№ 42.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ПОПУЛЯРНО-НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛЪ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕМЪ УЧЕН. КОМИТ. МИН. НАРОДН. ПРОСВ.

РЕКОМЕНДОВАНЪ

для пріобрѣтенія: а) въ фундаментальныя и ученическія библіотеки мужскихъ гимназій, прогимназій и реальныхъ училищъ; б) въ библіотеки учительскихъ институтовъ, семинарій, женскихъ гимназій и городскихъ училищъ.

IV Семестра № 6-й.

ЭК

КІЕВЪ.
Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.
1888.

СОДЕРЖАНІЕ № 42.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ и ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 42.

IV Сем. 5 Марта 1888 г. № 6.

О скорости распространенія свѣта въ металлахъ. (А. Кундта *).

Эта работа проф. Кундта, законченная только недавно, а именно въ Декабрѣ мѣсяцѣ прошлаго (1887) года, касается одного изъ интереснѣйшихъ вопросовъ физики, который однако, вслѣдствіе представляемыхъ имъ трудностей, былъ до сихъ поръ весьма мало изслѣдованъ.

Извѣстно, что когда простой (однородный) лучъ свѣта поступаетъ изъ пустоты въ какую-нибудь среду, то онъ вообще говоря измѣняетъ свое направленіе. Это явленіе называется преломленіемъ свѣта и оно характиризуется такъ называемымъ показателемъ преломленія среды. По современной волновой теоріи свѣта такое измѣненіе въ направленіи луча происходитъ отъ того, что скорость распространенія волнообразнаго движенія эѳира въ преломляющихъ средахъ иная, чѣмъ въ пустотѣ; при этомъ еще численная величина показателя преломленія представляетъ ничто иное, какъ отношеніе скоростей распространенія этихъ волновыхъ движеній въ пустотѣ и въ данной средѣ. Отсюда уже прямо слѣдуетъ, что, для того чтобы опредѣлить относительную скорость свѣта въ какой-нибудь средѣ, стоитъ только опредѣлить ея показатель преломленія.

Существуетъ вообще много различныхъ способовъ для опредѣленія показателей преломленія, но самый простой и къ тому же практичный способъ состоитъ въ наблюденіи отклоненія, претерпѣваемаго какимъ-

*) „Ueber die Brechungsexponenten der Metalle" von A. Kundt. Sitzungsberichte der K. Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. VIII. 1888. Sitzung vom 16 Februar.

нибудь однороднымъ свѣтовымъ лучемъ въ призмѣ, сдѣланной изъ испытуемаго вещества. Но этотъ способъ требуетъ непремѣнно, чтобы данное тѣло было прозрачно, чтобы можно было въ дѣйствительности наблюдать отклоненія свѣтового луча. Но такъ какъ металлы вообще не прозрачны, то для опредѣленія ихъ показателей преломленія этимъ способомъ до проф. Кундта никто и не пользовался. Однако этому ученому удалось послѣ многихъ неудачныхъ попытокъ и массы потраченнаго труда найти способъ приготовлять очень тонкія вполнѣ *прозрачныя* металлическія призмы съ весьма острымъ преломляющимъ угломъ. Дѣйствительно, металлы въ очень тонкихъ слояхъ становятся прозрачными для свѣта, и можно такимъ образомъ, имѣя въ своемъ распоряженіи подобныя призмочки, опредѣлять по обыкновенному уже способу разные показатели преломленія и получить такимъ образомъ непосредственно и относительную скорость распространенія свѣта въ различныхъ металлахъ.

Но и до работы проф. Кундта были сдѣланы кой-какія попытки получить, хотя косвеннымъ путемъ, нѣкоторыя указанія о численной величинѣ показателя преломленія различныхъ маталловъ.

Такъ, напримѣръ, Quincke изъ разныхъ явленій интерференціи, а Wernicke изъ величины поглощенія свѣта, вывели показатель преломленія серебра, но результаты ихъ вычисленій весьма несогласны между собою. Вычисленія-же Beer'a и Voigt'a, основанныя на наблюденіяхъ надъ отраженіемъ свѣта отъ металловъ, даютъ вообще хорошее согласіе. Оба эти ученые нашли, что показатель преломленія серебра и золота *меньше единицы*, мѣди—около единицы, прочихъ-же металловъ—больше единицы. Результатъ этотъ очень интересный; онъ свидѣтельствуетъ, что свѣтъ распространяется въ золотѣ и серебрѣ быстрѣе, чѣмъ въ пустотѣ.

Теперь обратимся къ работѣ проф. Кундта и разсмотримъ сначала какимъ образомъ приготовлялись вышеупомянутыя прозрачныя металлическія призмы. Для этой цѣли надо было сначала приготовить платинированное стекло. Это такое стекло, которое покрыто тонкимъ, вполнѣ прозрачнымъ слоемъ платины. Въ приготовленіи этихъ стеколъ и заключалась сначала одна изъ главныхъ трудностей работы; но наконецъ удалось найти такой составъ жидкости, употребляемой для платинированія, что при прокаливаніи стеколъ при сравнительно низкой температурѣ, при которой поверхность ихъ не подвергалась никакимъ искаженіямъ, а оставалась совершенно плоской, получался на стеклѣ совершенно однородный слой платины. На этомъ слоѣ платины и отлагались затѣмъ гальваническимъ путемъ металлическія призмы Для этого платинированное стекло устанавливалось въ горизонтальномъ положеніи; къ нему вертикально приставлялась (однако безъ касанія) пластинка изъ испытуемаго металла, и въ угловомъ пространствѣ между платинированнымъ стекломъ и пластинкой вводился капиллярный слой раствора соли того-же металла. Пропуская затѣмъ токъ извѣстной силы чрезъ растворъ, на платинѣ отлагалась тонкая, прозрачная двойная призма, наибольшая толщина которой приходилась, очевидно, противъ вертикальной пластинки.

Такія призмы обладали, однако, далеко не всегда плоскими поверхностями, а потому приходилось изъ большого числа приготовляемыхъ призмъ выбирать для наблюденій только лучшія, гдѣ хотя на небольшомъ протяженіи, можно бы было принимать ихъ поверхность за плоскость, что контролировалось особенными наблюденіями.

Но этимъ гальваническимъ путемъ никакъ нельзя было получить хорошихъ платиновыхъ призмъ, и потому для приготовленія этихъ послѣднихъ пришлось прибѣгнуть къ совершено иному пріему. Извѣстно, что платиновая проволока, доведенная проходящимъ чрезъ нее гальваническимъ токомъ до температуры каленія, начинаетъ разсѣивать въ разныя стороны мелкія частицы платины (Zerstäubung). Если приблизить къ такимъ образомъ накаленной проволокѣ стеклянную пластинку, то на этой послѣдней осаждаются частицы платины. Теперь, если платиновую проволоку замѣнить платиновой-же пластинкой, установить ее нормально къ горизонтально лежащему стеклу и накалить, то можно получить, подобно тому какъ раньше электролитическимъ путемъ для другихъ металловъ, двойную, вполнѣ прозрачную призму, состоящую частью изъ платины и частью изъ окиси этого металла. Но эта окись при слабомъ нагрѣваніи сейчасъ-же разлагается, и можно такимъ образомъ весьма легко возстановить призму изъ чистой платины.

Самыя наблюденія заключались въ слѣдующемъ. Испытуемыя призмы устанавливались на большемъ спектрометрѣ, снабженномъ микроскопами для отсчитыванія угловъ. Затѣмъ опредѣлялись, какъ преломляющій уголъ призмы δ, такъ и отклоненіе луча отъ своего первоначальнаго направленія α. Въ наблюденіяхъ проф. Кундта α и δ были очень маленькія величины (вообще меньше $1'$), а потому для вычисленія показателя преломленія n можно было пользоваться слѣдующей простой формулой:

$$n = \frac{\alpha + \delta}{\delta}.$$

Сначала опредѣлялся показатель преломленія для бѣлаго луча (солнце, лампа или электрическая лампа), а затѣмъ для металловъ, обладающихъ замѣтнымъ свѣторазсѣяніемъ, и для красныхъ и синихъ лучей, пропуская для этой цѣли бѣлый свѣтъ солнца или электрической лампы сначала сквозь красныя или синія стекла.

Въ слѣдующей таблицѣ сгруппированы средніе результаты всѣхъ наблюденій надъ чистыми металлами *). Здѣсь n представляетъ показатель пре-

*) Были также произведены наблюденія надъ окисями нѣкоторыхъ металловъ.

ломленія различныхъ металловъ относительно воздуха или, что почти тоже самое, относительно пустоты.

МЕТАЛЛЫ.	Показатель преломленія n.		
	красный лучъ.	бѣлый лучъ.	синій лучъ.
Серебро	—	0,27	—
Золото	0,38	0,58	1,00
Мѣдь	0,45	0,65	0,95
Платина	1,76	1,64	1,44
Желѣзо	1,81	1,73	1,52
Никель	2,17	2,01	1,85
Висмутъ	2,61	2,26	2,13

Изъ этой таблицы видно, что скорость свѣта въ серебрѣ почти вчетверо больше, чѣмъ въ пустотѣ. При этомъ свѣторазсѣяніе (дисперсія) въ серебрѣ на столько мало, что его изъ этихъ наблюденій не удалось совсѣмъ и опредѣлить. Въ золотѣ и мѣди скорость свѣта тоже больше, чѣмъ въ пустотѣ и дисперсія нормальная, то есть синіе лучи преломляются, какъ это обыкновенно и бываетъ, сильнѣе красныхъ. Въ прочихъ-же металлахъ скорость свѣта меньше, чѣмъ въ пустотѣ и дисперсія анормальная. Такъ, напримѣръ въ висмутѣ, красные лучи преломляются значительно сильнѣе синихъ.

Эти замѣчательные результаты въ общихъ чертахъ вполнѣ согласуются съ прежними вычисленіями Beer'a и Voigt'a.

Обративъ вниманіе на то, что численная величина показателя преломленія n обратно пропорціональна относительной скорости свѣта въ соотвѣтствующемъ металлѣ, сейчасъ-же бросается въ глаза, что тѣ металлы, которые лучше проводятъ электричество и теплоту, въ то-же самое время представляютъ и меньше сопротивленія движенію свѣта. Но электрическая и тепловая проводимость какого-нибудь вещества при данной температурѣ есть вполнѣ опредѣленная величина, скорость-же распространенія свѣта есть величина перемѣнная, зависящая отъ длины волны или, что то-же самое, отъ цвѣта простого луча. Но есть основаніе предполагать, что и въ металлахъ, подобно тому, какъ въ прозрачныхъ тѣлахъ, показатель преломленія стремится съ увеличеніемъ длины волны луча къ нѣкоторому опредѣленному предѣлу; соотвѣтствующую этому предѣлу скорость и можно принять за скорость свѣта въ данномъ металлѣ. Поэтому, желая сравнить между собою скорости свѣта въ различныхъ металлахъ, надо за неимѣніемъ лучшаго выбрать для сравненія скорости распространенія красныхъ лучей, какъ ближе лежащихъ къ вышеупомянутому предѣлу.

Принимая такимъ образомъ условно скорость красныхъ лучей въ серебрѣ за 100, скорость тѣхъ-же лучей въ другихъ металлахъ представляется слѣдующими числами:

металлы.	Скорость свѣта.
Серебро.	100
Золото .	71
Мѣдь . .	60
Платина.	15,3
Желѣзо .	14,9
Никель .	12,4
Висмутъ.	10,3

Стоитъ только сравнить этотъ рядъ чиселъ, съ числами данными различными наблюдателями для электрической проводимости, чтобы убѣдиться, что существуетъ въ общихъ чертахъ пропорціональность между скоростью распространенія свѣта въ металлахъ и ихъ электро-, а слѣдовательно и тепло-проводностью. Болѣе значительное отступленіе представляетъ висмутъ, для котораго вообще коэффиціенты электро- и тепло-проводности, данные различными наблюдателями, плохо согласуются между собою.

Эта замѣчательная пропорціональность указываетъ, слѣдовательно, на существованіе тѣсной зависимости между скоростью распространенія свѣта, теплоты и электричества въ томъ-же металлѣ.

Въ заключеніе упомяну о попыткѣ, сдѣланной проф. Кундтомъ, найти подходящее объясненіе для этой интересной зависимости. Онъ принимаетъ, что процессъ передачи теплоты чрезъ теплопроводность состоитъ въ лучеиспусканіи теплоты отъ одного слоя металла къ смежному слою, при чемъ это лучеиспусканіе происходитъ именно со скоростью распространенія свѣта въ соотвѣтствующемъ металлѣ. Далѣе, что въ проводникѣ, чрезъ который проходитъ гальваническій токъ, то нѣчто, что мы называемъ электричествомъ, также перемѣщается со скоростью распространенія свѣта. Эта теорія требуетъ однако дальнѣйшей разработки.

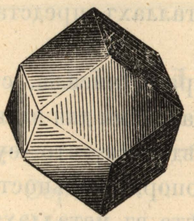
Б. Голицынъ (Страсбургъ).

Ромбическій додекаэдръ.

(Гранатоэдръ).

Возьмемъ кубъ и срѣжемъ его ребра такъ, чтобы рѣжущая плоскость была параллельна ребру и одинаково наклонена къ смежнымъ ребрамъ; если всѣ ребра срѣжемъ одинаковымъ образомъ, то въ результатѣ получимъ новый многогранникъ, въ которомъ ребрамъ куба будутъ соотвѣтствовать 12 шестиугольныхъ граней; грани же куба послѣ срѣзыванія остаются также квадратами меньшихъ размѣровъ. Если мы будемъ продолжать срѣзываніе далѣе, то квадратныя грани будутъ уменьшаться и наконецъ исчезнутъ; въ этомъ послѣднемъ случаѣ мы получимъ *ромбическій додекаэдръ* (двѣнадцатигранникъ) *), который имѣетъ 12 граней, 14 вершинъ и 24 ребра; (фиг. 21) всѣ грани равны и представляютъ ромбы; вершины двухъ родовъ: 8 трегранныхъ вершинъ, соотвѣтствующихъ вершинамъ куба, и 6 четырегранныхъ вершинъ, соотвѣтствующихъ гранямъ куба.

Фиг. 21.



Ромбическій додекаэдръ можетъ быть полученъ также срѣзываніемъ реберъ октаэдра до полнаго исчезновенія граней.

Покажемъ, какъ построить ромбъ, входящій въ составъ поверхности додекаэдра. Прежде всего замѣтимъ, что тупые углы ромбовъ комбинируются въ трехгранныя вершины, а острые углы— въ четырегранныя вершины; каждое ребро упирается однимъ концомъ въ трегранную и другимъ въ четырегранную вершину. Пусть M есть какая нибудь трегранная вершина, MA, MP и MQ—ребра, выходящія изъ этой вершины; углы между этими ребрами равны тупымъ угламъ ромба, разстоянія AP, AQ и PQ между концами реберъ равны большей діагонали ромба. Ребро MA концомъ A упирается въ четырегранную вершину; изъ этой послѣдней вершины выходитъ ребро AB, параллельное MP и находящееся съ нимъ въ одной грани, и ребро AF, параллельное MQ и находящееся съ нимъ также въ одной грани; два ребра AB и AF суть противоположныя ребра четырегранной вершины, уголъ между ними равенъ тупому углу ромба, разстояніе BF концовъ этихъ реберъ равно большей діагонали. Пусть A вышеупомянутая четырегранная вершина, AB, AM, AF и AG—ребра, выходящія изъ этой вершины; пересѣкая додекаэдръ плоскостью, проходящею чрезъ концы этихъ реберъ, получимъ въ сѣченіи квадратъ, сторона котораго равна меньшей діагонали ромба; діагональ квадрата, какъ показано выше, равна большей діагонали ромба. Отсюда слѣдуетъ, чтобы діагонали ромба относятся между собою какъ діагональ квадрата къ его сторонѣ, т. е. отношеніе діагоналей ромба равно $\sqrt{2}$; такой ромбъ легко построить.

Если мы пересѣчемъ додекаэдръ такъ, чтобы плоскость сѣченія проходила чрезъ двѣ пары противоположныхъ четырегранныхъ вершинъ, то въ сѣченіи получимъ квадратъ, сторона котораго равна большей діагонали ромба; діагональ этого квадрата, т. е. разстояніе между про-

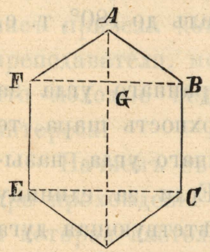
---

*) Въ такой формѣ кристализуется гранатъ, почему въ минералогіи ромбическій двѣнадцатигранникъ часто называется *гранатоэдромъ*. Эта форма принадлежитъ къ *правильной* кристаллографической системѣ, съ тремя взаимно перпендикулярными осями, и характеризуется знакомъ (1 : 1 : ∞), который показываетъ, что каждая грань параллельна одной изъ осей, и пересѣкаетъ двѣ другія на равныхъ разстояніяхъ отъ центра.

тивоположными четырегранными вершинами (крист. ось), равна удвоенной меньшей діагонали.

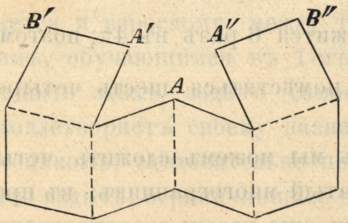
Если мы пересѣчемъ додекаэдръ плоскостью, проходящею чрезъ двѣ противоположныя четырегранныя вершины A и D и чрезъ четыре трегранныя вершины, то въ сѣченіи получимъ шестиугольникъ ABCDEF (фиг. 22), четыре стороны котораго AB, AF, DC и DE равны сторонамъ ромба, двѣ же остальныя стороны BC и EF суть меньшія діагонали ромба; діагонали BF и CE шестиугольника равны большей діагонали ромба; діагональ AD равна удвоенной меньшей діагонали ромба.

Фиг. 22.



Поставивъ додекаэдръ такъ, чтобы двѣ противоположныя четырегранныя вершины находились на одной вертикальной линіи, будемъ имѣть четыре грани вверху, четыре внизу и четыре боковыя грани. Сдѣлавъ разрѣзъ по верхнимъ краямъ двухъ противоположныхъ боковыхъ граней и по нижнимъ краямъ двухъ остальныхъ боковыхъ граней, мы раздѣлимъ поверхность двѣнадцатигранника на двѣ равныя части, каждая изъ которыхъ имѣетъ одну четырегранную и двѣ трегранныя вершины. Въ каждой половинѣ поверхности сдѣлаемъ три разрѣза по тремъ ребрамъ, выходящимъ изъ одной четырегранной вершины, оставляя неразрѣзаннымъ четвертое ребро, соединяющее эту вершину съ краемъ; послѣ этого мы можемъ половину поверхности развернуть на плоскость и получимъ слѣдующую фигуру (фиг. 23).

Фиг. 23.



Обратно, если мы эту фигуру свернемъ такъ, чтобы точки A, A′ и A″ совпали и прямая A′B′ совмѣстилась съ A″B″, то получимъ половину поверхности ромбическаго додекаэдра.

Вычислимъ теперь уголъ между двумя смежными гранями. Грани додекаэдра параллельны ребрамъ куба; оба многогранника имѣютъ общій центръ, поэтому перпендикуляры изъ центра на грани додекаэдра совпадутъ съ перпендикулярами изъ центра на ребра куба. Если означимъ чрезъ a ребро куба, то $a\sqrt{2}$ есть діагональ его грани, $\frac{1}{2}a\sqrt{2}=\frac{a}{\sqrt{2}}$ есть длина перпендикуляра изъ центра куба на ребро. Разстояніе между срединами двухъ смежныхъ реберъ тоже равно $\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{2}{\sqrt{2}}$. Отсюда слѣдуетъ, что треугольникъ, двѣ вершины котораго находятся на срединахъ двухъ смежныхъ реберъ куба, а третья въ центрѣ, есть равносторонній. Поэтому уголъ между перпендикулярами, опущенными изъ центра на два смежные ребра куба, равенъ 60°; такой же уголъ будетъ между перпендикулярами, опущенными изъ центра на двѣ смежныя грани гранатоэдра; уголъ между гранями дополняетъ этотъ уголъ до 180°, т. е. равенъ 120°.

Если мы примемъ вершину какого нибудь многограннаго угла за центръ и опишемъ радіусомъ, равнымъ единицѣ, поверхность шара, то часть этой поверхности, заключенная внутри многограннаго угла, называется *отверстіемъ* или *мѣрою* многограннаго угла. Если за единицу мѣры угловъ примемъ такой центральный уголъ, соотвѣтствующая дуга котораго равна по длинѣ радіусу, то мѣра многограннаго угла равна $S—(n—2)\pi$, гдѣ S есть сумма двугранныхъ угловъ и n—число граней многограннаго угла. Доказать эту теорему предоставляемъ самому читателю.

Каждый двугранный уголъ додекаэдра по указанному выше способу измѣренія равенъ $\frac{2}{3}\pi$. Для трегранного угла $S=2\pi$, $n=3$; слѣдовательно мѣра трегранного угла равна π. Поверхность шара, описаннаго радіусомъ равнымъ единицѣ, равна 4π; въ этой поверхности мѣра трегранного угла заключается четыре раза. Отсюда слѣдуетъ, что четыре трегранные угла додекаэдра, будучи сложены вмѣстѣ, заполняютъ собою все пространство.

Для четырегранного угла $S=\frac{8}{3}\pi$, $n=4$; слѣдовательно мѣра четырегранного угла равна $\frac{2}{3}\pi$. Эта мѣра содержится 6 разъ въ 4π; поэтому около одной точки безъ промежутка могутъ помѣститься шесть четырегранныхъ угловъ гранатоэдра.

Такимъ образомъ шесть гранатоэдровъ мы можемъ сложить четыреугольными вершинами и получимъ звѣздчатый многогранникъ; въ промежутки можемъ вложить трегранными углами еще восемь гранатоэдровъ, получимъ новый звѣздчатый многогранникъ и т. д. Совѣтуемъ читателю воспроизвести эти фигуры изъ картона.

Кромѣ разсмотрѣннаго нами, существуетъ еще ромбическій тридцатигранникъ, который получается срѣзываніемъ реберъ правильнаго двѣнадцатигранника (пентагональнаго додекаэдра) или двадцатигранника (икосаэдра) до исчезновенія граней. Предоставляемъ самому читателю изслѣдовать подробно этотъ тридцатигранникъ.

Пр. *В. Ермаковъ*.

Нѣсколько замѣчаній о преподаваніи математики.

Въ настоящей статьѣ мы изложимъ вкратцѣ тѣ выводы, къ которымъ насъ привела довольно продолжительная учительская служба. Опытные преподаватели, можетъ быть, найдутъ здѣсь мало новаго, но мы надѣемся, что молодые педагоги прочтутъ наши замѣчанія не безъ нѣкотораго интереса.

Начнемъ съ указанія на весьма крупную ошибку, которую дѣлаютъ при прохожденіи элементарныхъ частей гимназическаго курса математики и которая настолько вошла въ обычный порядокъ вещей, что повліяла на составленіе наиболѣе распространенныхъ и наилучшихъ нашихъ учебниковъ и задачниковъ. Эта ошибка состоитъ въ томъ, что ученикамъ низшихъ классовъ предлагаются, преимущественно по ариѳметикѣ, не-непомѣрно трудныя задачи и очень часто недоступныя для нихъ доказательства. Вслѣдствіе этого являются трудности, на преодолѣніе которыхъ безполезно тратится очень много энергіи и времени, главная же цѣль, которой должно достигнуть преподаваніе ариѳметики въ первыхъ двухъ классахъ, совершенно упускается изъ виду. Въ справедливости сказаннаго легко убѣдиться, предложивши каждому образованному человѣку, не забывшему еще дѣйствій надъ дробями, любой задачникъ для рѣшенія задачъ подъ рядъ. Нѣтъ сомнѣнія, что надъ большинствомъ изъ нихъ онъ порядочно призадумается, нѣкоторыхъ же совершенно не рѣшитъ. Такимъ образомъ рѣшеніе ариѳметическихъ задачъ не легко дается и взрослому, между тѣмъ какъ оно ставится въ обязанность дѣтямъ, обучающимся въ 1-мъ и 2-мъ классѣ. Конечно, они не могутъ рѣшать этихъ задачъ самостоятельно, но вѣдь задача только тогда и удовлетворяетъ своему назначенію, если вполнѣ самостоятельно рѣшается ученикомъ; слѣдовательно не мѣшало бы выбросить изъ курса большинство задачъ, ограничившись передѣлкой только доступныхъ. Однако многіе преподаватели предлагаютъ весьма значительное количество подобныхъ задачъ, не рѣшаясь быть въ разногласіи съ принятымъ обычаемъ, или же, приписывая такимъ задачамъ неопредѣленное свойство развивать учениковъ. А чтобы ученики справлялись съ ними или, хотя бы представили рѣшенія на бумагѣ, употребляются различные пріемы, начиная отъ обильной постановки единицъ и кончая усердною подготовкою учениковъ къ рѣшенію такихъ задачъ.—Съ послѣднею цѣлью показываютъ ученикамъ необходимый пріемъ на примѣрѣ и затѣмъ предлагаютъ рядъ подходящихъ къ этому примѣру случаевъ; ученики и заучиваютъ механическій пріемъ, необходимый для рѣшенія задачи, высказанной извѣстнымъ образомъ. Добившись этого, преподаватель на всегда замѣчаетъ, что достаточно измѣнить иногда формулировку задачи, чтобы ученики потерялись, не зная, можно ли примѣнить прежній пріемъ къ задачѣ, высказанной другими словами. Иногда преподаватель для уясненія задачи составляетъ по ея условіямъ уравненіе, отличающееся отъ алгебраическаго развѣ тѣмъ, что въ него входитъ только *одна* буквенная величина x, забывая, что алгебраическія обозначенія поясняютъ содержаніе задачи только ему, учителю, давно привыкшему къ нимъ, но не ученикамъ, впервые встрѣчающимся съ алгебраическими обозначеніями. Практика приводитъ тогда къ необходимости ознакомить учениковъ съ алгебраическими обозначеніями и, вѣроятно вслѣдствіе этого, въ задачникахъ находятся цѣлые отдѣлы задачъ на нахожденіе численныхъ результатовъ весьма сложныхъ выраженій, содержащихъ многочлены и въ большомъ изобиліи скобки. Рѣшить такія задачи самостоятельно еще труднѣе ученикамъ низшихъ классовъ; въ самомъ дѣлѣ, если учениковъ, начинающихъ алгебру въ 3-мъ классѣ, трудно пріучить къ употребленію скобокъ, то какъ могутъ справляться съ ними ученики 2-го класса, которымъ и не объясняется систематически ихъ употребленіе. Пожалуй, слѣдуя за примѣромъ, который учитель передѣлалъ, они будутъ рѣшать задачи даннаго вида, но малѣйшій новый случай будетъ ставить ихъ въ тупикъ.—Кромѣ непосильныхъ задачъ въ курсѣ ариѳметики низшихъ классовъ вводятся доказательства многихъ теоремъ о пропорціяхъ, которыя могутъ быть удовлетворительно сдѣланы только съ помощью алгебраическихъ пріемовъ и обозначеній, и цѣлая статья о дѣлимости чиселъ. Нѣтъ сомнѣнія, что знаніе признаковъ дѣлимости облегчаетъ нѣкоторыя вычисленія; но ученикамъ низшихъ классовъ можно давать эти признаки безъ доказательства, ограничиваясь лишь подтвержденіемъ ихъ на примѣрахъ.

Единственная и весьма важная цѣль, которую имѣетъ преподаваніе ариѳметики въ низшихъ классахъ, состоитъ въ томъ, чтобы пріучить учениковъ вѣрно и быстро совершать четыре первыя дѣйствія надъ цѣлыми числами и дробями, ясно сознавая значеніе всѣхъ, употребляемыхъ при этомъ пріемовъ, и легко примѣнять эти дѣйстія къ рѣшенію задачъ, содержаніе которыхъ ясно и безъ всякой двусмысленности показываетъ, какія дѣйствія необходимо употребить для ихъ рѣшенія. На самомъ же дѣлѣ ученикамъ предлагается множество непосильныхъ задачъ, различные алгебраическіе пріемы и недоступныя доказательства, главная же цѣль, благодаря недостатку времени, въ значительной степени упускается изъ виду. Въ результатѣ оказывается, что въ 3-мъ классѣ есть много учениковъ, которыхъ затрудняютъ дѣйствія съ дробями, и что всѣ они, вообще, довольно медленно и плохо считаютъ. Но тутъ ученикамъ приходится усвоивать новыя опредѣленія, пріучаться къ болѣе отвлеченнымъ понятіямъ и тогда уже некогда думать о пополненіи пробѣловъ. Рѣшеніе численныхъ примѣровъ затрудняетъ учениковъ, благодаря плохому знанiю ариѳметики. Такимъ образомъ незнанiе или плохое знанiе ариѳметики и недостаточный навыкъ къ вычисленiямъ отражается на алгебрѣ, начала которой плохо усвоиваются учениками. А тутъ и въ алгебрѣ являются непосильныя задачи въ отдѣлѣ уравненiй первой степени съ однимъ неизвѣстнымъ; большинство задачъ этого отдѣла таково, что ихъ слѣдовало бы предлагать на составленiе уравненiй съ двумя или большимъ числомъ неизвѣстныхъ; если же требуется составлять одно уравненiе съ однимъ неизвѣстнымъ, то приходится мысленно исключать одно неизвѣстное, что представляетъ ученикамъ большiя трудности.

Теперь посмотримъ, какихъ результатовъ мы добиваемся, затрудняя учениковъ непосильными требованiями. Прежде всего среднiй ученикъ начинаетъ сомнѣваться въ своихъ способностяхъ; по его мнѣнiю, какъ онъ ни трудись, какъ ни думай, большинство задачъ не можетъ быть рѣшено имъ вполнѣ самостоятельно, равнымъ образомъ не могутъ быть поняты нѣкоторыя части теоретическаго курса. Неувѣренность въ своихъ способностяхъ приводитъ къ тому, что онъ готовитъ уроки, заучивая доказательства наизусть, задачи же списываются у болѣе способныхъ товарищей или у тѣхъ, которые имѣютъ репетиторовъ; или, наконецъ, покупаетъ одну изъ книжекъ, издаваемыхъ особаго рода спекулянтами, въ которой помѣщаются рѣшенiя задачъ наиболѣе распространенныхъ учебниковъ. Такiе ученики отвѣчаютъ бойко, даже безъ ошибокъ, и только изрѣдка въ ихъ отвѣтахъ проскальзываютъ нелѣпости, которыя они спокойно произносятъ, не подозрѣвая даже, что ихъ отвѣтъ невѣренъ.—Однако, иногда, отвѣтъ ученика бываетъ вполнѣ безукоризненъ; тогда преподаватель приходитъ къ убѣжденiю, что ученикъ знаетъ урокъ, и, не имѣя времени для повѣрки этого убѣжденiя рядомъ вопросовъ, предложенныхъ ученику, переходитъ къ другому. Ученикъ же укрѣпляется въ мнѣнiи, что онъ удовлетворилъ всѣмъ требованiямъ учителя. Если же случится, что преподавателю удастся въ концѣ концовъ обнаружить непониманiе ученика и онъ поставитъ ученику неудовлетворительную отмѣтку, то этотъ послѣднiй вполнѣ искренно считаетъ себя обиженнымъ, настолько въ немъ укоренилось убѣжденiе, что отъ него ничего больше не требуется, кромѣ знанiя урока наизусть. Слѣдствiемъ этого является совершенно пассивное отношенiе учениковъ къ преподаванiю; они не интересуются предметомъ, не стараются вникнуть въ сущность доказательствъ и шалятъ на урокахъ, если преподаватель слабохарактерный и дисциплина въ заведенiи—слабая; при строгой же дисциплинѣ у строгаго преподавателя сидятъ смирно, но безсмысленно, и въ головахъ, не занятыхъ дѣломъ, проходитъ цѣлая вереница представленiй, не имѣющихъ съ математикой ничего общаго. Кромѣ того у нѣкоторыхъ учениковъ постепенно развивается привычка считать извѣстными, а слѣдовательно понятными вещи, которыхъ они совершенно не понимаютъ. Въ самомъ дѣлѣ, въ низшихъ классахъ ученики не могутъ еще провести строгаго разграниченія между понятными и непонятными вещами; это разграниченіе весьма часто у нихъ сливается съ различіемъ между обыкновенными и необыкновенными вещами, въ этомъ возрастѣ кромѣ того плохо понимаютъ точное значеніе словъ, взятыхъ даже изъ обыкновенной, ежедневной рѣчи, если эти слова выражаютъ сколько нибудь отвлеченныя понятія. Въ такомъ случаѣ отъ учениковъ нельзя требовать, чтобы они сами добивались полнаго выясненія непонятыхъ ими въ курсѣ, вещей, такъ какъ въ ихъ умахъ нѣтъ даже образца для сравненія, который бы показывалъ какова должна быть ясность и отчетливость понятій, чтобы эти понятія могли послужить основаніемъ для вѣрныхъ умозаключеній.—Обременяя учениковъ непосильными требованіями, мы пріучаемъ большинство изъ нихъ ограничиваться нѣкоторою степенью полупониманія, необходимаго для того, чтобы не сбиться, отвѣчая урокъ учителю; въ случаѣ хорошей памяти нѣкоторые ученики, за такіе знанія постоянно получаютъ хорошія отмѣтки и остаются искренно убѣжденными, что они вполнѣ знаютъ и понимаютъ весь пройденный курсъ. Вслѣдствіе дальнѣйшаго накопленія трудныхъ и непонятныхъ вещей это убѣжденіе усиливается съ каждымъ годомъ и нерѣдко остается на всю жизнь. Для ученика, у котораго сложилось такое убѣжденіе, если во время не принять исключительныхъ мѣръ для искорененія неправильнаго взгляда, все дальнѣйшее ученіе потеряно, оно приноситъ ему только вредъ, развивая умственную косность, слѣпую вѣру въ слова учителя или учебника. Послѣ долгаго пребыванія въ школѣ, онъ выходитъ изъ нея, оказываясь менѣе развитымъ, чѣмъ любой человѣкъ, не учившійся вовсе, но котораго практическая жизнь заставляла серьезно задумываться надъ вопросами, хотя бы самыми простыми, но требующими раціональнаго и практически-примѣнимаго рѣшенія, подъ страхомъ различныхъ неудобствъ или физическихъ лишеній. Каждый, кого жизнь сталкивала съ людьми, различными по образованію, согласится съ нами, что между людьми, не получившими никакого образованія, рѣже встрѣчаются неспособные сообразить что либо самостоятельно, конечно изъ области имъ доступной, чѣмъ между людьми, получившими гимназическое, а иногда и высшее образованіе.

Иногда встрѣчаются преподаватели съ противоположными наклонностями, которые, желая сдѣлать предметъ совершенно доступнымъ для учениковъ, впадаютъ въ другую крайность; такіе преподаватели нерѣдко предлагаютъ цѣлые ряды задачъ, требующихъ только механическихъ передѣлокъ по указанному шаблону. Объясняя какое нибудь правило, они слишкомъ много говорятъ о немъ, стараясь его всячески пояснить, забывая, что при обиліи словъ не всегда удается соблюсти научную точность въ выраженіяхъ. У такихъ преподавателей ученики часто скучаютъ въ классѣ, такъ какъ они давно уже сообразили въ чемъ дѣло, а преподаватель все еще продолжаетъ говорить о томъ же; такое преподаваніе, не возбуждая умственной дѣятельности учениковъ, лишаетъ преподаваемый предметъ всякаго интереса.

Какъ изложеніе предмета, такъ и предлагаемыя задачи должны быть приноровлены къ способностямъ средняго ученика, но вмѣстѣ съ тѣмъ то и другое должно требовать отъ него нѣкоторыхъ усилій, должно представлять нѣкоторыя трудности, съ которыми, однако, онъ могъ бы самостоятельно справиться; этому способствуетъ письменное рѣшеніе такихъ задачъ, изъ которыхъ каждая слѣдующая представляетъ нѣкоторыя трудности сравнительно съ предъидущей.

Что сказано о задачахъ, примѣнимо и къ изложенію теоріи; если, соблюдая возможную краткость и сжатость въ изложеніи, преподаватель достигъ того, что ученики его понимаютъ, то слѣдующіе отдѣлы должны быть изложены болѣе сжато и кратко. Въ алгебрѣ или тригонометріи, гдѣ встрѣчается много передѣлокъ, послѣднее достигается тѣмъ, что пропускаются нѣкоторыя легкія передѣлки и предлагается ученикамъ мысленно ихъ пополнить. Можно остановиться при изложеніи, оставляя ученикамъ время догадаться откуда явилось данное выраженіе; это нравится даже ученикамъ, такъ какъ возбуждаетъ ихъ интересъ и даетъ поприще для самостоятельной работы мысли; тогда какъ не въ мѣру растянутое изложеніе, не требуя отъ учениковъ никакого активнаго участія, перестаетъ ихъ интересовать, они начинаютъ пассивно относиться къ нему, пропускаютъ многое изъ сказаннаго и, потерявъ руководящую нить, перестаютъ даже понимать то, что имъ излагаютъ.—Сама растянутость изложенія, увеличивая время, въ которое вниманіе учениковъ должно быть въ напряженномъ состояніи, утомляетъ ихъ больше, чѣмъ при переходѣ ихъ умственной дѣятельности отъ пассивной работы къ активной и на оборотъ.—Послѣ изложенія чего бы то ни было законченнаго, никогда не слѣдуетъ немедленно переходить къ слѣдующему выводу, не предложивъ предварительно, хотя бы самой легкой задачи на примѣненіе доказаннаго. Благодаря этому, во первыхъ вниманіе учениковъ меньше утомляется, во вторыхъ имъ дается возможность представить себѣ изложенное болѣе конкретно, связавъ его съ извѣстными уже положеніями, что значительно содѣйствуетъ его усвоенію. Не слѣдуетъ слишкомъ долго держать вниманіе учениковъ въ напряженномъ состояніи, а для этого необходимо все второстепенное отдѣлять отъ хода главнаго разсужденія и первое излагать раньше послѣдняго; при соблюденіи этого правила можно иногда сложные выводы лишить всей ихъ трудности. Слишкомъ длинные выводы, кромѣ своей утомительности не даютъ развиться самодѣятельности учениковъ; боясь отвлечься въ сторону и потерять нить разсужденія, они совершенно рабски слѣдуютъ за малѣйшими подробностями изложеннаго въ учебникахъ, когда же послѣ продолжительнаго труда запомнятъ наконецъ выводъ, у нихъ уже не остается больше ни охоты ни энергіи, чтобы критически отнестись къ выводу, разсмотрѣть различные допустимые случаи и т. д., что необходимо для совершеннаго усвоенія вывода. Примѣромъ длиннаго вывода можетъ служить распространеніе формулы Ньютонова бинома на дробные и отрицательные показатели степени, какъ оно изложено, напримѣръ, въ учебникѣ пр. Сомова. Намъ могутъ возразить, что необходимо пріучать учениковъ къ преодолѣванію трудностей, мы же отвѣтимъ на это, что программы нашихъ школъ весьма обширны, времени же очень мало, что большинство учениковъ не успѣваетъ вполнѣ усвоить курса, что учитель долженъ стараться по возможности выгадать больше времени, чтобы передѣлать съ учениками побольше задачъ, необходимыхъ для поясненія курса, и, наконецъ, что чѣмъ доступнѣе будемъ излагать науку, тѣмъ большую часть ея сможемъ захватить. Преподаватель долженъ помнить, что „ars longa, vita brevis est,“ онъ долженъ помнить и то, что за всякій часъ, безполезно потерянный учениками, онъ отвѣчаетъ нравственно передъ обществомъ, ввѣрившимъ ему учениковъ, и имѣющимъ право требовать, чтобы время ученія не было потеряно непроизводительно.

Безполезной тратой времени слѣдуетъ считать и то, когда не дается прямо ученикамъ опредѣленіе какого нибудь дѣйствія, или геометрическаго понятія, или формулировки теоремы въ законченномъ и лучшемъ видѣ, но стараются различными указаніями привести учениковъ къ тому, чтобы они сами сочинили эту формулировку или опредѣленіе. Въ самомъ дѣлѣ, этого можно достигнуть не иначе, какъ приводя рядъ примѣровъ, подходящихъ подъ данное понятіе; ученики при этомъ не знаютъ на какую сторону каждаго примѣра имъ слѣдуетъ обратить вниманіе, одновременно же удержать въ памяти всѣ примѣры большинство не можетъ. Но, предполагая даже, что весь классъ состоитъ изъ способныхъ и внимательныхъ учениковъ, все таки они не могутъ дать вѣрной формулировки безъ цѣлаго ряда неудачныхъ попытокъ, и когда наконецъ съ неизбѣжною помощью учителя имъ удается это сдѣлать, то умы ихъ будутъ на столько утомлены, что послѣднее впечатлѣніе оставитъ только слабый слѣдъ; благодаря этому, при воспоминаніи прослушаннаго въ классѣ, то и дѣло будутъ всплывать впечатлѣнія, оставленныя невѣрными опредѣленіями въ свѣжихъ еще умахъ и заглушать послѣднее; время, употребленное на эту работу, принесетъ отрицательный результатъ.

Желая дать ученикамъ формулировку теоремы, опредѣленія или какого нибудь закона, слѣдуетъ ихъ прежде подготовить къ этому, пояснивъ значеніе нѣкоторыхъ непонятныхъ словъ, которыя могутъ въ ней встрѣтиться и затѣмъ ее высказать въ законченномъ видѣ; послѣ этого ихъ слѣдуетъ заставить повторить ее и нѣсколько разъ, поясняя при этомъ необходимость словъ, которыя они будутъ пропускать, и не раньше переходить къ доказательствамъ, какъ послѣ того, когда весь классъ безъ ошибки будетъ въ состояніи ее повторить.

Многіе, въ особенности начинающіе преподаватели высказываютъ мнѣніе, что до прохожденія систематическаго курса полезно было бы проходить пропедевтику предмета; но легко видѣть, что такая пропедевтика окажется полезной развѣ въ приготовительныхъ классахъ, гдѣ она могла бы представить хорошій матеріалъ для такъ называемыхъ предметныхъ уроковъ. Полезно было бы ученикамъ этихъ классовъ, въ виду дальнѣйшаго ученія, если бы имъ показать нѣкоторыя геометрическія тѣла, ознакомить съ названіями ихъ элементовъ, заставить сосчитать ребра, грани и т. д., такимъ образомъ во впечатлительныхъ умахъ дѣтей остались бы конкретныя представленія, которыя могли бы послужить основаніемъ для отвлеченныхъ понятій курса высшихъ классовъ. Пропедевтика, введенная во 2-мъ и 3-мъ классахъ, вела бы за собою напрасную потерю времени и отклоняла бы отъ главной цѣли преподаваніе математики. Главная цѣль преподаванія математики, кромѣ сообщенія ученикамъ необходимыхъ свѣдѣній, есть пріученіе ихъ къ яснымъ и вполнѣ опредѣленнымъ понятіямъ, къ точному выраженію этихъ понятій, къ строгому сужденію, а это достигается только научнымъ прохожденіемъ предмета; только научное изложеніе можетъ выучить учениковъ *чувствовать* силу доказательства. Можно, въ виду малаго развитія учениковъ, проходитъ предметъ элементарно, наглядно пояснять его многими примѣрами и задачами, но никогда не слѣдуетъ уклоняться отъ неизбѣжной точности въ выраженіяхъ или строгости въ доказательствахъ. Подготовительный курсъ только тѣмъ можетъ отличаться отъ систематическаго, что вмѣсто строгихъ доказательствъ въ немъ даются наглядныя объясненія; но ничто не препятствуетъ преподавателю дать эти поясненія и въ систематическомъ курсѣ предъ изложеніемъ доказательства, если же мы ограничимся однимъ изложеніемъ, то пріучимъ считать доказанными положенія далеко еще не доказанныя. Кромѣ того такія наглядныя поясненія представляютъ всегда много неопредѣленнаго, благодаря чему въ умахъ учениковъ могутъ образоваться ложныя представленія, искоренить которыя въ послѣдствіи будетъ весьма трудно.

Что сказано о подготовительныхъ курсахъ, мы вовсе не думаемъ распространять на такъ называемое концентрическое прохожденіе предмета; этотъ способъ можетъ оказать весьма значительную услугу преподаванію всѣхъ частей гимназическаго курса математики. Въ самомъ дѣлѣ, если пройти сперва съ учениками существенныя части предмета, то получимъ ту выгоду, что ученики въ болѣе короткое время могутъ имѣть понятіе о всемъ предметѣ и о зависимости между его частями, что даетъ имъ возможность сознательно отнестись къ каждой изъ нихъ, понять ихъ цѣль и взаимную зависимость. Такъ, напримѣръ, при первомъ прохожденіи тригонометріи можно пропустить многія преобразованія тригонометрическихъ формулъ, нахожденіе численныхъ величинъ тригонометрическихъ функцій, чтобы возможно скорѣе перейти къ рѣшенію треугольниковъ, такъ какъ только рѣшая треугольники, ученики поймутъ цѣль введенія тригонометрическихъ функцій.

Въ заключеніе сдѣлаемъ еще нѣсколько замѣчаній, относящихся къ учебникамъ. Составители учебниковъ почему то избѣгаютъ знаковъ, употребляемыхъ въ высшей математикѣ; какъ будто бы потому, что данное слово или знакъ тамъ встрѣчаются, значеніе его должно быть не доступно ученикамъ, и какое нибудь понятіе станетъ болѣе доступнымъ, если его выразимъ или обозначимъ другимъ какимъ либо способомъ. Такъ, напримѣръ, въ алгебрѣ пр. Давидова избѣгается знака Σ, хотя употребленіе его могло бы оказать существенную услугу въ концѣ главы о соединеніяхъ; обозначеніе же, принятое въ учебникахъ, оставляетъ неясность въ умахъ учащихся, такъ какъ имъ приходится смотрѣть на величину S то какъ на перемѣнную, то какъ на постоянную. Въ статьѣ о нахожденіи наибольшаго и наименьшаго значеній тречлена, когда ученики должны совершенно ясно понимать, что въ выраженіи

$$y = \mathrm{A}x^2 + \mathrm{B}x + \mathrm{C}$$

величина y, какъ функція x, должна быть перемѣнной величиной, замѣняютъ ее знакомъ m, который долженъ обзначать частный случай въ измѣненіяхъ

$$\mathrm{A}x^2 + \mathrm{B}x + \mathrm{C},$$

слѣд. величину постоянную. Не понятно, почему бы не означать хотя бы $max.y$ или $min.y$; такое обозначеніе показывало бы, что наибольшая или наименьшая величина есть одно изъ всѣхъ возможныхъ значеній перемѣнной y.

Въ большинствѣ учебниковъ по данному предмету систематически избѣгаются выраженія и формулы, взятыя изъ другого предмета, который проходится учениками въ одно время съ первымъ. Такъ въ алгебрѣ Сомова или Давидова тригонометрическія величины являются только тогда, когда ихъ приходится уже разлагать въ ряды, между тѣмъ весьма было бы полезно ихъ введеніе въ статьяхъ о *maximum* и *minimum*, о мнимыхъ величинахъ, даже при изслѣдованіи уравненій 2-й степени удобно было бы давать задачи, въ которыхъ встрѣчались бы тригонометрическія величины, что значительно разнообразило бы и самыя задачи, и случаи въ нихъ разсматриваемые Введеніе тригонометрическихъ величинъ въ алгебру, давая большую общность выраженіямъ, показало бы ученикамъ, что нельзя забывать внѣ класса всего того, о чемъ рѣчь идетъ въ классѣ; и ученики придавали бы большую важность каждому предмету, если бы знали, что онъ необходимъ и для изученія другихъ.

Р. В. Пржишиховскій (Станишинъ).

Примѣчаніе редакціи. Высказанныя здѣсь г. Пржишиховскимъ мысли и совѣты заслуживаютъ по нашему мнѣнію самаго серьезнаго вниманія со стороны гг. преподавателей математики, и если—какъ это думаетъ самъ авторъ—въ его замѣчаніяхъ нѣтъ ничего особенно новаго, то съ другой стороны—можемъ прибавить отъ себя—они относятся именно къ такимъ, которыя не мѣшаетъ повторять и напоминать нашимъ педагогамъ какъ можно чаще.

Научная хроника.

Астрономія.

Солнечныя пятна и химическіе элементы на солнцѣ. (*Dewar* и *Liveing*. „Sirius". 16. p. 1888).

Авторы, извѣстные своими спектроскопическими работами, при изученіи солнечныхъ пятенъ пришли къ слѣдующимъ результатамъ:

1) Изъ того, что пятно кажется темнѣе поверхности, не слѣдуетъ еще, что оно холоднѣе, такъ какъ для многихъ элементовъ, напр. желѣза, тепловое напряженіе въ ультра-фіолетовой части сильнѣе, чѣмъ въ видимой.

2) Неравномѣрное распредѣленіе линій для пятенъ аналогично и для металловъ.

3) Еще не найденныя на землѣ линіи изъ линій, принадлежащихъ солнечнымъ пятнамъ, не должны непремѣнно принадлежать новымъ элементамъ, такъ какъ многіе элементы еще мало изслѣдованы; авторы нашли, напр., съ церіемъ и титаномъ много новыхъ линій, совпадающихъ съ линіями солнечныхъ пятенъ. Исчезновеніе фраунгоферовыхъ линій (нѣкоторыхъ) можетъ зависѣть отъ компенсаціи поглощенія и лучеиспусканія.

4) Линія 4923 вѣроятно не принадлежитъ желѣзу.

5) Въ нѣкоторыхъ мѣстахъ въ высокихъ областяхъ солнечной атмосферы корона вслѣдствіе паденія твердыхъ частицъ можетъ быть сгущена.

Бхм.

Библіографическіе отчеты, рецензіи и пр.

Двухсотлѣтіе памяти Ньютона (1687—1887). Рѣчи, читанныя въ соединенномъ засѣданіи Императорскаго Общества Любителей Естествознанія, Антропологіи и Этнографіи и Московскаго Математическаго Общества, 20 го декабря 1887 г., профессорами: *Н. Е. Жуковскимъ, А. Г. Столѣтовымъ, В. К. Цераскимъ* и *В. Я. Цингеромъ*. Съ фототипнымъ снимкомъ заглавнаго листа „Principia" (1-ое изд. 1687 г.) 51 стр. in 8° съ 5 черт. Цѣна 50 к. Москва 1888. (Складъ изданія: Новый Университетъ, кв. Усагина).

Въ концѣ прошлаго учебнаго года, когда исполнилось 200 лѣтъ со времени выхода въ свѣтъ безсмертной книги Ньютона: „Philosophiae naturalis principia mathematica," въ № 24 нашего журнала (см. стр. 288 сем. II), мы напомнили читателямъ въ краткихъ словахъ о неподлежащемъ даже сравненію значеніи этой книги и указали въ общихъ чертахъ ея содержаніе. Желающихъ познакомиться болѣе обстоятельно съ этимъ вопросомъ и вообще съ дѣятельностью этого геніальнаго человѣка, отсылаемъ теперь къ вышеназванной брошюрѣ, заключающей весьма много интересныхъ свѣдѣній и составленной вполнѣ элементарно.

Въ брошюру вошли слѣдующія рѣчи: 1) пр. А. Столѣтова „Жизнь и личность Ньютона," 2) пр. Н. Жуковскаго „Ньютонъ, какъ основатель теоретической механики," 3) пр. В. Цераскаго „Ньютонъ, какъ творецъ небесной механики", 4) пр. А. Столѣтова „Ньютонъ, какъ физикъ" и 5) пр. В. Цингера „Ньютонъ, какъ математикъ."—Назвавъ имена авторовъ, было бы неумѣстнымъ съ нашей стороны дальше расхваливать книжку: всякій кто ее прочтетъ, убѣдится, что она достойна памяти великаго мыслителя и будетъ, вмѣстѣ съ нами, благодаренъ гг. московскимъ ученымъ за то, что, издавъ эти рѣчи отдѣльною брошюрою, они дали возможность и не москвичамъ принять участіе въ юбилейномъ торжествѣ современной науки. *Ш.*

♦ **J. D. Everett'a. Единицы и физическія постоянныя.** Перевели со 2-го англійскаго изданія *П. Н. Вербицкій* и *И. Ѳ. Жеребятьевъ*. Спб. 1888 г. ц. 2 р.

Сочиненіе это, считающееся классическимъ, переведено почти на всѣ европейскіе языки; такъ что переводчики, взявшіе на себя трудъ и рискъ заняться книгою Эверетта, сдѣлали безспорно благое дѣло для небогатой русской литературы по физикѣ.

Вопросъ о выборѣ единицъ разнаго рода, давно уже поставленный на очереди, въ послѣднее время, благодаря трудамъ Британской Ассоціаціи, получилъ почти окончательное рѣшеніе, послѣ того, какъ ученые остановились на центиметрѣ, граммѣ и секундѣ, какъ основныхъ единицахъ, принявши для другихъ величинъ производныя отъ этихъ единицъ.

Книга Эверетта даетъ теорію единицъ и затѣмъ на примѣрахъ указываемъ важность этого вопроса. Позволю себѣ выписать одинъ изъ такихъ примѣровъ (стр. 47, 48). „Время колебанія простого маятника при малыхъ дугахъ зависитъ отъ длины его и напряженности тяжести. Если мы примемъ, что оно измѣняется пропорціонально m-ой степени длины и n-ой степени g и не зависитъ ни отъ чего иного, то измѣренія времени должны быть равны m-ой степени длины, умноженной на n-ую степень ускоренія, т. е.

$$T = L^m (LT^{-2})^n = L^m . L^n . T^{-2n} = L^{m+n} . T^{-2n}.$$

Такъ какъ измѣренія обѣихъ частей уравненія должны быть тождественны, то мы имѣемъ

$$1=-2n, \text{ откуда } n=-\frac{1}{2},$$

а сравнивая показатели L,

$$m+n=0, \text{ откуда } m=\frac{1}{2},$$

т. е. время колебанія прямо пропорціонально корню квадратному изъ длины и обратно пропорціонально корню квадратному изъ g."

Перечисляя различнаго рода физическія постоянныя величины, Эвереттъ не ограничивается указаніемъ числовыхъ величинъ, онъ постоянно указываетъ на взаимную зависимость и соотношеніе постоянныхъ; для лучшаго усвоенія этой зависимости въ книгѣ имѣется достаточное число примѣровъ.

Сочиненіе Эверетта имѣетъ значеніе еще въ одномъ весьма важномъ отношеніи. Наука въ послѣднее время приняла много новыхъ терминовъ, недостаточно еще распространившихся среди не спеціалистовъ по физикѣ; точныя опредѣленія терминовъ, содержащіяся у Эверетта, для такихъ лицъ окажутся весьма кстати.

Понятія эти на столько еще новы, что для большинства изъ нихъ не имѣется на русскомъ языкѣ соотвѣтствующихъ словъ. Поэтому переводчикамъ пришлось иногда прибѣгать къ несовершенно удовлетворительнымъ терминамъ, или же просто передавать иностранныя слова русскими буквами. Такъ какъ эту сторону вопроса (терминологію) я считаю весьма важною, то нѣсколько замѣчаній относительно перевода этихъ терминовъ на русскій языкъ будутъ не лишними.

Единицу силы poundal, переданную переводчиками безъ измѣнія словомъ *паундалъ,* можно было бы назвать *фунтовикомъ*, какъ это уже и встрѣчалось въ нашей литературѣ.

Названіе для двухъ изъ трехъ коэффиціентовъ упругости изотропнаго тѣла, мнѣ кажутся не совсѣмъ удачными: resilience of volume (буквально объемная упругость) лучше было бы назвать объемнымъ коэффиціентомъ упругости, а не словами „объемное сопротивленіе". Названіе для модуля Юнга или продольной упругости тѣла можно признать годнымъ. Simple rigity, переведенное буквально словами „простая твердость," совершенно неудачно; лучше было бы назвать „коэффиціентомъ упругости при сдвигѣ" или просто „упругостью сдвига". „Tenacity (сопротивленіе разрыву) совершенно неправильно передано словомъ „вязкость", такъ какъ для этого понятія въ практической механикѣ выработался терминъ „прочность"; и слово „вязкость" слѣдуетъ сохранить для другого понятія, передаваемаго по англійски словомъ: „viscosity."

Правильность и сообразность терминологіи въ значительной мѣрѣ способствуетъ распространенію отчетливыхъ свѣдѣній; неясная и запутанная терминологія позволяетъ игрою словъ обманывать себя и другихъ при объясненіяхъ явленій. Поэтому желательно, чтобы наши ученыя учрежденія, достаточно авторитетныя для этой цѣли, помогли установленію такой терминологіи. *А. Л. К.*

♦ **Популярныя лекціи объ основныхъ гипотезахъ физики,** доктора физики *О. Хвольсона,* рекомендованы Ученымъ Ком. М. Н. Пр. для среднихъ учебныхъ заведеній, о чемъ будетъ опубликовано въ одномъ изъ ближайшихъ номеровъ Журнала Мин. Н. Просв. Въ виду этого, авторъ вышеназванной книги, о которой мы неоднократно уже упоминали*), понизилъ теперь ея цѣну съ 1 рубля *до 60 коп.*

Задачи.

№ 291. Двѣ торговки пріобрѣли 552 груши, раздѣлили ихъ между собою поровну и условились продавать по одинаковой цѣнѣ. Въ 1-ый день каждая изъ нихъ продала по этой цѣнѣ по 3 десятка. Но груши стали портиться и чѣмъ дальше, тѣмъ скорѣе: въ 1-ый день у каждой торговки испортилось по одной грушѣ, во 2-ой день по 2 груши, въ 3-ій день по три груши и т. д., такъ что вообще въ n-ый день каждая должна была выбросить n грушъ изъ числа остающихся. Тѣмъ не менѣе одна изъ торговокъ держалась разъ назначенной цѣны до конца и продавала всякій день по 3 десятка. Вторая-же, желая скорѣе распродать портящійся товаръ, со второго-же дня начала сбавлять цѣну десятка всякій день на 5 коп. и вслѣдствіе этого каждый день продавала на $1/2$ десятка больше, чѣмъ въ предыдущій. Распродавъ такимъ образомъ всѣ свои груши, она однакожъ съ прискорбіемъ убѣдилась, что ошиблась въ расчетѣ, ибо вся ея выручка оказалась на 2 р. 50 к. меньше общей выручки первой торговки.—Спрашивается, по какой цѣнѣ онѣ условились вначалѣ продавать десятокъ грушъ? *Э. К. Ш.*

№ 292. Въ 1884 г. на испытаніяхъ зрѣлости въ Харьковскомъ учебномъ округѣ была предложена слѣдующая задача по ариѳметикѣ:

„На кирпичномъ заводѣ 20 работниковъ въ 18 дней, работая въ день по
$$\frac{\left[24\frac{68}{105}-23,(571428)\right].\,4,375}{0,4708(3)}$$
часовъ, приготовили 14400 кирпичей. Сколько могутъ приготовить 16 работниковъ въ 20 дней, если продолжительность рабочаго дня увеличивается на 20% и если рабочая сила вторыхъ работниковъ относится къ къ рабочей силѣ первыхъ, какъ дробь
$$\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}$$
относится къ $\frac{11}{24}$?"

*) См. „Вѣстникъ" № 18, стр. 136 сем. II и № 29 стр. 115 сем. III.

Какое изъ данныхъ чиселъ можетъ быть опущено въ условіи этой задачи, безъ всякаго вліянія на ея отвѣтъ?

П. Никульцевъ (Смол.)

№ 293. Два игрока, изъ которыхъ одиинъ имѣлъ до начала игры a рублей, другой b рублей, сыграли n партій, при чемъ ставку каждый разъ составляли всѣ деньги того игрока, у котораго ихъ передъ началомъ партіи было меньше. Въ предположеніи, что постоянно выигриваетъ тотъ, на деньги котораго идетъ партія, требуется опредѣлить въ какомъ отношеніи должны быть a и b для того, чтобы по окончаніи игры каждый изъ участниковъ остался при своихъ деньгахъ?

А. Гольденбергъ (Спб.)

№ 294. Доказать, что биссекторы угловъ между противоположными сторонами вписаннаго четыреугольника взаимно перпендикулярны.

А. Войновъ (Харьковъ).

№ 295. Въ центрѣ круга, описаннаго около треугольника ABC, приложены три равныя между собою силы, проходящія чрезъ средины сторонъ треугольника. Доказать, что равнодѣйствующая пройдетъ черезъ центръ круга касательнаго къ тремъ сторонамъ треугольника ABC. Выяснить, когда равнодѣйствующая пройдетъ черезъ центръ круга вписаннаго и когда—черезъ центръ какого либо внѣ-вписаннаго круга, и кромѣ того указать, при какомъ условіи равнодѣйствующая будетъ равна разстоянію между центромъ описаннаго и центромъ вписаннаго или внѣвписаннаго круговъ.

Ип. Пламеневскій (Т. Х. Шура).

Упражненія для учениковъ.

1) Стороны квадрата продолжены *въ одномъ смыслѣ* на длину равную сторонѣ квадрата, и полученныя точки соединены послѣдовательно. Опредѣлить отношеніе площади составленной фигуры къ площади взятой.

2) Стороны правильнаго шестиугольника продолжены въ одномъ смыслѣ на длину равную сторонѣ этого многоугольника, и полученныя точки соединены послѣдовательно. Опредѣлить отношеніе площади составленной фигуры къ площади взятой.

3) Правильный шестиугольникъ вписанъ въ прямоугольникъ. Опредѣлить отношеніе размѣровъ этого прямоугольника.—Можно ли всегда вписать правильный шестиугольникъ въ данный прямоугольникъ?

4) На сторонахъ правильнаго шестиугольника построены внѣ его квадраты, свободныя вершины которыхъ соединены послѣдовательно. Выразить, въ зависимости отъ стороны взятаго шестиугольника, периметръ и площадь построенной фигуры.

5) Не вычисляя стороны правильнаго вписаннаго 12-тиугольника, выразить его площадь въ зависимости отъ радіуса описанной окружности.

6) Не вычисляя стороны правильнаго вписаннаго 8-миугольника, выразить его площадь въ зависимости отъ радіуса описанной окружности.

7) *a*) Катеты BA, CA прям. треугольника ABC продолжены за вершину A и встрѣчаютъ въ точкахъ C_1, B_1 перпендикуляры, возставленные къ гипотезѣ въ концахъ ея. Обнаружить, что треугольники ABC, AB_1C_1 равновелики.

b) Останется ли предложеніе справедливымъ для того случая, когда прямыя BB_1, CC_1, не будучи перпендикулярны къ гипотенузѣ, равнонаклонены къ ней?

c) Данный прямоугольный треугольникъ превратить въ равновеликій прямоугольный треугол., одинъ изъ катетовъ котораго имѣлъ бы данную длину.

8) Произвольная точка P плоскости треугольника ABC соединена съ его вершинами; средины прямыхъ PA, PB, PC соединены между собой. Въ какомъ отношеніи находится площадь полученнаго треугольника къ площади взятаго?

9) Въ квадратѣ ABCD вершина A соединена съ срединой стороны BC, вершина B соединена съ срединой стороны CD, вершина C—съ срединой стороны DA и вершина D—съ срединой стороны AB; проведенныя прямыя образуютъ квадратъ, площадь котораго требуется вычислить.

10) ABCD—параллелограмъ; произвольная точка P, взятая въ полосѣ между параллелями AD, BC, соединена съ вершинами фигуры. Показать, что сумма площадей треугольниковъ PDA, PBC вдвое меньше площади взятаго параллелограма.

А. Гольденбергъ (Спб.)

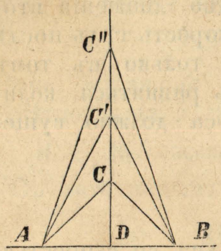
Рѣшенія задачъ.

№ 119 На перпендикулярѣ, возставленномъ изъ средины нѣкоторой прямой $AB=a$, взяты три точки C, C′, C″, коихъ разстоянія отъ A суть $\frac{a}{2}$, a и $\frac{3}{2}a$. Найти сумму угловъ $ACB+AC'B+AC''B$.

Изъ прямоугольнаго треугольника ACD (фиг. 24) имѣемъ:

$$AD:CD=\operatorname{tg}\frac{ACB}{2}.$$

Фиг. 24.



Или
$$1=\operatorname{tg}\frac{ACB}{2}.$$

Отсюда заключаемъ, что
$$\angle ACB=90^\circ.$$

Точно такъ же изъ треугольниковъ $AC'D$ и $AC''D$ найдемъ, что
$$\frac{1}{2}=\operatorname{tg}\frac{AC'B}{2} \text{ и } \frac{1}{3}=\operatorname{tg}\frac{AC''B}{2}.$$

Тогда
$$\operatorname{tg}\frac{AC'B+AC''B}{2}=1,$$

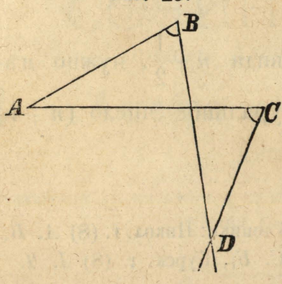
слѣд.
$$\angle AC'B+\angle AC''B=90^\circ$$

и
$$\angle ACB+\angle AC'B+AC''B=180^\circ.$$

А. Бобятинскій (Ег. зол. пр.), *П. Поповъ* (М.), *В. Якубовскій* и *Я. Тепляковъ* (К.) *А. Крашенинниковъ* (Орелъ), *З. Колтовскій* и *Н. Шимковичъ* (Х.), Ученики: Симб. к. к (?) *С Б.*, Тульской г. 7) *Н. И.*, Вольск. р. уч. (5) *В. С.*, Астр. г. (8) *И. К.*

№ 166. Даны три точки, не лежащія на одной прямой. Найти еще нѣсколько точекъ, принадлежащихъ окружности, проходящей чрезъ три данныя точки, не проводя самой окружности.

Фиг. 25.



Пусть данныя точки будутъ A, B и C. Соединивъ A съ B и A съ C, (фиг. 25) проведемъ какъ либо прямую BD. Теперь на AC, при точкѣ C, строимъ уголъ ACD равный углу ABD. Пересѣченіе прямыхъ BD и CD въ D есть искомая точка. Подобнымъ образомъ находится цѣлый рядъ точекъ, принадлежащихъ окружности, проходящей чрезъ три данныя точки.

М. Кузьменко (Сл. Бѣл.), *Янковскій* (Елаб.), *С. Блажко* (См.), *Н. Шимковичъ* (Х.), *Р. Дроздовъ* (Спб.), *П. Сиротининъ* (М.), *В. Каганъ* (Одесса). Ученики: Мог.-Под. р. у. (6) *Я. И.*, Одес. 3-й г (6) *С. П.*, Никол. г. (8) *Р. Д*, Курск. г. (5) *В. Х.*, (6) *А. П.*, *Т. Ш.*, *В. Б.*, *В. Л*, (8) *П. А.*, Тул. г. (7) *Н. И.*, Пенз. дух сем. (5) *С. Б.*, Кишин. 2-й г. (7) *А. Г.*, Тифл. р. уч. (7) *М. К.*, Кам.-Под. г. (8) *С. Рж.*, Рост. на Д р. уч. (?) *Г. Б.*, Елат. г. (7) *В. И.* Астр. г. (8) *И. К.*, Вор. к. к. (?) *А. П.*

№ 183. Неупругое тѣло въ 12 фунтовъ вѣсу движется со скоростью 9 м. Съ какою скоростью должно двигаться другое тѣло, вѣсомъ въ 27 фунтовъ, на встрѣчу первому, чтобы остановить его?

Положимъ, что искомая скорость второго тѣла есть x, тогда *количество движенія* перваго тѣла будетъ 12.9, а количество движенія второго—$27x$. Количество движенія, а потому и общая скорость тѣлъ послѣ удара будетъ равняться нулю (т. е. они остановятся) только въ томъ случаѣ, когда количество движенія одного тѣла будетъ равняться количеству другого. Такимъ образомъ для рѣшенія вопроса должно существовать равенство

$$12.9 = 27x.$$

Отсюда находимъ, что второе тѣло должно двигаться со скоростью 4 м. на встрѣчу первому, чтобы остановить его.

М. Кузьменко (Сл Бѣл.) Ученики: Никол. г. (8) *А. В.* и Ворон. к. к. (?) *И. К.*

№ 187. Сдѣлавъ незначительное преобразованіе во второй части равенства

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 = n^2 + n + \frac{1}{4}$$

можно открыть удобный пріемъ для возвышенія въ квадратъ чиселъ вида: $n+\frac{1}{2}$. Въ чемъ заключается этотъ пріемъ?

Взявъ n общимъ множителемъ въ первыхъ двухъ членахъ второй части, находимъ:

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 = n(n+1) + \frac{1}{4}$$

Слѣд. при возвышеніи въ квадратъ чиселъ вида $n+\frac{1}{2}$, нужно цѣлое число n умножить на слѣдующее за нимъ натуральное число $(n+1)$ и къ произведенію прибавить $\frac{1}{4}$.

С Блажко (См.), *Н. Шимковичъ* (Х.), *Я. Тепляковъ* (К.). Ученики: Никол. г. (8) *А. В.* Уфим. г. (6) *А. Э*, Тифл. р. уч. (7) *М. К.*, Симб. к. к. (?) *С. Б.*, Курск. г. (8) *I. Ч.*

Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Дозволено цензурою. Кіевъ, 28 Марта 1888 года.

Типографія И. Н. Кушнерева и К°, Елисаветинская улица, домъ Михельсона.

УЧЕБНИКЪ АРИѲМЕТИКИ

для низшихъ классовъ среднеучебныхъ заведенiй.

Составилъ

А. А. Михайловъ.

Преподаватель Владимiрской губернской гимназiи.

Цѣна 50 коп.

ВЛАДИМIРЪ на КЛЯЗЬМѢ. 1888.

Продается въ кн. маг.: „Новаго Времени“ (Спб., Москва, Харьковъ, Одесса), Карцева (Москва), „Начальная школа“ Е. Н. Тихомировой (Москва, Кузнецкiй м.), Карбасникова (Спб., Москва, Варшава), В. Думнова (Москва).

Выписывающiе отъ автора за пересылку не платятъ.

Сочиненiя С. И. ШОХОРЪ-ТРОЦКАГО.

1) МЕТОДИЧЕСКIЙ СБОРНИКЪ АРИѲМЕТИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

для среднихъ учебныхъ заведенiй.

ЧАСТЬ I.

Задачи и упражненiя для приготовительныхъ классовъ и для первоначальнаго обученiя ариѳметикѣ.

Цѣна 20 коп.

МОСКВА. 1887.

2) СБОРНИКЪ УПРАЖНЕНIЙ ПО АРИѲМЕТИКѢ

для учащихся.

Съ приложенiемъ краткаго учебника ариѳметики и краткаго изложенiя нѣкоторыхъ ученiй геометрiи.

ДЛЯ НАРОДНЫХЪ ШКОЛЪ.

Изданiе второе.

(Печатано безъ перемѣнъ съ перваго изданiя, одобрен. Учен. Ком. М. Н. Пр. для народ. школъ).

Цѣна 25 коп.

МОСКВА. 1888.

3) ОПЫТЪ МЕТОДИКИ АРИѲМЕТИКИ

для преподавателей математики среднихъ учебныхъ заведенiй

съ приложенiемъ

рѣшенiй типическихъ ариѳметическихъ задачъ, алгебраическаго характера.

Цѣна 1 руб.

МОСКВА. 1888.

4) УЧЕБНИКЪ АРИѲМЕТИКИ

съ приложенiемъ дополнительныхъ статей для среднихъ учебныхъ заведенiй.

Цѣна 75 коп.

МОСКВА. 1888.