Обложка
ищется

Обложка
ищется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XII Сем. № 139. № 7.

ОСНОВЫ УЧЕНІЯ О ВЕЛИЧИНАХЪ.

Предисловіе.

Идеальная цѣль всякой науки — принять форму стройной законченной системы, въ которой всѣ части вытекали бы строго логически одна изъ другой и въ которой не было бы никакихъ противорѣчій. Наиближе къ этому идеалу стоятъ различные отрасли математическихъ наукъ. Тѣмъ не менѣе основа математическихъ наукъ, т. е. ариѳметика, не достигла еще этого идеала, такъ какъ въ ученіи объ ариѳметическихъ дѣйстіяхъ и въ аксіомахъ существуютъ противорѣчія, до настоящаго времени не устраненныя. Авторы учебниковъ ариѳметики и начальной алгебры потратили не мало усилій на созданіе стройной системы ученія о величинахъ, но усилія ихъ не увѣнчались успѣхомъ; имъ удалось только болѣе или менѣе ловко замаскировать противорѣчія искусственными опредѣленіями дѣйствій.

Въ ариѳметикѣ и въ начальной алгебрѣ нѣкоторыя истины объясняются раціональными, а другія финальными началами; приведеніе же въ согласіе различныхъ началъ въ одной и той же системѣ вообще очень трудно. Но существующая въ ариѳметикѣ и алгебрѣ трудность согласованія раціональныхъ и финальныхъ началъ сдѣлалась непреодолимой вслѣдствіе игнорированія финальныхъ началъ и вслѣдствіе стремленія выяснить все ученіе о величинахъ только раціональными началами. Въ излагаемомъ нами здѣсь ученіи о величинахъ выяснено, какія части этого ученія находятся въ согласіи съ раціональными началами и какія части, находясь въ противорѣчіи съ этими началами, оправдываются только цѣлесообразностью, и затѣмъ опредѣлены условія, при которыхъ возможно примиреніе противорѣчій.

Объ ариѳметическихъ дѣйствіяхъ и объ аксіомахъ.

1. Всякую величину, напр. длину, можно *разложить на части*. Разложенную на части величину называютъ *цѣлымъ*. Частей, на которыя разложено цѣлое, можетъ быть двѣ, три, четыре.... и вообще много.

2. Съ разложеніемъ величины на части неразрывно связано въ нашемъ мышленіи представленіе объ обратномъ дѣйствіи — *о сложеніи*, т. е. о составленіи цѣлаго изъ его частей.

3. Итакъ съ представленіемъ о величинѣ неразрывно связаны понятія о *разложеніи* и *сложеніи*, о *цѣломъ*, его *частяхъ* и о *числѣ* этихъ *частей*.

4. Соотношеніе между двумя однородными величинами выражается словами: *равенъ*, *больше* и *менѣе*. По опредѣленію Эвклида, равными величинами называются такія, которыя при наложеніи совмѣщаются. Это опредѣленіе равенства, очевидно, относится къ протяженнымъ величинамъ. Равенство же другихъ величинъ, какъ напр. массъ, силъ, количествъ теплоты, цѣнностей и пр. опредѣляется въ физикѣ и въ другихъ наукахъ различно, сообразно съ родомъ величины. Этихъ различныхъ опредѣленій мы не будемъ здѣсь касаться. Два числа (т. е. два множества или двѣ группы предметовъ) равны между собою, если при составленіи паръ по единицѣ изъ каждаго числа оба они истощаются разомъ. Одна величина менѣе другой, если она составляетъ часть другой, или равна части другой.

5. Рѣшеніе всѣхъ ариѳметическихъ задачъ сводится къ пяти такъ называемымъ ариѳметическимъ дѣйствіямъ. Перечисляемъ ихъ: 1) сложеніе 2) вычитаніе, 3) умноженіе, 4) дѣленіе на данное число равныхъ частей (будемъ называть это дѣйствіе „первымъ дѣленіемъ") и 5) дѣленіе на равныя части данной величины (будемъ называть это дѣйствіе „вторымъ дѣленіемъ").

6. Можно доказать, что всѣ эти пять дѣйствій сводятся только къ двумъ, а именно, къ *сложенію* и *разложенію*. Въ самомъ дѣлѣ, ариѳметическое сложеніе есть составленіе цѣлаго изъ его частей, а умноженіе есть составленіе цѣлаго изъ равныхъ между собою частей. Вычитаніе есть разложеніе данной величины на двѣ части, изъ коихъ одна дана. Первое дѣленіе есть разложеніе данной величины на равныя части, коихъ число дано, а величина не дана. Второе дѣленіе есть разложеніе данной величины на равныя части, коихъ величина дана, а число не дано. Итакъ ариѳметическое сложеніе и умноженіе суть два вида составленія цѣлаго изъ его частей, а вычитаніе и оба дѣленія — три вида разложенія величины на части.

7. Въ каждомъ изъ ариѳметическихъ дѣйствій цѣлое, части и число частей получаютъ различныя названія. *Цѣлое* называет-

ся суммою въ сложеніи, уменьшаемымъ въ вычитаніи, произведеніемъ въ умноженіи, дѣлимымъ въ каждомъ изъ двухъ дѣленій. Каждая *часть* называется въ сложеніи слагаемымъ; въ вычитаніи же одна часть называется вычитаемымъ, а другая остаткомъ; въ умноженіи каждая часть называется множимымъ, въ 1-мъ дѣленіи—частнымъ, а во 2-мъ дѣленіи — дѣлителемъ. *Число частей* въ сложеніи и вычитаніи не имѣетъ особеннаго названія; въ умноженіи число частей называется множителемъ, въ 1-мъ дѣленіи — дѣлителемъ, а во 2-мъ дѣленіи — частнымъ.

8. Эта редукція всѣхъ пяти ариѳметическихъ дѣйствій къ двумъ и всѣхъ величинъ, надъ которыми производятся дѣйствія, къ тремъ: цѣлому, части и числу частей, наглядно изображается въ слѣдующей синоптической таблицѣ:

Синоптическая таблица ариѳметическихъ дѣйствій:

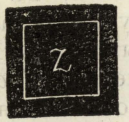
	Составленіе цѣлаго изъ частей		Разложеніе цѣлаго на части		
	Сложеніе	Умноженіе	Вычитаніе	1-е дѣленіе	2-е дѣленіе
Цѣлое	*Сумма*	*Произведеніе*	Уменьшаемое	Дѣлимое	Дѣлимое
Части	Слагаемыя	Множимое	Вычитаемое и *Остатокъ*	*Частное*	Дѣлитель
Число частей		Множитель		Дѣлитель	*Частное*

9. Въ каждомъ изъ этихъ пяти дѣйствій надо различать данныя величины (опредѣляющія) и искомыя (опредѣляемыя). Въ сложеніи сумма опредѣляется слагаемыми; въ вычитаніи остатокъ опредѣляется уменьшаемымъ и вычитаемымъ, въ умноженіи произведеніе опредѣляется множимымъ и множителемъ, и наконецъ въ 1-мъ и 2-мъ дѣленіи частное опредѣляется дѣлимымъ и дѣлителемъ.

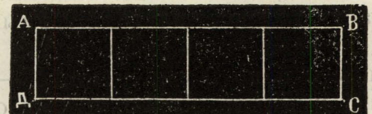
10. Теперь слѣдовало бы доказать, если возможно, что искомое въ каждомъ изъ пяти ариѳметическихъ дѣйствій *вполнѣ опредѣляется* своими данными, или, иначе говоря, что сумма, остатокъ, произведеніе и частное — *величины однозначныя*, а не многозначныя. Однозначность суммы не можетъ быть доказана и потому принимается за аксіому, а однозначность разности, произведенія и частнаго вытекаетъ, какъ необходимое слѣдствіе изъ однозначности суммы.

11. Выяснимъ *однозначность суммы* на частномъ примѣрѣ. Требуется, положимъ, найти сумму четырехъ равныхъ квадратовъ, изъ коихъ каждый равенъ Z (фиг. 25).

Составимъ сперва сумму четырехъ равныхъ квадратовъ, расположивъ ихъ въ одинъ рядъ; тогда получимъ прямоугольникъ ABCD (фиг. 26).

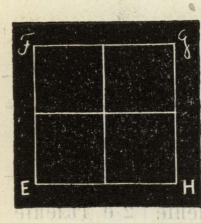


Фиг. 25.



Фиг. 26.

Составимъ требуемую сумму изъ тѣхъ же квадратовъ, расположивъ ихъ въ два ряда; тогда получимъ квадратъ EFGH (фиг. 27).



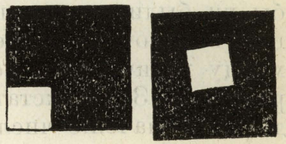
Фиг. 27.

Если мы будемъ считать равными только такія протяженныя величины, которыя при наложеніи совмѣщаются, согласно съ 8-й аксіомой Эвклида, то оказывается, что сумма не есть величина однозначная, ибо площади ABCD и EFGH при наложеніи не совмѣщаются. А между тѣмъ на однозначности суммы зиждется вся ариѳметика. Какъ выйти изъ этого затрудненія? Единственнымъ средствомъ для этого служитъ расширеніе первоначальнаго понятія о равенствѣ. Будемъ называть равными величинами, во 1-хъ такія двѣ величины, которыя при наложеніи совмѣщаются, и во 2-хъ такія, которыя, не совмѣщаясь при наложеніи, могутъ быть разложены на совмѣщающіяся части. Тогда несовмѣщающіяся суммы будутъ равны другъ другу, если всѣ слагаемыя одной суммы равны (т. е. совмѣщаются) порознь всѣмъ слагаемымъ другой. Вторая аксіома Эвклида: „если къ равнымъ величинамъ придадимъ поровну, то получимъ равныя,“ выражаетъ собою однозначность суммы двухъ величинъ. Ее слѣдуетъ обобщить и дополнить слѣдующимъ образомъ: двѣ протяженныя величины равны другъ другу, если всѣ части одной изъ нихъ равны порознь всѣмъ частямъ другой, хотя бы онѣ и не совмѣщались другъ съ другомъ вслѣдствіе неодинаковаго расположенія частей. Эту же аксіому можно выразить еще такъ: сумма нѣсколькихъ протяженныхъ величинъ есть однозначная величина. Изъ сказаннаго слѣдуетъ, что равныя протяженныя величины могутъ отличаться формой. Доказать однозначность суммы нѣсколькихъ протяженныхъ величинъ нельзя, ибо, складывая нѣсколько однородныхъ протяженныхъ величинъ различнымъ образомъ, мы получимъ большею частью различныя суммы. Въ ариѳметикѣ этимъ различіемъ пренебрегаютъ и вслѣдствіе этого сумму нѣсколькихъ величинъ считаютъ однозначной величиной.

12. Принявъ однозначность суммы за аксіому, можно уже доказать однозначность разности, произведенія и частнаго.

У Эвклида однозначность разности принята за аксіому и выражена такимъ образомъ: „если отъ величинъ равныхъ отнимемъ величины равныя, то остатки получимъ равные.“ Это предложеніе можно доказать и потому оно есть не аксіома, а теорема. Кромѣ того эту теорему слѣдовало бы выразить слѣдующимъ образомъ: какъ бы мы ни отнимали отъ двухъ равныхъ величинъ поровну, остатки всегда будутъ равны другъ другу. Докажемъ эту теорему для одного частнаго случая. Отъ двухъ равныхъ квадратовъ отнимаемъ поровну такъ, какъ изображено на фиг. 28.

Получаемъ остатки: выщербленный квадратъ и квадратъ съ дыркой. Эти остатки при наложеніи не совмѣщаются, но равны другъ другу, потому что они могутъ быть разложены на совмѣщающіяся части.

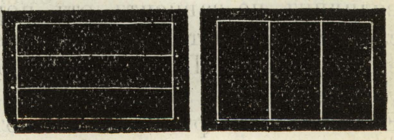


Фиг. 28.

13. Однозначность произведенія не требуетъ доказательства, ибо произведеніе есть сумма равныхъ величинъ и потому къ нему примѣнимо все то, что уже принято одинъ разъ для суммы.

14. Однозначность частнаго въ 1-мъ дѣленіи можетъ быть выражена такимъ образомъ: если двѣ равныя величины мы раздѣлимъ на равныя части различнымъ образомъ, но такъ, чтобы число частей одной величины было равно числу частей другой, то и части одной величины будутъ равны частямъ другой. Докажемъ эту теорему на частномъ примѣрѣ. Два равные прямоугольника раздѣлены на три равныя части различнымъ образомъ такъ, какъ изображено на фиг. 29.

Треть перваго прямоугольника и треть второго при наложеніи не совмѣщаются, но равны другъ другу, потому что эти трети можно разложить на совмѣщающіяся части.



Фиг. 29.

15. Однозначность частнаго во второмъ дѣленіи можетъ быть выражена слѣдующимъ образомъ: если двѣ равныя величины будутъ разложены на равныя части различнымъ образомъ, но такъ, чтобы части одной величины были равны частямъ другой, то и число частей первой величины будетъ равно числу частей второй величины. Эта теорема доказывается приведеніемъ къ нелѣпости. Допустимъ, что въ первой изъ разсматриваемыхъ величинъ частей меньше, чѣмъ во второй; тогда вся первая величина будетъ менѣе всей второй, а это противорѣчитъ условію; слѣд. и т. д.

16. До сихъ поръ мы разумѣли подъ словомъ „величина“ не численное ея выраженіе, а ее самое въ томъ видѣ, какъ она существуетъ объективно, независимо отъ ея численнаго выраженія. Эту оговорку необходимо сдѣлать здѣсь, потому что обыкновеннно смѣшиваютъ величину съ ея численнымъ выраженіемъ и вслѣдствіе этого разсматриваютъ какъ аксіомы, такъ и ариѳметическія дѣйствія въ очень узкомъ смыслѣ.

17. Выраженіе величины числомъ основано на однозначности суммы, или, говоря иначе, на независимости цѣлаго отъ расположенія частей. Если мы говоримъ, что участокъ земли содержитъ въ себѣ 5 десятинъ, то мы этимъ выражаемъ только, что этотъ участокъ состоитъ изъ 5 равныхъ частей, изъ коихъ каждая есть десятина, и ничего не говоримъ ни о расположеніи частей, ни о ихъ формѣ, ни о формѣ цѣлаго. Два участка земли, выраженные одинаковыми числами, равны другъ другу, какъ бы ни были они различны по формѣ. Этотъ способъ выражать величины очень удобенъ, ибо въ немъ элиминируется то различіе между величинами, которое въ ариѳметикѣ не принимается въ разсчетъ. Здѣсь кстати замѣтимъ, что слѣдуетъ строго различать двоякое значеніе числа: *a*) первоначальное его значеніе, какъ наименованіе многаго, напр. 5 человѣкъ, 7 домовъ, 8 слагаемыхъ и пр. и *b*) производное его значеніе, какъ одна изъ составныхъ частей наименованія величины, напр. 6 аршинъ, 80 фунтовъ, 8 метровъ и пр. Въ послѣднемъ случаѣ число не есть наименованіе многаго, ибо напр. 6 аршинъ (или 2 саж.) означаетъ одну длину, а не 6 длинъ.

18. Основная ариѳметическая аксіома объ однозначности суммы или, что одно и то же, о независимости цѣлаго отъ расположенія или способа соединенія частей, разсматривается обыкновенно въ очень узкомъ смыслѣ, вслѣдствіе смѣшенія величины съ ея численнымъ значеніемъ. Въ ариѳметикѣ и алгебрѣ чаще всего эту аксіому выражаютъ такимъ образомъ: сумма нѣсколькихъ величинъ не зависитъ отъ порядка ихъ сложенія, или иначе, число не измѣняется съ измѣненіемъ группировки составляющихъ его единицъ. Предложеніе объ однозначности суммы въ такомъ узкомъ смыслѣ недостаточно для цѣлей математическихъ наукъ. Если бы шла рѣчь только объ основѣ для производства ариѳметическихъ дѣйствій надъ отвлеченными числами, то еще можно было бы довольствоваться имъ. Но когда идетъ рѣчь объ основѣ для установленія связи между однородными и разнородными величинами и о приведеніи въ согласіе умственныхъ процессовъ, какими являются ариѳметическія дѣйствія, съ объективно существующими соотношеніями между величинами, тогда необходимо разумѣть однозначность цѣлаго въ болѣе широкомъ смыслѣ. Мы разсмотрѣли выше въ § 10 смыслъ однозначности суммы протяженныхъ величинъ. То же самое должно быть сдѣлано и по отношенію къ другимъ величинамъ. Изслѣдованіе величинъ съ этой точки зрѣнія принадлежитъ, пожалуй, не ариѳметикѣ, а спеціальнымъ наукамъ — физикѣ, химіи, механикѣ и др., но результатами этого изслѣдованія не должна пренебрегать ариѳметика. Бываютъ случаи, когда цѣлое не однозначно. 1 литръ кислорода и 2 литра водорода образуютъ 3 литра гремучаго газа и гораздо менѣе трехъ литровъ воды. Слѣд. однозначность цѣлаго не всегда примѣнима къ объемамъ тѣлъ. Но 1 граммъ водорода и 8 граммовъ кислорода образуютъ 9 граммовъ гремучаго газа и 9 грам-

мовъ воды, и вообще масса сложнаго тѣла всегда равна суммѣ массъ его частей, т. е. однозначность цѣлаго всегда примѣнима къ массамъ. Иногда однородныя величины отличаются другъ отъ друга по формѣ на столько, что безъ особаго спеціальнаго изслѣдованія невозможно признать ихъ однородными. Примѣненіе однозначности цѣлаго къ такимъ величинамъ бываетъ обыкновенно очень затруднительно и требуетъ поэтому особыхъ поясненій. Законъ сохраненія энергіи выражаетъ слѣдующее: энергія системы тѣлъ остается неизмѣнной по величинѣ, какъ бы не измѣнилась по величинѣ и по формѣ энергія каждой части системы. Этимъ закономъ выражается слѣд. однозначность суммы энергій.

19. Пять ариѳметическихъ дѣйствій представляютъ съ одной стороны пять различныхъ разрядовъ вычисленій, а съ другой — пять различныхъ разрядовъ соотношеній между однородными и разнородными величинами. При рѣшеніи задачи мы, принимая во вниманіе ея содержаніе, опредѣляемъ, подъ какой разрядъ соотношеній подходитъ опредѣленіе искомой величины, а вмѣстѣ съ тѣмъ опредѣляемъ, какое вычисленіе надо произвести для полученія численнаго значенія искомой величины. Приводимъ нѣсколько примѣровъ этого подведенія частныхъ случаевъ соотношенія между данными и искомыми величинами подъ тотъ или другой разрядъ обобщенныхъ количественныхъ соотношеній.

20. *Задача.* — Сколько стоитъ голова сахару вѣсомъ въ 30 фун., если каждый фунтъ стоитъ 12 к.?

Рѣшеніе. — Стоимость головы сахару можно разсматривать, какъ *цѣлое,* составленное изъ *30 равныхъ частей* по 12 коп. Слѣд. стоимость головы сахару есть произведеніе 12 коп. на 30, т. е. 3 р. 60 к.

21. *Задача.* — Поѣздъ, двигаясь равномѣрно, прошелъ 95 верстъ въ 5 часовъ. Какова скорость поѣзда?

Рѣшеніе. — Весь пройденный путь въ 95 в. можно разсматривать, какъ *цѣлое*, состоящее изъ *5 равныхъ частей*, изъ коихъ каждая есть скорость поѣзда. Слѣд. искомая скорость есть частное отъ дѣленія 95 верстъ на 5 равныхъ частей, т. е. 19 верстъ.

22. Каковъ объемъ 57 граммовъ золота, если одинъ кубическій центиметръ золота вѣситъ 19 граммовъ?

57 граммовъ золота можно разсматривать, какъ *цѣлое*, состоящее изъ *равныхъ частей* по 19 граммовъ каждая и *число такихъ частей* будетъ вмѣстѣ съ тѣмъ числомъ кубическихъ центиметровъ въ кускѣ золота. Слѣд. искомое число есть частное отъ дѣленія 57 гр. на 19 гр., т. е. въ кускѣ золота 3 куб. центим.

23. Итакъ при рѣшеніи задачи мы подводимъ каждое отдѣльное соотношеніе между данными и искомыми подъ тотъ или другой разрядъ обобщенныхъ количественныхъ соотношеній, т. е. выражаемъ, что искомое число есть, или *a*) цѣлое, состоящее изъ нѣсколькихъ извѣстныхъ частей, т. е. сумма; или *b*) одна изъ двухъ частей извѣстнаго цѣлаго, изъ коихъ другая извѣстна, т. е. разность двухъ чиселъ; или *c*) цѣлое, состоящее изъ нѣсколькихъ

равныхъ частей, т. е. произведенiе; или *d*) одна изъ равныхъ частей даннаго цѣлаго, т. е. 1-ое частное; или *e*) число частей даннаго цѣлаго, раздѣленнаго на равныя извѣстныя части, т. е. 2-ое частное. Это подведенiе частныхъ случаевъ подъ общiе нормы количественныхъ соотношенiй состоитъ въ переводѣ текста задачи на однообразный ариѳметическiй языкъ, весь лексиконъ котораго состоитъ только изъ словъ: разложить и сложить; цѣлое, части и число частей; сложенiе, вычитанiе, умноженiе и дѣленiе. При этомъ переводѣ наименованiе цѣлаго и частей сохраняется; наименованiе же величины, которая въ переводѣ означаетъ число частей, теряется. Въ 1-й задачѣ 30 фунтовъ обратились въ 30 частей, во 2-й задачѣ 5 часовъ обратились въ 5 частей, въ 3-й задачѣ число кубическихъ центиметровъ въ переводѣ обратились въ число равныхъ частей въ кускѣ золота.

24. Иногда при этомъ переводѣ мѣняетъ свое наименованiе также та величина, которая въ переводѣ означаетъ каждую часть. Примѣромъ такого измѣненiя можетъ служить слѣдующая задача:

Длина прямоугольника 10 метровъ, а ширина 8 метровъ. Какова его площадь?

Рѣшенiе задачи. — Наложимъ на всю площадь квадратные метры; такихъ квадратовъ на ней помѣстится въ длину 10, а въ ширину 8, а на всей площади помѣстится 8 рядовъ по 10 кв. метр., т. е. площадь прямоугольника можно разсматривать, какъ *цѣлое*, состоящее изъ *8 частей* по 10 кв. метр. въ каждой. Итакъ площадь прямоугольника есть произведенiе 10 кв. метр. на 8. Здѣсь 10 линейныхъ метровъ обратились при переводѣ въ 10 кв. метр., а 8 лин. метр. въ 8 частей, т. е. одна изъ данныхъ задачи измѣнила наименованiе, а другая потеряла его.

25. Итакъ ариѳметическiя дѣйствiя слѣдуетъ разсматривать какъ *однообразныя нормы логической связи между однородными величинами*, подъ которыя подводятся всѣ разнообразныя объективно существующiя количественныя соотношенiя. Заслуживаетъ вниманiя слѣдующая особенность этой связи: изъ двухъ однородныхъ величинъ, логически связанныхъ между собою, одна изъ нихъ цѣлое, а другая ея часть; изъ двухъ разнородныхъ величинъ, логически связанныхъ между собою, одна изъ нихъ цѣлое, или часть цѣлаго, а другая число частей.

26. Понятiя, выраженныя словами: сложенiе, разложенiе, цѣлое, части и число частей, неразрывно связаны между собою и взаимно другъ друга опредѣляютъ. Связь между ними выражается предложенiемъ: *цѣлое состоитъ изъ нѣсколькихъ частей*. Это предложенiе служитъ вмѣстѣ съ тѣмъ и опредѣленiемъ каждаго изъ перечисленныхъ выше понятiй. Нѣсколько понятiй, подобнымъ образомъ связанныхъ между собою и взаимно другъ друга опредѣляющихъ, назовемъ *неразрывной совокупностью понятiй*. Въ разсматриваемую неразрывную совокупность понятiй входятъ два дѣйствiя — сложенiе и разложенiе, двѣ однородныя величины — цѣлое и части, и величина съ ними разнородная — число

частей. — Различныхъ неразрывныхъ совокупностей понятій существуетъ очень много. Треугольникъ, напр., представляетъ неразрывную совокупность линій, угловъ, точекъ и площади; три его стороны, три угла его, три высоты, площадь, биссектрисы и пр. неразрывно связаны между собою и другъ друга опредѣляютъ. Вся эта совокупность опредѣляется тремя данными. Всякая ариѳметическая задача представляетъ неразрывную совокупность однородныхъ и разнородныхъ величинъ, связанныхъ между собою такъ, что нѣкоторыми изъ нихъ вполнѣ опредѣляются всѣ остальныя. Примѣръ: капиталъ въ a рублей, отданный въ ростъ по $r^0/_0$ на t лѣтъ, обратился въ b рублей. Здѣсь четыре величины a, r, t и b связаны между собою такъ, что каждая изъ нихъ вполнѣ опредѣляется тремя другими. Изслѣдованіе различныхъ неразрывныхъ совокупностей понятій съ логической точки зрѣнія заслуживаетъ особаго вниманія и мы еще будемъ говорить ниже о нихъ. Теперь же будемъ продолжать начатое изслѣдованіе ариѳметической неразрывной совокупности понятій, выражаемой предложеніемъ: цѣлое состоитъ изъ нѣсколькихъ частей. Въ этой неразрывной совокупности понятій существуетъ апріорная связь однородныхъ величинъ, — цѣлаго и его частей между собою и съ величиной съ ними неоднородной — числомъ частей. Связь эта непосредственно безъ всякихъ аксіомъ вытекаетъ изъ предложенія: цѣлое состоитъ изъ нѣсколькихъ частей. Вотъ выводы, непосредственно вытекающіе изъ этого предложенія:

27. *Цѣлое и его части величины однородныя*, т. е.

a) Слагаемыя и сумма величины однородныя.

b) Уменьшаемое, вычитаемое и остатокъ величины однородныя.

c) Множимое и произведеніе величины однородныя.

d) Дѣлимое и частное въ 1-мъ дѣленіи величины однородныя.

e) Дѣлимое и дѣлитель во 2-мъ дѣленіи величины однородныя.

(Продолженіе слѣдуетъ).

АНАЛОГІЯ

МЕЖДУ ГАЗАМИ И РАСТВОРЕННЫМИ ВЕЩЕСТВАМИ.

Теорія van't Hoffa и гипотеза Arrhenius'а.

(Окончаніе).

III.

Законъ Avogadro въ приложеніи къ газамъ представляетъ рядъ кажущихся исключеній. Такъ амміачныя соли, хлоръ, бромъ и іодъ при высокихъ температурахъ, пятихлористый фосфоръ не даютъ плотностей пара, отвѣчающихъ частичнымъ ихъ формуламъ, и слѣдовательно не подчиняются уравненію

$$p \cdot v = 845\ T.$$

Для этихъ газовъ можно было-бы измѣнить уравненіе $p \cdot v = 845\ T$, замѣнивъ его другимъ:

$$p \cdot v = i\ 845\ T.$$

Но мы знаемъ, что эти газы распадаются, диссоціируютъ на большее число молекулъ, и можемъ даже отдѣлить другъ отъ друга продукты такой диссоціаціи. Поэтому законъ Avogadro остается въ полной силѣ для этихъ веществъ.

Эти кажущіяся исключенія изъ закона Avogadro для газовъ вполнѣ аналогичны исключеніямъ изъ закона Avagadro для растворенныхъ веществъ. Вмѣсто того, чтобы измѣнять для этихъ исключеній общій законъ, какъ это дѣлаетъ van't Hoff, мы и здѣсь можемъ объяснить эти случаи диссоціацией, какъ это и дѣлаетъ Arrhenius. Гипотеза Arrhenius'а является слѣдовательно необходимымъ дополненіемъ теоріи van't Hoff'а.

Чтобы показать, на чемъ основываетъ Arrhenius свое мнѣніе о диссоціаціи нѣкоторыхъ растворенныхъ веществъ, я позволю себѣ сдѣлать небольшое отступленіе.

Существуетъ два рода проводниковъ электричества: одни не испытываютъ при прохожденіи черезъ нихъ тока никакихъ химическихъ измѣненій (металлы и ихъ сплавы, уголь), другіе — (соли въ расплавленномъ состояніи и въ растворахъ, растворы основаній и кислотъ) претерпѣваютъ при прохожденіи черезъ нихъ тока химическія измѣненія. Эти то проводники, называемые электролитами, и обнаруживаютъ уклоненія отъ газовыхъ законовъ въ растворахъ, давая большее осмотическое давленіе, большее относительное пониженіе упругости пара, замерзая при низшей температурѣ, чѣмъ требуетъ теорія van't Hoff'а.

Если пропустимъ черезъ такой электролитъ, напр. черезъ водный растворъ хлористаго натрія, нѣкоторое время токъ и затѣмъ сдѣлаемъ анализъ жидкости отдѣльно у катода и отдѣльно у анода, то найдемъ у перваго избытокъ натрія, у втораго избытокъ—хлора. Явленіе происходитъ такъ, какъ будто бы молекулы $NaCl$ распадались на Na и на Cl и Na двигался по направленію тока, т. е. къ катоду, а Cl — въ обратномъ направленіи. Эти части, на которыя распадаются молекулы электролита, называются, со времени Faraday'я, іонами. Іоны, которые движутся по направленію тока, несутъ съ собой положительное электричество и называются катіонами (металлы солей и основаній, водородъ кислотъ), іоны, движущіеся въ обратномъ направленіи и несущіе отрицательное электричество, наз. аніонами (радикалы кислотъ, галоиды, гидроксилъ основаній).

Нельзя предполагать, какъ полагали прежде, что токъ разлагаетъ электролиты и затѣмъ продукты этого разложенія — іоны — переносятъ противоположныя электричества въ противоположныя стороны. Такое разложеніе потребовало бы затраты значительнаго количества работы, а между тѣмъ въ электролитахъ электричество передвигается такъ же свободно, какъ и въ металлахъ, въ углѣ, какъ вообще въ проводникахъ, не испытывающихъ при прохожденіи тока химическаго измѣненія. Если бы токъ разлагалъ электролиты, то тогда, какъ показалъ Clausius, не могло бы быть ни разложенія электролитовъ, ни прохожденія черезъ нихъ тока при электровозбудительныхъ силахъ, лежащихъ ниже извѣстнаго предѣла, а разъ электровозбудительная сила достигла этого предѣла, происходило бы энергичное разложеніе, черезъ электролитъ проходилъ бы сильный токъ. На опытѣ однако этого не замѣчается: самые слабые токи проходятъ чрезъ электролиты и это прохожденіе всегда сопровождается передвиженіемъ іонъ.

Поэтому Clausius полагаетъ (1857) *), что въ электролитѣ и до прохожденія тока существуютъ распавшіяся на іоны молекулы; онѣ и переносятъ электричества при прохожденіи тока. Clausius однако не опредѣлилъ, какая часть электролита испытываетъ такое разложеніе, а только предположилъ, что это вообще небольшая часть.

Гипотеза Arrhenius'а представляетъ дальнѣйшее развитіе догадки Clausius'а. Arrhenius не только допускаетъ, что въ растворахъ электролитовъ часть молекулъ диссоціирована на іоны, но и показываетъ, какъ опредѣлить численную величину этой части. Эта часть электролита, или, какъ ее называютъ, „степень диссоціаціи,“ увеличивается по мѣрѣ разбавленія раствора и въ предѣльномъ разбавленіи всѣ молекулы электролита являются въ видѣ отдѣльныхъ іонъ. Іоны заряжены противоположными электричествами, взаимно притягиваются и для полнаго отдѣленія ихъ другъ отъ друга нужна поэтому извѣстная затрата энергіи.

Зная степень диссоціаціи, мы легко можемъ опредѣлить i — тотъ множитель, который van't Hoff вводитъ въ формулы и который очевидно показываетъ, во сколько разъ дѣйствительное число молекулъ болѣе предполагаемаго; другими словами: во сколько разъ сумма неразложившихся молекулъ, аніоновъ и катіоновъ больше того числа молекулъ, которое находилось бы въ растворѣ, если бы не было диссоціаціи.

Если α — степень диссоціаціи опредѣленнаго раствора электролита, и если изъ $m + n$ молекулъ этого электролита n диссоціировали на a катіоновъ и b аніоновъ каждая, то, очевидно, степень диссоціаціи

$$\alpha = \frac{n}{m + n},$$

*) Такое же допущеніе сдѣлалъ раньше Williamson (1851).

а отношеніе суммы всѣхъ молекулъ и іонъ, находящихся въ растворѣ, къ тому числу молекулъ, какое было бы, если бы не было диссоціаціи, т. е.

$$i = \frac{m + n(a + b)}{m + n},$$

слѣдовательно

$$i = 1 + (a + b - 1)\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14).$$

Итакъ, i можно вычислить, если извѣстна степень диссоціаціи α и если извѣстно, на сколько іонъ распадается каждая молекула электролита.

Какъ опредѣлить степень диссоціаціи α?

Представимъ себѣ внутри электролита каналъ, черезъ который проходитъ токъ. Поперечное сѣченіе этого канала $=$ 1 кв. цм., длина $=$ 1 цм. и разность потенціаловъ на разстояніи 1 цм. $=$ $=$ 1 вольту. Пусть въ 1 куб. цм. растворено m молекулъ, часть которыхъ распалась на 2 іона каждая. Эта часть, т. е. степень диссоціаціи, пусть будетъ α. Если черезъ такой электролитъ проходитъ токъ, то катіоны движутся по направленію тока со скоростью v_k, а аніоны въ обратномъ направленіи со скоростью v_a. Примемъ за единицу то количество электричества, которое переноситъ каждый іонъ. Тогда количество положительнаго электричества, переносимое въ 1 секунду катіонами черезъ сѣченіе въ 1 кв. цм. равно произведенію числа катіоновъ въ единицѣ объема (αm) на скорость ихъ движенія, т. е. равно $\alpha . m . v_k$, а количество отрицательнаго электричества, переносимое аніонами, равно $\alpha . m . v_a$. Сумма этихъ двухъ количествъ, т. е. все количество электричества, проходящее въ 1 сек. черезъ 1 кв. цм. при разности потенціаловъ, равной 1 вольту на разстояніи 1 цм., называется электропроводностью. Называя ее черезъ L, имѣемъ:

$$L = \alpha . m . (v_k + v_a).$$

Частное отъ дѣленія электропроводности на концентрацію электролита, т. е. на число m молекулъ въ единицѣ объема, принято называть молекулярной электропроводностью. Называя ее черезъ μ, имѣемъ:

$$\mu = \frac{L}{m} = \alpha(v_k + v_a) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15).$$

Разбавляя электролитъ, мы достигаемъ того, что всѣ его молекулы распадаются на іоны. Тогда степень диссоціаціи $\alpha = 1$, а молекулярная электропроводность, которая здѣсь называется предѣльной молекулярной электропроводностью, и которую мы обозначимъ черезъ $\mu\infty$, равна очевидно:

$$\mu\infty = v_k + v_a \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16).$$

При дальнѣйшемъ разбавленіи электопроводность уже не увеличивается. Это и доказываютъ многочисленные опыты Bouty, Kohlrausch'а, Ленца, Arrhenius'а и другихъ.

Дѣля ур. (15) на ур. (16), получимъ

$$\frac{\mu}{\mu\infty} = \frac{\alpha(v_k + v_a)}{v_k + v_a} = \alpha,$$

т. е. степень диссоціаціи электролита для данной концентраціи = = отношенію молекулярной электропроводности при этой концентраціи къ той постоянной предѣльной молекулярной электропроводности, которая достигается при очень большихъ разбавленіяхъ электролитовъ.

Зная α, можно опредѣлить i по формулѣ

$$i = 1 + (a + b - 1)\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

и сравнить найденныя для различныхъ веществъ значенія i съ тѣми, которыя опредѣляются по осмотическому давленію электролита, изъ формулы

$$p \, . \, v = i845\mathrm{T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11).$$

Въ слѣд. таблицѣ сопоставлены значенія i, опредѣленныя по осмотическому давленію, по даннымъ de-Vries'а и изъ формулы (14).

Вещества:	i по опытамъ de-Vries'а	$i = 1 + (a+b-1)\alpha$
Яблочная кислота . .	1,11	1,07
Винная кислота . .	1,19	1,11
Сѣрнокислый магній. .	1,25	1,35
Азотнокислое кали . .	1,76	1,80
Азотнокислый натръ .	1,76	1,73
Хлористый калій . .	1,80	1,87
Хлористый натрій . .	1,72	1,82
Хлористый аммоній . .	1,82	1,85
Щавелевокислое кали .	2,31	2,32
Сѣрнокислое кали . .	2,30	2,34

Величина i можетъ быть опредѣлена также по упругости пара растворовъ, изъ формулы:

$$\frac{f - f'}{f} = i\frac{n}{\mathrm{N}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

Въ делѣ. таблицѣ сопоставлены значенія i по даннымъ Tammann'а съ вычисленными по формулѣ (14).

Вещества:	i по давленіи пара. Tammann.	$i=1+(a+b-1)\alpha$
Хлористый натрій . .	1,80	1,75
Хлористый литій . .	1,76	1,69
Ѣдкій натръ . .	1,72	1,80
Сѣрнокислое кали. .	2,00	2,02
Ціанистая ртуть . .	0,94	1,00

Особенно близкое совпаденіе замѣчается при сравненіи вычисленныхъ по формулѣ (14) значеній i съ тѣми, которыя опредѣляются изъ пониженія температуры замерзанія, по даннымъ Raoult'я и по формулѣ (13).

$$T - T' = i0,02 \frac{T^2}{W} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Вещества:	i по даннымъ Raoult'я	$i=1+(a+b-1)\alpha$
Тростниковый сахаръ .	1,00	1,00
Ѣдкое кали . . .	1,91	1,93
Амміакъ. . . .	1,03	1,01
Ѣдкій баритъ . . .	2,69	2,67
Соляная кислота . .	1,98	1,90
Сѣрная кислота . .	2,06	2,19
Уксусная кислота . .	1,03	1,01
Хлористый калій . .	1,82	1,86
Азотнокислый натрій .	1,82	1,82
Сѣрнокислое кали . .	2,11	2,33
Уксуснокислая мѣдь .	1,68	1,66

Близкое совпаденіе опредѣленныхъ различными способами и по даннымъ различныхъ наблюдателей значеній i подтверждаетъ гипотезу Arrhenius'а.

IV.

Для провѣрки гипотезы Arrhenius'а можно сдѣлать изъ нея рядъ выводовъ относительно такихъ свойствъ электролитическихъ растворовъ, которыя не были взяты въ разсчетъ при ея установкѣ, и сравнить эти выводы съ тѣмъ, что дѣйствительно наблюдается.

1. Если только въ весьма разбавленныхъ растворахъ электролитовъ всѣ молекулы распались на іоны, то очевидно, что различныя свойства растворовъ должны зависѣть отъ отдѣльныхъ іонъ и отъ растворителя, т. е., иначе говоря, должны являться въ видѣ суммы трехъ количествъ, изъ которыхъ одно зависитъ исключительно отъ растворителя, другое исключительно отъ катіоновъ, третье исключительно отъ аніоновъ. Станемъ называть такія свойства, величина которыхъ является суммой трехъ, не зависящихъ другъ отъ друга количествъ, *аддитивными* свойствами. Аддитивность свойствъ разбавленныхъ электролитическихъ рас-

творовъ можетъ слѣдовательно, если она наблюдается, подтвердить гипотезу Arrhenius'а.

а) *Удѣльные объемы* разбавленныхъ растворовъ диссоціированныхъ электролитовъ являются аддитивными свойствами. Пусть въ 1 литрѣ воды растворено нѣкоторое количество электролита, распавшагося на іоны A и B. Пусть количество іонъ $A = x$, іонъ $B = y$. Тогда объемъ раствора

$$V = 1 + ax + by,$$

гдѣ a и b — величины постоянныя для данныхъ іонъ, причемъ a не зависитъ отъ свойствъ іона B и обратно, b не зависитъ отъ свойствъ іона A. Напр. величина a всегда одна и та-же для натрія, какую бы его соль мы не взяли, лишь бы она вполнѣ диссоціировала. Это подтверждается опытами Ostwald'а надъ 19 различными солями калія, натрія и аммонія.

b) *Удѣльный вѣсъ* равенъ вѣсу, дѣленному на объемъ. Если въ 1 килогр. воды находится x іона A и y іона B, то вѣсъ

$$P = 1 + cx + dy,$$

а уд. вѣсъ

$$s = P : V = (1 + cx + dy) : (1 + ax + by) =$$
$$= 1 + (c - a)x + (d - b)y.$$

Величина $(c - a)$ постоянна для іоновъ A и не зависитъ отъ того, изъ какого соединенія они выдѣлились. Это доказали опыты Valson'а, опредѣлившаго постоянныя $(c - a)$ и $(d - b)$ для различныхъ металловъ и радикаловъ кислотъ.

c) *Внутреннее треніе* разбавленныхъ растворовъ также является свойствомъ аддитивнымъ по опытамъ Reyer'а. Если принять внутреннее треніе воды за 1, то треніе натровой соли какой нибудь сильной кислоты HAc при концентраціи n граммолекулъ въ 1 литрѣ будетъ

$$\eta = 1 + nR_{Na} + nR_{Ac},$$

а внутреннее треніе эквивалентнаго раствора кислоты HAc

$$\eta_1 = 1 + nR_H + nR_{Ac}.$$

Разность внутреннихъ треній растворовъ соли и кислоты

$$\eta - \eta_1 = n(R_{Na} - R_H)$$

не зависитъ очевидно отъ природы кислоты, лишь бы диссоціація была полной. Это и подтверждаютъ опыты Reyer'а, который нашелъ для натровыхъ солей:

	Соляная	Бромистоводородная	Хлорноватая	Хлорная	Азотная
$R_{Na} - R_H =$	0,030	0,032	0,038	0,034	0,039

d) *Показатели преломленія* растворовъ хлористыхъ, бромистыхъ, іодистыхъ, азотнокислыхъ калія и натрія являются точно также величинами аддитивными по опытамъ Гладстона.

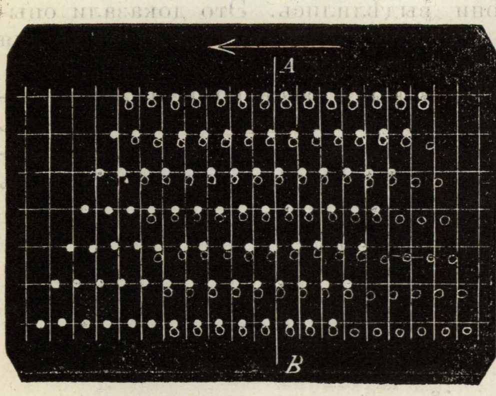
e) *Вращательная способность* растворовъ является аддитивнымъ свойствомъ. Поэтому разбавленные растворы различныхъ солей одного и того-же алкалоида вращаютъ плоскость поляризаціи на одинъ и тотъ-же уголъ.

f) *Температура замерзанія* растворовъ является аддитивнымъ свойствомъ. Къ этому выводу пришелъ Raoult, давшій слѣд. постоянныя для вычисленія молекулярныхъ пониженій температуры замерзанія:

Одноатомные аніоны (Cl, Br, NO_3, HO) . .	20
Двухатомные аніоны (SO_4, CrO_4)	11
Одноатомные катіоны (H, K, Na, NH_4) . .	15
Двух- и многоатомные катіоны (Ba, Mg, Al) .	8.

g) *Электропроводность* очень разбавленныхъ электролитовъ является свойствомъ аддитивнымъ. Чтобы это обнаружить, слѣдуетъ показать, что скорости катіоновъ и аніоновъ другъ отъ друга не зависятъ, т. е. что скорость для натрія напр. всегда одна и та-же, изъ какого бы соединенія онъ не выдѣлился. Но какъ опредѣлить скорости движенія іонъ?

Представимъ себѣ электролитъ, каждая молекула котораго распалась на два іона. Пусть напр. бѣлые кружки изображаютъ катіоны, а черные аніоны (фиг. 30). Когда черезъ такой электролитъ проходитъ токъ, то катіоны движутся по направленію тока со скростью v_k, а аніоны—по обратному направленію со скоростью v_a. Пусть $v_k = 2v_a$, соотвѣтственно нашей схемѣ. Если мысленно раздѣлимъ жидкость плоскостью AB на двѣ равныя части, то до прохожденія тока съ каждой стороны будетъ одинаковое число катіоновъ и аніоновъ (верхній рядъ на нашемъ чертежѣ), а послѣ прохожденія тока со стороны катода будетъ больше катіоновъ, со стороны анода — больше аніоновъ. Приращенія катіоновъ ($11 - 7 = 4$ на чертежѣ нижній рядъ) относится къ приращенію аніоновъ ($9 - 7 = 2$), какъ скорость движенія катіоновъ къ скорости движенія аніоновъ, какъ видно изъ схемы. Слѣдовательно, зная концентрацію электролита, можно вычислить отношеніе между ско-



Фиг. 30.

ростями движенія іонъ, если сдѣлать анализъ жидкости у катода и у анода послѣ электролиза. Такіе анализы производились Hittorf'омъ (1853), затѣмъ Wiedemann'омъ, Kuschel'емъ.

Съ другой стороны, какъ мы видѣли, предѣльная молекулярная электропроводность

$$\mu\infty = v_k + v_a \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16).$$

Этихъ данныхъ достаточно для вычисленія скоростей передвиженія іонъ. Вычисленія показываютъ, что скорости передвиженія катіоновъ и аніоновъ другъ отъ друга не зависятъ. Скорость передвиженія хлора напр. всегда одна и та-же, какую бы хлористую соль мы не взяли, лишь бы она была вполнѣ диссоціирована.

Величины этихъ скоростей, умноженныя на 10^7 приведены въ слѣдующей таблицѣ.

	K	Na	NH_4	Li	Ag	$^1/_2$Ba	$^1/_2$Mg	$^1/_2$Zn	H
$v_k =$	59	40	59	33	46,2	50,6	45	41	290

	Cl	I	NO_3	ClO_3	$C_2H_3O_2$	HO
$v_a =$	62	62,6	61,6	53	34	152.

Итакъ предѣльная молекулярная электропроводность — аддитивное свойство. Постоянная, зависящая отъ воды, въ нее не входитъ, такъ какъ электропроводность чистой воды, какъ показали опыты Kohlrausch'а, безъ большой погрѣшности можетъ быть принята за 0. Она именно во столько разъ меньше электропроводности ртути, во сколько разъ миллиметръ меньше земнаго экватора.

h) *Химическія свойства* разбавленныхъ электролитовъ также аддитивны. Ляписъ даетъ осадокъ хлористаго серебра только въ растворахъ такихъ соединеній, которыя содержатъ хлоръ въ видѣ іона. Поэтому онъ не даетъ осадка ни съ растворомъ бертолетовой соли (іоны K и ClO_3), ни съ растворомъ монохлоруксусной кислоты (іоны H и $C_2H_2ClO_2$). Вслѣдствіе той-же причины и желѣзо нельзя открыть обыкновенными реактивами въ растворѣ желтой соли (іоны K, K, K, K и $Fe(CN)_6$).

Слѣдуетъ помнить, что аддитивность свойствъ наблюдается только на растворахъ вполнѣ диссоціированныхъ веществъ. Если же этого нѣтъ, то приходится брать въ разсчетъ еще степень диссоціаціи.

2. Различныя кислоты обладаютъ способностью превращать обыкновенный сахаръ въ такъ называемый инвертированный. Если гипотеза диссоціаціи вѣрна, то скорость такой инверсіи должна быть пропорціональна количеству водорода, существующаго въ видѣ іона въ растворѣ кислоты. Послѣднее легко вычислить, если извѣстна концентрація кислоты и степень ея диссоціаціи. Вычисляя эти скорости и сравнивая ихъ съ непосредственно наблюдавшимися, получаемъ близкое совпаденіе.

*

Отсюда слѣдуетъ, что сила кислоты зависитъ только отъ количества находящагося въ ней въ видѣ іона водорода и въ предѣльномъ разбавленіи, когда всѣ молекулы распались на іоны, всѣ кислоты одинаково сильны. Сѣрная, азотная, соляная кислоты только потому являются сильными кислотами, что онѣ уже при большихъ концентраціяхъ почти вполнѣ диссоціированы.

3. Многія термохимическія явленія подтверждаютъ гипотезу Arrhenius'a. Если смѣшаемъ между собой растворы двухъ вполнѣ диссоціированныхъ солей, которыя могли бы дать черезъ двойное разложеніе двѣ новыя, вполнѣ диссоціированныя соли, то не происходитъ никакой реакціи, и въ смѣси обоихъ растворовъ присутствуютъ тѣ-же іоны, которые находились въ обоихъ растворахъ. Поэтому и не должно быть никакого тепловаго эффекта. Этотъ фактъ и наблюдается для растворовъ нѣкоторыхъ солей и названъ „термонейтральностью соляныхъ растворовъ".

Если при насыщеніи вполнѣ диссоціированной кислоты вполнѣ диссоціированнымъ основаніемъ образуется вполнѣ диссоціированная соль и вода, то очевидно, что вся реакція состоитъ только въ образованіи воды. Возьмемъ напр. соляную кислоту (іоны H и Cl) и ѣдкій натръ (іоны Na и HO); реакція можетъ быть выражена такъ:

$$(\mathrm{N}a + \mathrm{HO}) + (\mathrm{H} + Cl) = (\mathrm{N}a + Cl) + \mathrm{H_2O}.$$

Очевидно, что реакція состоитъ лишь въ соединеніи іонъ H и HO, т. е. въ образованіи воды. Если возьмемъ слѣдовательно различныя, но вполнѣ диссоціированныя кислоты и основанія, то тепловой эффектъ при нейтрализаціи всегда долженъ быть одинъ и тотъ-же, именно, должна выдѣляться теплота образованія воды изъ H и HO. Наблюденія Berthelot и Thomsen'a показываютъ, что при нейтрализаціи ѣдкимъ кали, ѣдкимъ натромъ, ѣдкимъ баритомъ кислотъ соляной, бромистоводородной, іодистоводородной, азотной выдѣляются всегда почти одно и то-же количество тепла, именно отъ 13,9 до 13,3 калоріи, т. е. около 13,5 калоріи.

4. Наблюденія надъ диффузіей электролитическихъ растворовъ согласуются съ тѣми выводами, которые можно сдѣлать изъ гипотезы Arrhenius'a.

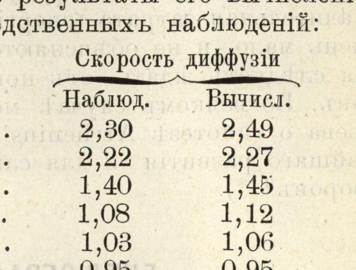
Если нальемъ въ сосудъ растворъ электролита, напр. соляной кислоты, а поверхъ раствора чистой воды, то іоны станутъ диффундировать въ воду подъ вліяніемъ силы осмотическаго давленія раствора. Это стремленіе іонъ диффундировать вполнѣ аналогично стремленію газа распространяться въ пустотѣ. Но іоны, въ нашемъ случаѣ водородъ и хлоръ, движутся въ водѣ съ различными скоростями: водородъ далеко скорѣе, чѣмъ хлоръ (см. табл. на стр. 157). Поэтому водородъ быстрѣе и въ большемъ количествѣ проникаетъ въ воду, чѣмъ хлоръ. Такъ какъ іоны водорода заряжены положительнымъ электричествомъ, то и вода зарядится поэтому положительнымъ электричествомъ, а растворъ отрицательнымъ. Если внести въ воду и въ растворъ по неполяризующемуся электроду и соединить ихъ проводникомъ, то по проводнику долженъ пройти токъ отъ воды къ раствору. Эти токи дѣйствительно наблюдаются. Они изучены Helmholtz'емъ и Nernst'омъ и названы концентраціонными токами. Наэлектризованная положительно вода будетъ дѣйствовать отталкивательно на іоны водорода, заряженные одноименнымъ электричествомъ, уменьшая ихъ скорость, и будетъ притягивать іоны хлора, увеличивая ихъ скорость. Наэлектризованный отрицательно растворъ также будетъ уменьшать скорость диффузіи водорода и увеличивать скорость диффузіи хлора. Скоро поэтому наступитъ равновѣсіе, при которомъ H и Cl будутъ диффундировать въ воду съ одинаковыми скоростями.

Эти скорости зависятъ отъ двухъ силъ: — отъ силы осмотическаго давленія, которая гонитъ іоны въ воду, и отъ того сопротивленія, которое представляетъ вода такому движенію, т. е. отъ тренія іонъ въ водѣ. Но намъ извѣстны скорости движенія іонъ при прохождеіии тока черезъ электролитъ. Эти скорости также являются результатомъ двухъ силъ: электродвижушей силы тока и сопротивленія, т. е. тренія іонъ въ водѣ. Зная результатъ дѣйствія двухъ силъ (скорость движенія іонъ) и одну изъ этихъ силъ (электродвижущую силу), можно вычислить другую — т. е. треніе іонъ въ водѣ. А разъ это треніе извѣстно, то можно очевидно вычислить скорость диффузіи для раствора даннаго вещества съ опредѣленнымъ осмотическимъ давленіемъ. Такія вычисленія и дѣлаетъ Nernst. Въ слѣдующей таблицѣ результаты его вычисленій сопоставлены съ результатами непосредственныхъ наблюденій:

	Скорость диффузии	
	Наблюд.	Вычисл.
Соляная кислота . . .	2,30	2,49
Азотная кислота . . .	2,22	2,27
Ѣдкій натръ	1,40	1,45
Хлористый натрій . . .	1,08	1,12
Азотнокислый натръ . .	1,03	1,06
Муравьинокислый натръ . .	0,95	0,95
Азотнокислое серебро . .	1,27	1,25.

Наконецъ, возможность существованія свободныхъ іонъ въ растворахъ доказывается слѣдующимъ опытомъ Ostwald'a.

Электролитъ, напр. хлористый калій, наливается въ два сосуда, A и B (см. фиг. 31), которые соединяются между собой сифономъ. Къ одному изъ этихъ сосудовъ подносится тѣло, заряженное напр. отрицательнымъ электричествомъ. Тогда катіоны (K), заряженные положительнымъ электричествомъ, притянутся въ сосудъ A, аніоны (Cl) оттолкнутся въ сосудъ B. Если теперь удалить сифонъ,



Фиг. 31.

а затѣмъ наэлектризованное тѣло, то въ сосудѣ A останется избытокъ катіоновъ (K), въ сосудѣ B — избытокъ аніоновъ (*Cl*). Ни K, ни *Cl* не обнаруживаются при этомъ, не разлагаютъ воды, такъ какъ находятся въ совершенно особыхъ условіяхъ, отличныхъ отъ тѣхъ, въ которыхъ они намъ извѣстны: — именно они заряжены большими количествами электричествъ. Стоитъ только отвести эти электричества, чтобы и калій и хлоръ перешли въ обыкновенное состояніе и стали разлагать воду. Это и замѣчается, по Ostwald'у, если соединить жидкости въ сосудахъ A и B съ землей.

Итакъ, существованіе свободныхъ натрія, калія, хлора, не проявляющихъ своихъ обыкновенныхъ свойствъ, не дѣйствующихъ на воду, въ растворахъ, не представляетъ ничего невозможнаго.

Теорія растворовъ van't Hoff'а и гипотеза Arrhenius'а объясняютъ столько самыхъ разнообразныхъ фактовъ, обнимаютъ столько на первый взглядъ не имѣющихъ ничего общаго явленій, выводятъ столько численныхъ зависимостей между различными свойствами растворовъ, что нельзя считать преувеличеннымъ мнѣніе Ostwald'а, называющаго новую теорію растворовъ самымъ многообъемлющимъ рядомъ идей въ физическихъ наукахъ послѣ основанія механической теоріи тепла. Если-же — это относится особенно къ гипотезѣ Arrhenius'а — въ новой теоріи растворовъ и есть слабыя стороны, если намъ непонятна напр. такая диссоціація, для отдѣленія продуктовъ которой другъ отъ друга нужна значительная затрата энергіи, если нѣкоторые факты, а такихъ очень мало, и не объясняются теоріей, то ихъ полнаго разъясненія слѣдуетъ ждать отъ новыхъ наблюденій и отъ новыхъ выводовъ. Во всякомъ случаѣ можно согласиться со словами Менделѣева о гипотезѣ Arrhenius'а, „что въ ней есть задатки для дальнѣйшаго развитія и для сліянія съ болѣе полною теоріею растворовъ“ *).

Студ. *В. Гернетъ.*

БИБЛІОГРАФИЧЕСКІЙ ЛИСТОКЪ

НОВѢЙШИХЪ РУССКИХЪ ИЗДАНІЙ.

Таблицы по ариѳметикѣ. Изд. А. Жданова. Харьковъ.

Б. Керсновскій. Предостереженія о сильныхъ вѣтрахъ и мятеляхъ, посланныя Гл. Физ. Обсерваторіею на линіи жел. дорогъ 1890—1891 г. Спб.

К. Кошельковъ. Предварительный курсъ физики для среднихъ учебныхъ заведеній. Часть I. Изд. 2-ое. Новгородъ. Цѣна 1 р.

В. Соколовъ Дополнительныя статьи алгебры въ связи съ повторительнымъ курсомъ для VII доп. класса реальныхъ училищъ. Островъ. Цѣна 85 коп,

А. И. Воейковъ. Наблюденія надъ снѣжнымъ покровомъ въ Россіи въ 1890 — 1891 г. Спб.

---

*) Основы Химіи. 1889. Стр. 242.

Моря и океаны. Изд. редакціи журнала «Досугъ и Дѣло». Спб.

М. Повало-Швыйковскій Записки по химіи. Вып. 2-ой. Рязань.

С. Е. Савичъ. О линейныхъ обыкновенныхъ дифференціальныхъ уравненіяхъ съ правильными интегралами. Спб.

П. Ф. Симоненко. Фотографія и гальванопластика въ примѣненіи къ искусственному гравированію. Москва. Цѣна 2 р. 50 к.

А. Старковъ. Можно ли вызвать дождь искусственнымъ путемъ? (Отд. отт. изъ Зап. Од. Отд. Имп. Русск. Техн. Общ.). Одесса.

Н. Страховъ. Міръ какъ цѣлое. Черты изъ науки о природѣ. Изд. 2-ое. Спб. Цѣна 2 р.

Томсонъ-Гоустонъ и *Ванъ-Депоэль.* Электрическая передача силы на разстояніе. Примѣненіе къ горному дѣлу. Спб.

Д. Поповъ. Сборникъ ариѳметическихъ задачъ для младшаго возраста. Изд. 2-ое. Спб. Цѣна 25 коп.

Е. Е. Сиверсъ. Счетовѣдѣніе и счетоводство. Опытъ научнаго изслѣдованія. Спб. Цѣна 75 коп.

Ѳ. А. Слудскій. Опредѣленіе размѣровъ земли изъ градусныхъ измѣреній по новому способу. (Мат. Сборн. Т. XVI). Москва.

Указатель IV электрической выставки Имп. Русск. Технич. Общ. Изд. 2-ое. Спб.

Е. С. Федоровъ. Симметрія на плоскости. Спб. 1891.

О. Хвольсонъ. Курсъ физики. (Электротехническій Институтъ). Вып. I. Нѣкоторые вопросы изъ механики, ученіе объ абсолютныхъ единицахъ; теорія потенціала и ея примѣненія въ ученіяхъ объ электрическихъ зарядахъ и токахъ; обзоръ дѣйствій тока; практическія единицы. Спб. Цѣна 2 руб.

Электротехническая библіотека. Томъ I. Электромагнитъ и электромагнитные механизмы *Сильвануса П. Томпсона.* Перев. съ англ. М. А. Шателена. Изд. подъ ред. А. И. Смирнова. Спб. Цѣна 4 руб.

Д. Агаповъ. Конспектъ и справочная книжка по математикѣ. Формулы, необходимыя при рѣшеніи задачъ по ариѳметикѣ, алгебрѣ, геометріи и тригонометріи. Темы для письменныхъ испытаній съ образцами рѣшенія ихъ. Вып. I. Ариѳметика. Оренбургъ. Цѣна 30 коп.

Э. Бергъ. Повторяемость и географическое распредѣленіе ливней въ Европейской Россіи. (Съ одною картою). (Прил. къ 68-му тому Зап. Имп Ак. Наукъ № 2). Спб. Цѣна 70 коп.

Г. Бертенсонъ. Динамоптеръ. Физиліого-механическія условія полета птицъ и демонстрированіе этихъ условій на новоизобрѣтенномъ крыльчатомъ аппаратѣ. Спб.

А. А. Бриксъ. Теоретическій курсъ гидравлики и гидравлическихъ двигателей. Спб.

Записки Кіевскаго Общ. Естеств. Т. 12-ый. Вып. I. Кіевъ.

К. Кошельковъ. Предварительный курсъ физики для среднихъ учебныхъ заведеній. Часть II. Изд. 2-ое. Новгородъ. Цѣна 2 руб.

К. Краевичъ. Учебникъ физики. Изд. 11-ое. Спб. Цѣна 2 р. 50 к.

В. Марковъ. О функціяхъ, наименѣе уклоняющихся отъ нуля въ данномъ промежуткѣ. Спб.

Наблюденія надъ вскрытіемъ и замерзаніемъ водъ въ Россіи въ 1890 г. Спб.

А. Старковъ. Опыты вызыванія искусственнаго дождя въ Америкѣ. Одесса.

Р. Вагнеръ. Химическая технологія. Сочиненіе, обраб. Ф. Фишеромъ. Съ 13-го изд. перев. В. Тизенгольтъ. Вып. 6. Спб. Изд. Риккера. Цѣна 1 р.

А. Киселевъ Элементарная геометрія для среднихъ учебныхъ заведеній. Съ приложеніемъ большого количества упражненій и статьи: Главнѣйшіе методы рѣшенія геом. задачъ на построеніе. Москва. Изд. кн. маг. В. Думнова. Цѣна 1 р. 25 к.

Е. Д. Кислаковскій. Систематическій ходъ химическаго анализа при помощи паяльной трубки. Москва. Цѣна 40 коп.

А. Мальцевъ. Примѣры ариѳметическихъ вычисленій. Числа 1—20. Спб. Цѣна 5 коп.

А. Мальцевъ. Систематическій задачникъ для обученія начальной ариѳметикѣ. Задачи на числа первыхъ двухъ десятковъ. Спб. Цѣна 10 коп.

П. В. Преображенскій. Сборникъ тригонометрическихъ задачъ (Съ изложеніемъ многихъ методовъ ихъ рѣшеній). Изд. 3-ье съ значительно расширеннымъ курсомъ старшаго класса. Москва. Цѣна 80 коп.

ЗАДАЧИ.

№ 328. Не вычисляя выраженія

$$2^{40} + 2^{36} + 2^{35} . 3^2 + 2^7 . 3^{11} + 2^3 . 3^{11} + 2^2 . 3^{13}$$

показать, что оно дѣлятся на 1892. *Ш.*

№ 329. Внутри даннаго треугольника найти точку, сумма разстояній которой отъ трехъ его вершинъ была бы наименьшая. (Заимств.) *Ш.*

№ 330. Провести прямую пареллельно основанію трапеціи такъ, чтобы она діагоналями раздѣлилась на три равныя части.

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

№ 331. Даны три точки А, В и С. Провести окружность черезъ точки А и В такъ, чтобы касательныя, проведенная къ ней изъ точки С, составляли данный уголъ.

А. Бобятинскій (Барнаулъ).

№ 332. Рѣшить уравненіе

$$(\mathrm{Sin}x + \mathrm{Cos}x)\sqrt{2} = \mathrm{tg}x + \mathrm{Ctg}x.$$

М. Фридманъ (Кіевъ).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 102 (2 сер.). Вывести формулы ежегодныхъ взносовъ и срочныхъ уплатъ, не прибѣгая къ прогрессіямъ.

Изъ формулы сложныхъ процентовъ слѣдуетъ, что сумма А сложныхъ процентовъ на капиталъ a за t лѣтъ выражается такъ:

$$A = a\left(1 + \frac{p}{100}\right)^t - a = a\left\{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^t - 1\right\} = a(q^t - 1),$$

гдѣ

$$1 + \frac{p}{100} = q.$$

Это и есть формула ежегодныхъ взносовъ, производимыхъ въ началѣ каждаго года, при чемъ ежегодный взносъ равенъ простымъ процентамъ съ капитала a. Если этотъ взносъ обозначимъ черезъ m, то

$$m = \frac{ap}{100} = a(q - 1);$$

$$a = \frac{m}{q-1}.$$

Подставляя вмѣсто a найденную величину въ формулу $A = a(q^t - 1)$, получимъ

$$A = \frac{m(q^t - 1)}{q - 1}.$$

Это и есть формула ежегодн. взносовъ въ обыкновенномъ видѣ.

Если бы взносы производились въ концѣ каждаго года, то во второй части очевидно прибавился бы множитель q, т. е.

$$A = \frac{mq(q^t - 1)}{q - 1}.$$

Такъ какъ срочн. уплаты производятся въ концѣ каждаго года, то для опредѣленія срочной уплаты x, при занятомъ капиталѣ a, составляемъ уравненіе

$$\frac{x(q^t - 1)}{q - 1} = aqt,$$

отсюда

$$x = \frac{aq^t (q - 1)}{q - 1}$$

— это формула срочныхъ уплатъ.

П. Андреяновъ (Москва). *С. Тисъ* (Спб.), *С. Ржаницынъ* (Троицкъ), *В. Россовская* (Курскъ), *Я. Марморъ* (Кам.-Подольскъ).

№ 238 (2 сер.). Данный треугольникъ ABC пересѣчь сѣкущей XYZ (X — на AB, Y — на BC и Z на продолженіи AC) такъ, чтобы разность отрѣзковъ YX и ZY была равна данной длинѣ и чтобы сѣкущая имѣла данное направленіе (MN).

Пусть пересѣченіе MN съ продолженіемъ стороны AB будетъ M, а стороны AC — N. Отложимъ отрѣзокъ NK равный данной длинѣ и черезъ точку K проводимъ линію, параллельную линіи AC и пересѣкающую AB въ L. Средину P отрѣзка MK соединяемъ съ L. Пересѣченіе BC съ LP будетъ точка Y, а проведенная черезъ нее прямая, параллельная MN — искомая XYZ.

А. П. (Пенза), *В. Костинъ* (Симбирскъ), *Е. Бондырева*, *К. Александровъ*, *П. Писаревъ*, *К. Щиголевъ* (Курскъ), *А. Байковъ* (Москва), *І. Поляковъ* (Кременчугъ), *М. Павловъ* (Винница), *М. Кулябко-Корецкій* (Новозыбковъ), *Ч. Рыбинскій* (Скопинъ), *И. Бѣлянкинъ* (Кіевъ).

№ 247 (2 сер.). Показать, что если среднее ариѳметическое квадратовъ нѣкоторыхъ n чиселъ равно квадрату средняго ариѳметическаго тѣхъ же чиселъ, то они равны между собою.

Дано

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + a_n^2}{n} = \frac{(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n)^2}{n^2},$$

иначе

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + a_n^2 =$$

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots a_n^2 + 2a_1a_2 + 2a_1a_3 + \ldots 2a_1a_n + 2a_2a_3 + \ldots 2a_2a_n + \ldots 2a_{n-1}a_n}{n}$$

Перенеся всѣ члены въ лѣвую часть, получимъ

$$(n-1)a_1^2 + (n-1)a_2^2 + (n-1)a_3^2 + \ldots + (n-1)a_n^2 -$$

$$- 2a_1a_2 - 2a_2a_3 - \ldots - 2a_1a_n - 2a_2a_3 - \ldots - 2a_2a_n -$$

$$- \ldots - 2a_{n-1}a_n = 0,$$

или

$$(a_1 - a_2)^2 + (a_1 - a_3)^2 + \ldots (a_1 - a_n)^2 + (a_2 - a_3)^2 + \ldots$$

$$+ (a_2 - a_n)^2 + \ldots + (a_{n-1} - a_n)^2 = 0.$$

Такъ какъ $(a_1 - a_2)^2$, $(a_2 - a_3)^2$ и т. д. положительны, то сумма ихъ будетъ только тогда равна нулю, когда

$$a_1 - a_2 = 0;\ a_1 - a_3 = 0; \ldots a_1 - a_n = 0 \ldots a_{n-1} - a_n = 0$$

откуда

$$a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_{n-1} = a_n.$$

А. Байковъ (Москва), *А. П* (Пенза), *В. Россовская* (Курскъ) *В. Костинъ* (Симбирскъ), *І. Поляковъ* (Кременчугъ).

ПОПРАВКА.

Въ задачѣ № 321, помѣщенной въ № 137 В. О. Ф., вмѣсто словъ: «Вписать въ большую окружность.... АВ была его діагональю», должно быть: «Въ большую окружность вписанъ такой шестиугольникъ, что стороны его касательны къ меньшей окружности и прямая АВ есть его діагональ.»

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Одесса 4 Іюня 1892 г.

Типо-литографія Штаба Одесскаго военнаго Округа. Тираспольская, № 14.

Обложка
ищется

Обложка
ищется