ назадъ принцъ Монакскій пустилъ въ разныхъ мѣстахъ океана, преимущественно въ сѣверной части его, 1675 поплавковъ, изъ которыхъ ему обратно доставили 226. На основаніи этихъ данныхъ принцъ составилъ карту теченій Атлантическаго океана въ его сѣверной части. Оказывается, что поверхностныя зоны океаническихъ водъ образуютъ водоворотъ, имѣющій центръ къ западу отъ Азорскихъ острововъ. Воды движутся къ югу вдоль африканскихъ острововъ, оттуда поворачиваютъ на сѣверо-западъ къ Антильскимъ и Бермудскимъ островамъ. Перемѣщеніе поплавковъ совершалось со скоростью 4 миль въ двадцать четыре часа, доходившею до 5 миль между Азорскими островами, Франціею и Португаліею, а мѣстами до 6 миль (\*). Оказывается, слѣдовательно, что теченія западныхъ водъ быстрее восточныхъ.

■ Быстрота электричества. Быстрота электрическаго тока, проходящаго по трансъ-атлантическому кабелю, съ точностью вычислена по поводу измѣренія долготъ и широтъ, подъ которыми находятся Монреаль и другіе города канадскихъ владѣній Англіи. Среднее время, употребленное телеграфическими сигналами для прохода по подводному кабелю, протянутому черезъ Атлантиче-

(\*) Морская миля=1,73898 рус. версты.



аскій океанъ на разстояніи 6400 верстъ, оказалось равнымъ половинѣ секунды («L'Electricien»).

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ ЛИСТОКЪ

### НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ (\*).

*Ляпуновъ, А.* Общая задача объ устойчивости движенія. Изд. харьковскаго математ. общества. Харьковъ.

*Мамининъ, А. и Буренинъ, Е.* Руководство космографіи и физической географіи для гимназій и реальныхъ училищъ. Изд. 9-е книжн. магазина В. Думнова. Москва. Цѣна 1 р. 25 к.

*Павловъ, Н.* Опытъ систематическаго сборника задачъ и численныхъ примѣровъ для начального обученія ариметикѣ. Часть 2-я. Числа любой величины. Изд. 2-е, испр. и дополн. Казань. Цѣна 30 к.

*Сорокинъ, Н.* Сборникъ геометрическихъ задачъ для учениковъ 7-го и 8-го классовъ гимназій (Примѣнительно къ правиламъ объ испытаніяхъ учениковъ, утвержден. г. Министромъ Нар. Просв. 12 марта 1891 г.) Киевъ. Цѣна 40 коп.

*Шимковъ, А. П.* Курсъ опытной физики. Часть I. Общая часть и акустика. Съ 124-ми чертеж. и рис. въ текстѣ. Изд. 3-е, испр. и дополн. Харьковъ. Цѣна 3 руб.

*Бунаевъ, Н. В.* Руководство къ ариметекѣ. Ариметика дробныхъ чиселъ. Изд. 7-е Н. Мамонтова. Москва. Цѣна 50 к., съ перес.

*Бунаевъ, Н. В.* Руководство къ ариметикѣ. Ариметика цѣлыхъ чиселъ. Изд. 7-е Н. Мамонтова. Москва. Цѣна 40 к.

*Донс, Фридрихъ.* Сборникъ методически распределенныхъ ариметическихъ задачъ въ связи съ важнѣйшими ариметическими объясненіями и правилами. Ч. II. Изд. 2-е, испр. Рига.

Извѣстія русскаго астрономическаго общества. Вып. I. Спб.

Краткій обзоръ дѣятельности педагогическаго музея военно-учебныхъ заведеній за 1890—91 и 1891—92 гг. (22-й обзоръ) Спб. Цѣна 30 к.

*Лавидовъ, А.* Начальная алгебра. Изд. 12-е. Цѣна 1 р. 65 к.

*Ермаковъ, В. П.* Maxima и minima функцій двухъ переменныхъ. Изд. моск. мат. общ. при Имп. моск. университетѣ. (Математическій сборникъ, т. XVI). Москва. Цѣна 20 к.

*Животовскій, Н. П.* О грозѣ. Чтеніе для народа (Читано въ аудит. Солянаго городка въ Спб.). Изд. 5-е Н. Фену и К. (Труды коммисіи педагог. отдѣленія музея прикл. знаній). Спб.

*Копманъ, Е. И.* Краткое руководство арифметики съ задачами и отвѣтами для начальныхъ училищъ. Часть I-я. Четыре дѣйствія надъ цѣлыми простыми именованными и отвлеченными числами отъ 1 до 100. Либава Цѣна 20 к.

*Мануйловъ, А.* Основы ученія о величинахъ. (Отд. отд. изъ В. О. Ф.) Одесса.

*Вумъ, З.* Краткій курсъ геометріи и собраніе геометрическихъ задачъ. Изд. 14-е. Спб. Цѣна 80 к.

Наблюденія метеорологической обсерваторіи университета св. Владиміра въ Киевѣ, издаваемые проф. П. И. Броуновымъ. (Отг. изъ Унив. Изв.) Киевъ.

*Якимовъ, В. П.* О таблицахъ для упрощеннаго способа извлеченія квадратныхъ и кубическихъ корней изъ чиселъ съ помощью русскихъ счетъ, или послѣдовательнаго вычитанія (?), составленныхъ А. П. Павловымъ. Казань.

Рѣшеніе опредѣленной системы уравненій первой степени посредствомъ введенія неопредѣленныхъ множителей. Казань.

*Азбелевъ, Н.* Начало механики. Элементарное изложеніе. Отдѣлъ I. Кинематика (Законы движенія). Спб. Цѣна 1 р. 20 к.

(\*) См. № 147 В. О. Ф.



**Апашинский, М.** Дополнительные статьи алгебры съ вопросами и упражнениями. Курсъ 7-го класса реальныхъ училищъ. Великіе-Луки.

**Малининъ, А.** Геометрія и собраніе геометрическихъ задачъ. Руководство для уѣздныхъ и городскихъ училищъ. Изд. 9-е книжн. магаз. В. Думнова. Москва. Цѣна 65 к.

**Марковъ, Ив. Евгр.** Легкое практическое пособие. Къ изученію четырехъ ариметическихъ дѣйствій надъ цѣлыми числами на усовершенствованныхъ торговыхъ прокладныхъ счетахъ. Для начальныхъ училищъ и домашняго обученія. Съ 30 рис. Москва. Цѣна 55 к.

**Наблюденія** надъ атмосферными осадками въ 1891 г. Спб.

**Владиміровъ.** Ариметика для начальныхъ училищъ. Часть 1-я. Сложение, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе простыхъ чиселъ. Изд. 3-е Эйленберга (Пуща). Рига.

## ЗАДАЧИ.

**№ 374 bis \*).** Средняя цифра пятизначнаго числа равна средней гармонической между крайними его цифрами и средней арифметической между двумя остальными. Найти это число, если кромѣ того извѣстно, что разность между числомъ, изображеннымъ тѣми-же цифрами, что и данное, но написанными въ обратномъ порядкѣ, и даннымъ числомъ равна 35937.

(Займствъ.) В. Г. (Одесса).

**№ 388.** Пирамида имѣетъ при вершинѣ прямой трехгранный уголъ. Найти зависимость между площадью ея основанія и площадями остальныхъ граней.

Н. Николаевъ (Пенза).

**№ 389.** Даны три окружности радіусовъ  $r_1 < 2r_1 < r_3$ , имѣющія другъ съ другомъ внутреннее касаніе въ точкѣ А. Черезъ точку А проведена сѣкущая, пересѣкающая меньшую и большую окружность соответственно въ точкахъ  $M_1$  и  $M_3$  и образующая уголъ  $\alpha$  съ линіей центровъ данныхъ окружностей. Изъ середины В отрѣзка  $M_1M_3$  возстановленъ къ нему перпендикуляръ до пересѣченія со средней окружностью въ точкахъ  $M_2$  и  $M_2'$ . Опредѣлить, при какомъ углѣ  $\alpha$  одинъ изъ треугольниковъ  $M_1M_2M_3$  или  $M_1M_2'M_3$  будетъ равносторонній.

П. Севишиковъ (Троицкъ).

**№ 390.** Рѣшить въ цѣлыхъ числахъ уравненіе

$$x^2 + y^2 = (x + y)^3.$$

(Займствъ.) П. П.

**№ 391.** Упростить произведеніе

$$2 \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

П. Севишиковъ (Троицкъ).

\*) Въ № 146 В. О. Ф. была напечатана подъ № 374 задача Ч. Рыбинскаго, предложенная равнѣе Н. Николаевымъ и напечатанная въ № 121 В. О. Ф. подъ № 225. Просимъ считать задачу Ч. Рыбинскаго исключенною и вмѣсто нея предлагая настоящую задачу.



№ 392. Упростить выражение :

$$\sqrt{\frac{11 + 3\sqrt{5} + 2\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}}{2}}$$

И. Вонсикъ (Воронежъ).

### УПРАЖНЕНИЯ ДЛЯ УЧЕНИКОВЪ.

1. Докажите теорему Пиагора, если квадраты построены:

- а) всё внутри треугольника,
- б) на катетахъ—внутри треугольника, а на гипотенузѣ—внѣ треугольника,
- в) на одномъ катетѣ—внутри треугольника, а на другомъ катетѣ и на гипотенузѣ—внѣ треугольника,
- г) на катетахъ—внѣ треугольника, на гипотенузѣ—внутри.

*Указаніе.* Для каждого изъ предложенныхъ случаевъ проведите тѣ-же вспомогательныя прямыя, какія проводятся, когда квадраты построены внѣ треугольника. Для нѣкоторыхъ изъ этихъ случаевъ нужно помнить теорему: если двѣ стороны одного треугольника равны двумъ сторонамъ другого и углы, заключенные между этими сторонами дополняютъ другъ друга до двухъ прямыхъ, то треугольники равновелики.

2. На гипотенузѣ построены квадраты: одинъ—внѣ треугольника, другой—внутри треугольника. Вершина прямого угла А соединена съ центрами О и О' этихъ квадратовъ. Какой будетъ треугольникъ АО'О?

*Указаніе.* Опишите около треугольника окружность.

3. Определите длину АО и АО' по даннымъ катетамъ.

*Указаніе.* Теорема Птолемея.

4. Покажите, что если на сторонахъ прямоугольнаго треугольника квадраты построены внѣ треугольника, то разстояніе вершины прямого угла отъ центра квадрата, построеннаго на гипотенузѣ, равно суммѣ разстояній вершины прямого угла отъ центровъ квадратовъ, построенныхъ на катетахъ.

5. Постройте треугольникъ, если даны АО и АО'.

6. Постройте треугольникъ, если даны гипотенуза и АО или АО'.

7. Постройте треугольникъ по катету и АО или АО'.

8. Постройте треугольникъ по острому углу и АО или АО'.

Н. Николаевъ. (Пенза).



## Р Ъ Ш Е Н І Я   З А Д А Ч Ъ .

**№ 203** (2 сер.). Внутри угла  $120^\circ$  взята произвольная точка. Найти безъ помощи тригонометрии зависимость между разстояніями этой точки отъ сторонъ угла и его биссектора. Рѣшить ту же задачу для угловъ  $90^\circ$  и  $60^\circ$ .

Отпустимъ изъ произвольной точки  $M$  перпендикуляры  $x, y, z$  соответственно на стороны  $AB$  и  $BC$  и биссекторъ  $BD$  угла  $ABC$ ; пусть  $D$ —точка пересѣченія перпендикуляра  $z$  съ биссекторомъ  $BD$ ; опустивъ изъ нея перпендикуляры  $DE$  и  $DF$  на  $AB$  и  $BC$ , найдемъ:  $DE = x + \frac{z}{2}$ ;  $DF = y - \frac{z}{2}$ ; изъ прямоугольныхъ тр-ковъ

$BDE$  и  $BDF$  слѣдуетъ:  $BD = \frac{2DE}{\sqrt{3}} = \frac{2DF}{\sqrt{3}}$ , откуда найдемъ:

$\frac{2x + z}{\sqrt{3}} = \frac{2y - z}{\sqrt{3}}$  и  $z = y - x$ , т. е. разстояніе произвольной точки отъ биссектора угла въ  $120^\circ$  равно разности ея разстояній отъ сторонъ угла.

Если  $\angle ABC = 90^\circ$ , то  $DE = x + \frac{z}{2} \sqrt{2}$  и  $DF = y - \frac{z}{2} \sqrt{2}$ ;

$BD = DE\sqrt{2} = DF\sqrt{2}$  или  $x\sqrt{2} + z = y\sqrt{2} - z$ , откуда  $z = \frac{y - x}{\sqrt{2}}$ .

Если точка  $M$  находится между  $BC$  и  $BD$ , то  $z = \frac{-(y-x)}{\sqrt{2}}$ ; вообщѣ же разстояніе произвольной точки  $M$  отъ биссектора угла въ  $90^\circ = \pm \frac{(y-x)}{\sqrt{2}}$ .

Въ случаѣ, когда  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $DE = x + \frac{z}{2}\sqrt{3}$  и  $DF = y - \frac{z}{2}\sqrt{3}$ ;

$BD = 2DE = 2DF$  или  $2x + z\sqrt{3} = 2y - z\sqrt{3}$ , откуда слѣдуетъ  $z = \frac{y-x}{\sqrt{3}}$ . Для точки  $M_1$ , лежащей между  $BC$  и  $BD$ ,  $z = \frac{-(y-x)}{\sqrt{3}}$ ;

общая же формула:  $z = \pm \frac{(y-x)}{\sqrt{3}}$ .

*И. Степановъ, К. Щиголевъ (Курскъ); И. Бялякинъ (Кіевъ); К. Ж. (Воронежъ); Я. Тепляковъ (Радомысль).*

**№ 235** (2 сер.). Данъ безконечный рядъ

$$s = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots$$

Разобьемъ его на два ряда:

$$s' = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} + \dots$$



и

$$s'' = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{6}} + \dots$$

Изъ почленного сравненія очевидно, что

$$s' > s'' \dots \dots \dots (1)$$

Но рядъ  $s''$  можно написать и такъ:

$$s'' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots \right)$$

т. е.

$$s'' = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad s = \frac{1}{\sqrt{2}} (s' + s'')$$

отсюда

т. е.

$$\begin{aligned} s''(\sqrt{2} - 1) &= s' \\ s'' &> s' \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

что прямо противорѣчить неравенству (1).

Требуется разъяснить этотъ нарядокъ.

Не трудно убѣдиться, что данный рядъ расходящійся (напр. сравненіемъ съ рядомъ  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ , сумма членовъ котораго, какъ извѣстно, безконечно велика), т. е. сумма членовъ его  $+\infty$ .

*И. Свѣшниковъ*, (Троицкъ); *А. Байковъ*, (Москва); *А. Охитовичъ*, (Медвѣдка); *В. Костинъ* (Симбирскъ).

**№ 513** (1 сер.). Обозначимъ: черезъ  $r$  радіусъ шара, вписаннаго въ треугольную пирамиду, черезъ  $r_1, r_2, r_3, r_4$  — радіусы вѣтвисанныхъ шаровъ, черезъ  $s$  — полную поверхность и черезъ  $v$  — объемъ пирамиды. Доказать, что:

$$1) \quad r = \frac{3v}{s}; \quad 2) \quad \frac{2}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}.$$

Пусть площади граней пирамиды, касающіяся шаровъ радіусовъ  $r_1, r_2, r_3, r_4$ , будутъ соответственно  $s_1, s_2, s_3, s_4$ . Тогда объемъ пирамиды равенъ

$$v = \frac{r(s_1 + s_2 + s_3 + s_4)}{3} = \frac{rs}{3},$$

откуда

$$r = \frac{3v}{s} \dots \dots \dots (1).$$

Соединяя центръ вѣтвисаннаго шара радіуса  $r_1$  съ вершинами пирамиды, получимъ четыре пирамиды. Объемъ данной пирамиды



равенъ суммѣ объемовъ трехъ изъ этихъ пирамидъ безъ объема пирамиды съ основаніемъ  $s_1$ . Поэтому:

$$\begin{aligned} & r_1 (-s_1 + s_2 + s_3 + s_4) = 3v \\ \text{а также} \quad & r_2 (s_1 - s_2 + s_3 + s_4) = 3v \\ & r_3 (s_1 + s_2 - s_3 + s_4) = 3v \\ & r_4 (s_1 + s_2 + s_3 - s_4) = 3v \end{aligned} \quad (2).$$

Такъ какъ  $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = s$  и  $3v = rs$  (изъ равенства (1)), то:

$$\begin{aligned} s - 2s_1 &= \frac{rs}{r_1} & s - 2s_3 &= \frac{rs}{r_3} \\ s - 2s_2 &= \frac{rs}{r_2} & s - 2s_4 &= \frac{rs}{r_4} \end{aligned}$$

Складывая эти 4 равенства, найдемъ:

$$4s - 2(s_1 + s_2 + s_3 + s_4) = sr \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right),$$

откуда

$$\frac{2}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}.$$

В. Ивановъ (Златополь); Н. Николаевъ (Пенза); В. Х. (Курскъ).

### Списокъ задачъ 1-й серіи, на которыя не было получено ни одного удовлетворительнаго рѣшенія\*).

**№ 106.** Извѣстно, что число всѣхъ двойныхъ сочетаній изъ  $n$  элементовъ равно суммѣ всѣхъ чиселъ натурального ряда, меньшихъ  $n$ .

Показать, что число всѣхъ тройныхъ сочетаній (безъ повтореній) изъ  $n$  элементовъ равно суммѣ квадратовъ всѣхъ четныхъ (при  $n$  четномъ), или всѣхъ нечетныхъ (при  $n$  нечетномъ) чиселъ натурального ряда, меньшихъ  $n$ .

Распространить эту аналогію на число всѣхъ сочетаній по 4 изъ  $n$  элементовъ.

III.

**№ 122.** Описать приемъ измѣренія электровозбудительной силы какаго нибудь элемента при помощи телефона.

**№ 140.** Два изолированные изъ различныхъ металловъ шара, радиусовъ  $R$  и  $R'$ , поставлены на разстояніи вѣ взаимнаго электрическаго вліянія и соединены тонкою металлическою проволокою. Спрашивается, какими количествами электричествъ зарядятся шары, и какіе будутъ на нихъ потенциалы, электрическое напряженіе и электрическая энергія, если извѣстно, что электровозбудительная сила (разность потенциаловъ) при соприкосновеніи металла перваго шара съ металломъ втораго шара есть  $E$ ?

(\*) См. В. О. Ф. № 148.



Обложка  
щется



Обложка  
щется