

Обложка
щется

Обложка
щется

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 68.

VI Сем.

25 Марта 1889 г.

№ 8.

ЛУЧИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИЛЫ.

Если взять двѣ параллельныя проволоки, отстоящія другъ отъ друга на нѣкоторомъ разстояніи, и по одной изъ нихъ пропустить токъ, то въ другой образуется *индуктированный* токъ. Это возбужденіе индуктированнаго тока произошло на разстояніи и именно чрезъ среду, находящуюся между обоими проводниками. Теперь спрашивается, какъ передалось это возбужденіе чрезъ среду: при помощи ли колебанія среды или другимъ какимъ нибудь образомъ? Рѣшеніе этаго вопроса имѣетъ огромную важность для идеи единства силъ. А именно, давно существуетъ предположеніе, что всѣ агенты природы, какъ то: свѣтъ, теплота, звукъ и электричество суть ничто иное, какъ извѣстное движеніе матеріи, распространяющееся въ видѣ волнъ. Для первыхъ трехъ агентовъ удалось доказать это предположеніе, при чемъ оказалось, что звукъ распространяется въ средѣ только при помощи колебанія вѣсомой матеріи (напр. воздуха), а свѣтъ и теплота—невѣсомой матеріи (свѣтового эфира); кромѣ того колебанія матеріи (вѣсомой или невѣсомой) у звука совершаются по *направленію* распространенія этой силы, а у свѣта по *перпендикулярному* направленію. Эти три агента отличаются еще другъ отъ друга и числомъ колебаній матеріи въ единицу времени; такъ, если колебаніе совершается въ предѣлахъ 16 и 38000 разъ въ секунду, то мы воспринимаемъ его въ видѣ звука, въ предѣлахъ . . . —450 билліон. разъ въ секунду—въ видѣ только теплоты, въ предѣлахъ 450—790 билліон.—въ видѣ свѣта (и теплоты, которая уже начинаетъ ослабѣвать); дальнѣйшее увеличеніе числа колебаній порождаетъ химическіе лучи (ультрафіолетовые). Какой агентъ мы получимъ при еще дальнѣйшемъ увеличеніи числа колебаній, достовѣрно не извѣстно, хотя нѣкоторые физики предполагали, что это движеніе будетъ электричествомъ.

Если бы электричество такимъ образомъ было ничто иное, какъ нѣкоторое волнообразное движеніе матеріи, то мы должны быть въ состояніи воспроизвести съ нимъ всѣ извѣстные простые опыты, дѣлаемые со свѣтомъ, теплотой и звукомъ, а именно: преломленіе, отраженіе, поляризацию, интерференцію и т. д.

Не смотря однако на усиленныя изслѣдованія физиковъ въ этомъ направленіи, до сихъ поръ не удавалось воспроизвести этихъ опытовъ; пока наконецъ это не посчастливилось *Герцу*, проф. въ Карлсруэ. Сообщеніе объ этомъ важномъ открытіи онъ сдѣлалъ 13 декабря прошлаго

года въ Берлинской Академіи Наукъ (Sitzb. Berl. Akad. der Wissensch. p. 1297. 1888).

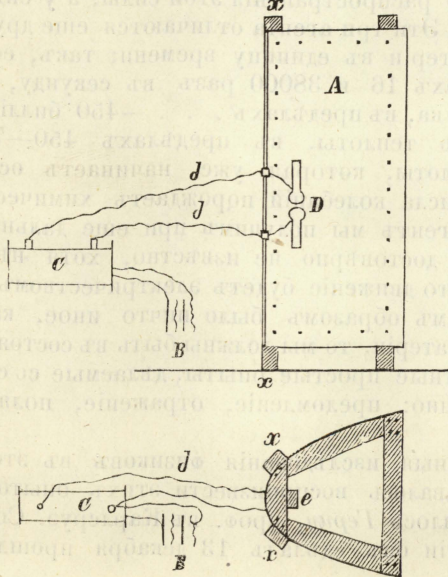
Герцъ доказалъ при помощи нижеописаннаго способа, что дѣйствіе электрической индукціи распространяется въ пространствѣ при помощи волнообразнаго движенія, съ которыми онъ и продѣлалъ всѣ элементарныя опыты, которые дѣлаютъ обыкновенно со свѣтомъ. При этомъ онъ открылъ, что электрическія волны проходятъ черезъ всѣ изолирующія вещества (напр. каучукъ), а также и полу-изолирующія (напр. дерево) и совершенно не могутъ пройти черезъ проводники (напр. жель). Здѣсь не нужно, конечно, смѣшивать распространенія электрическаго тока въ проводникахъ съ распространеніемъ индуктирующаго дѣйствія электричества. Фактъ этотъ давно впрочемъ извѣстенъ, хотя можетъ быть и объяснялся другимъ образомъ, а именно, что желѣзный стержень, находящійся въ намагничивающей катушкѣ изъ какого нибудь металла, не намагничивался подъ вліяніемъ намагничивающаго тока, и дѣлался сейчасъ же магнитомъ, какъ только катушка бралась изъ дерева, стекла и т. д.

Такимъ образомъ всѣ изоляторы „электропрозрачны“ и всѣ проводники не электропрозрачны.

Но самымъ неожиданнымъ результатомъ оказалось, что колебаніе матеріи, соответствующее электричеству (точнѣе—электрической индукціи), не только не превосходитъ числа колебаній для свѣта, но находится даже ниже числа колебаній для теплоты. Такъ что въ этомъ отношеніи электричество слѣдуетъ разсматривать какъ нѣчто среднѣе между звукомъ и теплотой.

Но обратимся къ способу Герца воспроизводить „электрическій лучъ“. Этотъ способъ на столько не сложенъ, что его можно повторить во всякомъ физическомъ кабинетѣ и навѣрное эти опыты получать въ ближайшемъ будущемъ такое же право гражданства въ среднеучебныхъ

Фиг. 23.

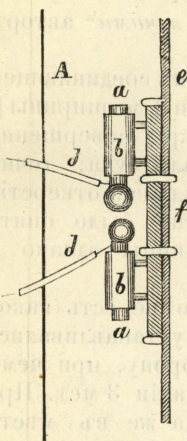


заведеніяхъ, какъ и опыты со свѣтомъ. Въ виду этого мы прилагаемъ здѣсь схематическій чертежъ и нѣсколько подробное описаніе приборовъ.

На (фиг. 23) представлено зеркало (А), имѣющее въ поперечномъ разрѣзѣ (внизу чертежа) видъ параболы, и сдѣланное изъ цинковой жести, натянутаго на деревянную раму (х). Размѣры зеркала были: высота 2 метра, ширина отверстія 1,2 мет., глубина 0,7 мет., фокусное разстояніе 12,5 см. Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что въ виду того, что зеркало не было параболическимъ, и фокусъ его не былъ одной только точкой, а цѣлымъ ихъ рядомъ т. е. линіей, параллельной высотѣ зеркала, которую мы назовемъ *фокусной линіей*.

Сквозь это зеркало шли двѣ хорошо изолированныя проволоки, снабженныя металлическими цилиндрами (D) съ шарообразными концами. Проволоки были соединены съ Румкорфовой спиралью (C), приводимой въ дѣйствіе батареей (B).

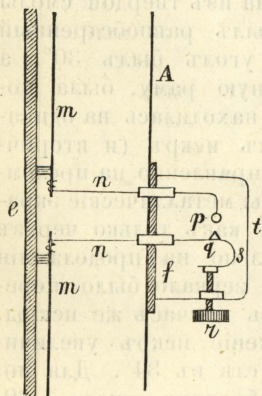
Фиг. 24.



(Фиг. 24) представляет мѣсто (D) въ зеркалѣ въ увеличенномъ видѣ (видъ съ боку). А—зеркало, е—деревянная подставка, къ которой укрѣплена при помощи резиновыхъ шнурковъ доска (f); а, а—латунные цилиндры, 3 см. въ діаметрѣ и 26 см. длины съ шаровыми концами, обернутые бумагой (b), прикрѣпленной къ нимъ резиновыми шнурами: цилиндры эти прикрѣплялись къ доскѣ (f) при помощи сургучныхъ палочекъ. Отъ шаровъ шли проволоки (d) къ спирали Румкорфа, которая могла давать между ними искры до 2 см. длины; но они были сдвинуты такъ, что разстояніе между ними (а слѣдовательно и длина искры) была только 2 мм. Шары часто полировались вновь.

Описанное зеркало представляло собою мѣсто возбужденія электрическихъ волнъ, которыя и воспринимались на разстояніи до 16 мет. при помощи второго подобнаго же зеркала, внутреннее устройство котораго представлено на фиг. 25 (видъ сбоку). А—

зеркало, е—деревянная подставка *внутри* зеркала съ прикрѣпленными къ ней сургучемъ мѣдными проволоками (m), 50 см. длины и 5 мм. толщины, находившимися на одной прямой (въ фокусной линіи); разстояніе между обращенными другъ къ другу концами пороволокъ было 5 см., вверху одни ихъ концы были свободны, т. е. ни съ чѣмъ не соединялись, а другіе соединились съ проволоками (n) (перпендикулярно), 1 мм. толщиною и 15 см. длиною, хорошо изолированными въ мѣстѣ прохожденія ихъ черезъ зеркало. Къ зеркалу сзади прикрѣплялась деревянная доска (f), къ которой перпендикулярно была поставлена другая доска (t); одинъ конецъ проволоки (n) оканчивался латуннымъ шарикомъ (p), а къ другому была припаяна часовая пружинка (s) съ мѣднымъ остроконечіемъ (q). Пружинка съ остроконечіемъ могла передвигаться при помощи винта (r). На пружинкѣ въ томъ мѣстѣ, гдѣ винтъ ея касался, находился



кусочекъ стекла для изоляціи. Остроконечіе (q) было сдѣлано изъ мягкой мѣди, чтобы оно не могло впиваться въ шарикъ (p). Разстояніе между шарикомъ и остриемъ было меньше $\frac{1}{10}$ мм.

Въ виду того, что первичныя искры возбуждались въ фокусѣ (D) зеркала, и лучи электрической силы должны были распространяться только по направленію оптической оси (т. е. параллельно ей), что авторъ на самомъ дѣлѣ и доказалъ, помѣщая второе зеркало по всевозможнымъ направленіямъ отъ перваго зеркала. Что распространеніе это совершалось при помощи волнообразнаго движенія, было доказано существова-

ніемъ узловыхъ точекъ, находившихся отъ перваго зеркала на разстояніи 33 см., 65 см., 98 см. и т. д. (въ этихъ точкахъ второе зеркало не давало искръ между p и q). Такимъ образомъ длина полуволны была 33 см. и время ея колебанія = 1,1 тысяча миллионныхъ секунды, предполагая, что скорость распространенія равняется скорости свѣта.

Съ полученными такимъ образомъ „электрическими лучами“ авторъ произвелъ слѣдующіе элементарные опыты:

1) *Прямолинейное распространіе*. Если поставить на соединяющей зеркала прямой линіи экранъ изъ цинка (2 м. вышины и 1 м. ширины), перпендикулярно къ направленію луча, то вторичныя искры совершенно исчезаютъ (т. е. между p и q). Изоляторы не задерживали луча; точно также онъ проходилъ и черезъ деревянную дверь. Продѣлывая отверстие въ цинковомъ экранѣ (однако шире, чѣмъ 0,5 м.), можно было опять получать вторичныя искры. Геометрически рѣзкой границы однако у луча и тѣни не замѣчалось.

1) *Отраженіе*. Авторъ доказалъ, что отраженіе это не есть какое нибудь разбѣяніе, а вполне правильное. Оба зеркала устанавливались такъ, что ихъ отверстія обращены въ одну и ту же сторону, при чемъ ихъ оптическія оси пересѣкались между собою на разстояніи 3 мет. При такомъ расположеніи вторичныхъ искръ не было. Когда же въ мѣстѣ пересѣченія осей былъ поставленъ перпендикулярно къ средней ихъ линіи плоскій металлическій экранъ, то получились сильныя вторичныя искры, тотчасъ же исчезающія, какъ только экранъ поворачивался вокругъ вертикальной оси.

3) *Преломленіе*. Для этого была сдѣлана призма изъ твердой смолы (масса похожая на асфальтъ), основаніе которой былъ равнобедренный треугольникъ (сторона = 1,2 мет.), преломляющій уголъ былъ 30° , а высота 1,5 мет. Призма, вставленная въ деревянную раму, была поставлена вертикально такъ, что середина ея реберъ находилась на одинаковой высотѣ съ мѣстомъ возникновенія первичныхъ искръ (и вторичныхъ). Посылающее лучи вогнутое зеркало было направленно на преломляющую плоскость, а возлѣ реберъ были поставлены металлическіе экраны, не позволявшіе лучу взять другое направленіе, какъ только черезъ призму. Когда получающее зеркало было поставлено на продолженіи падающаго луча, то искръ не замѣчалось; когда же зеркало было передвинуто къ задней плоскости призмы, то получались тотчасъ же искры, если только уголъ передвиженія былъ 11° . Напряженіе искръ увеличилось до отклоненія въ 22° и онѣ исчезали при углѣ въ 34° . Для показателя преломленія смолы получается такимъ образомъ число 1,69. Оптический показатель преломленія смолянообразныхъ тѣлъ равенъ 1,5—1,6.

4) *Поляризація*. Для рѣшенія вопроса: состоитъ ли лучъ изъ поперечныхъ колебаній или продольныхъ? была изслѣдована его способность къ поляризаціи. Получающее зеркало поворачивалось вокругъ луча, какъ оси, пока его фокусная линія и вторичный проводникъ (m) приходили въ горизонтальное положеніе; тогда замѣчалось, что вторичныя искры дѣлались все слабѣе и слабѣе и при перекрещивающемся положеніи обихъ фокусныхъ линій никакихъ искръ не получалось. Оба зеркала служили такимъ образомъ поляризаторомъ и анализаторомъ поляризационнаго аппарата.

Опыты эти показываютъ, что колебанія въ электрическомъ лучѣ поперечныя.

Заключая настоящую статью, скажемъ еще, что автору удалось подмѣтить еще и волны „магнитной силы“. Вотъ его подлинныя слова: „Колебанія электрической силы при вертикальномъ положеніи первичныхъ колебаній несомнѣнно въ вертикальной плоскости къ лучу и не находятся въ горизонтальной плоскости. Изъ опытовъ надъ медленно измѣняющимися токами мы можемъ заключать, что электрическія колебанія сопровождаются колебаніями магнитной силы, происходящей въ плоскости, горизонтальной (параллельной?) лучу, и не существующія въ вертикальной плоскости. Поляризація состоитъ не въ томъ только, что колебанія происходятъ только въ вертикальной плоскости, а еще и въ томъ, что колебанія въ вертикальной плоскости имѣютъ электрическую природу, а въ горизонтальной магнитную“.

Предоставляемъ читателю самому судить о важности послѣдняго заключенія.

II. Бахметевъ (Цюрихъ).

ВЗАИМНЫЯ ФИГУРЫ.

Отвѣтъ на тему, предложенную въ „Вѣстникъ“ № 51.

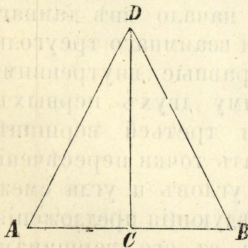
(Окончаніе)*).

Перейдемъ теперь къ тому случаю, когда въ заданіе входятъ углы. Каждому углу будетъ отвѣчать во взаимной фигурѣ нѣкоторый равный ему уголъ или дополняющій его до $2d$ (пред. VIII); но здѣсь онъ будетъ носить совершенно другой характеръ и для построенія его нужно будетъ вводить постоянно новыя прямыя, и теоремы такимъ образомъ будутъ постоянно усложняться. Мы покажемъ это на слѣдующихъ двухъ примѣрахъ.

б) 1) Геометрическое мѣсто вершинъ равнобедренныхъ треугольниковъ, построенныхъ на данномъ основаніи, есть перпендикуляръ, возставленный изъ середины основанія.

Пусть АВ (фиг. 26) данное основаніе, а D нѣкоторое положеніе движущейся вершины. Треугольнику ABD отвѣчаетъ во взаимной фигурѣ

Фиг. 26.

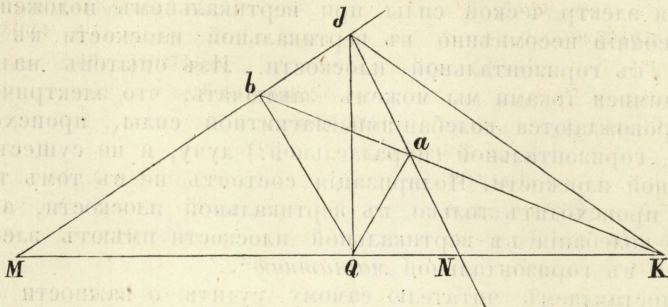


другой треугольникъ abd (фиг. 27), вершины котораго a , b и d отвѣчаютъ сторонамъ BD, AD и AB данного треугольника и обратно. Если Q есть начало и расположено всегда внутри угла ADB, то углы bQd и aQd соответственно равны угламъ DAB и DBA или одновременно дополняютъ ихъ до двухъ прямыхъ, а стало быть они равны между собой. Прямая ab , взаимная къ точкѣ D, проходить чрезъ постоянную точку K, отвѣчающей перпендикуляру CD, возставленному изъ середины основанія. Уголъ dQK прямой, а лучъ dK сопряженно

*) См. „Вѣстникъ“ № 66.

гармоническій къ лучу dQ ; поэтому точки K и Q дѣлят гармонически отрѣзокъ перпендикуляра, заключенный между прямыми ad и bd . Отсюда, слѣдующее взаимное предложеніе:

Фиг. 27.



2) Прямая, отсѣкающая отъ сторонъ даннаго угла отрѣзки, стягивающіе равные углы въ нѣкоторой постоянной точкѣ внутри угла, проходитъ чрезъ другую постоянную точку; эта послѣдняя расположена на перпендикулярѣ, возставленномъ изъ данной точки къ прямой, соединяющей ее съ вершиной даннаго угла, а вмѣстѣ обѣ постоянныя точки дѣлят гармонически отрѣзокъ перпендикуляра, заключенный между сторонами угла.

Вмѣсто четырехъ прямыхъ, входившихъ въ заданіе, во взаимную фигуру ихъ вошло восемь. Ясное дѣло, что дальнѣйшее преобразованіе поведетъ къ дальнѣйшему усложненію предложенія.

Уже изъ этого предложенія видно, что начало нельзя выбирать вполне произвольно безъ измѣненія взаимнаго предложенія, когда въ заданіе входятъ углы. Это будетъ еще очевидно на слѣдующемъ примѣрѣ.

1) Возьмемъ теорему:

Биссекторы угловъ треугольника пересѣкаются въ одной точкѣ.

Пріймемъ за начало точку внутри треугольника. Вершинамъ его будутъ во взаимной фигурѣ отвѣчать стороны новаго треугольника, и по теоремѣ II-ой начало будетъ находиться также внутри этого треугольника. Соединивъ его вершины съ началомъ, мы образуемъ три угла, равные вѣтшиимъ угламъ даннаго треугольника (теор. VIII прим.). Поэтому биссекторамъ его угловъ будутъ отвѣчать точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ съ биссекторами угловъ, смежныхъ съ тѣми, которые образовались при началѣ. Если, наоборотъ, возьмемъ начало внѣ даннаго треугольника и затѣмъ соединимъ его съ вершинами взаимнаго треугольника, то мы получимъ — на этотъ разъ — два угла, равные внутреннимъ угламъ треугольника, а третій (составляющій сумму двухъ первыхъ) равенъ вѣтшнему углу даннаго треугольника при третьей вершинѣ. Биссекторамъ угловъ въ этомъ случаѣ будутъ отвѣчать точки пересѣченія сторонъ съ биссекторами двухъ противоположныхъ угловъ и угла смежнаго съ третьимъ. Такимъ образомъ мы получимъ слѣдующія предложенія:

2) Если соединимъ точку внутри треугольника съ его вершинами и построимъ биссекторы угловъ, смежныхъ съ тѣми, которые образовались при данной точкѣ, то они пересѣкутъ противоположныя стороны въ трехъ точкахъ, лежащихъ на одной прямой.

3) Если соединимъ вершины треугольника съ точкой, лежащей внѣ его, и проведемъ биссекторы двухъ меньшихъ угловъ п угла, смежнаго съ большимъ, то они пересѣкутъ противоположныя стороны въ трехъ точкахъ, расположенныхъ на одной прямой.

До сихъ поръ мы изслѣдовали измѣненія теоремы когда преобразование совершалось при произвольномъ выборѣ начала. Но часто, какъ мы уже говорили выше, можно достигнуть обобщенія теоремы или упрощенія задачи именно удачнымъ выборомъ начала, помѣстивъ его въ той или другой точкѣ, входящей въ теорему или задачу. Мы демонстрируемъ это слѣдующими примѣрами:

к) Возьмемъ четырехугольникъ $ABCD$ и примемъ точку пересѣченія E его діагоналей за начало. Точкамъ A и C по предл. VI-му отвѣчаютъ двѣ параллели a и c , точкамъ же B и D , параллели b и d , такъ что мы получимъ во взаимной фигурѣ параллелограмъ $MNPQ$; его діагонали MP и NQ отвѣчаютъ точкамъ пересѣченія противоположныхъ сторонъ четырехугольника G и F ; точка же пересѣченія діагоналей параллелограма K соотвѣтствуетъ третьей діагонали FG , но такъ какъ діагонали параллелограма дѣлятся въ точкѣ K пополамъ, то во взаимной фигурѣ прямыя FB , FE , FD и FG образуютъ гармоническій пучекъ (теор. XI). Такимъ образомъ мы получаемъ болѣе общее предложеніе, что діагонали полнаго четырехугольника дѣлятся гармонически.

л) Разсмотримъ далѣе еще слѣдующую задачу:

Черезъ данную точку (A) провести прямую такимъ образомъ, чтобы отрѣзокъ ея, заключенный между двумя данными прямыми, стягивавъ данный уголъ въ другой данной точкѣ (M).

Выбравъ точку M за начало, строимъ взаимную фигуру. Точкѣ A будетъ отвѣчать прямая a , и наоборотъ, даннымъ прямымъ—двѣ точки; соединивъ эти послѣднія съ точкой, отвѣчающей искомой прямой, мы по предлож. VIII получимъ двѣ прямыя, заключающія данный уголъ. Такъ какъ сверхъ того, послѣдняя точка должна лежать на прямой a , то мы приходимъ къ слѣдующей простой задачѣ:

На данной прямой построить точку такимъ образомъ, чтобы прямая, соединяющія ее съ двумя другими точками, заключала данный уголъ.

Въ предыдущихъ примѣрахъ мы подвергли преобразованію рядъ теоремъ. Зная доказательства ихъ, мы могли бы найти непосредственные доказательства взаимныхъ предложеній: для этого было бы достаточно ко всѣмъ элементамъ доказательства подыскать соотвѣтствующіе во взаимной фигурѣ. Но тутъ мы наталкиваемся на важное препятствіе: намъ неизвѣстна фигура, взаимная окружности. Вотъ почему мы старались подыскать до сихъ поръ лишь такіе примѣры, въ которые окружности не входятъ. Переходимъ теперь къ изслѣдованію этого вопроса.

Когда точка движется по окружности, то взаимная прямая касается постоянно нѣкоторой кривой; такъ какъ эта послѣдняя есть геометрическое мѣсто взаимной прямой, то она-то и представляетъ собою кривую взаимную къ окружности. (Она носитъ въ геометріи названіе огибающей движущейся прямой). Такъ какъ это вообще будетъ нѣкоторое коническое сѣщеніе, то мы принуждены ограничиться слѣдующимъ частнымъ случаемъ:

Предл. XII. Окружности, центръ которой находится въ началѣ,

отвѣчаетъ во взаимной фигурѣ также окружность, концентрическая съ первой.

Въ самомъ дѣлѣ, произведеніе изъ разстояній точки и взаимной прямой отъ начала есть постоянная величина. Поэтому, когда точка движется по окружности, имѣющей центръ въ началѣ, то разстояніе взаимной прямой отъ начала остается постояннымъ: она, слѣдовательно всегда касается нѣкоторой окружности, которая имѣетъ центръ также въ началѣ и соотвѣтствуетъ первой окружности во взаимной фигурѣ.

Если въ заданіе входитъ не болѣе одной окружности, то мы можемъ произвести преобразование помощью этого предложенія, выбравъ центръ окружности за начало. Покажемъ это на примѣрѣ.

м) 1) Геометрическое мѣсто вершины постоянного угла, стороны котораго проходятъ чрезъ двѣ постоянныя точки, есть окружность проходящая чрезъ двѣ данныя точки.

Принявъ центръ этой окружности за начало, мы получимъ во взаимной фиг. другую окружность. Двумъ даннымъ точкамъ будутъ отвѣчать двѣ постоянныя касательныя, а вершинѣ угла—третья движущаяся касательная, которая въ пересѣченіи съ двумя другими опредѣлитъ двѣ точки, отвѣчающія сторонамъ угла; поэтому, если соединимъ ихъ съ центромъ, то получимъ по предл. VIII-му постоянный уголъ, дополняющій данный до двухъ прямыхъ (ибо начало всегда находится внутри угла). Мы получимъ такимъ образомъ слѣд. теорему:

2) Отрѣзокъ движущейся касательной, заключенный между двумя неподвижными касательными къ той-же окружности, стягиваетъ въ центрѣ постоянный уголъ.

Въ частномъ случаѣ, если прямая, соединяющая данныя точки, проходитъ чрезъ центръ окружности, то постоянный уголъ будетъ прямымъ; двумъ даннымъ точкамъ будутъ въ этомъ случаѣ отвѣчать двѣ параллельныя касательныя, и теорема измѣнится такимъ образомъ:

3) Отрѣзокъ касательной, заключенный между двумя параллельными касательными, стягиваетъ въ центрѣ прямой уголъ.

Изложенное выше предложеніе играетъ важную роль еще потому, что оно даетъ возможность для всѣхъ свойствъ многоугольниковъ, вписанныхъ въ кругъ, которыя не заключаютъ линейныхъ измѣреній, установить соотвѣтствующія свойства многоугольниковъ описанныхъ и обратно. Возьмемъ для примѣра теорему Бріаншона.

н) 1) Діагонали противоположныхъ угловъ описаннаго шестиугольника пересѣкаются въ одной точкѣ.

Если-же примемъ центръ даннаго круга за начало, то шести сторонамъ описаннаго шестиугольника будетъ отвѣчать шесть точекъ, расположенныхъ на взаимной окружности. Соединивъ ихъ прямыми, получимъ вписанный шестиугольникъ, стороны котораго отвѣчаютъ вершинамъ описаннаго многоугольника. Діагоналямъ этого послѣдняго отвѣчаютъ точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ новаго шестиугольника, откуда вытекаетъ теорема:

2) Точки пересѣченія противоположныхъ сторонъ вписаннаго шестиугольника лежатъ на одной прямой. Слѣдовательно теоремы Бріаншона и Паскаля оказываются взаимными предложеніями.

Но во всякомъ случаѣ—предложеніе XII-ое охватываетъ только

крайне частный случай и не может имѣть приложенія уже въ томъ случаѣ, когда въ заданіе входитъ болѣе одной окружности. Чтобы устранить это препятствіе, соединимъ методъ взаимности съ методомъ обратныхъ фигуръ.

Если перпендикуляръ, опущенный изъ точки A на взаимную прямую, встрѣчаетъ ее въ точкѣ A_1 , то прямая AA_1 проходитъ чрезъ начало (O) , а произведение $AO \cdot OA_1$ сохраняетъ постоянную величину. Поэтому точки A и A_1 можно считать взаимно обратными, если начало O принять за начало обратности. Точка A описываетъ окружность; изъ теоріи обратныхъ фигуръ слѣдуетъ, что точка A_1 также описываетъ окружность; („Вѣстникъ“ № 13, стр. 6, сем. II), отсюда вытекаетъ предложеніе:

Предл. XIII. Если точка движется по окружности, то взаимная прямая движется такимъ образомъ, что основаніе перпендикуляра, опущеннаго на нее изъ начала, находится на окружности круга.

Это предложеніе даетъ возможность подвергнуть преобразованію всякую теорему и задачу, заключающія окружности.

Возьмемъ для примѣра еще разъ теорему, разсмотрѣнную уже подъ литерой m , 1). Мы уже видѣли, что во взаимной фигурѣ двумъ даннымъ точкамъ отвѣчаютъ двѣ прямыя, отрѣзокъ же движущейся прямой, взаимной къ движущейся точкѣ, заключенный между этими прямыми, стягиваетъ въ началѣ постоянный уголъ; но такъ какъ эта точка описываетъ окружность, то основаніе перпендикуляра изъ начала на взаимную прямую по предыдущему предложенію также описываетъ окружность. Такимъ образомъ можно установить слѣдующую теорему:

Если отрѣзокъ движущейся прямой линіи, заключенный между двумя прямыми, стягиваетъ постоянный уголъ въ нѣкоторой точкѣ, то основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ данной точки на движущуюся прямую, находится на окружности; эта послѣдняя пройдетъ чрезъ основанія перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ данной точки на неподвижныя прямыя, ибо движущійся отрѣзокъ можетъ слиться съ каждой изъ нихъ.

Эта теорема даетъ непосредственное рѣшеніе задачи (l). Въ самомъ дѣлѣ, опустимъ изъ точки M перпендикуляры на данныя прямыя; затѣмъ построимъ какой нибудь отрѣзокъ, заключенный между этими прямыми, стягивающій данный уголъ въ точкѣ M . Опустимъ на этотъ отрѣзокъ перпендикуляръ изъ точки M и черезъ основанія трехъ перпендикуляровъ проведемъ окружность. Тогда основаніе перпендикуляра, опущеннаго изъ точки M на искомую прямую въ силу послѣдней теоремы — будетъ находиться на этой окружности. Остается поэтому построить прямой уголъ, вершина котораго находилась бы на окружности, а стороны проходили бы чрезъ данныя точки A и M .

Какъ мы уже сказали выше, предложеніе XIII даетъ возможность произвести преобразованіе и въ томъ случаѣ, когда въ заданіе входитъ нѣсколько окружностей. Точки, опредѣляемыя пересѣченіемъ прямыхъ и окружностей, замѣняются во взаимной фигурѣ точками пересѣченія обратныхъ окружностей; если въ заданіе входитъ пересѣченіе двухъ окружностей, то во взаимную фигуру входитъ пересѣченіе обратныхъ окружностей. Мы закончимъ изложеніе метода взаимности примѣромъ на этотъ послѣдній случай:

р) Возьмемъ теорему:

1) Общая хорды трехъ пересѣкающихся окружностей проходятъ чрезъ одну точку.

Соотвѣтственно тремъ даннымъ окружностямъ мы получимъ во взаимной фигурѣ три пересѣкающіяся обратныя окружности, какъ геометрическое мѣсто основаній перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ начала на взаимныя прямыя. Если соединимъ точки ихъ пересѣченія съ началомъ и къ шести прямымъ возставимъ перпендикуляры въ конечныхъ точкахъ, то получимъ прямыя взаимныя къ точкамъ пересѣченія данныхъ окружностей; общимъ же хордамъ этихъ послѣднихъ въ свою очередь будутъ отвѣчать точки пересѣченія этихъ перпендикуляровъ попарно. Такимъ образомъ установимъ слѣдующее взаимное предложеніе:

2) Если соединимъ точки пересѣченія трехъ окружностей съ нѣкоторой точкой на плоскости и возставимъ изъ этихъ точекъ перпендикуляры къ шести полученнымъ прямымъ, то 3 точки пересѣченія перпендикуляровъ, проходящихъ чрезъ концы общихъ хордъ, лежатъ на одной прямой.

Замѣтимъ въ заключеніе, что методъ, который мы разсмотрѣли, представляетъ собой лишь частный случай метода взаимныхъ поляръ, такъ какъ каждой точкѣ здѣсь соотвѣтствовала ея полярна относительно постоянной окружности. Если замѣнить эту послѣднюю коническимъ сѣченіемъ, то получимъ болѣе общій методъ, такъ какъ полярна въ этомъ случаѣ не будетъ всегда перпендикулярна къ прямой, соединяющей полюсъ съ центромъ. Но даже Аналитическая Геометрія ограничивается обыкновенно этимъ частнымъ случаемъ, такъ какъ онъ при сравнительной простотѣ выкладокъ достигаетъ тѣхъ-же результатовъ.

Студ. В. Каганъ (Одесса).

НВ. Вполнѣ обстоятельныя на ту-же тему отвѣты получены еще отъ гг. А. Бобылинскаго, П. Свѣшкова и В. Соллертинскаго.

РАВЕНСТВО ПРИЗМЪ И ПИРАМИДЪ.

Равными призмами называются такія, которыя при вложеніи одной изъ нихъ въ другую совпадаютъ; то же опредѣленіе остается и для равныхъ пирамидъ.

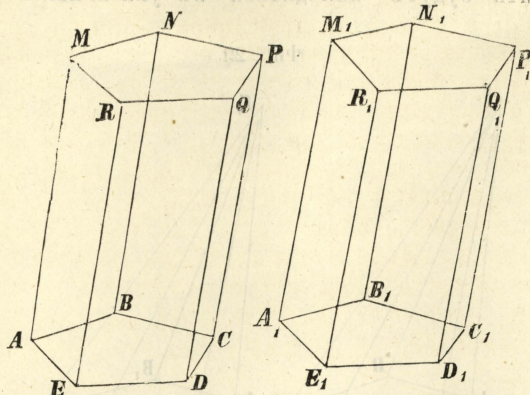
Прежде чѣмъ перейти къ перечисленію условій, необходимыхъ для равенства призмъ и пирамидъ, остановимъ наше вниманіе на слѣдующемъ замѣчаніи: боковыя ребра призмы суть линіи параллельныя между собою и слѣдов. никогда не встрѣчаются; но при небольшомъ усилии воображенія можно допустить, что онѣ пересѣкаются въ точкѣ, отстоящей на бесконечно большое разстояніе отъ основанія призмы; но въ такомъ случаѣ мы должны допустить, что самая призма, поставленная въ только что указанныя условія, становится пирамидой.

Приведенное нами замѣчаніе заставляетъ предполагать полную аналогію въ условіяхъ, необходимыхъ для равенства призмъ и пирамидъ; на самомъ дѣлѣ условія эти слѣдующія:

Теорема.—*Двѣ призмы или пирамиды равны, когда имѣютъ равныя*

основанія, по равному трехгранному углу и по равной боковой сторонѣ этого трехграннаго угла.

Фиг. 28.



Въ самомъ дѣлѣ пусть призмы AP и A_1P_1 (фиг. 28) таковы, что

- 1) $ABCDE = A_1B_1C_1D_1E_1$
- 2) $\angle A = \angle A_1$
- 3) $AMRE = A_1M_1R_1E_1$.

Вложимъ призму A_1P_1 въ призму AP такъ, чтобы основанія и трехгранные углы A и A_1 совпали; тогда ребра A_1E_1 и A_1M_1 совпадутъ соответственно съ ребрами AE и AM , а слѣдов. совмѣстятся и грани A_1R_1 и AR ; далѣе вслѣдствіе совпаденія реберъ E_1D_1 и E_1R_1 съ ребрами ED и ER , совмѣстятся и грани E_1Q_1 и EQ ; подобнымъ же образомъ убѣждаемая въ совпаденіи остальныхъ граней призмъ.

Изъ этого предложенія слѣдуетъ:

I. Двѣ призмы или пирамиды равны, когда имѣютъ равныя основанія и по двѣ смежныя стороны соответственно равныя и одинаково расположенныя, потому что въ этомъ случаѣ трехгранные углы, заключенные между этими сторонами и основаніями, равны, ибо имѣютъ по три плоскихъ угла соответственно равныхъ и одинаково расположенныхъ, такъ что многогранники будутъ поставлены въ условія, указанныя предыдущею теоремою.

II. Двѣ призмы или пирамиды равны, когда имѣютъ равныя основанія, по равной и одинаково расположенной сторонѣ и по равному двугранному углу, заключенному между ними, потому что въ этомъ случаѣ тре-

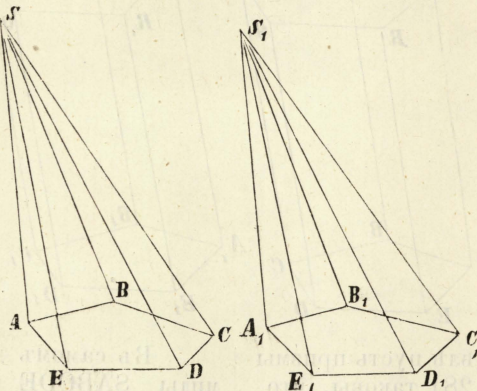
Въ самомъ дѣлѣ, пусть пирамиды $SABCDE$ и $S_1A_1B_1C_1D_1E_1$ (фиг. 29) таковы, что

- 1) $ABCDE = A_1B_1C_1D_1E_1$
- 2) $\angle A = \angle A_1$
- 3) $ASE = A_1S_1E_1$.

Вложимъ пирамиду $S_1A_1B_1C_1D_1E_1$ въ пирамиду $SABCDE$ такъ, чтобы основанія и трехгранные углы A_1 и A совпали; тогда въ виду равенства граней $A_1S_1E_1$ и ASE ребро A_1S_1 совпадаетъ съ ребромъ AS ; откуда и заключаемъ о совпаденіи, а слѣдовательно и о равенствѣ двухъ пирамидъ.

гранные углы, соответствующие этимъ сторонамъ и двуграннымъ угламъ, равны, ибо имѣютъ по равному двугранному углу, заключенному между равными и одинаково расположенными плоскими углами; такъ что многогранники опять будутъ находиться въ указанныхъ теорему условіяхъ.

Фиг. 29.



III. Два четырехгранника равны, когда имѣютъ по три равныя и одинаково расположенныя стороны.

IV. Два четырехгранника равны, когда имѣютъ по равному двугранному углу, заключенному между двумя соответственно равными и одинаково расположенными сторонами. (Слѣдствіе II).

П. Гайдуковъ. (Новочеркасскъ).

О ГАЛЬВАНОПЛАСТИКЪ *).

Гальваноластика въ тѣсномъ смыслѣ этого слова имѣетъ цѣлью получить мѣдныя осадки, не пристающіе къ поверхности объекта, на которомъ они образовались, и представляющіе точную копію оригинала. Гальванопластическіе снимки однако являются негативами по отношенію къ объекту, на которомъ они образовались, т. е. выпуклыя части объекта получаютъ на мѣдномъ оттискѣ углубленными; поэтому, чтобы получить точную копію оригинала необходимо было бы получить снова второй гальванопластическій снимокъ съ негатива (негативъ съ негатива даетъ позитивъ). На практикѣ этого избѣгаютъ, какъ лишней траты времени и матеріала; обыкновенно же съ объекта помощью какого либо пластическаго вещества снимаютъ негативный слѣпокъ, такъ называемую *форму*, и съ нея уже

*) Помѣщая, согласно обѣщанію, настоящую статью г. Успенскаго, мы принуждены по недостатку мѣста ограничиться лишь второю ея частью, въ виду того, что изложенныя въ первой части историческія подробности, касающіяся самаго открытія гальваноластики, и біографія Якоби могутъ быть найдены читателями въ юбилейныхъ №№ 21—22 (за 1888 г.) журнала „Электричество“, главная статья которыхъ (А. А. Ильина) издана также отдѣльной брошюрой: „В. С. Якоби. Историческій очеркъ изобрѣтенія гальваноластики“. Спб. 1889. *Отъ редакціи.*

получают гальванопластическій снимокъ. Такимъ образомъ первая операція въ гальванопластикѣ—*формованіе*.

Матеріалами для полученія негативныхъ формъ гальванопластическихъ объектовъ служатъ самыя разнообразныя вещества, каковы: различные маталлическіе сплавы (по возможности съ низкой t^o плавленія), гипсъ, воскъ, стеаринъ, различныя смѣси изъ стеарина, воска и смолистыхъ веществъ, наконецъ желатинъ; но ни одно изъ этихъ веществъ не примѣняется въ такой степени какъ гуттаперча, вытѣснившая изъ употребленія въ гальванопластикѣ почти всѣ вышеупомянутыя пластическія вещества.

Металлическіе сплавы, изрѣдка употребляющіеся для формованія при полученіи копій съ медалей или монетъ, имѣютъ передъ другими формовальными матеріалами то лишь преимущество, что форма въ силу своей электропроводности не нуждается въ процессѣ металлизovanія.

Гипсъ представляетъ весьма дешевый матеріалъ, и притомъ процессъ формованія чрезвычайно простъ; но, къ сожалѣнію, благодаря своей пористости, гипсовая форма требуетъ до погруженія въ гальванопластическую ванну пропитыванія расплавленнымъ стеариномъ или воскомъ, что до извѣстной степени ограничиваетъ употребленіе гипса для гальванопластическихъ цѣлей. Для полученія гипсовой формы, такъ называемый жженый гипсъ размѣшивается съ водой въ жидкое тѣсто и наносится помощью кисти на объектъ, предварительно слегка смазанный масломъ, или—при гипсовыхъ же объектахъ—натертымъ графитомъ или мыломъ. Черезъ полчаса гипсъ отвердѣваетъ и можетъ быть отнятъ отъ оригинала.

Стеаринъ и *воскъ* пригодны лишь для формованія не очень рельефныхъ предметовъ и притомъ не большихъ размѣровъ. Для этой цѣли расплавленный стеаринъ выливаютъ на оригиналъ, натертымъ жиромъ или мыломъ въ то время когда стеаринъ близокъ къ затвердѣванію, въ противномъ случаѣ стеаринъ будетъ кристаллизоваться, что повлечетъ за собою непрочность формы и неотчетливость рисунка. Одна изъ особенностей стеарина какъ формовальнаго матеріала—способность сильно сжиматься по охлажденію, чѣмъ обыкновенно пользуются для уменьшенія размѣровъ копій; такимъ способомъ *Брандेलъ* уменьшилъ находящееся въ Парижской публичной библіотекѣ золотое блюдо до половиннаго размѣра, при чемъ рисунокъ нисколько не утратилъ ни отчетливости, ни правильности относительныхъ размѣровъ.

Желатинъ употребляется для формованія только въ смѣси съ веществами, придающими ему нерастворимость; формы же изъ чистаго желатина, будучи введены въ ванну, сильно разбухаютъ и отчасти растворяются. Для сообщенія ему нерастворимости къ раствору прибавляется нѣсколько тавнина. Такія желатиновыя формы отличаются значительной отчетливостію.

Гуттаперча для формованія употребляется лишь въ нагрѣтомъ состояніи: размягченную нагрѣваніемъ пластинку гуттаперчи накладываетъ на объектъ и сильно къ нему прижимаютъ руками или прессомъ, чтобы вдавить гуттаперчу во всѣ углубленія оригинала; давленіе не прекращаютъ до полного отвердѣнія формы.

Изъ какого бы матеріала не состояла форма, но до погруженія въ гальванопластическую ванну она требуетъ предварительной подготовки, сообщенія ей поверхности электропроводности (процессъ *металлизovanія*). Само собой разумѣется, что формы металлическія, какъ легко проводящіе электричество, не требуютъ металлизovanія, но—напротивъ—поверхность такихъ формъ въ тѣхъ ея мѣстахъ, гдѣ не желательно осажденіе мѣди, покрывается слоемъ вещества, не проводящаго электричества, напримѣръ лакомъ или воскомъ. Металлизovanіе всѣхъ непроводящихъ тока формъ производится сухимъ путемъ или же мокрымъ. Наиболѣе употребитель-

нымъ матеріаломъ для металлизированія *сухимъ путемъ* является графитъ; хотя по своей электропроводности онъ стоитъ гораздо ниже даже наименѣ проводящихъ металловъ, но все таки послѣдніе (напримѣръ порошокъ золотой бронзы, порошокъ осажденной цинкомъ сурьмы) по конечнымъ результатамъ уступаютъ графиту, получающіеся на тѣхъ формахъ оттиски страдаютъ значительной шероховатостью, да и самый процессъ металлизированія довольно затруднителенъ, въ силу того, что форма предварительно должна быть смазана лакомъ, по липкому еще слою котораго посыпаютъ металлическимъ порошокомъ. Между тѣмъ какъ графитъ весьма легко пристаеъ ко всякой формѣ, особенно слегка нагрѣтой. Обыкновенно графитъ наносится мягкой кисточкой на поверхность формы и тою же кисточкой растирается до тѣхъ поръ, пока поверхность предмета не получитъ совершенно однообразнаго чернаго цвѣта съ характернымъ металлическимъ блескомъ. Нѣкоторыя очень нѣжныя формы не выносятъ такого натиранія графитомъ и металлизуются *мокрымъ путемъ*. Для этой цѣли служить металлическое серебро въ мелкораздробленномъ состояніи или же его сѣрнистыя и фосфористыя соединенія, также обладающія электропроводностью. Для полученія мокрымъ путемъ осадка сѣрнистаго серебра на поверхности формы, эту послѣднюю погружаютъ (или, если предметъ великъ, смазываютъ помощью кисти) въ крѣпкій растворъ азотно-серебряной соли; смоченная серебрянымъ растворомъ форма подвергается дѣйствию газообразнаго сѣроводорода, отчего она тотчасъ же покрывается тонкимъ слоемъ сѣрнистаго серебра. Если вмѣсто сѣрнистаго взять фосфористый водородъ, то получится осадокъ фосфористаго серебра. Для полученія же осадка металлическаго серебра форму погружаютъ въ растворъ фосфора въ сѣрнистомъ углеродѣ, а затѣмъ, когда послѣдній испарится—въ серебряный растворъ, тогда возстановленное фосфоромъ металлич. серебро выдѣлится на поверхности формы въ видѣ блестящаго серебристобѣлаго слоя. Къ металлизированнымъ формамъ прикрѣпляется мѣдная проволока, мѣсто соединенія которой съ формою тщательно металлизуется и форма погружается въ ванну.

Осажденіе мѣди на форму производится или въ такъ называемомъ *простомъ* гальванопластическомъ приборѣ, или же помощью отдѣльной батареи.

Простой гальванопластическій приборъ представляетъ ничто иное, какъ цинко-мѣдный перегородчатый элементъ, въ которомъ вмѣсто мѣди помѣщается подготовленная форма. Внѣшній видъ и размѣры такихъ *простыхъ* приборовъ самые разнообразныя, въ зависимости отъ формы и размѣровъ объекта. При этомъ непременнымъ условіемъ является соотвѣтствіе размѣровъ объекта съ цинками и симметричное относительно объекта расположеніе этихъ послѣднихъ. Такъ, если желаютъ отложить слой мѣди на поверхности напримѣръ цилиндра, то вокругъ него симметрично размѣщаютъ въ пористыхъ сосудахъ возможно большое число цинковъ, при томъ конечно условіи, чтобы сумма поверхностей всѣхъ цинковъ равнялась приблизительно поверхности объекта; если объектъ доска (гравюра напримѣръ), то цинковая же доска должна стоять совершенно параллельно. Однимъ словомъ идеаломъ цинковой пластинки для даннаго объекта является тѣхъ же размѣровъ негативъ послѣдняго.

Прочность и однородность обуславливаются главнымъ образомъ напряженіемъ и силой развивающагося тока; наилучшіе результаты получаются при токахъ средняго напряженія и силы, получающихся, когда поверхность цинковъ, погруженныхъ въ сѣрную кислоту, приблизительно равна поверхности объекта, а окружающая цинкъ кислота сильно разбавлена водой (на одну часть кислоты 20—40 г. воды). Большое вліяніе на качество осадка оказываетъ мѣдный растворъ; растворъ мѣд-

наго купороса не долженъ содержать другихъ металловъ и постоянно поддерживаться въ насыщенномъ состояніи, что достигается подвѣшиваніемъ въ ванну полотняныхъ мѣшочковъ съ кристаллами мѣднаго купороса, растворяющимися по мѣрѣ ослабѣванія крѣпости раствора. Изъ слабыхъ растворовъ купороса мѣдь осаждается въ формѣ порошка или отдѣльныхъ кристалловъ.

Въ такомъ простомъ приборѣ мѣдный растворъ современемъ загрязняется поступающимъ въ него чрезъ пористую діафрагму растворомъ сѣрникоислаго цинка и избыткомъ сѣрной кислоты, что вліяетъ на качество осадка, кромѣ того порча діафрагмы осажденіемъ въ ихъ порахъ мѣднаго порошка и невозможность по произволу регулировать токъ (получать токи даннаго напряженія, обуславливающаго свойства осадка, и данной силы, вліяющей на скорость осажденія), все это заставляетъ пользоваться батареей отдѣльной отъ мѣдной ванны, чего требуютъ иногда и самая форма объекта: такъ, напримѣръ, получить мѣдную копію небольшой статуэтки въ *простомъ* приборѣ невозможно, въ силу невозможности помѣстить какъ мѣдный растворъ, такъ и діафрагму съ цинкомъ внутри полой формы статуэтки.

При употребленіи отдѣльной батареи вполне подготовленная форма погружается въ насыщенный растворъ мѣднаго купороса и соединяется съ катодомъ батареи, анодомъ же служитъ пластинка чистой мѣди, растворяющаяся по мѣрѣ осажденія мѣди на катодѣ и поддерживающая такимъ образомъ растворъ постоянно въ насыщенномъ состояніи. При этомъ анодъ, какъ и цинкъ въ *простомъ* приборѣ, долженъ по формѣ своей и величинѣ вполне соответствовать объекту. Въ виду трудности выполненія этого условія для анодовъ при полыхъ формахъ, когда кромѣ того отрывающіеся отъ мѣднаго анода кусочки мѣди, падая на дно полой формы, могутъ повредить уже образовавшійся осадокъ, въ виду этого для полыхъ формъ предпочитаютъ аноды нерастворимые. Ихъ готовятъ изъ платиновой проволоки, изгибая ее соответственно формѣ объекта; или же употребляютъ нерастворимые аноды въ формѣ цѣпочки, которая легко можетъ быть введена во всякое углубленіе формы. Въ послѣднее время дорогой матеріалъ для анодовъ - платина съ меньшимъ успѣхомъ замѣняютъ свинцомъ, который, покрываясь съ поверхности корой нерастворимаго сѣрникоислаго свинца, далѣе уже не измѣняется въ мѣдной ваннѣ. На фабрикѣ *Кристофля* въ Парижѣ помощью такихъ свинцовыхъ анодовъ изготовляютъ статуи до 6 метровъ вышиной.

Что касается до источника электричества, то въ гальванопластикѣ примѣняются какъ гальваническія батареи изъ элементовъ Даніэля, Бунзена, Грове (элементы Лекланше въ гальванопластикѣ не употребляются вслѣдствіе значительнаго ослабленія силы тока при продолжительномъ замыканіи), такъ и термоэлектрическія батареи, магнито- и динамо-электрическія машины. Послѣднія употребляются исключительно на металлургическихъ заводахъ для осажденія мѣди въ значительныхъ количествахъ. Машины эти развиваютъ столь сильный токъ, что могутъ выдѣлать въ 24 часа около 20 пудовъ мѣди, потребляя при этомъ около 10 лошадиныхъ силъ.

Другой отдѣлъ гальванопластики — *гальваностеція* имѣетъ цѣлю полученіе металлическихъ осадковъ, плотно пристающихъ къ поверхности объекта, съ цѣлю сдѣлать предметъ красивѣе, сообщить ему большую прочность и способность не измѣняться подъ вліяніемъ химическихъ агентовъ. Сюда относятся: *золоченіе, серебрѣніе, платинированіе, никкелированіе, покрываніе мѣдью*, а въ послѣдніе время и *жестомъ* предметовъ изъ различныхъ металловъ. При всѣхъ этихъ операціяхъ металлические предметы, тщательно отполированные и очищенные отъ жира кипящимъ щелокомъ, погружаются въ качествѣ катода въ ванну, составленную изъ водныхъ

растворовъ солей требуемаго металла; анодомъ служить пластинка того же металла, или платина, либо уголь. Простые гальванопластическіе приборы въ гальваностегіи не употребляются въ силу многихъ причинъ, каковы: большая трата въ нихъ металлическихъ растворовъ, что при употребленіи цѣнныхъ металловъ несомнѣнно убыточно, невозможность нагрѣванія *простаго* прибора, когда того требуютъ условія, наконецъ въ гальваностегіи требуется почти всегда болѣе сильныя токи, чѣмъ въ гальванопластикѣ въ собственномъ смыслѣ слова.

Золоченіе производится въ растворѣ двойной синеродистой соли золота и калия и большей частью при нагрѣваніи. *Серебреніе*—точно также въ ваннѣ изъ двойной соли синеродистаго серебра и калия. Въ послѣднее время для полученія особенно блестящей поверхности въ ванну вводятъ небольшое количество сѣрнистаго углерода или раствора іода въ хлороформѣ. Для *платинированія* мѣдныхъ предметовъ (другіе металлы очень дурно покрываются платиной) употребляютъ ванну изъ хлорной платины съ фосфорнокислымъ натромъ. Такъ какъ платиновые аноды въ ваннѣ не растворяются, то ванна должна быть часто возобновляема. При *никкелированіи* употребляется насыщенный растворъ двойной сѣрнокислой амміачно никелевой соли. Найдено, что прибавленіе въ ванну небольшого количества бензойной (также борной) кислоты сообщаетъ никкелируемому предмету серебристо бѣлый оттѣнокъ. Благодаря своей твердости и неизмѣняемости на воздухѣ, при сравнительной дешевизнѣ и красивой внѣшности, никкель въ послѣднее время получилъ большое распространеніе. *Мыло* покрываютъ обыкновенно желѣзо и цинкъ, или для предохраненія отъ окисленія, или съ цѣлью получить подслои для дальнѣйшаго покрыванія серебромъ или золотомъ (желѣзо и цинкъ весьма плохо воспринимаютъ эти металлы). Для этого употребляютъ, какъ и при покрываніи благородными металлами, двойную синеродистую соль. Весьма интересенъ тотъ фактъ, что если ванну составить изъ синеродистыхъ соединеній мѣди, никкеля и цинка съ синеродистымъ калиемъ въ пропорціи, соотвѣтствующей составу *нейзильбера*, то предметъ покроется слоємъ нейзильбера. Точно также можно *бронзировать* и покрывать *латунью*, приготовляя соотвѣтственнымъ образомъ ванны изъ мѣдныхъ солей съ оловянными или цинковыми.

Что касается до покрыванія *желѣзомъ*, то эта операція является самой трудной отраслью гальваностегіи, въ силу свойства осажденнаго желѣза легко измѣняться подъ вліяніемъ самыхъ незначительныхъ постороннихъ примѣсей. Тѣмъ не менѣе въ послѣднее время *Брандेलъ* удалось получить совершенно плотныя осадки желѣза до 2 мм. толщины въ ваннѣ изъ раствора желѣзнаго купороса съ поваренной солью и сѣрнокислымъ амміакомъ. По своимъ физическимъ свойствамъ гальванически осажденное желѣзо приближается къ стали; такъ, будучи нагрѣто на угляхъ—легко плавится, намагниченное—долго не теряетъ способности притягивать желѣзо, по твердости своей значительно превосходитъ обыкновенное желѣзо. По послѣднимъ изслѣдованіямъ гальванически осажденное желѣзо заключаетъ довольно значительное количество газовъ, водорода, азота, окиси углерода и угольной кислоты. Способъ покрыванія желѣзомъ, или какъ его называютъ *сталированіе*, въ большихъ размѣрахъ практикуется въ Имп. Военно-Географическомъ Институтѣ въ Вѣнѣ для покрыванія мѣдныхъ гравюръ; при этомъ въ виду твердости желѣза довольствуются настолько тонкимъ слоємъ гальванически осажденнаго металла, что оттиски на бумагѣ съ мѣдной и той же сталированной доски рѣшительно не отличаются другъ отъ друга.

Получаемые въ мѣдной ваннѣ гальванопластическіе оттиски представляютъ или конечную цѣль (таковы напримѣръ копіи съ монетъ, медалей и вообще различ-

ныхъ рельефныхъ художественныхъ произведеній), или же снимки такого рода являются вспомогательными средствами для достиженія той или другой цѣли. Въ видѣ такого вспомогательнаго средства гальванопластика находитъ наибольшее примѣненіе въ области графическихъ искусствъ, каковы: типографія, литографія и гравюра.

Подобно тому какъ съ рельефнаго объекта получается снимокъ, до мельчайшихъ подробностей передающій всѣ неровности и шероховатости формы (даже слѣды пальцевъ отъ неосторожнаго прикосновенія къ модели), въ случаѣ введенія въ ванну въ качествѣ формы гладко отполированной пластинки оттискъ представляетъ точно такую же какъ бы отполированную поверхность. Такого рода гальванопластическія доски обладаютъ значительной однородностью строенія и представляютъ поэтому весьма цѣнный матеріалъ для гравера.

Гравюры, рѣзанныя на мѣди и на деревѣ, легко и въ короткое время могутъ быть воспроизведены помощью гальванопластики; такимъ образомъ оригиналъ гравюры можетъ оставаться неприкосновеннымъ, и въ случаѣ порчи или поломки печатающей доски снова легко можетъ быть воспроизведенъ. Гравюра на деревѣ рѣдко даетъ болѣе 10,000 отпечатковъ, тогда какъ мѣдное клише съ нея можетъ печатать болѣе сотни тысячъ экземпляровъ, что мы видимъ на страницахъ иллюстрированнаго журнала „Нива“, который насчитываетъ подписчиковъ нѣсколько десятковъ тысячъ. Тамъ всѣ гравюры печатаются исключительно съ гальванопластическихъ клише.

Гальванопластическіе снимки съ цѣлаго типографскаго набора служатъ въ качествѣ стереотипныхъ досокъ (*электротипы*).

Если на мѣдную доску, покрытую слоемъ лака нанести рисунокъ иглой, выпарывая въ соответственныхъ мѣстахъ лакъ до металла, и опустить такую доску въ мѣдную ванну, соединивъ съ положительнымъ (а не отрицательнымъ, какъ обыкновенно) полюсомъ батареи, то въ незащищенныхъ лакомъ мѣстахъ мѣдь будетъ растворяться и по прошествіи нѣкотораго времени получится углубленная на мѣди гравюра (способъ *гальваническаго травленія*).

Весьма интересенъ способъ гравированія, называемый *гальваногравіей*. На посеребренной мѣдной доскѣ наносятъ рисунокъ помощью кисти особой краской изъ воска, даммароваго лаку и графита; слой краски накладывается тѣмъ толще, чѣмъ гуще должно быть затѣнено соответственное мѣсто рисунка. Затѣмъ доску металлизуютъ и получаютъ съ нея гальванопластическое клише, съ котораго печатаютъ по способу гравюры (втирая краску въ углубленія).

Совершенно обратный результатъ получается въ способѣ, извѣстномъ подъ именемъ *глюбографіи*. Мѣдную доску покрываютъ очень толстымъ слоемъ лака, по лаку рисуютъ иглой, углубляясь до металла, и, натерши доску графитомъ, погружаютъ въ ванну. При этомъ получается *возвышенный* мѣдный оттискъ рисунка, которымъ печатаютъ, какъ съ типографскаго набора.

Особенно большое примѣненіе въ области графическихъ искусствъ находитъ гальванопластика при одновременномъ содѣйствіи фотографіи; сюда принадлежатъ способы, извѣстные подъ названіемъ *глюбографіи*, *фотогальваногравіи*, *глюбогравюры*.

Сущность всѣхъ этихъ способовъ состоитъ въ томъ, что съ фотографическаго на стеклѣ изображенія (будетъ ли это негативъ, либо позитивъ) получаютъ извѣстными средствами рельефъ, съ котораго снимаютъ гальванопластическій оттискъ. Способы полученія рельефа нѣсколько различны между собой.

Всякое только что проявленное фотографическое изображеніе, состоящее изъ частицъ металлическаго серебра въ слоѣ коллодіона (и желатина также), не представляетъ въ сущности абсолютной плоскости (той плоскости, которая существовала

на слѣдъ до проявленія изображенія), но болѣе или менѣе замѣтный рельефъ, при чемъ прозрачныя мѣста изображенія углублены, прочія же нѣсколько приподняты. Рельефность эта значительно усиливается послѣ обработки изображенія растворомъ пирогалловой кислоты и азотно кислаго серебра; при этомъ возстающійся пирогалловой кислотой порошокъ металлическаго серебра въ силу чисто физическихъ причинъ пристаеетъ къ тѣмъ мѣстамъ изображенія, гдѣ уже ранѣе выдѣлилось металлическое серебро. Рельефность можно еще болѣе усилить, если обработать негативъ сулемой. Тогда серебро изображенія перейдетъ въ хлористое, переводя въ то же время растворимую двуххлористую ртуть въ нерастворимую однохлористую, отчего осадокъ, образующій изображеніе, сдѣлается болѣе объемистымъ и еще болѣе приподымется надъ поверхностью негатива. Такой рельефъ металлизуется и погружается въ гальванопластическую ванну. Получается углубленная мѣдная доска, печатающая по способу гравюры. Если рельефъ полученъ изъ позитивнаго изображенія, тогда доска будетъ выпуклой. Этимъ способомъ (*гелиография* Скамони) прѣготавливаются географическія карты, а также письмо въ увеличенномъ или уменьшенномъ видѣ.

Но гораздо легче и скорѣе получаютъ рельефныя изображенія на слѣдъ хромированного желатина. Всѣмъ извѣстенъ тотъ фактъ, что подъ вліяніемъ квасцовъ (также солей окиси хрома) желатинъ становится нерастворимымъ въ водѣ (дубленіе кожъ квасцеваніемъ). Двухромокислый кали въ присутствіи органическихъ веществъ подъ вліяніемъ свѣта довольно легко раскисляется, переходя въ соль окиси хрома. Если стеклянную пластинку облить въ темнотѣ слоемъ желатина съ двухромокислымъ кали, высушить и выставить подъ негативомъ на свѣтъ, то части желатина, соотвѣтствующія тѣнямъ рисунка (прозрачнымъ мѣстамъ негатива), вслѣдствіе раскисленія хромовой кислоты потеряютъ способность растворяться въ водѣ, прочія же, защищенные отъ дѣйствія свѣта мѣста, не измѣнятся. Если такую желатинную пластинку промыть теперь теплой водой, то нетронутыя свѣтомъ мѣста растворятся и получится рельефное изображеніе предмета, гдѣ тѣни будутъ возвышены. Такая рельефная желатинная пластинка служить формой для полученія гальванопластическаго клише (*фотогальванография Претча* *).

Помощью подобнаго способа, основаннаго на нерастворимости подъ вліяніемъ свѣта хромированного желатина, въ Вѣнскомъ Географическомъ Институтѣ печатаются въ громадномъ количествѣ географическія и военно-топографическія карты. Способъ этотъ тамъ носитъ названіе *гелиографуры* и отличается отъ фотогальванографіи Претча главнымъ образомъ тѣмъ, что рельефъ получается не на стеклянной пластинкѣ, а на тамъ называемой *пигментной* бумагѣ—бумагѣ, покрытой слоемъ желатина съ сахаромъ, глицериномъ и тушью (или др. пигментомъ) и обработанной двухромокислымъ кали **).

Нужно однако замѣтить, что всѣ способы печатанія помощью гальванопластики и фотографіи пригодны лишь для воспроизведенія въ увеличенномъ или уменьшенномъ видѣ исключительно *линейныхъ* рисунковъ, состоящихъ только изъ свѣта и тѣни. Что же касается до передачи переходовъ отъ свѣта къ тѣни, т. е. полутоновъ, какіе мы находимъ въ фотографическихъ портретахъ и ландшафтахъ, то всѣ попытки получить таковыя фотогальваническимъ путемъ ознаменовались неудачей; что весьма понятно, такъ какъ если тѣнь на клише выражается углубленіемъ, свѣтъ—возвышеніемъ, то полутоны выразятся наклонной плоскостью, такъ-же не

*) Ж. д. Вѣ. 1876 № 1 отд. III, стр. 44.

**) „Вѣнскій Геогр. Институтъ“ Вл. Вець З. К. О. Е. VII в. I, 83.

прикасающеюся во время печатанія къ бумагѣ, какъ и тѣмъ. Способы эти примѣняются для воспроизведеній въ различномъ масштабѣ плановъ, картъ, чертежей и др. линейныхъ рисунковъ. Благодаря этимъ способамъ, безъ преувеличенія можно сказать, что помощью свѣта и гальванопластики можно приготовить мѣдную доску для печатанія въ столько часовъ, сколько дней понадобилось бы для гравированія той же доски отъ руки.

Н. Успенскій (Кіевъ).

РЕЦЕНЗИИ.

Замѣтка объ изложеніи начальныхъ отдѣловъ элементарной геометріи. По поводу книги: „Уроки геометріи, прогимназическій курсъ Н. В. Згурскаго. Кутаисъ 1888 г.“

Общій характеръ учебника г. Згурскаго опредѣляется выполненіемъ требованій, изложенныхъ авторомъ въ началѣ книги. Находи, что начинающихъ геометрію затрудняетъ усвоеніе не содержанія теоремъ, а—доказательствъ ихъ, что изученію препятствуетъ методъ прямой дедукціи (синтетическій), въ которомъ ученикъ не замѣчаетъ связи между пунктомъ отправленія и цѣлю, признавая наконецъ затрудненіе въ неумѣніи начинающихъ точно и отчетливо формулировать свои мысли, г. Згурскій ставитъ задачу—соблюдать въ изложеніи постепенность отъ легкаго и простаго къ трудному и сложному, излагать доказательства методомъ обратно дедуктивнымъ (аналитическимъ), т. е. отыскиваніемъ по данному заключенію посылокъ, изъ которыхъ оно вытекаетъ, наконецъ—выражать доказательства съ достаточною полнотою (см. предисловіе). Эти требованія выполняются въ книгѣ г. Згурскаго; доказательства изложены аналитически, ясно и подробно, теоремамъ предшествуютъ и сопутствуютъ наводящіе и разъясняющіе вопросы, хотя изложеніе въ началѣ и не чуждо неясностей и отвлеченностей (§ 5, § 18). Желательно при этомъ, чтобы въ начальномъ учебникѣ были по возможности выдержаны внѣшній порядокъ и схематизація, такъ свойственные Геометріи: нумерація опредѣленій, аксіомъ и теоремъ, обозначенія условія и заключенія теоремы, данныхъ и исходныхъ, построенія и доказательства, слѣдствія, ссылки на предыдущіе §§ и т. п. Безъ этого порядка въ изложеніи является распылчатость, затрудняющая усвоеніе.

Позволю теперь распространиться по поводу двухъ особенностей изложенія. Стремясь къ простотѣ и ясности, г. Згурскій (подобно нѣкоторымъ другимъ авторамъ) отступилъ отъ освященнаго вѣками со временъ Эвклида порядка изложенія: XI-й аксіомой Эвклида онъ пользуется уже съ самаго начала для вывода свойствъ и равенства треугольниковъ. Отъ введенія лишней аксіомы въ цѣль выводовъ число теоремъ уменьшается и доказательства, быть можетъ, упрощаются, за то преждевременнымъ введеніемъ ея проигрывается строгость изложенія. Обычно излагаемая начальными теоремами о треугольникахъ, перпендикулярахъ и т. д. и первая теорема о кругѣ не зависятъ отъ XI-й аксіомы, вытекаютъ изъ свойствъ прямой и плоскости, данныхъ только первыми опредѣленіями и аксіомами; эти теоремы справедливы и для поверхностей, къ которымъ XI-я аксіома не приложима. Между тѣмъ, если желаемъ возможно полнѣе воспользоваться геометріей, какъ умственной дисциплиной, мы должны, по мѣрѣ развитія учениковъ, останавливать ихъ вниманіе на генитической зависимости теоремъ и аксіомъ, по вопросамъ: изъ какихъ теоремъ и аксіомъ вытекаетъ данная теорема? Въ высшихъ же классахъ, при повтореніи науки, желательно и вполне возможно, если есть время, обратить вниманіе учениковъ на тотъ интересный моментъ въ теоріи параллельныхъ прямыхъ, когда мы

останавливаемся въ поступательномъ ходѣ развитія теоремъ, потому что для него необходима новая аксіома, новое свойство прямыхъ на плоскости, хотя *повидимому* свойства прямой и плоскости уже вполне опредѣлены прежними опредѣленіями и аксіомами. Вполнѣ умѣсто привести остроумныя попытки *доказать* XI аксіому, разсказать по этому поводу о происхожденіи аксіомъ. Понятно что сдѣлать все это трудно, если въ изложеніи принять порядокъ, влетающій XI акс. въ самое началъ въ цѣль выводовъ.

Если признать, что при обычномъ строгомъ изложеніи геометріи мѣсто XI аксіомы до ея вступленія въ изложеніе занимаетъ только одна теорема о вѣшнемъ углѣ треугольника, съ доказательствомъ—правда—нѣсколько сложнымъ для начинающихъ, но никакихъ непосильныхъ трудностей не представляющимъ, то должны будемъ согласиться и съ тѣмъ, что не стоитъ ради немногихъ quasi-упрощеній нарушать строгость изложенія и терять существенное—логическую зависимость. Одинъ изъ первоклассныхъ математиковъ, механикъ и критикъ Дюгамель (1797—1872 г.) въ своемъ „Des méthodes dans les sciences de raisonnement“, сравнивая основы Эвклида—„образецъ всѣмъ писавшимъ по этому предмету, который будетъ всегда считаться однимъ изъ лучшихъ памятниковъ древности“*) съ геометріей Лежандра, служившей до недавняго времени основой преподаванія во Франціи, показываетъ, какъ стремленія къ упрощеніямъ способны иногда понизить цѣнность труда даже такого знаменитаго математика, какъ Лежандръ (1752—1833). Дюгамель далѣе указываетъ, какъ по его мнѣнію слѣдуетъ излагать основы геометріи: это есть путь Эвклида, съ небольшими лишь измѣненіями. Путь Эвклида, переживая тысячелѣтія, остается единственно строгимъ въ геометріи; отступившіе отъ Эвклида дидактики много разнообразили порядокъ изложенія, упражняясь, напримѣръ, въ такихъ перестановкахъ, какъ изложеніе теорій круга прежде теорій треугольниковъ (геометрія А. Малинина и Ѳ. Егорова для *женскихъ* гимназій 1879 г.), но понизили ради quasi-упрощеній цѣнность изложенія. Во Франціи теперь снова возвращаются къ Эвклиду; для примѣра сравнимъ 2-ое и 5-ое изданія капитальнѣйшей *Traité de Géométrie* par E. Rouché et Ch. de Comberousse. Въ изданіи 1883 года первыя теоремы подверглись въ нѣкоторомъ родѣ радикальному измѣненію сравнительно съ изданіемъ 1868 года, измѣненію въ духѣ изложенія Эвклида и идей Дюгамеля. Во 2-мъ изданіи авторы пользуются истиной: прямая есть кратчайшее разстояніе между двумя ея точками, какъ аксіомой, въ 5-мъ изданіи—это свойство есть предметъ теоремъ. Въ Англіи слово „геометрія“ тождественно со словами „the elements of Euclid“. Желательно, чтобы такъ относились къ Эвклиду и у насъ.—Упрощать доказательства всегда желательно и въ этихъ видахъ измѣнять порядокъ теоремъ, но съ аксіомами необходимо поступать осмотрительно. Въ отношеніи изложенія можетъ служить образцомъ изложеніе Эвклида, облегченное и разъясненное Дюгамелемъ. Какъ бы слабы ни были умственные силы начинающихъ, изложеніе Дюгамеля всегда будетъ имъ по силамъ и къ пользѣ, такъ оно просто, ясно, изящно и строго.

Заслуживаетъ полнаго вниманія попытка г. Згурскаго изложить логическую схему геометріи: логикѣ геометріи отведено значительное мѣсто въ книгѣ. Къ сожалѣнію этотъ анализъ процесса дедуціи, послѣдовательно раскрывающагося въ мысли ученика, вмѣсто того чтобы слѣдовать по пятамъ этого процесса, подчеркивая шаги его, въ книгѣ г. Згурскаго предшествуетъ ему, что даетъ этому анализу характеръ синтетическій, отвлеченный. Именно прежде изложенія теоремъ, г. Згурскій объяс-

*) Методы геометріи, переводъ изъ упомянутого сочиненія Дюгамеля. Сиб. 1880, стр. 42.

няетъ, что такое выводъ; при такомъ порядкѣ авторъ поставленъ въ необходимость примѣрами вывода (силлогизма) брать или выводы изъ ариѳметики, или простыя подстановки въ предложеніе двухъ тождественныхъ понятій, какъ напр. прямой уголъ — уголъ, равный своему смежному. Какъ примѣры болѣе сложныхъ выводовъ приводятся доказательства отвлеченныхъ истинъ: если $A=C$, и $B=C$, то $A=B$ или $A_n=B_n$ и т. под.; авторъ пользуется между прочимъ посылкой, что равенство не нарушится отъ замѣны какой либо величины въ немъ—другою *равною*; эта посылка едва ли ясна для начинающаго; вѣдь самое равенство величинъ должно въ разныхъ частныхъ случаяхъ разъясняться опредѣленіями. Вслѣдъ за этимъ г. Згурскій классифицируетъ теоремы и излагаетъ зависимость между ними въ видѣ отвлеченныхъ логическихъ теоремъ на буквахъ, поясняя изложеніе или безцвѣтными примѣрами изъ ариѳметики или непонятными ученику примѣрами изъ теоремъ, которыя будутъ дальше доказаны, а въ данномъ мѣстѣ должны быть приняты на вѣру. И только уже послѣ такого анализа теоремъ начинается ихъ изложеніе. Такимъ образомъ г. Згурскій предлагаетъ изучающему систему извѣстнаго схоластика, который, начавъ тонуть, рѣшилъ, что не будетъ больше купаться, пока не выучится плавать; вмѣсто дедуктивнаго процесса *a posteriori, in actu*, ученикъ по способу г. Згурскаго долженъ сперва изучить его *a priori, in spe*, поупражнявшись въ воздушныхъ логическихъ операціяхъ; тогда только ему позволить окунуться въ настоящую геометрію. Такой порядокъ, конечно, покажется труднымъ для начинающаго, а повторяющій предпочтетъ брать примѣры для анализа логическихъ операцій болѣе характерные, чѣмъ тѣ безцвѣтные, которые поневолѣ приводитъ г. Згурскій при избранномъ имъ порядкѣ.

Уже съ первыхъ шаговъ въ геометріи открывается богатѣйшій матеріалъ для такого анализа, для нахожденія общихъ логическихъ принциповъ, въ родѣ напримѣръ прекрасно выраженаго въ упомянутой геометріи Руже и Комберуса принципа: *lors que dans une proposition ou dans une série de propositions on a fait toutes les hypothèses possibles sur un sujet déterminé et que ces hypothèses ont conduit à des conclusions respectives essentiellement distinctes et dont chacune exclut toutes les autres, on peut affirmer que les réciproques des propositions établies sont toutes vraies*. Геометрическія мѣста, напримѣръ, представляютъ типичнѣйшіе примѣры зависимости теоремъ прямой, обратной и двухъ противныхъ: для доказательства, что рассматриваемое протяженіе есть геометрическое мѣсто, необходимо и достаточно доказать двѣ теоремы: прямую и обратную или, если угодно, прямую и противную. При живомъ и своевременномъ анализѣ стануть послѣдовательно выясняться многіе частные принципы, въ родѣ слѣдующаго, который поясню на частномъ примѣрѣ, взятomъ изъ той же образцовой французской геометріи: доказавъ, что противъ равныхъ угловъ лежатъ равныя стороны и наоборотъ (чрезъ переворачиваніе равнобедреннаго треугольника обратной стороной плоскости и соотвѣщенія съ нимъ самимъ) обращаемъ вниманіе на то, что биссекторъ угла при вершинѣ 1) проходитъ чрезъ вершину, 2) чрезъ середину основанія, 3) перпендикулярно къ основанію и 4) дѣлитъ уголъ при вершинѣ пополамъ. Вспоминая, что каждыя два изъ этихъ условий, а последнее и одно, достаточны для опредѣленія прямой, приходимъ къ заключенію, что тамъ гдѣ существуетъ 4-е свойство или какія либо два изъ остальныхъ, тамъ будутъ и всѣ другія—такимъ образомъ является сразу доказаннымъ рядъ теоремъ о равнобедренномъ треугольникѣ.

Подобные приведеннымъ общіе и частные принципы, будучи открыты и разъяснены на частныхъ примѣрахъ, легко отвлекаются отъ этихъ частныхъ примѣровъ и прилагаются къ дальнѣйшему развитію дедуктивной системы науки.

Г. Флоринскій (Кіевъ).

ЗАДАЧИ.

№ 458. Показать, что сумма n первых дробей ряда

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2.3}, \frac{1}{3.4}, \frac{1}{4.5}, \dots$$

меньше единицы и отличается от нея на $\frac{1}{n+1}$.

(Займств.) Я. Тепляковъ.

№ 459. Доказать, что сумма квадратовъ диагоналей всякаго параллелепипеда равна суммѣ квадратовъ всѣхъ его двѣнадцати реберъ.

С. Писаревъ (Черниговъ).

№ 460. Определить сумму n членовъ ряда

$$\frac{a+1}{2} + \frac{a+3}{4} + \frac{a+7}{8} + \frac{a+15}{16} + \dots + \frac{a+2^n-1}{2^n}.$$

Н. Извольскій (Тула).

№ 461. Доказать, что произведеніе разстояній ортоцентра и центра описаннаго около треугольника круга отъ одной изъ сторонъ треугольника равно произведенію разстояній тѣхъ-же точекъ отъ какой нибудь изъ остальныхъ его сторонъ.

Н. Паатовъ (Тифлисъ).

№ 462. Составить рядъ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$, члены котораго обладали бы слѣдующими свойствами: если остановиться на n -омъ членѣ ряда, то можно образовать всякое число, заключающееся между 1 и $k(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$, умножая нѣкоторые члены ряда на числа, не превышающія постояннаго числа k , и складывая или вычитая другъ изъ друга полученные произведенія; всякое число можетъ быть составлено только однимъ опредѣленнымъ способомъ.

Показать, что этимъ рядомъ, при частномъ значеніи k , рѣшается извѣстная задача о раздѣленіи пуда на 4 части такимъ образомъ, чтобы можно было, комбинируя ихъ, имѣть всѣ разновѣски отъ фунта до пуда.

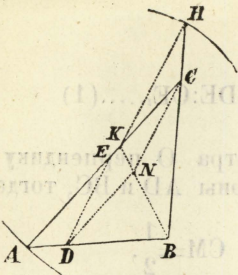
В. Каланъ (Одесса).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 142. Показать, что если чрезъ точку Е пересѣченія діагоналей четырехугольника, вписаннаго въ окружность, проведемъ хорду, дѣлящуюся въ точкѣ Е пополамъ, то часть этой хорды, заключенная между двумя противоположными сторонами четырехугольника, въ точкѣ Е также дѣлится пополамъ.

Такъ какъ въ треугольникахъ ADE и BCE (фиг. 30) углы соответственно равны, то треугольники подобны и изъ подобія ихъ имѣемъ:

Фиг. 31.



въ точкѣ N; $ND \parallel AC$ до встрѣчи со стороною AB въ точкѣ D и, наконецъ, $DE \parallel CN$ до встрѣчи со стороною AC въ точкѣ E. Точки D и E и суть искомыя. Въ самомъ дѣлѣ, такъ какъ три равныя прямыя: BA, AK, KN пропорціональны тремъ прямымъ; BD, DN, NC, то эти послѣднія равны между собою, а такъ какъ

$$\text{DN}=\text{EC} \text{ и } \text{NC}=\text{DE},$$

TO

$$BD=DE=EC.$$

II. *Святии́ковъ* (Троицкѣ), *С. Шатуновскій* (Кам.-Под.), *П. Трипольскій* (Полтава). Ученики: Ром. р. уч. (6) *Н. К.*, Вор. к. к. (7) *А. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*

№ 367. Данъ кругъ и прямая внѣ его. Изъ произвольной точки A этой прямой проведена касательная къ кругу AB . Изъ центра круга опущенъ на данную прямую перпендикуляръ OC , изъ основанія этого перпендикуляра C проведена къ кругу вторая касательная CD . Показать, что изъ касательныхъ AB , CD и отрезка прямой AC всегда можно построить прямоугольный треугольникъ.

Соединимъ точки А, В и D съ центромъ О, тогда изъ прямоугольныхъ треугольниковъ АОВ, АОС и СОD имѣемъ:

$$AB^2 = AO^2 - OB^2,$$

$$AO^2 = AC^2 + OC^2,$$

$$OD^2 = OB^2 = OC^2 = CD^2.$$

Первое равенство, на основаніи двухъ послѣднихъ можно написать еще такимъ образомъ.

$$AB^2 = (AC^2 + OC^2) - (OC^2 - CD^2),$$

ИЛИ

$$AB^2 = AC^2 + CD^2,$$

а это есть условие достаточное и необходимое для образования прямо-
угольного треугольника изъ отрёзковъ АВ, CD и AC.

И. Кр... овъ и Ѳ. Кондратьевъ (Иван-Возн.), *Н. Артёмьевъ* (Спб.), *Г. Ем-
стьевъ* (Севаст.), *М. Сухановъ* (ст. Усть-Медв.), *В. Соллертинскій* (Гатчино), *Ст.
Вронскій* (Севастополь). Ученики: Корич. г. (8) *Н. Б.*, Кременч. г. (5) *І. Т.*, Симб.
к. к. (?) *Н. П.*, Курск. г. (6) *В. Х.*, (7) *С. Д.*, *А. П.*, *М. И.*, (8) *И. К.*, Кіевск. 1-й
г. (8) *В. Б.*, Кая.-Под. г. (7) *А. Р.*, (6) *Я. М.*, Спб. Екат. г. (6) *В. М.*, Полт. Дух.
Сем. (3) *С. Э.*, Ектрсл. г. (6) *А. С.*, Урюп. р. уч. (6) *П. У—ъ*, Тифл. 1-й г. (6)
М. А., Вор. к. к. (6) *Г. У.* и *Н. В.*, Измаил. прог. (6) *И. К.*, 1-й Спб. г. (7) *А. К.*,
Вят. р. уч. (7) *И. П.*, Тифл. р. уч. (7) *Н. П.*, Оренб. г. (8) *Ан. П.*

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кієвъ, 13 Іюня 1889 г.

Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К^о.

Обложка
щется

Обложка
щется