

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

И
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

XII Сем.

№ 136.

№ 4.

Содержаніе: Одно изъ метрическихъ свойствъ треугольника, *М. Попруженко*. — Замѣтки объ учебникѣ физики Ковалевскаго, *Б. А. Герца*. — Открытія и изобрѣтенія. — Доставленные въ редакцію книги и брошюры. — Задачи №№ 310 — 315. — Загадка. — Рѣшенія задачъ №№ (2 сер.). 196, 213, 230 и 241.

ОДНО ИЗЪ МЕТРИЧЕСКИХЪ СВОЙСТВЪ ТРЕУГОЛЬНИКА.

Извѣстная теорема Stewart'a *) выражаетъ одно изъ самыхъ общихъ метрическихъ свойствъ треугольника.

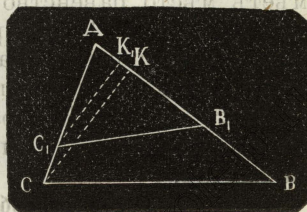
Однако (если не ошибаюсь **), Carnot въ своей *Géométrie de position* далъ болѣе общую теорему, изъ которой уравненіе Stewart'a получается какъ частный случай.

Такъ какъ выводъ Carnot получается едва ли не проще, чѣмъ выводъ Stewart'a, а, съ тригонометрической точки зрѣнія, онъ представляется даже непосредственно, то небезынтересно познакомиться съ этимъ выводомъ.

Первый способъ вывода соотношенія Carnot.

Пусть данъ треугольникъ ABC (фиг. 12) и нѣкоторая сѣкущая $B_1C_1 = a_1$, опредѣляемая отрезками $AC_1 = b_1$ и $AB_1 = c_1$.

Вопросъ заключается въ томъ, чтобы опредѣлить зависимость между a , b , c (стороны треугольника ABC), a_1 , b_1 и c_1 или, если угодно, опредѣлить a_1 въ зависимости отъ прочихъ данныхъ.



фиг. 12.

*) См. «Математическій Листокъ» г. Гольденберга, Геометрію Давидова, «Вѣстникъ» № 128 и пр.

**) Къ сожалѣнію я не могъ навести точной справки и поэтому мнѣ не извѣстенъ также приемъ вывода, употребленный самимъ Carnot.

Съ этою цѣлью опустимъ перпендикуляры СК и C_1K_1 на сторону АВ и пусть

$$AK = l \text{ и } AK_1 = l_1.$$

Изъ подобія треугольниковъ АСК и AC_1K_1 имѣемъ:

$$\frac{l}{b} = \frac{l_1}{b_1} \dots \dots \dots (1)$$

Изъ треугольниковъ АВС и AB_1C_1 (на основаніи теоремы о квадратахъ стороны треугольника) найдемъ:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2cl$$

$$a_1^2 = b_1^2 + c_1^2 - 2c_1l_1.$$

Опредѣляя изъ этихъ равенствъ l и l_1 и подставляя въ (1), получимъ искомое соотношеніе:

$$\frac{b_1^2 + c_1^2 - a_1^2}{b_1c_1} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc} \dots \dots \dots (2)$$

Съ тригонометрической точки зрѣнія уравненіе это выражаетъ просто равенство удвоенныхъ косинусовъ угловъ C_1AB_1 и САВ въ треугольникахъ тѣхъ же наименованій. Послѣ простыхъ преобразованій равенство (2) можетъ быть приведено къ слѣдующимъ видамъ:

$$a_1^2bc - a^2b_1c_1 = (bb_1 - cc_1)(cb_1 - bc_1)$$

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{c}{a} - \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{c_1}{a_1} = \left(\frac{b}{a} \cdot \frac{b_1}{a_1} - \frac{c}{a} \cdot \frac{c_1}{a_1} \right) \left(\frac{c}{a} \cdot \frac{b_1}{a_1} - \frac{b}{a} \cdot \frac{c_1}{a_1} \right).$$

На выведенное соотношеніе *) можно смотрѣть какъ на условіе, выражающее, что треугольники со сторонами a, b, c и a_1, b_1, c_1 имѣютъ по равному углу. Изъ сдѣланнаго вывода слѣдуетъ впрочемъ только необходимость этого условія. Достаточность его усматривается изъ того, что при существованіи равенства (2) имѣетъ мѣсто равенство (1), а слѣдовательно подобіе треугольниковъ АСК и $A_1C_1K_1$ и равенство угловъ А и A_1 . Весьма легко было бы совершенно аналогическимъ путемъ вывести условіе, выражающее, что треугольники имѣютъ пару угловъ взаимно дополнительныхъ до $2d$. Но, ради разнообразія, мы приводимъ другой выводъ, имѣющій то преимущество, что онъ обнимаетъ собою оба случая.

2-й способъ вывода соотношенія Carnot.

Сохраняя прежнія обозначенія, допустимъ, что углы А и A_1 треугольниковъ АВС и $A_1B_1C_1$ равны или въ суммѣ составляютъ $2d$.

*) См. Rausenberger Die Elementargeometrie, Journal de Mathématiques par Vuibert.

Тогда, если s и s_1 обозначают площади треугольников:

$$\frac{s^2}{s_1^2} = \frac{b^2 c^2}{b_1^2 c_1^2}.$$

Но

$$\frac{s^2}{s_1^2} = \frac{2a^2 b^2 + 2a^2 c^2 + 2b^2 c^2 - a^4 - b^4 - c^4}{2a_1^2 b_1^2 + 2a_1^2 c_1^2 + 2b_1^2 c_1^2 - a_1^4 - b_1^4 - c_1^4}.$$

Слѣдовательно

$$\frac{2a^2 b^2 + 2a^2 c^2 + 2b^2 c^2 - a^4 - b^4 - c^4}{2a_1^2 b_1^2 + 2a_1^2 c_1^2 + 2b_1^2 c_1^2 - a_1^4 - b_1^4 - c_1^4} = \frac{b^2 c^2}{b_1^2 c_1^2}$$

или

$$\frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2 b^2 - 2a^2 c^2 - 2b^2 c^2}{a_1^4 + b_1^4 + c_1^4 - 2a_1^2 b_1^2 - 2a_1^2 c_1^2 - 2b_1^2 c_1^2} = \frac{4b^2 c^2}{4b_1^2 c_1^2}.$$

Во всякой геометрической пропорціи сумма предыдущихъ относится къ суммѣ послѣдующихъ, какъ одинъ изъ предыдущихъ къ своему послѣдующему, — поэтому

$$\frac{a^4 + b^4 + c^4 - 2a^2 b^2 - 2a^2 c^2 - 2b^2 c^2}{a_1^4 + b_1^4 + c_1^4 - 2a_1^2 b_1^2 - 2a_1^2 c_1^2 - 2b_1^2 c_1^2} = \frac{b^2 c^2}{b_1^2 c_1^2}$$

или

$$\frac{a^4 - 2a^2(b^2 + c^2) + (b^2 + c^2)^2}{a_1^4 - 2a_1^2(b_1^2 + c_1^2) + (b_1^2 + c_1^2)^2} = \frac{b^2 c^2}{b_1^2 c_1^2}$$

или

$$\frac{(b^2 + c^2 - a^2)^2}{(b_1^2 + c_1^2 - a_1^2)^2} = \frac{b^2 c^2}{b_1^2 c_1^2}.$$

Извлекая изъ обѣихъ частей квадратные корни, найдемъ:

$$\frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc} = \pm \frac{b_1^2 + c_1^2 - a_1^2}{b_1 c_1} \quad (3)$$

При равенствѣ угловъ A и A_1 одновременно имѣютъ мѣсто слѣдующія пары неравенствъ (устраняя случай $A = A_1 = d$):

$$a^2 > b^2 + c^2; \quad a_1^2 > b_1^2 + c_1^2$$

$$a^2 < b^2 + c^2; \quad a_1^2 < b_1^2 + c_1^2$$

Если же $A + A_1 = 2d$, то:

$$a^2 > b^2 + c^2; \quad a_1^2 < b_1^2 + c_1^2$$

$$a^2 < b^2 + c^2; \quad a_1^2 > b_1^2 + c_1^2$$

Поэтому, первому случаю соответствуетъ знакъ $+$ во второй части равенства (3), а второму знакъ $-$.

Примѣненія формулы.

Теорема Stewart'a.

Полагая въ формулѣ (2) $c_1 = c$, получимъ равенство Stewart'a:

$$c^2(b - b_1) + a^2b_1 = a_1^2b + bb_1(b - b_1),$$

которое приметъ болѣе симметричный видъ, если положимъ

$$b - b_1 = b_2.$$

Тогда будемъ имѣть

$$c^2b_2 + a^2b_1 = a_1^2b + bb_1b_2.$$

Вычисленіе діагоналей вписаннаго четырехугольника.

Такъ какъ

$$B + D = 2d \text{ (см. фиг. 13)}$$

то для треугольниковъ ABC и ADC имѣетъ мѣсто равенство (3) со знакомъ — передъ второю частью его.

Слѣдовательно

$$\frac{x^2 + a^2 - b^2}{ab} = \frac{c^2 + d^2 - x^2}{cd}$$

Фиг. 13.

Отсюда

$$x^2 = \frac{(c^2 + d^2)ab + (a^2 - b^2)cd}{ab + cd}.$$

Такъ же найдемъ и другую діагональ.

Определеніе разстояній между замѣчательными точками треугольника.

Пусть M и N означаютъ двѣ какія нибудь замѣчательныя точки треугольника (см. фиг. 14).

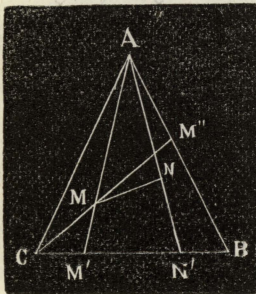
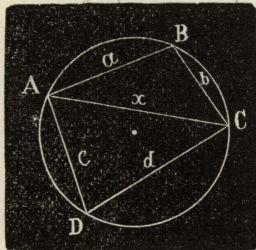
Проведемъ трансверсали AM' и AN' и пусть

$$AM' = m, AN' = n, M'N' = k,$$

$$\frac{AM}{AM'} = \alpha, \frac{AN}{AN'} = \beta, MN = \delta.$$

Примѣняя формулу (2) къ треугольнику AM'N' и къ сѣкущей MN, получимъ

$$\delta^2 = \alpha^2 m^2 + \beta^2 n^2 - \alpha\beta(m^2 + n^2 - k^2).$$



Фиг. 14.

Покажемъ, какъ могутъ быть найдены всѣ величины, входящія во вторую часть послѣдней формулы.

а) Величины m и n весьма легко вычислить по теоремѣ Stewart'a, такъ какъ извѣстно или легко найти, въ какомъ отношеніи трансверсали, проходящія черезъ замѣчательныя точки треугольника, дѣлятъ стороны его.

Такъ, если

M есть центръ вписанной въ \triangle -къ окружности, то $\frac{M'C}{M'B} = \frac{b}{c}$,

" " " описанной около \triangle -ка " то $\frac{M'C}{M'B} = \frac{\sin 2B}{\sin 2C}$

" " " тяжести, то $\frac{M'C}{M'B} = 1$,

" " ортоцентръ, то $\frac{M'C}{M'B} = \frac{\operatorname{tg} B}{\operatorname{tg} C}$,

" " точка Lemoine'a, то $\frac{M'C}{M'B} = \frac{b^2}{c^2}$,

" " точка Gergonne'a, то $\frac{M'C}{M'B} = \frac{p-c}{p-b}$,

Если M обозначаетъ одну изъ точекъ Brocard'a, то $\left\{ \begin{array}{l} \frac{M'C}{M'B} = \frac{a^2}{c^2}, \\ \frac{M'C}{M'B} = \frac{b^2}{a^2}, \end{array} \right.$

и т. д.

b) Определеніе k не представляетъ никакихъ затрудненій.

c) Если положимъ, что

$$\frac{M'C}{M'B} = \frac{m}{n} \quad \text{и} \quad \frac{M''B}{M''A} = \frac{m}{p},$$

то, какъ весьма легко убѣдиться,

$$\alpha = \frac{AM}{AM'} = \frac{pm + pn + mn}{pm + pn}$$

Подобнымъ же образомъ выразится и β .

Такимъ образомъ, для опредѣленія искомымъ разстояній, придется только произвести подстановки и вычисленія, правда подчасъ довольно утомительныя.

Для опредѣленія разстояній между замѣчательными точками треугольника существуетъ нѣсколько различныхъ формулъ. Большею частью онѣ выражены въ координатахъ баричесентрическихъ или нормальныхъ. Одна изъ удобнѣйшихъ для вычисленія при-

надлежить г. Thiry *). Весьма простая по виду формула дана г. Пламеневским **) изъ Темиръ-Ханъ-Шуры. Мы желали только показать ходъ элементарнѣйшаго анализа.

Рѣшеніе одной задачи, относящейся къ отысканію minimum'a.

Найти minimum прямой, дѣлящей площадь треугольника въ данномъ отношеніи k .

Пусть искомая прямая есть a_1 (см. фиг. 12).

По условію

$$\frac{b_1 c_1}{bc} = k.$$

Поэтому, изъ равенства (2) послѣ преобразованій и подстановки получимъ:

$$a_1^2 = b_1^2 + c_1^2 - k(b^2 + c^2 - a^2)$$

Такъ какъ третій членъ второй части постояненъ, то вопросъ сводится къ опредѣленію minimum'a суммы $b_1^2 + c_1^2$ при условіи

$$b_1 c_1 = \text{постоян.}$$

Какъ извѣстно, этотъ minimum имѣетъ мѣсто при

$$b_1 = c_1.$$

Поэтому, изъ условія

$$\frac{b_1 c_1}{bc} = k,$$

находимъ

$$b_1^2 = c_1^2 = kbc.$$

Подставляя въ формулу для a_1 , найдемъ

$$a_1^2 = k(a + b - c)(a - b + c)$$

или

$$a_1^2 = 4k(p - c)(p - b).$$

Задачу эту обыкновенно рѣшаютъ тригонометрическимъ путемъ.

М. Попруженко (Оренбургъ).

*) См. Mathesis 1891 г. или брошюру «Applications remarquables du theoreme d. Stewart et theorie du barycentre» par Clément Thiry.

**) См. Journal de mathematiques élémentaires 1889 г. Формула г. Пламеневскаго опредѣляетъ разстояніе между какими угодно двумя точками, лежащими въ плоскости даннаго треугольника.

ЗАМѢТКИ

ОБЪ УЧЕБНИКЪ ФИЗИКИ КОВАЛЕВСКАГО.

Мы не пишемъ рецензій. Отзывъ объ учебникѣ Ковалевскаго сдѣланъ со стороны компетентнаго учрежденія—ему присуждена премія Петра Великаго—и мы не думаемъ его оспаривать. Мы убѣждены, что, благодаря своимъ достоинствамъ и столь авторитетному одобренію, этотъ учебникъ получитъ широкое распространеніе. Это вызываетъ къ нему особое вниманіе, и цѣль нашихъ замѣтокъ—указать встрѣчающіяся въ немъ погрѣшности и тѣмъ содѣйствовать, по мѣрѣ силъ, улучшенію какъ этого учебника, такъ и учебника физики вообще.

Ради удобства мы раздѣлимъ замѣченные недостатки на 9 категорій.

А. Ошибки въ расположеніи.

1. Ученіе о звукѣ и колебаніи упругихъ тѣлъ слѣдовало бы помѣстить въ 3-мъ выпускѣ, послѣ динамики, такъ какъ отсутствіе точнаго изслѣдованія явленій звука и колебаній вообще отчасти искупалось бы возможностью сравненія съ колебаніями маятника, единственнымъ колебательнымъ движеніемъ, которое болѣе подробно разсматривается. Неудобство принятаго авторомъ расположенія сказывается въ необходимости ссылокъ на послѣдующее и бездоказательныхъ утвержденій. Такъ на стр. 184: „Въ послѣдствіи мы покажемъ, что разстоянія *mc* и *md* между собой равны.“ Между тѣмъ изъ этого равенства сейчасъ же дѣлаются выводы. Все ученіе о прямолинейномъ распространеніи, отраженіи и преломленіи волнъ составляетъ смѣсь изъ совершенно голословныхъ утвержденій и теоремъ, доказываемыхъ на основаніи этихъ утвержденій.

Неудачно также расположеніе ученія о звукѣ раньше ученія о свѣтѣ, такъ какъ явленія отраженія и преломленія звука не могутъ быть такъ точно изслѣдованы, какъ отраженіе и преломленіе свѣта; поэтому изложеніе первыхъ много выиграло бы въ ясности, если бы ихъ изложить послѣ.

Въ расположеніи отдѣльныхъ статей замѣчены слѣдующіе недостатки:

2. Формулу $p = mg$ (59) слѣдовало вывести изъ основныхъ законовъ и помѣстить доказательство раньше опытовъ съ машиной Атвуда, такъ какъ иначе изложеніе этихъ опытовъ страдаетъ неполнотой и неясностью.

3. Оглавленіе „твердыхъ тѣлъ“ помѣщено не удачно (69); его слѣдовало помѣстить на стр. 35, такъ какъ здѣсь начинается изложеніе свойствъ твердыхъ тѣлъ. Правило о перенесеніи точки приложенія силы составляетъ такой же основной законъ передачи давленія въ твердыхъ тѣлахъ, какъ законъ Паскаля — въ жид-

кихъ. Почему гидравлическій прессъ отнесенъ къ учению о жидкостяхъ, а рычагъ исключенъ изъ учения о твердыхъ тѣлахъ? Тоже и относительно сложения силъ параллельныхъ и равновѣсія тѣлъ подпертыхъ и тѣлъ поставленныхъ. Всѣ эти законы выражаютъ свойства твердыхъ тѣлъ и безъ достаточнаго основанія помѣщены особо. Этимъ искусственно скрывается отъ вниманія учащихся параллель въ изученіи свойствъ твердыхъ и жидкихъ тѣлъ.

4. На стр. 72 не кстати говорится о сдѣвленіи въ жидкостяхъ, такъ какъ этимъ нарушается обычная система изложенія и не вводится никакой новой. По общепринятому плану излагаются сначала свойства совершенной жидкости: зак. Паскаля и всѣ слѣдствія изъ него (совершенно аналогично изложенію статики твердыхъ тѣлъ), затѣмъ вводится ученіе о сдѣвленіи, какъ поправка къ найденнымъ законамъ для согласованія ихъ со свойствами дѣйствительныхъ жидкостей. Авторъ не только не даетъ опредѣленія совершенной жидкости, но сейчасъ же, въ началѣ говоритъ о сдѣвленіи и слѣд. обѣщаетъ излагать сразу свойства дѣйствительныхъ жидкостей; но вмѣсто того онъ дальше слѣдуетъ обычному способу изложенія, т. е. совершенно игнорируетъ упомянутое уже сдѣвленіе вплоть до страницы 92.

5. На стр. 78 выводъ *a* слѣдовало сдѣлать изъ уравненія 23, а не 24, такъ какъ интерпретація послѣдняго совершенно произвольна, если не сдѣлать раньше выводъ *a*.

6. При объясненіи конвекціи теплоты въ жидкостяхъ и газахъ (стр. 126) приходится ссылаться на расширеніе тѣлъ при нагрѣваніи. Слѣд. послѣднее свойство должно быть изложено раньше, какъ это и принято въ другихъ учебникахъ.

7. Для того чтобы понять объясненіе диффузіи свѣта (стр. 218), нужно еще понять, что тутъ понимать; а для этого нужно знать, что поверхность можетъ отражать свѣтъ, оставаясь сама невидимой. Поэтому правильное отраженіе свѣта и помѣщается обыкновенно раньше диффузіи.

8. Свойство острій очень существенно при объясненіи дѣйствія электрической машины, между тѣмъ оно помѣщено послѣ. Основная идея электрической машины лучше всего объясняется на такомъ простомъ приборѣ: иглока прихвачена серединой къ концу сурьмочной палочки. Къ ушку иглки привѣшены двѣ соломинки. Если проводить наэлектризованное тѣло передъ остриемъ иглки, соломинки расходятся и остаются въ некоторое время разошедшимися послѣ удаленія наэлектризованнаго тѣла. Это—электрическая машина въ самой простой формѣ, и роль острія здѣсь очевидна.

В. Ошибки въ доказательствахъ.

Слѣдующія два доказательства содержатъ логическую ошибку *petitio principii*.

1. Доказательство 3-го закона динамики, третій примѣръ (стр. 29). По условію динамометръ показываетъ величину силы, дѣйствующей на крючекъ, слѣд. говоря, что „усиліе руки показываетъ динамометръ В“, авторъ въ послылкѣ предполагаетъ справедливость доказываемаго закона. Кромѣ того это доказательство содержитъ ложное утвержденіе, что „обѣ пружины динамометра будутъ всегда сжаты совершенно одинаково“; верхняя будетъ сжата больше на вѣсъ нижняго динамометра.

2. Объясненіе, почему электровозбудительная сила не зависитъ отъ величины элемента (стр. 347). Здѣсь въ послылкѣ: . . . „если мы, увеличивая въ n разъ поверхность элемента, увеличиваемъ вмѣстѣ съ тѣмъ количество электричества на всей поверхности въ n разъ, то...“ уже предполагается справедливость доказываемаго положенія, иначе нельзя было бы сказать: „увеличиваемъ вмѣстѣ съ тѣмъ количество электричества въ n разъ.“

Слѣдующія два доказательства содержатъ произвольное распространеніе выводовъ.

3. §§ 62 и 63 страницы 77 представляютъ странный выводъ законовъ давленія жидкостей безъ упоминанія о законѣ Паскаля. Это достигается во 1-хъ совершенно произвольной интерпретаціей опыта (§ 62) и во 2-хъ столь же произвольнымъ распространеніемъ полученнаго такимъ образомъ вывода (§ 63): Изъ опыта вытекаетъ только, что оба давленія на кружокъ равны, и вовсе не вытекаетъ, чему равно каждое изъ нихъ. Это можетъ вытекать только изъ закона Паскаля. Далѣе, это заключеніе относится во всякомъ случаѣ только къ данному опыту, т. е. къ цилиндрическому сосуду, между тѣмъ въ слѣдующемъ § 63 оно принимается въ самомъ общемъ смыслѣ.

4. Выводъ подъ литерой с представляетъ произвольное распространеніе вывода *a* на случай двухъ жидкостей.

Слѣдующія два доказательства содержатъ произвольное распространеніе понятій.

5. Произвольное и невѣрное распространеніе понятія объ измѣреніи работы на случай силы, не совпадающей съ направлениемъ пути (стр. 32 3-й вып.). Въ этомъ случаѣ работа силы равна (направленіе силы остается постояннымъ) произведенію силы на проекцію пути на направленіе силы, и слѣд. когда сила сопротивленія пройдетъ 1 метръ, работа не будетъ равна 100 килограмметрамъ.

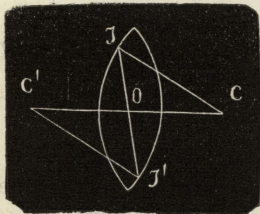
6. Изслѣдованіе колебаній маятника представляетъ произвольное распространеніе понятія объ энергіи (стр. 51 3-й вып.). Нужно было доказать, что работа, а слѣд. и энергія поднятаго тѣла не зависитъ отъ пути, который пройдетъ тѣло при паденіи.

7. Неправильное заключеніе сдѣлано на стр. 220: „соотвѣтственные углы отраженія DBO и ECP также между собою не равны; слѣдовательно, отраженные зеркаломъ лучи BO и CP должны быть расходящимися.“ Изъ того, что соотвѣтственные углы не

равны, слѣдуетъ, что лучи не параллельны, т. е. сходящіеся или расходящіеся.

8. Теорема объ оптическомъ центрѣ сферическихъ стеколъ составляетъ слабое мѣсто большинства извѣстныхъ намъ учебниковъ физики. Опредѣленіе оптического центра основывается на слѣдующей теоремѣ: всѣ лучи, пересѣкающіе главную оптическую ось въ нѣкоторой вполне опредѣленной точкѣ — дѣлящей линію центровъ пропорціонально радіусамъ—проходятъ черезъ параллельные элементы поверхности стекла и слѣд. не претерпѣваютъ углового отклоненія. Между тѣмъ обыкновенно доказывается обратная теорема: проводится лучъ черезъ параллельные элементы поверхности стекла и доказывается, что точка пересѣченія его съ главной оптической осью—постоянная для всѣхъ такихъ лучей. Но этимъ не доказывается еще, что черезъ ту же точку не проходятъ еще и другіе лучи, пересѣкающіе непараллельные элементы поверхности стекла. Поэтому доказанная теорема даетъ только право утверждать, что нѣкоторые изъ лучей, проходящихъ черезъ извѣстную точку, не претерпѣваютъ углового отклоненія, и слѣд. не оправдываетъ ни опредѣленія оптического центра, ни построенія изображеній.

Такъ какъ эта ошибка встрѣчается не только въ учебникѣ Ковалевскаго (245), но почти во всѣхъ извѣстныхъ намъ учебникахъ, то позволяемъ себѣ привести здѣсь вѣрное доказательство этой теоремы, которое заимствуемъ у Пуаре (Physique. 4 édition, p. 629). Раздѣлимъ линію центровъ CC' пропорціонально радіусамъ. Пусть точка дѣленія будетъ O . Какуюнибудь точку поверхности стекла I соединимъ съ O и проведемъ радіусъ CI и параллельный ему CT . I' соединимъ съ O . Линія IOI' — прямая, потому что $\angle C = \angle C'$ и $CO : C'O = CI : C'I'$, слѣд. $\triangle COI \propto \triangle C'OI'$ и $\angle IOC = \angle I'O C'$. Поэтому лучъ свѣта, входящій черезъ элементъ поверхности I по направленію IO , выйдетъ изъ стекла черезъ элементъ I' , параллельный I , и слѣд. не претерпитъ углового отклоненія, что и т. д.



Фиг. 15.

С. Ложныя положенія.

1. „Приблизительная величина скорости v точки земли, находящейся на экваторѣ, равна 600 метр. въ секунду; радіусъ экватора = 12000000 метровъ.“ Эти данныя введены въ вычисленіе (стр. 11 3-й вып.)

2. „Если касаться попеременно рукою металлическаго и одинаково нагрѣтаго деревяннаго предмета, то металлъ покажется холоднѣе дерева“ (125). Не всегда.

3. „Если свѣтащійся предметъ помѣщенъ передъ вогнутымъ зеркаломъ на разстояніи менѣе F , то зеркало разсѣиваетъ отраженные лучи.“ Это не вѣрно. Вогнутое зеркало всегда соби-

раетъ лучи, поэтому и называется собирающимъ. Въ разсматриваемомъ случаѣ лучи отраженные расходятся подъ меньшимъ угломъ, чѣмъ шли падающіе, слѣд. все-же собраны зеркаломъ.

4. „...электрическая емкость проводника зависитъ отъ положенія всѣхъ вблизи находящихся проводниковъ, вообще увеличивающихъ емкость изслѣдуемаго проводника.“ Емкость проводника, заряженного положительно, увеличивается вслѣдствіе присутствія другихъ проводниковъ, если послѣдніе заряжены отрицательно или совсѣмъ не заряжены, и уменьшается, если послѣдніе заряжены положительно.

D. Ошибки въ опредѣленіяхъ.

1. Нѣтъ опредѣленія машинъ простыхъ и сложныхъ (29, 3-й вып.).

2. Опредѣленіе потенциальной энергіи, какъ извѣстной величины (69, 3-й вып.), является необоснованнымъ, и выводы изъ него произвольными, пока не доказано, что это величина вполне опредѣленная для каждаго даннаго положенія, т. е. что величина возможной работы, напр. для поднятаго тѣла, не зависитъ отъ способа, какимъ производится работа.

3. „Направленія, по которымъ дѣйствуютъ электрическія силы поля, называются линіями силъ или силовыми линіями.“ Это не вѣрно: направленія силъ касательны къ силовымъ линіямъ, а силовые линіи—огібающія направленій силъ.

E. Неудачныя доказательства.

1. Преподаваніе физики въ гимназіи кромѣ своей прямой цѣли имѣетъ весьма существенную косвенную цѣль: ознакомить учащихся съ математикой, какъ орудіемъ изслѣдованія законовъ природы. Поэтому, математическій способъ разсужденія долженъ примѣняться въ физикѣ, гдѣ только возможно, и мы находимъ совершенно неумѣстнымъ пристрастіе автора къ доказательствамъ на числовыхъ примѣрахъ вмѣсто изслѣдованія общихъ формулъ: а) Объясненіе скорости прямолинейнаго движенія (15), б) скорость перемѣннаго движенія (19, 20). Доказательство на числовомъ примѣрѣ и потомъ замѣна чиселъ буквами — приемъ совершенно не математическій. Если уже нуженъ числовой примѣръ, то слѣдовало сдѣлать наоборотъ: доказать въ общихъ терминахъ, потомъ пояснить на числовомъ примѣрѣ. в) Законъ сохраненія энергіи (50, 51). д) Изслѣдованіе формулы сферическаго зеркала (224).

Въ слѣдующихъ случаяхъ доказательства безъ надобности усложнены:

2. Выводъ ускоренія въ § 17 совсѣмъ лишній, такъ какъ все, что нужно, имѣемъ въ уравненіи (7). (Стр. 21).

3. Законъ равновѣсія рычага 2-го рода проще было бы вы-

вести изъ правила сложения силъ параллельныхъ, направленныхъ въ разныя стороны (стр. 41).

4. Для доказательства, что плотность пара пропорціональна его упругости, достаточно ссылки на зак. Мариотта, какъ это дѣлается въ другихъ учебникахъ, и вовсе не было надобности въ выводѣ сложной формулы (а), такъ какъ температура остается постоянной.

5. Въ § 209 на стр. 290 „другой опытъ“ слишкомъ сложный; ничего новаго, сравнительно съ первымъ, не даетъ, требуетъ ссылки на то, что будетъ пройдено впоследствии, слѣдовательно можетъ быть понятенъ и приучаетъ только къ повторенію чужихъ словъ.

Въ слѣдующихъ случаяхъ доказательства страдаютъ неясностью:

6. Второй законъ динамики выраженъ не довольно ясно. Читая примѣры, приведенные для доказательства закона, мы ясно понимаемъ, что здѣсь рѣчь идетъ объ относительномъ движеніи; читая формулу закона, недоумѣваемъ, почему онъ названъ закономъ относительнаго движенія. Законъ, дѣйствующій въ приведенныхъ примѣрахъ, законъ относительнаго движенія, гораздо точнѣе передается слѣдующей формулой: относительное движеніе тѣла въ данной системѣ подѣ дѣйствіемъ данной силы не зависитъ отъ того, находится ли вся система въ покоѣ или движеніи, подвержена она дѣйствію другихъ силъ или нѣтъ. Изъ этой формулы съ гораздо большей очевидностью вытекаютъ правила сложения силъ, направляемыхъ въ одну сторону (стр. 30), и параллелограмма силъ (33), такъ какъ мы всегда можемъ вообразить систему, заключающую данное тѣло и подверженную дѣйствію одной изъ данныхъ силъ. Законъ относительнаго движенія примѣняется тогда съ полной очевидностью, и мы имѣемъ дѣйствительно одновременное дѣйствіе двухъ силъ на тѣло, чего нѣтъ въ доказательствахъ, приводимомъ авторомъ. Чтобы показать, что приведенное имъ доказательство правила параллелограмма силъ совсѣмъ не очевидно, попробуемъ точно изобразить то предѣльное движеніе, къ которому приходимъ на стр. 33. Для этого замѣтимъ сначала, что каждая часть силъ P и Q дѣйствуетъ въ теченіе времени t ; слѣдовательно въ предѣлѣ мы имѣемъ попеременное дѣйствіе бесконечно малыхъ силъ черезъ промежутки времени t , на протяженіи бесконечно большого времени и въ результатѣ движеніе тѣла по діагонали AR . Чтобы получить требуемое движеніе при одновременномъ дѣйствіи силъ P и Q въ теченіе времени t , мы должны себѣ представить, что всѣ промежутки времени t слились въ одинъ и всѣ силы дѣйствуютъ одновременно. Тогда конечный результатъ будетъ тотъ же, это очевидно; но это было очевидно и до раздробленія силъ P и Q ; но останутся ли тѣ же и всѣ промежуточные положенія, это не очевидно, такъ какъ всѣ положенія a, b, c, d, \dots совсѣмъ исчезаютъ,

а не приближаются только, когда мы переходимъ къ требуемому движенію.

8. Объясненіе резонанса въ залахъ ведено такъ, какъ будто источникъ звука долженъ находиться непремѣнно надъ слушателями (стр. 198).

9. Доказательство закона преломленія свѣта въ средахъ, ограниченныхъ параллельными стѣнками (стр. 235), не ясно, такъ какъ вся сила доказательства положена въ опытѣ, а теоретическое доказательство приведено, какъ объясненіе опыта. Но опытъ могъ бы быть объясненъ и иначе; поэтому получается впечатлѣніе, какъ будто названный законъ—не болѣе, какъ одно изъ возможныхъ объясненій опыта, тогда какъ на самомъ дѣлѣ теоретическое доказательство устанавливаетъ законъ независимо отъ опыта.

Г. Неясность изложенія.

1. При выводѣ понятія о средней скорости авторъ пользуется понятіемъ объ истинной скорости, не опредѣляя его; а затѣмъ на основаніи понятія о средней скорости опредѣляетъ истинную скорость.

2. Измѣреніе силъ (стр. 26). Сначала принять динамическій способъ измѣренія силъ: „такимъ образомъ величина ускоренія можетъ служить мѣрою силы.“ Далѣе слѣдуетъ: „...и тѣмъ же опытомъ подтвердимъ, что силы по своей величинѣ пропорціональны сообщаемымъ ими ускореніямъ.“ Эта фраза не имѣетъ смысла, если силы измѣряются ускореніями. Это все равно, что сказать: опытомъ подтвердимъ, что объемъ тѣла пропорціоналенъ числу кубическихъ единицъ въ немъ. Очевидно, здѣсь надо разумѣть статическое измѣреніе силы, хотя объ немъ еще ни слова не говорилось. Далѣе говорится о статическомъ измѣреніи силъ, но оба способа остаются несогласованными, каждый по себѣ; поэтому примѣненіе формулы $f = mg$ (стр. 58) къ силамъ, измѣреннымъ статически, остается произвольнымъ. Еще дальше (стр. 21, 3 вып.), опять вслѣдствіе неясности изложенія, уравненіе 26 и его интерпретація приводятъ какъ бы къ третьему способу измѣренія силъ, который тоже не согласованъ съ прежними.

3. „Опытъ показываетъ, что дѣйствіе силы не измѣняется, когда точка приложенія ея переносится по направленію самой силы“ (стр. 35). Слѣдовало по крайней мѣрѣ описать этотъ опытъ, такъ какъ повседневный опытъ какъ будто говоритъ противное. Мы со своей стороны предпочли бы здѣсь теоретическое доказательство. Отсутствіе послѣдняго тѣмъ болѣе странно, что авторъ не пожалѣлъ цѣлой страницы на рискованную попытку теоретическаго доказательства закона Паскаля, тогда какъ законъ передачи давленія въ твердыхъ тѣлахъ съ полной очевидностью вытекаетъ изъ основныхъ свойствъ твердыхъ тѣлъ.

4. Равновѣсіе тѣлъ поставленныхъ (стр. 51). „Тѣло поставленное будетъ имѣть до извѣстнаго предѣла устойчивое равновѣ-

сѣ.“ Далѣе: „устойчивость равновѣсія достигнетъ предѣла, внѣ котораго равновѣсіе становится неустойчивымъ.“ Въ положеніяхъ тѣла, о которыхъ здѣсь идетъ рѣчь, вовсе нѣтъ равновѣсія ни устойчиваго, ни неустойчиваго. Путаница произошла отъ попытки примѣнить къ тѣламъ поставленнымъ совсѣмъ несвойственныя понятія объ устойчивомъ и неустойчивомъ равновѣсіяхъ. Въ случаѣ тѣлъ поставленныхъ положеніе равновѣсія только одно, когда тѣло стоитъ; но это равновѣсіе нельзя назвать ни устойчивымъ, ни неустойчивымъ: оно болѣе или менѣе устойчивое, и степень устойчивости зависитъ отъ величины угла, на который можно отклонить тѣло подъ условіемъ, чтобы оно снова вернулось въ положеніе равновѣсія, когда его пустимъ. Когда тѣло поставленное отклонимъ на предѣльный уголъ, получимъ тѣло, подпертое въ одной точкѣ, или по прямой линіи, въ положеніи неустойчиваго равновѣсія.

То же смѣшеніе помѣшало автору вывести общее условіе равновѣсія тѣлъ поставленныхъ.

5. Авторъ отчетливо различилъ три способа распространенія теплоты, но о переносѣ теплоты говоритъ, какъ о какомъ то особомъ явленіи, встрѣчающемся при нагрѣваніи жидкостей и газовъ, какъ будто обыкновенное перемѣщеніе нагрѣтаго тѣла не представляетъ переноса теплоты. Съ этихъ самыхъ простыхъ примѣровъ и слѣдовало начать: они лучше выяснили бы сущность явленія.

6. Кромѣ „ненасыщающаго пара“ введенъ терминъ „перегрѣтый паръ“, но разница не объяснена (стр. 161).

7. Совсѣмъ неясно опредѣленіе критической температуры: „температура, при которой паръ или газъ, можетъ существовать вмѣстѣ съ жидкостью, какое бы ни было при этомъ давленіе“ (стр. 173). Значитъ, отдѣльно отъ газа жидкость можетъ существовать при критической температурѣ? Приведенный затѣмъ примѣръ совсѣмъ не подходитъ подъ это опредѣленіе и, наоборотъ, совершенно подходитъ подъ обычное опредѣленіе, если только исправить въ примѣрѣ ошибку: жидкій угольный ангидридъ именно обращается въ газъ (а не не обращается) при 32° при какомъ угодно давленіи, а газообразный въ жидкость не обращается ни при какомъ.

8. Законъ Карно (стр. 180) изложенъ слишкомъ кратко и потому неясно. Слѣдовало подробнѣе объяснить передачу тепла отъ теплаго тѣла холодному въ паровой машинѣ.

9. Авторъ различаетъ силу освѣщенія данной поверхности отъ напряженности свѣта даннаго источника, но затѣмъ путаетъ эти понятія. Такъ на стр. 216: „Для измѣренія напряженности свѣта служатъ особые приборы, называемые фотометрами.“ На стр. 282: „степень освѣщенія... опредѣляется помощью фотометровъ.“ На стр. 217: „испытуемая лампа по силѣ освѣщенія равна 16 свѣчамъ.“

10. „Такимъ образомъ между свѣтовыми, тепловыми и химическими лучами различіе только количественное, а не качественное.“ Количественное различіе все таки есть; но изъ слѣдующихъ словъ вытекаетъ, какъ будто никакого различія нѣтъ: „одни и тѣ же лучи называются свѣтовыми, если они дѣйствуютъ на глазъ, и химическими, если они могутъ вызывать химическія измѣненія въ тѣлахъ.“

11. Въ общихъ выводахъ (стр. 282 и 283) пропущены 1-й законъ отраженія и 1-й законъ преломленія свѣта, какъ будто это законы не существенные.

12. Смѣшаны поверхность уровня и поверхность равныхъ силъ (стр. 293).

13. Неясно изложено, какъ проводятся силовыя линіи въ магнитномъ полѣ, что здѣсь составляетъ результатъ соглашенія и что вытекаетъ изъ свойствъ силовыхъ линій. Слѣдовало доказать, что черезъ всѣ поперечныя сѣченія трубки силъ проходить одинаковое число силовыхъ линій.

14. „При этомъ согласимся считать положительный потенциалъ болѣе отрицательнаго.“ Это вовсе не составляетъ предмета произвольнаго соглашенія, а вытекаетъ изъ опредѣленія потенциала.

15. Доказывая, что „сила тока прямо пропорціональна количеству образовавшагося въ вольтметрѣ газа,“ авторъ разсуждаетъ: „если послѣ этого уменьшимъ силу тока вдвое, увеличивши во столько же разъ сопротивленіе цѣпи“ (348). Это—ссылка на законъ Ома. Обращаясь къ закону Ома (стр. 343), находимъ, что онъ изложенъ безъ доказательства. Т. е. логическая зависимость понятій извращена: авторъ пользуется закономъ Ома для доказательства положеній, на которыхъ онъ въ дѣйствительности основывается.

Въ нижеслѣдующихъ случаяхъ авторъ обнаруживаетъ стремленіе сразу сообщить самое полное понятіе о предметѣ, хотя бы приходилось для этого голословно утверждать, или недостаточно доказывать такія свойства, которыя на своемъ мѣстѣ могли бы быть установлены съ полной очевидностью. Правда, этимъ выигрывается краткость изложенія, но утрачивается ясность, и учащимся прививается привычка повторять чужія слова.

16. „...всѣ извѣстныя намъ явленія природы суть не что иное, какъ особые виды движенія“ (стр. 13). Это въ самомъ началѣ курса приведено въ доказательство положенія, что въ природѣ нѣтъ абсолютнаго покоя. Едва ли не менѣе подготовлены учащіеся къ принятію этой посылки, чѣмъ самого доказываемаго положенія.

17. „...кружокъ не отпадетъ, полагая, конечно, что вѣсъ его равенъ вѣсу такого же объема воды“ (стр. 77). Замѣчаніе неумѣстно, пока не было рѣчи о законѣ Архимеда.

18. Для выясненія понятія о силѣ звука авторъ пользуется

ся понятіемъ о высотѣ звука, которое объясняется позднѣе (стр. 201).

19. Послѣ опредѣленія показателя преломленія (стр. 233), изъ котораго учащіеся узнали, что это число постоянное т. е. одно для каждаго двухъ срединъ, авторъ приводитъ примѣры, при чемъ даетъ по два числа для каждаго 1,512—1,533 (А — F) безъ всякаго объясненія, если не считать объясненіемъ подстрочное примѣчаніе, которое учащимся ничего не объясняетъ.

Г. Искаженіе терминовъ.

1. Удѣльная теплота названа теплоемкостью (стр. 182).

2. Прямая линія можетъ быть перпендикуляромъ къ другой прямой, или плоскости и нормалью — къ кривой линіи, или кривой поверхности. Поэтому выраженія: „по нормали къ тѣмъ же радіусамъ“ (189), „по одну сторону нормали“ (къ плоскости зеркала стр. 218), „въ одной плоскости съ нормалью“ (къ плоскости стр. 232) — неправильны.

3. „Магнетизмъ, удерживаемый сталью или желѣзомъ, называется остаточнымъ.“ Остаточнымъ магнетизмомъ называется тотъ, который остается въ электромагнитѣ съ якоремъ по прекращеніи тока и исчезаетъ, когда оторвать якорь.

Н. Неудачная выраженія.

„На тѣло дѣйствуетъ причина“ (25). „Равнодѣйствующая *тп* этихъ силъ равна ихъ суммѣ, или вѣсу тѣла“ (45), вмѣсто: равнодѣйствующая *тп* этихъ силъ, или вѣсъ тѣла, равна ихъ суммѣ; „промежутокъ разстоянія“ (26, II); „равенство не измѣнится“ вмѣсто: равенство не нарушится (*ibid.*); „измѣненіе объема ртути при температурѣ тающаго льда“ (181); „фокусное разстояніе оптическаго стекла“ (239) вмѣсто: разстоянія изображенія; „концентрическіе круги представляютъ въ данномъ случаѣ равнодѣйствующія магнитныхъ силъ“ (364). Много неправильныхъ сокращеній придаточныхъ предложеній въ родѣ слѣдующихъ: „вдвигая рукою поршень... воздухъ... сжимается“ (104); „подвергая ихъ высокому давленію, точка плавленія первыхъ понижается“ (158).

І. Плохіе чертежи.

147, 150, 210, 281. Чертежи 325 и 326 перепутаны.

Б. А. Герингъ (Смоленскъ).

ОТКРЫТІЯ И ИЗОБРѢТЕНІЯ.

Передача фотографій по телеграфной проволоцѣ. Не такъ давно съ недоувѣріемъ относились къ мысли, что можно будетъ слышать разговоръ собесѣдника на большихъ разстояніяхъ, но изобрѣтеніе телефона разсѣяло это недоувѣріе. Теперь съ такимъ же недоувѣріемъ встрѣчаютъ мечту видѣть своего собесѣдника на разстояніи цѣлыхъ верстъ. Конечно, нѣтъ возможности утверждать, достижимо ли это или нѣтъ, но способы передачи по проволоцѣ рисунковъ и фотографій уже найдены. Опишемъ здѣсь способъ Амстуга. Пластинку покрываютъ слоемъ смѣси желатина и двухромокислаго кали (смѣсь двухромокислаго кали съ какимъ либо органическимъ веществомъ, выставленная на свѣтъ, теряетъ способность растворяться). На такую пластинку отпечатываютъ съ негатива какой нибудь предметъ или рисунокъ и затѣмъ промываютъ ее водой въ темной комнатѣ. Въ тѣхъ мѣстахъ, гдѣ подействовалъ свѣтъ, желатинъ не растворится, въ темныхъ же мѣстахъ онъ смывается, такъ что останется рельефное клише. Слой желатина снимаютъ съ пластинки и наворачиваютъ на валъ, подобный валу фонографа. Остріе опирается на клише и вдавливается болѣе или менѣе вглубь, въ зависимости отъ рельефа клише. Когда остріе погружается глубже въ клише, то при помощи системы рычаговъ сопротивление цѣпи тока уменьшается, если же остріе скользитъ по поверхности, то токъ встрѣчаетъ большее сопротивление и сила его уменьшается. На приемной станціи токъ, сила котораго зависитъ отъ рельефа клише, проходитъ по обмоткѣ электромагнита, дѣйствующаго на остріе прибора, подобнаго передатчику, только валикъ его покрытъ слоемъ воска. Когда остріе передатчика скользитъ по поверхности желатина, то токъ слабѣе, а потому электромагнитъ приемника слабо прижимаетъ остріе къ воску и оно только скользитъ. Если же первое остріе погрузится глубже, то второе остріе сильнѣе притянется электромагнитомъ и проведетъ болѣе или менѣе глубокую черту. Такимъ образомъ получается точное воспроизведеніе передаваемаго клише. Восковый слой снимается съ цилиндра, распрямляется и съ него можно получить оттискъ для отпечатыванія изъ папье-маше.

Очевидно, что одинъ передаточный аппаратъ можетъ одновременно передавать клише многимъ приемнымъ, въ увеличенномъ или уменьшенномъ видѣ.

О нѣкоторыхъ явленіяхъ, вызываемыхъ магнетизмомъ въ стержняхъ изъ желѣза, никкеля и другихъ металловъ, подвергнутыхъ предварительному закручиванію, и о новой формѣ хронографическаго записывателя. Фредерика Смита. Въ намагничивающую катушку въ 40 см. длины, состоящую изъ 3685 оборотовъ изолированной проволоки (0,6 мм.), накрученной на стеклянную трубку 0,825 см. внутр. діам., былъ под-

вѣшенъ желѣзный стержень въ 50 см. длины и 0,16 см. діам. Верхній конецъ неподвиженъ, къ нижнему же прикрѣплено параллельно оси зеркальце, посредствомъ котораго можно было измѣрять закручиваніе стержня при помощи трубы и шкалы. Намагничивая стержень силою въ $H = 21,5$ C. G. S. ед. получали закручиваніе нижняго конца противъ движенія часовой стрѣлки, если смотрѣть сверху, на 0,1 см. на шкалѣ (шкала помѣщалась на разстояніи 226 см.) Стержень затѣмъ закручивали 7 разъ, опять намагничивали съ той же силою и онъ еще закрутился на 5 дѣленій шкалы въ томъ же направленіи, независимо отъ направленія тока; при прерываніи тока стержень возвращался въ прежнее положеніе.

Если силу поля увеличивали отъ $H = 19,02$ ед. до $H = 95$, то отклоненіе увеличивалось пропорціонально H ; отъ $H = 95$ до $H = 170$ отклоненіе оставалось постояннымъ и затѣмъ, при дальнѣйшемъ увеличеніи H начинало медленно падать. Увеличеніе числа оборотовъ увеличивало отклоненіе, но если предварительно стержень былъ закрученъ болѣе, чѣмъ на 10 оборотовъ, то отклоненіе снова уменьшалось. Тѣ же явленія замѣчались въ никкелевыхъ стержняхъ. Если желѣзный стержень внутри спирали соединить съ гальванометромъ, то въ стержнѣ появляется мгновенный токъ отъ сѣвернаго полюса къ южному.

Если токъ намагничивающей спирали прерывать электромагнитнымъ камертономъ, то стержень начинаетъ звучать. Это явленіе открыто Пажемъ и всегда объяснялось продольными колебаніями стержня. Если же звучитъ закрученный стержень, то звукъ, какъ доказалъ Смитъ, происходитъ отъ поперебѣнныхъ закручиваній и раскручиваній. Прикрѣпленное перпендикулярно къ стержню перо записало до 1000 подобныхъ колебаній въ секунду. Такой электромагнитный хронографическій записыватель авторъ считаетъ лучшимъ и наиболѣе быстрымъ.

Портэлектрическая система пересылки писемъ и посылокъ, изобрѣтенная и устроенная на пробной линіи (2784 фут.) въ окрестностяхъ Бостона американскимъ электротехникомъ Дольбиромъ, основана на принципѣ втягиванія желѣзнаго стержня во внутрь цилиндрической катушки подъ вліяніемъ тока. Вдоль всей линіи расположенъ рядъ полыхъ, короткихъ соленоидовъ, отстоящихъ одинъ отъ другого на 6 фут. По парѣ рельсовъ можетъ катиться желѣзный ящикъ, имѣющій форму сигары, проникая сквозъ полости соленоидовъ. Длина этого ящика — 12 футовъ, діаметръ — 10 дюймовъ, вѣсъ — около 500 фунтовъ; онъ можетъ вмѣстить до 10000 писемъ. Токъ отъ динамомашинъ (200 в. и 38 амп.) идетъ по рельсамъ и, вслѣдствіе особаго контактнаго приспособленія, по тому лишь соленоиду, который находится впереди желѣзнаго ядра, почему это послѣднее и втягивается, какъ электромагнитъ, въ этотъ соленоидъ. Такимъ образомъ получается ускорительное движеніе ящика вдоль по всей линіи. Скорость перемѣщенія въ этой системѣ можетъ быть достигнута весьма значительная: на

упомянутой пробной линіи весь путь былъ пройденъ въ 51 сек.; при нѣкоторыхъ усовершенствованіяхъ скорость порталеэлектрической передачи, по мнѣнію специалистовъ, можетъ быть еще значительно увеличена.

Сверлильная машина, изобрѣтенная Джономъ Венинстромомъ въ Нью-Йоркѣ, служитъ для пробурыванія тончайшихъ отверстій въ драгоценныхъ камняхъ. Ея сверло дѣлаетъ до 22000 оборотовъ въ минуту; оно снабжается алмазомъ, если діаметръ отверстия не меньше 0,008 дюйма, для сверленія же еще болѣе тонкихъ отверстій; — надѣвается желѣзный наконечникъ. Техника этого сверленія достигла въ послѣднее время высокаго совершенства вслѣдствіе спроса на такіе твердые камни какъ сапфиръ, рубинъ и пр. съ тонкими правильными углубленіями или сквозными отверстиями, для механизмовъ различныхъ точныхъ приборовъ. Для вытягиванія тончайшихъ металлическихъ нитей въ настоящее время тоже пользуются просверленными драгоценными камнями.

Піанографъ—машина для писанія нотъ, приспособляемая къ обыкновенному піанино или роялю, изобрѣтена и устроена въ Парижѣ г. Паризомъ. Піанографъ, подобно письменной машинѣ, требуетъ нѣкотораго навыка.

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ И БРОШЮРЫ: *)

Основаніе электротехники. Часть I. Основные факты, законы и теоріи. Электротехніа. А. П. Постниковъ. Москва 1892 г. Цѣна 1 руб. 50 к. (Складъ у издателя: Москва, Вознесенская ул., д. Юнъ кв. № 2) **).

Собраніе стереометрическихъ задачъ, требующихъ примѣненія тригонометріи. Составилъ Н. Рыбкинъ, преподаватель Лазаревского института восточныхъ языковъ и частнаго реального училища К. К. Мазинга. Москва, 1892 г. Цѣна (въ папкѣ) 25 коп. (Складъ изданія въ магазинѣ „Сотрудникъ школъ“ А. К. Залѣской, Москва, Воздвиженка, д. Армандъ).

Задачи по физикѣ. Л. Жэ. Переводъ съ французскаго Н. И. Мамонтова. Москва, 1892. Цѣна 2 р., съ перес. 2 р. 25 к. (Складъ изданія: Москва, кн. маг. Н. И. Мамонтова, Кузнецкій мостъ, д. Фирсановой).

Петръ Петровичъ Алексѣевъ, заслуженный проф. Университета Св. Владиміра, почетный членъ Кіевского Общества Естествоис-

*) См. № 133 В. О. Ф.

**) Часть II: Генераторы тока, готовящаяся къ печати, будетъ содержать: Гальваническіе и термоэлектрическіе элементы и батареи, динамо-машины съ токомъ постояннаго направленія, динамо-машины съ токомъ переменнаго направленія, вторичные генераторы (трансформаторы), гальваническіе аккумуляторы) и индуктивные.

пытателей. Киевъ. 1892 г. (Приложеніе къ XI т. „Записокъ Киевскаго Общ. Естеств.“)

О пареніи птицъ. *Н. Е. Жуковский.* (Отдѣльный оттискъ изъ IV т. Трудовъ Отдѣленія Физ. Наукъ Имп. Общества Любителей Естествознанія).

Sur la distribution dans l'espace de l'énergie d'une masse en mouvement. Par *Théodore Schvedoff.* (Extrait du „Journal de Physique“, 2-e série, t. X, novembre 1891).

О метеорологическихъ и магнитныхъ наблюденіяхъ въ Казани. Историческая записка, читанная *Н. П. Слущинымъ* при открытіи новаго помѣщенія для магнитной обсерваторіи 14 Апрѣля 1891 г. Казань 1891.

Теорія симметрическихъ многогранниковъ. *Н. Соколова* (Отд. отт. изъ „Университетскихъ Извѣстій.“ Киевъ, 1891 г.)

Объ учебныхъ трудахъ проф. Р. А. Колли. *Н. П. Слущиновъ.* (Отд. отт. изъ „Изв. Каз. Физ.-Мат. Общ.“)

Замѣтка о числѣ комбинацій гальваническихъ элементовъ. *Н. П. Слущинова.* (Отд. отт. изъ „Изв. Каз. Физ.-Мат. Общ.“)

Изъ протокола 12-го засѣданія (26 окт. 1891 г.) Каз. Физ.-Мат. Общ. *Н. П. Слущинова.* Нѣсколько критическихъ замѣчаній на изложеніе въ учебникахъ интерференціи волнъ.

Метеорологическія наблюденія за январь 1892 г. Одесской университетской обсерваторіи.

Краткое обозрѣніе погоды и состоянія озимыхъ посѣвовъ на Юго-Западѣ Россіи за осенніе мѣсяцы 1891 г. и за январь 1892 г. (Метеор. Обс. Новор. университета).

Основы ученія объ электричествѣ *Ж. Жубера*, инспектора Парижской Академіи. Переводъ съ французскаго: *П. В. Преображенскаго*, *В. П. Минина* и *Т. И. Вяземскаго* подъ редакцію проф. *А. Г. Стольтова.* Изд. 2-е пересмотрѣнное и дополненное. (Съ 381 рис. въ текстѣ). Москва. Цѣна 3 руб. Складъ изданія у издателя книгопр. *А. Ланга*, Москва, Кузнецкій мостъ, д. кн. *Гагарина.*

Курсъ Физики. Лекціи *О. Хвольсона* (въ Электротехническомъ институтѣ). Выпускъ I. Нѣкоторые вопросы изъ механики; ученіе объ абсолютныхъ единицахъ; теорія потенциала и ея примѣненія въ ученіяхъ объ электрическихъ зарядахъ и токахъ; обзоръ дѣйствій тока; практическія единицы *). Спб. Цѣна 2 руб. Складъ изданія въ кн. маг. *Риккера*, Спб. Невскій, 14.

Электромагнитъ и электро-магнитные механизмы. *Силвануса П. Томсона.* Переведено съ англійскаго *М. А. Шателеномъ*, издано подъ редакцію *А. И. Смирнова.* (Съ 210 фиг. въ текстѣ). Спб. Цѣна 4 руб. (Это сочиненіе составляетъ томъ I „Электротехнической бібліотеки“, издаваемой редакцію журнала „Электричество“).

*) Печатается Выпускъ II этого курса: Измѣрительные приборы, Частичныя силы, Волнообразное движеніе, Звукъ, Свѣтъ.

Складъ изданія въ редакціи журнала „Электричество“, Спб. Фонтанка 145.

Очаркъ исторіи физики Фердинанда Розенбергера. Часть 3-ья. Выпускъ I. Исторія физики въ послѣднее столѣтіе. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціею *И. М. Сиченова*. Спб. Цѣна 2 руб. *) Складъ изданія у издателя книгопр. Риккера, Спб. Невскій, 14.

Алгебра и собраніе алгебраическихъ задачъ. Часть 2-я. Задачникъ по алгебрѣ. Составилъ *П. Никольцевъ*. Изд. 2-е значительно дополненное. (Первое изданіе включено въ каталогъ руководствъ по алгебрѣ для среднихъ учебныхъ заведеній *М. Н. П.*). Москва. Цѣна 1 рубль. Изданіе кн. маг. В. Думнова.

Собраніе алгебраическихъ задачъ для повторенія курса III и IV классовъ гимназій. Составилъ *Н. И. Соболевскій*. Выпускъ I. Москва. Цѣна 40 коп. **)

Теорія функцій комплекснаго переменнаго. Курсъ лекцій *П. М. Покровскаго*, Профессора Университета Св. Владиміра. Кіевъ, Цѣна 1 рубль. Продается въ кн. магазинахъ *Н. Я. Оглоблина*, Кіевъ и Спб.

О начальномъ преподаваніи алгебры. *Н. Нечаевъ*. (Отд. отд. изъ „Педагогическаго Сборника“, Январь 1892 г.). Спб. Цѣна 25 коп.

Обобщеніе свойствъ эпитрохоидальныхъ поверхностей. *П. Свѣшниковъ* (Отд. отд. изъ „Извѣстій Физ.-Мат. Общ. при Имп. Каз. Унив.) Казань.

Числительница за должнѣ классове на срѣднѣ училища, отъ *А. Тодорановъ*. Книга пѣрва — цѣна 1 левъ, книга втора — цѣна 1 левъ, книга третя — цѣна 1 л. 20 ст. Разградъ, 1892.

Указатель Русской литературы по математикѣ, чистымъ и прикладнымъ естественнымъ наукамъ за 1890 годъ, издаваемый Кіевскимъ Обществомъ Естествоиспытателей подъ редакціею *В. К. Совинскаго*. Годъ 19-й. Кіевъ. Цѣна 2 руб. Складъ изданія въ Кіевскомъ Обществѣ Естествоиспытателей ***).

(Продолженіе слѣдуетъ.)

ЗАДАЧИ.

№ 310. Сумма нѣкотораго числа натуральныхъ чиселъ, начинающихся съ 1, выражается числомъ, состоящимъ изъ трехъ одинаковыхъ цифръ. Сколько чиселъ? *М. Фридманъ* (Кіевъ).

*) Цѣна 1-й части этого сочиненія (1883 г.) — 1 р. 60 коп; цѣна 2-й части (1886 г.) — 3 руб.

**) Готовятся къ печати: Выпускъ II того-же собранія задачъ и Систематическій сборникъ алгебраическихъ задачъ.

***) Имѣется также для продажи въ книжномъ складѣ редакціи В. О. Ф.

№ 311. Вершины данного ромба соединены прямыми съ серединами его сторонъ. Пересѣченіе этихъ прямыхъ даетъ симметричный восьмиугольникъ, площадь котораго требуется опредѣлить по данной сторонѣ ромба a и его острому углу α .

М. Фридманъ (Кіевъ).

№ 312. Показать, что

$$\frac{\sqrt{1 + \sin 4\alpha} + \sqrt{1 - \sin 4\alpha}}{\sqrt{1 + \sin 4\alpha} - \sqrt{1 - \sin 4\alpha} + 2} = \operatorname{tg} \alpha.$$

И. Воицкѣ (Воронежъ).

№ 313. Дана окружность O и точка A внѣ ея (или внутри). Черезъ A проведена какая нибудь окружность, касательная къ данной въ точкѣ P . Въ точкахъ A и P проведены касательныя прямыя къ этой окружности, пересѣкающіяся въ точкѣ M . Требуется опредѣлить геометрическое мѣсто точки M .

Н. Николаевъ (Пенза).

№ 314. Найти maximum выраженія $x^2 + nxy + my^2$, если $x + dy = p$. Полученную формулу приложить къ рѣшенію задачи:

„Найти условіе, при которомъ нормандское окно (прямоугольникъ съ полукругомъ), съ постояннымъ периметромъ, даетъ наиболѣе свѣта.“

П. П. (Одесса).

№ 315. Черезъ центръ O окружности, описанной около треугольника ABC , проведенъ діаметръ BD и изъ вершины B проведена симедиана BE до пересѣченія съ окружностью въ точкѣ E . Прямая AC и DE при продолженіи пересѣкаются въ точкѣ F . Прямая BF пересѣкаетъ окружность въ точкѣ G . Показать, что четырехугольникъ $AGCD$ есть гармоническій.

П. Свѣшниковъ (Троицкѣ).

ЗАГАДКА.

Если смотрѣть, въ теченіе нѣкотораго времени, на верхнія части вращающагося мельничнаго колеса, то, при нѣкоторой скорости вращенія, наблюдателю покажется, что колесо начало вращаться въ обратную сторону. Почему?

(Заимств.) *О. Пергаментъ.*

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 196 (2 сер.). Показать, что если v_a, v_b, v_c обозначаютъ объемы тѣлъ, образуемыхъ вращеніемъ треугольника ABC соответственно около сторонъ BC, CA, AB, то

$$\frac{1}{v_a^2} = \frac{1}{v_b^2} + \frac{1}{v_c^2} - \frac{2\cos A}{v_b v_c}.$$

Обозначая высоты треугольника на стороны a, b и c соответственно через h_a, h_b и h_c , получимъ $v_a = \frac{\pi h_a^2 a}{3}$; но $\frac{h_a a}{2} = \Delta$ площади треугольника, а потому

$$v_a = \frac{2\pi h_a \Delta}{3}, \quad v_b = \frac{2\pi h_b \Delta}{3} \quad \text{и} \quad v_c = \frac{2\pi h_c \Delta}{3}.$$

Подставляя полученные выраженія въ данную формулу и сокращая, получимъ

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2} - \frac{2\cos A}{h_b h_c}.$$

Но

$$h_a = \frac{2\Delta}{a}, \quad h_b = \frac{2\Delta}{b} \quad \text{и} \quad h_c = \frac{2\Delta}{c},$$

поэтому

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A,$$

т. е. получили правильное соотношеніе.

А. И. (Пенза), А. Байковъ, П. Андреевъ (Москва), П. Бискъ (Кіевъ), И. Вонсикъ (Воронежъ).

№ 223 (2 сер.). Въ какой системѣ счисления число 16324 есть точный квадратъ числа 125?

Обозначая основаніе системы черезъ x , по условію имѣемъ

$$x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 2x + 4 = (x^2 + 2x + 5)^2$$

откуда

$$2x^3 - 11x^2 - 18x - 21 = 0.$$

Придавая и вычитая по $3x^2 + 3x$, найдемъ

$$(x - 7)(2x^2 + 3x + 3) = 0,$$

откуда $x = 7$.

(Другіе корни послѣдняго уравненія мнимы.)

А. Васильева (Тифлисъ), В. Вржесніовскій, А. Сталь (Темпръ-Ханъ Шура), В. Костинъ (Симбирскъ), М. Гольцманъ (Винница), И. Бяликъ (Кіевъ).

№ 230 (2 сер.). Найти число, которое при дѣленіи на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6 даетъ соответственно остатки 1, 2, 3, 4 и 5.

Наименьшее кратное чиселъ 2, 3, 4, 5 и 6 равно 60. Вычтя изъ 60 единицу, получимъ искомое число 59.

Доказательство очевидно.

А. П. (Пенза), П. Свѣшниковъ (Троицкъ), В. Россовская, П. Писаревъ, К. Циголевъ, К. Александровъ (Курскъ), И. Вонсикъ (Воронежъ), В. Костинъ (Симбирскъ), А. Байковъ, П. Андреевъ, Кокина (Москва), Г. Полковъ (Кременчугъ), Я. Прядкинъ (Старобѣльскъ), М. Голыманъ (Винница), И. Качановскій (Пермь), О. Озаровская, А. Васильева (Тифлисъ), Б. Блокъ (Одесса).

№ 241 (2 сер.). Найти четыре цѣлыя и положительныя числа, которыхъ сумма равна произведенію наибольшаго изъ этихъ чиселъ на наименьшее, сложенное съ произведеніемъ двухъ среднихъ.

Обозначимъ искомыя числа черезъ x, y, z, t , такъ что $x > y > z > t$. Тогда

$$x + y + z + t = xt + yz$$

или

$$xt - x - t + yz - y - z = 0,$$

откуда

$$(x - 1)(t - 1) + (y - 1)(z - 1) = 2.$$

Каждое изъ слагаемыхъ въ первой части этого уравненія можетъ имѣть значенія 0, 1 или 2. Но x должно быть не менѣе 4; значить $x - 1$ должно быть не менѣе 3. Поэтому произведеніе $(x - 1)(t - 1)$ не можетъ равняться ни 2 ни 1, слѣдовательно

$$(x - 1)(t - 1) = 0,$$

но тогда

$$(y - 1)(z - 1) = 2.$$

Такимъ образомъ

$$t - 1 = 0, y - 1 = 2, z - 1 = 1,$$

откуда

$$t = 1, z = 2, y = 3.$$

Для опредѣленія x получаемъ тождество $x + 6 = x + 6$. Значить наибольшее число имѣетъ произвольное значеніе, не меньше четырехъ.

П. Свѣшниковъ (Троицкъ), И. Вонсикъ (Воронежъ), А. Байковъ (Москва), А. П. (Пенза), В. Россовская, К. Циголевъ (Курскъ), В. Костинъ (Симбирскъ), М. Голыманъ (Винница).

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Одесса 1 Мая 1892 года.

Типо-литографія Штаба Одесскаго военнаго Округа. Тираспольская, № 14.

Обложка
щется

Обложка
щется