№ 18.

ВѢСТНИКЪ

ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

Издаваемый Э. К. Шпачинскимъ.

2-го семестра № 6-й.

Адресъ Редакціи: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

КІЕВЪ.
Типографія Е. Т. Кереръ, аренд. Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.
1887.

СОДЕРЖАНІЕ.

№ 18.

РЕДАКЦІЯ

ВѢСНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

приглашаетъ всѣхъ преподавателей и любителей физико-математическихъ наукъ, равно какъ и учащихся принимать участіе въ журналѣ въ качествѣ сотрудниковъ-корреспондентовъ.

Авторамъ статей, помѣщенныхъ въ журналѣ, редакція высылаетъ безплатно не болѣе 5 экземпляровъ тѣхъ номеровъ журнала, въ которыхъ эти статьи напечатаны. Авторы, желающіе имѣть отдѣльные оттиски своихъ статей, помѣщаемыхъ въ журналѣ, принимаютъ на себя всѣ расходы изданія и пересылки.

ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
и
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

№ 18.

II Сем. 5 Марта 1887 г. № 6.

О силѣ звука въ зависимости отъ разстоянія [1]).

Проф. Н. А. Гезехуса.

§ 1. *Сила звука въ свободномъ воздухѣ.* Какъ извѣстно, К. Фирордтъ [2]), на основаніи своихъ многочисленныхъ акустическихъ опытовъ, опубликованныхъ въ нѣкоторыхъ спеціальныхъ періодическихъ изданіяхъ и въ отдѣльной довольно объемистой книгѣ, пришелъ между прочимъ къ заключенію, что сила звука въ свободномъ воздухѣ обратно пропорціональна не квадратамъ разстояній, какъ это требуется теоріей, а просто разстояніямъ. Хотя это утвержденіе извѣстнаго, авторитетнаго ученаго, не смотря на тщательно произведенные имъ многочисленные опыты, врядъ ли у многихъ его читателей могло поколебать убѣжденіе въ справедливости закона распространенія звука, но уже самая возможность появленія на свѣтъ изслѣдованій, потребовавшихъ большаго труда со стороны серьезнаго ученаго, указываетъ на отсутствіе или по крайней мѣрѣ на недостаточность экспериментальной провѣрки даннаго закона и вмѣстѣ съ тѣмъ на необходимость новыхъ опытовъ.

Произведенные мною на этомъ основаніи весьма простые опыты вполнѣ подтвердили, какъ это и надо было ожидать, несомнѣнный теоретическій

---

[1]) Статья эта, присланная намъ авторомъ для помѣщенія въ журналѣ, была напечатана также въ № 7. Ж. Р. Ф. Х. Общ. за 1886 г.

Прим. ред.

[2]) *K. Vierordt.* Wied. Ann. 1883.

Die Schall—und Tonstärke und das Schalleitungsvermögen der Körper. 1885.

законъ и вмѣстѣ съ тѣмъ отчасти показали, хотя и это можно было предвидѣть, въ чемъ именно заключаются недостатки опытовъ Фирордта, результаты которыхъ онъ не имѣлъ права обобщать.

На сколько извѣстно, единственными опытами, подтвердившими до сихъ поръ теоретическій законъ распространенія звука, были рѣдко упоминаемые опыты Делароша и Дюналя, произведенные ими при помощи часовыхъ звонковъ. Были подобраны пять по возможности одинаковыхъ звонковъ. Въ извѣстномъ разстояніи отъ одного звонка были помѣщены всѣ вмѣстѣ четыре остальные звонка. Отыскивалось мѣсто, съ котораго наблюдателю слышались одинаково громко, какъ одинъ, такъ и четыре звонка. Мѣсто это отстояло, какъ показали измѣренія, отъ четырехъ звонковъ дальше въ два раза, чѣмъ отъ одного.

Фирордтъ считаетъ опыты Делароша и Дюнала вовсе не убѣдительными. Онъ замѣчаетъ по поводу нихъ, что, не говоря уже о техническомъ пріемѣ, представляющемъ существенные недостатки, экспериментаторы при томъ ограничились одною только парою разстояній,—что рѣшительно нельзя одобрить. Вопросъ о зависимости силы звука отъ разстоянія съ экспериментальной стороны можно было считать, слѣдовательно, вполнѣ открытымъ. Предпринявъ на этомъ основаніи экспериментальное изслѣдованіе даннаго вопроса при помощи такъ называемаго акустическаго маятника, Фирордтъ пришелъ къ совершенно неожиданному результату, именно, что сила звука въ воздухѣ уменьшается въ простомъ отношеніи разстояній отъ источника звука.

Такъ, напримѣръ, въ двухъ рядахъ опытовъ, произведенныхъ въ открытомъ полѣ, при чемъ ближайшее разстояніе источника звука отъ наблюдателя было въ первомъ случаѣ около 14 м., а во второмъ случаѣ 55 м., получились слѣдующія данныя (въ которыхъ d обозначаетъ разстояніе, а s силу звука, выраженную Фирордтомъ въ нѣкоторыхъ произвольныхъ единицахъ, а здѣсь для удобства принятую за единицу для наименьшаго разстоянія, которое также будемъ считать единицею):

I.		II.	
d.	s.	d.	s.
1 (14 м.)	1	1 (55 м.)	1
2	1,9	2	1,7
3	3,1	3	2,8
4	4	4	4,2

Но надо замѣтить, что на ряду съ этими данными у Фирордта получились результаты, для которыхъ высказанный имъ законъ совершенно не подходитъ; именно:

III.			IV.		
d	s	$\frac{s}{d}$	d	s	$\frac{s}{d}$
1 (2,3 м.)	1	1	1 (2 с. м.)	1	1
4	2,2	0,6	23	20	0,9
8	3,5	0,4	69	34	0,5
10	4	0,4	251	49	0,2

Въ этихъ случаяхъ, при разстояніяхъ гораздо меньшихъ, чѣмъ въ опытахъ I и II, сила звука, какъ видно, измѣняется съ разстояніемъ еще медленнѣе, чѣмъ въ предыдущихъ случаяхъ.

И такъ, послѣ изслѣдованій Фирордта разсматриваемый вопросъ о силѣ звука очевидно остался не только по прежнему открытымъ, но вмѣстѣ съ тѣмъ явилась еще болѣе настоятельная потребность скорѣе рѣшить его окончательно, чтобы разсѣять внесенное въ него Фирордтомъ недоразумѣніе.

Для повѣрочныхъ опытовъ, произведенныхъ мною съ этою цѣлью лѣтомъ на большомъ открытомъ лугу, источниками звука служили небольшіе шаровые звонки, бубенчики (около 1,5 с. м. въ діаметрѣ), подобранные предварительно, разумѣется, такъ, чтобы каждый изъ нихъ при возможно быстромъ и сильномъ трясеніи издавалъ звукъ одной и той же силы и высоты. Такіе, именно шаровые звонки выбраны были очевидно для того, чтобы могло быть выполнено одно изъ главныхъ условій опыта—свободное и одинаковое распространеніе звука во всѣ стороны. Подходящихъ для данной цѣли звонковъ было семнадцать, такъ что можно было отдѣльно сравнивать между собою одинъ, четыре и девять звонковъ, а затѣмъ кромѣ того одинъ и шестнадцать. Звонки размѣщены были на тонкихъ проволокахъ, служившихъ, какъ для скрѣпленія звонковъ между собою въ извѣстномъ порядкѣ, такъ и для удобства держанія ихъ въ рукѣ; прикрѣплены были къ проволокамъ звонки по возможности тѣсно, но такъ, чтобы они при колебаніяхъ не касались другъ друга, въ такомъ порядкѣ: одинъ, затѣмъ отдѣльно четыре и девять (въ видѣ квадратовъ съ особыми рукоятками) и наконецъ, особо также, еще оставшіеся три звонка.

Опыты были произведены мною съ нѣсколькими помощниками, какъ уже сказано, въ открытомъ полѣ; всѣ мы находились въ одномъ направленіи въ одинаковыхъ по парно другъ отъ друга разстояніяхъ, измѣренныхъ шагами. По условному знаку помощники попремѣнно звонили; затѣмъ опытъ повторялся, когда нѣкоторые изъ нихъ удалялись или приближались на нѣсколько шаговъ. Опытовъ произведено много при разныхъ условіяхъ. Для примѣра въ слѣдующей таблицѣ приведены результаты нѣкоторыхъ изъ нихъ, соотвѣтствующихъ большимъ разстояніямъ, начиная съ 10 шаговъ.

	I.	II.	III.
1 звонокъ.	10 шаговъ	25 шаговъ	30 шаговъ
4 —	20—(30 слабѣе)	50 —	60 —
9 —	30—	75 —	90—(100 слабѣе)
16 —	40—(50 слабѣе)	100—(120 слабѣе)	—

Съ заранѣе измѣренныхъ послѣдовательно равныхъ разстояній звуки, издаваемые поперемѣнно 1, 4, 9 и 16 звонками, казались одинаковой силы; когда же для нѣкоторыхъ звонковъ разстояніе было увеличено на 10 шаговъ, то звучали они весьма замѣтно слабѣе.

Для провѣрки этихъ результатовъ были произведены два опыта еще при другихъ условіяхъ; именно, при одновременномъ звучаніи двухъ группъ звонковъ, отыскивалось то разстояніе, на которомъ меньшая группа при постепенномъ удаленіи отъ нея переставала быть различаема, т. е. звукъ ея сливался или заглушался большею группою звонковъ. Вотъ полученныя данныя:

IV. V.

Одновременное звучаніе

1) 1 и 4 звонковъ, а потомъ 2) 4 и 9 звонковъ.

Разстояніе между ними въ обоихъ случаяхъ 10 шаговъ.

Удаляясь постепенно отъ меньшей группы звонковъ, нельзя было различить звукъ

1) 1 звонка на разстояніи 9 шаговъ, 2) 4 звонковъ на 18 шагахъ.

Затѣмъ при поперемѣнномъ звучаніи сила звука была одинакова на разстояніяхъ:

1) 10 шаговъ п 2) на 20 шаговъ.

Удаляясь на 15 шаговъ отъ 1 звонка, звукъ его казался слабѣе, чѣмъ 4 звонковъ.	Когда 9 звонковъ съ прежняго положенія были удалены еще на 5 шаговъ, то звукъ ихъ казался слабѣе.

И такъ, изъ всѣхъ этихъ опытовъ слѣдуетъ несомнѣннымъ образомъ, что *сила звука въ свободномъ воздухѣ обратно пропорціональна квадратамъ разстояній.*

Получились впрочемъ и въ моихъ опытахъ несогласные съ этимъ закономъ результаты, когда разстоянія между звонками были недостаточно велики, именно меньше 10 шаговъ. Такъ напр. для послѣдовательныхъ разстояній между звонками сперва въ 1 шагъ, а затѣмъ въ 5 шаговъ, получились такіе результаты:

VI.		VII.
1 звонокъ	1 шагъ	5 шаговъ
4 —	5, 3, (4)	10 —
9 —	10, 9, 7, (9)	15 —
16 —	16, 13, 12, 11, 18, (16)	25 — (вмѣсто 20).

Отсюда видно, что опытъ VI на близкихъ разстояніяхъ привелъ къ тѣмъ же результатамъ, какіе получились и у Фирордта, т. е. для этого случая можно принять силу звука обратно пропорціональною разстояніямъ. (Надо замѣтить, что на близкихъ разстояніяхъ сравнивать болѣе или менѣе сильные звуки труднѣе, чѣмъ на большихъ разстояніямъ, или вообще слабые звуки; этимъ объясняется сравнительно малая точность опыта VI). Данныя же, относящіяся къ опыту VII, представляютъ переходъ отъ результатовъ опытовъ на малыхъ разстояніяхъ къ результатамъ опытовъ на большихъ разстояніяхъ, когда законъ пропорціональности квадратамъ разстояній уже вполнѣ примѣняется. Кромѣ того можно прямо заключить отсюда, что если бы опыты съ звонками были произведены на разстояніяхъ меньшихъ 1 шага, то получилась бы уже тогда не простая пропорціональность, а еще меньшая измѣняемость звука сравнительно съ разстояніемъ. Подтвержденіе этому предположенію мы, дѣйствительно, и находимъ въ опытахъ Фирордта. Для малыхъ разстояній, именно для 2 м. и для 2 с. м. въ опытахъ III и IV, у него въ самомъ дѣлѣ эта сравнительно малая измѣняемость силы звука выступаетъ весьма рѣзко. Далѣе мы вправѣ заключить изъ предъидущаго, что если бы Фирордтъ продолжалъ свои опыты на разстояніяхъ большихъ, чѣмъ тѣ, на которыхъ онъ остановился, т. е. 55 м., то и звуковая измѣняемость у него получилась бы большая, постепенно приближаясь къ закону квадратовъ.

И такъ, первая причина неудовлетворительности опытовъ Фирордта— это сравнительно слишкомъ малыя разстоянія для тѣхъ условій, при которыхъ опыты имъ были произведены; на большихъ разстояніяхъ разныя мѣшающія вліянія, зависящія отъ формы и положенія звучащаго тѣла, по всей вѣроятности сгладились бы и результаты получились бы болѣе правильные.

Вторая причина неуспѣшности опытовъ Фирордта заключается въ неудачномъ выборѣ самого источника звука. Звучащимъ тѣломъ Фирордту служила горизонтальная пластинка (деревянная, костяная или оловянная), прикрѣпленная къ особому штативу, поддерживающему вмѣстѣ съ тѣмъ рычажокъ съ шарикомъ на концѣ; приборъ этотъ называется звуковымъ маятникомъ. Эмпирически опредѣлялась зависимость между силою звука и высотою паденія шарика, ударяющаго пластинку. Это дѣлалось подобно тому, какъ и въ обыкновенномъ ударномъ фонометрѣ; т. е. взявъ два шарика различнаго вѣса и произвольную высоту паденія для одного изъ нихъ, подыскивалась для другаго шарика та высота, при паденіи съ которой звукъ при ударѣ получался въ обоихъ случаяхъ одинаковой силы; изъ такихъ предварительныхъ опытовъ можно было опредѣлить показатель ε въ эмпирической формулѣ

$$s = ph^{\varepsilon},$$

дающей зависимость силы звука отъ вѣса шарика и его высоты паденія. Очевидно, что дрожанія пластинки при ударѣ должны были передаваться частью и всему прибору и столу, на который приборъ поставленъ. Поэтому звучащее тѣло въ опытахъ Фирордта имѣло и неправильную форму и значительные размѣры. Понятно, что въ такомъ случаѣ главнѣйшее условіе успѣшности опытовъ—свободное распространеніе звука во всѣ стороны—не могло быть выполнено. Нѣтъ ничего удивительнаго, поэтому, что и результаты получились несообразные.

Описаніе своихъ опытовъ о распространеніи звука въ воздухѣ Фирордтъ заключаетъ слѣдующими словами: „На возраженіе,—которое я и самъ очень хорошо знаю—что этотъ мой взглядъ совершенно не согласуется съ законами физики и въ особенности со всѣмъ, что мы до сихъ поръ должны были принимать относительно распространенія шаровыхъ волнъ, я долженъ бы былъ отвѣтить, что я опираюсь не на теоретическія основанія, а исключительно только на добытые путемъ опыта факты, которые нельзя прямо отрицать, не смотря на то, что мое только на опытахъ основанное утвержденіе—что общепринятая мѣра силы звука невѣрна—находится въ полномъ противорѣчіи съ теоріей, разсматриваемой, какъ нѣчто несомнѣнное. Противорѣчіе когда нибудь выяснится, не смотря на то, что найденные мною факты кажутся пока необъяснимыми и даже невозможными“.

Мнѣ кажется, что противорѣчіе это можно считать теперь уже достаточно выясненнымъ.

§ 2. *Воздушный фонометръ*. Главная причина неуспѣха въ опытахъ Фирордта заключается, какъ мы видимъ, въ неподходящемъ для данной цѣли и вообще неудобномъ приборѣ—ударномъ фонометрѣ. Этотъ приборъ и въ другомъ случаѣ привелъ, къ сожалѣнію, Фирордта къ результатамъ вовсе несоотвѣтствующимъ цѣли изслѣдованія; это, именно, въ опытахъ надъ звукопроводностью тѣлъ.

Ударный фонометръ, главнымъ образомъ звуковой маятникъ, употреблялся раньше почти исключительно для медицинскихъ цѣлей, именно для испытанія чувствительности уха къ слабымъ звукамъ. Но и для этой цѣли, какъ мнѣ думается, можно бы было подобрать гораздо болѣе удобный и совершенный приборъ. Напримѣръ свистокъ Гальтона, который можетъ употребляться для испытанія чувствительности уха къ высотѣ звука, могъ бы вмѣстѣ съ тѣмъ служить и удобнымъ фонометромъ, если бы впускать въ него изъ газометра или изъ здавливаемаго грузомъ мѣшка струю воздуха, регулируемую посредствомъ особаго манометра и крана (какъ напр. въ опытахъ Реньо надъ теплоемкостью газовъ). Изъ предварительныхъ опытовъ я убѣдился, что водяной или нефтяной манометръ обнаруживаетъ малѣйшія измѣненія силы звука. Зависимость между силою звука и показаніемъ манометра можно опредѣлить эмпирическимъ путемъ, также какъ это дѣлается и въ другихъ фонометрахъ. Напримѣръ зависимость эта можетъ быть найдена на основаніи закона квадратовъ разстояній. Такой приборъ давалъ бы возможность измѣнять и высоту звука и силу его и былъ бы навѣрное пригоденъ для различныхъ акустическихъ изслѣдованій, между прочимъ для опытовъ надъ поглощеніемъ звука различными срединами при разныхъ условіяхъ.

Замѣтка объ уравненіяхъ четвертой степени съ однимъ неизвѣстнымъ.

А. Гольденберга.

1. Мы имѣемъ въ виду коснуться въ настоящей замѣткѣ нѣкоторыхъ классовъ уравненій четвертой степени, рѣшеніе которыхъ можетъ быть непосредственно сведено къ рѣшенію квадратныхъ уравненій.

Возьмемъ полное уравненіе четвертой степени въ такомъ видѣ:

$$(1) \qquad ax^4 + 4bx^3 + 6cx^2 + 4dx + e = 0$$

гдѣ a, b, c, d, e данныя числа, которыя назовемъ, по порядку, первымъ, вторымъ и т. д. коэффиціентомъ уравненія [1]).

Умножимъ на первый коэффиціентъ (всегда отличный отъ нуля) всѣ члены уравненія (1) и выдѣлимъ квадратъ трехчлена $ax^2 + 2bx + c$, тогда предложенному уравненію можетъ быть данъ слѣдующій видъ:

$$(2) \qquad (ax^2 + 2bx + c)^2 = 4(b^2 - ac)x^2 + 4(bc - ad)x + (c^2 - ae).$$

---

[1]) Англійскій математикъ Кэлэ (Cayley) предложилъ первый, если не ошибаемся, ввести биноміальные коэффиціенты при обозначеніи цѣлыхъ функцій.

Если бы вторая часть этого уравненія представляла полный квдратъ линейной функціи неизвѣстнаго, напримѣръ квадратъ двухчлена $2\alpha x + \beta$, то рѣшеніе уравненія (1) свелось бы непосредственно къ рѣшенію двухъ квадратныхъ уравненій; дѣйствительно, въ этомъ совершенно частномъ случаѣ (который будетъ разсмотрѣнъ нами ниже), уравненіе (1) могло бы быть написано такъ:

$$(ax^2 + 2bx + c)^2 - (2\alpha x + \beta)^2 = 0$$

первая часть его представляла бы произведеніе двухъ квадратныхъ трехчленовъ, а именно произведеніе

$$(ax^2 + 2bx + c + 2\alpha x + \beta)\,(ax^2 + 2bx + c - 2\alpha x - \beta)$$

и корнями его были бы корни квадратныхъ уравненій:

$$ax^2 + 2\,(b + \alpha)\,x + (c + \beta) = 0$$

$$ax^2 + 2\,(b - \alpha)\,x + (c - \beta) = 0.$$

Это простое замѣчаніе естественно направляетъ мысль на то, чтобы ввести въ уравненіе (2) неопредѣленное число—назовемъ его λ — и найти затѣмъ, если то окажется возможнымъ, такое значеніе для этого числа, при которомъ вторая часть ур. (2) обратилась бы въ полный квадратъ линейной функціи неизвѣстнаго.

Итакъ прибавимъ λ къ трехчлену $ax^2 + 2bx + c$, тогда квадратъ его получитъ приращеніе $2\,(ax^2 + 2\,bx + c)\,\lambda + \lambda^2$ и мы будемъ имѣть:

$$(3)\qquad \left[ax^2 + 2bx + c + \lambda\right]^2 = 4\left[b^2 - ac + \frac{a\lambda}{2}\right]x^2 + 4\,[bc - ad + b\lambda]\,x + [\,(c + \lambda)^2 - ae].$$

Для того, чтобы вторая часть этого уравненія была полнымъ квадратомъ, необходимо и достаточно, какъ извѣстно, чтобы имѣло мѣсто соотношеніе:

$$(4)\qquad [bc - ad + b\lambda]^2 = \left[b^2 - ac + \frac{a\lambda}{2}\right][(c + \lambda)^2 - ae].$$

Это равенство представляетъ уравненіе третьей степени относительно подлежащаго опредѣленію числа λ. Такъ какъ кубическое уравненіе всегда обладаетъ однимъ дѣйствительнымъ корнемъ, то всегда существуетъ такое число λ, при помощи котораго первая часть уравненія четвертой степени можетъ быть преобразована въ произведеніе двухъ квадратныхъ трехчленовъ.

Кубическое уравненіе, къ которому мы пришли, носитъ названіе *резольвенты* уравненія четвертой степени. Не приводя резольвенты къ нормальному виду, разсмотримъ два частные случая, въ которыхъ это уравненіе явно удовлетворено.

2. Уравненіе (4) явно удовлетворено какъ въ томъ случаѣ, когда одновременно

$$(\mathrm{I}) \begin{cases} b^2 - ac + \dfrac{a\lambda}{2} = 0 \\ bc - ad + b\lambda = 0, \end{cases}$$

такъ и въ томъ, когда одновременно

$$(\mathrm{II}) \begin{cases} (c + \lambda)^2 - ae = 0 \\ bc - ad + b\lambda = 0. \end{cases}$$

Исключивъ x изъ системы (I), получимъ что

$$2b^3 - 3\,adc + a^2 d = 0;$$

такъ какъ второе уравненіе системы (I) даетъ

$$b\,(c + \lambda) = ad,$$

откуда

$$c + x = ad : b,$$

то въ разсматриваемомъ частномъ случаѣ ур. (3) принимаетъ видъ

$$\left(ax^2 + 2\,bx + \frac{ad}{b}\right)^2 = \left(\frac{ad}{b}\right)^2 - ae$$

и распадается на слѣдующія два уравненія:

$$ax^2 + 2\,bx + \frac{ad}{b} + \sqrt{\left(\frac{ad}{b}\right)^2 - ae} = 0$$

$$ax^2 + 2bx + \frac{ad}{b} - \sqrt{\left(\frac{ad}{b}\right)^2 - ae} = 0$$

Эти квадратныя уравненія различаются только независимыми членами и потому сумма корней перваго уравненія равна суммѣ корней второго.

Разсмотримъ теперь влечетъ ли за собой только что указанная зависимость между корнями ур. четвертой степени найденную нами зависимость между его коэффиціентами.

Предположимъ, что корни x_1, x_2, x_3, x_4 уравненія

$$ax^4 + 4\,bx^3 + 6\,cx^2 + 4\,dx + e = 0$$

удовлетворяютъ условію

$$x_1 + x_2 = x_3 + x_4.$$

Обозначивъ, для краткости, чрезъ z каждую изъ этихъ равныхъ суммъ и воспользовавшись извѣстными соотношеніями между коэффиціентами и корнями алгебраическаго уравненія, т. е., въ нашемъ случаѣ, соотношеніями:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{4b}{a}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = +\frac{6c}{a}$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{4d}{a}$$

$$x_1x_2x_3x_4 = +\frac{e}{a},$$

найдемъ, что

$$z = -\frac{2d}{a}$$

$$x_1x_2 + x_3x_4 + z^2 = +\frac{6c}{a}$$

$$(x_1x_2 + x_3x_4).z = -\frac{4d}{a},$$

откуда

$$x_1x_2 + x_3x_4 = \frac{6c}{a} - \frac{4b^2}{a^2}$$

$$x_1x_2 + x_3x_4 = \frac{2d}{b}$$

и слѣдовательно

$$\frac{3c}{a} - \frac{2b^2}{a^2} = \frac{d}{b},$$

или

$$2b^3 - 3abc + a^2d = 0.$$

Однородная функція: $2b^3 - 3abc + a^2d$ коэффиціентовъ уравненія четвертой степени носитъ названіе *кубическаго варіанта* даннаго уравненія.

Итакъ:

1) Если кубическій варіантъ ур. четвертой степени равенъ нулю, то средне-ариѳметическое двухъ корней уравненія равно средне-ариѳметическому двухъ остальныхъ и обратно.

2) Уравненіе четвертой степени, кубическій варіантъ котораго равенъ нулю, непосредственно распадается на два квадратныхъ уравненія.

3. Обратимся теперь ко второму изъ вышеуказанныхъ частныхъ случаевъ, къ тому именно, когда одновременно

$$\begin{cases} (c+\lambda)^2 - ae = 0 \\ c - bad + b\lambda = 0. \end{cases}$$

Исключивъ λ, получимъ

$$ad^2 - eb^2 = 0;$$

такъ какъ первое ур. системы даетъ

$$c + \lambda = \sqrt{ae},$$

то въ разсматриваемомъ случаѣ ур. (3) принимаетъ видъ

$$(ax^2 + 2bx + \sqrt{ae})^2 = (4b^2 - 6ac + 2a\sqrt{ae})\,x^2$$

и распадается, какъ легко видѣть, на слѣдующія два уравненія:

$$ax^2 + 2\left(b + \sqrt{4b^2 - 6\,ac + 2\,a\sqrt{ae}}\right)x + \sqrt{ae} = 0$$

$$ax^2 + 2\left(b - \sqrt{4b^2 - 6\,ac + 2\,a\sqrt{ae}}\right)x + \sqrt{ae} = 0.$$

Эти квадратныя уравненія различаются только вторымъ коэффиціентомъ при x, и потому произведеніе корней перваго уравненія равно произведенію корней второго.

Разсмотримъ теперь, влечетъ ли за собой только что указанная зависимость между корнями уравненія четвертой степени найденную нами зависимость между его коэффиціентами.

Предположимъ, что корни x_1, x_2, x_3, x_4 уравненія

$$ax^4 + 4\,bx^3 + 6\,cx^2 + 4\,dx + e = 0$$

удовлетворяютъ условію

$$x_1\,x_2 = x_3\,x_4.$$

Обозначивъ, для краткости, чрезъ z каждое изъ этихъ равныхъ произведеній и воспользовавшись извѣстными соотношеніями между коэффиціентами и корнями алгебраическаго уравненія, т. е. въ нашемъ случаѣ соотношеніями:

$$x_1\,x_2\,x_3\,x_4 = +\frac{e}{a}$$

$$x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{4\,d}{a}$$

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = +\frac{6\,c}{a}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{4\,b}{a}$$

найдемъ, что

$$z^2 = \frac{e}{a}$$

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)\,z = -\frac{4d}{a},$$

откуда

$$z = -\frac{4\,d}{a} : -\frac{4\,b}{a}$$

и слѣдовательно

$$\frac{e}{a} = \frac{d^2}{b^2},$$

или

$$ad^2 - eb^2 = 0,$$

Итакъ:

1) Если функція $ad - eb^2$ коэффиціентовъ уравненія четвертой степени равна нулю, то средне-геометрическое двухъ корней уравненія равно средне-геометрическому двухъ остальныхъ и обратно.

2) Уравненіе четвертой степени, коэффиціенты котораго удовлетворяютъ условію

$$ad^2 - eb = 0$$

непосредственно распадается на два квадратныя уравненія.

4. Замѣтимъ кстати, что такъ называемыя возвратныя уравненія четвертой степени — ихъ называютъ иногда симметричными, а также взаимными — представляютъ частный случай только что указаннаго класса уравненій.

Дѣйствительно, если $ad^2 - eb^2 = 0$, то ур. (1) имѣетъ видъ

$$ax^4 + 4\,bx^3 + 6cx^2 + 4dx + \frac{ad^2}{b^2} = 0$$

положивъ

$$x = y\sqrt{\frac{d}{b}},$$

получимъ

$$a\,\frac{d^2}{b^2}\,y^4 + 4\,d\sqrt{\frac{d}{b}}\,y^3 + 6\,\frac{d}{b}\,cy^2 + 4\,d\sqrt{\frac{d}{b}}\,y + a\,\frac{d^2}{b^2} = 0;$$

т. е. получимъ возвратное уравненіе.

(*Окончаніе слѣдуетъ*).

Присланныя статьи.

4. Педагогическая замѣтка. [1])

В. Игнатовичъ-Завилейскаго.

„Безъ опытовъ не слѣдуетъ ни начинать, ни продолжать, ни оканчивать изу-
„ченія физики, но для первоначальнаго изученія должно какъ можно менѣе прибѣгать
„къ сложнымъ приборамъ: а то не рѣдко изъ-за машины не видать явленія“.

(*Ѳ. Эвальдъ. Первые уроки изъ физики*).

Кому изъ преподователей физики въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ не приходится постоянно встрѣчаться съ весьма характернымъ явленіемъ: полнѣйшею неподготовленностью учащагося юношества къ наблюденію нерѣдко весьма простыхъ явленій природы, въ ихъ-ли естественномъ теченіи или же при воспроизведеніи ихъ на опытахъ физики? Мнѣ кажется, что этотъ недостатокъ нашихъ учениковъ и, въ особенности, учениць, вполнѣ естественно вытекаетъ изъ совершеннаго отсутствія какой бы то ни было подготовки въ указанномъ направленіи учащагося юношества въ періодъ до-школьнаго обученія. Вѣдь считается же непреложною истиною необходимость для успѣховъ ученія по какому бы то ни было предмету—предварительной подготовки къ воспринятію новаго предмета. Самое обученіе обыкновенно начинается пропедевтически. Курсъ же физики является сразу чѣмъ то крайне мало доступнымъ для начинающаго (не смотря на извѣстную долю математической подготовки къ воспринятію пространственныхъ и количественныхъ отношеній). И понятно: ученикъ не подготовленъ вовсе наблюдать, обобщать, дѣлать выводы, сравненія и т. д. А между тѣмъ именно въ этомъ возрастѣ, при соотвѣтственной степени общаго развитія, вполнѣ естественно стремленіе пріобрѣтать основательныя понятія о внѣшнемъ мірѣ: „какъ, почему и отчего?“ вотъ тѣ *докучливые* вопросы, которыми юноши этого возраста осаждаютъ всякаго, въ комъ надѣются найти достаточный запасъ точныхъ свѣдѣній о мірѣ реальномъ. Я глубоко убѣжденъ, что эту въ высшей степени плодотворную любознательность можно, при извѣстныхъ условіяхъ эксплуатировать самымъ цѣлесообразнымъ образомъ. Дайте только возможность дѣтямъ и юношамъ самимъ заняться физическими опытами и наблюденіями въ доступной формѣ, доставьте имъ возможность непосредственно ознакомиться съ фактами—и вы будете поражены громадными результатами и легкостью ихъ достиженія. Въ теченіе многихъ лѣтъ своей учительской практики, я постоянно стремился всѣми возможными мѣрами возбудить, поддержать, если она уже зародилась, развить и направить эту пытливость и стремленіе къ дѣятельности (помните дѣтское: „я самъ, самъ!)“, столь естественное въ юношахъ, но къ сожалѣнію далеко не такъ часто встрѣчаемое. Мнѣ не разъ, дѣйствительно, удавалось при этомъ достигать весьма хорошихъ результатовъ и изъ моихъ нѣкоторыхъ учениковъ вырабатывались молодые люди не только съ положительнымъ знаніемъ, но и съ полезными навыками и умѣньемъ, что встрѣчается вообще гораздо рѣже. Полагая, что практикуемый мною способъ можетъ въ рукахъ еще болѣе умѣлыхъ преподавателей развиться дальше и принести болѣе полезные результаты, я рѣшаюсь, на первый разъ, изложить въ Вѣстникѣ Оп. Физики и Элем. Мат. достигнутые мною въ текущемъ учебномъ году результаты. При прохожденіе въ 5 классѣ Кіевскаго реальнаго училища физики, согласно программѣ, я по своему обыкновенію задавалъ ученикамъ, въ видѣ практическихъ

[1]) Напоминаемъ читателямъ, что въ этомъ отдѣлѣ мы помѣщаемъ и такія статьи, въ которыхъ высказываются мнѣнія, не согласныя съ нашими. *Прим. ред.*

задачъ, работы на домъ: изготовленіе нoніуса, верньера, сравнительной термометрической скалы и т. п. Многими изъ воспитанниковъ эти задачи выполнялись не только вполнѣ удовлетворительно, но можно сказать, просто артистически. Переходя далѣе, мы дошли до изготовленія, только желающими, приборовъ для доказательства расширенія твердыхъ тѣлъ (по способу Дубровскаго), рычажныхъ вѣсовъ и т. д. Но наиболѣе поучительнымъ оказалось выполненіе нѣкоторыми воспитанниками, по ихъ собственному почину, вслѣдствіе только моихъ указаній—цѣлыхъ готовалень по магнитизму. Собранныя двумя воспитанниками Ш. и З. двѣ подобныя готовальни представили собою наборъ всѣхъ необходимыхъ для элементарнаго курса магнитизма принадлежностей, отчасти изготовленныхъ собственнымъ трудомъ ихъ, отчасти только чрезвычайно практично собранныхъ составителями въ удобную и практичную форму.

Прим. редакціи. На собственноручное изготовленіе физ. приборовъ учениками *среднихъ учебныхъ заведеній* мы можемъ смотрѣть лишь какъ на *развлеченія*, и не повѣримъ, что физику лучше всего знаютъ въ мастерскихъ физическихъ приборовъ.

Хроника.

„Основныя гипотезы физики."

(Проф. О. Хвольсона).

Подъ такимъ заглавіемъ помѣщена прекрасная статья профессора О. Хвольсона въ Февральской и Мартовской книжкахъ „Вѣстника Европы" за текущій годъ. Мы обращаемъ на нее особенное вниманіе всѣхъ нашихъ читателей вообще и учителей физики въ частности, вслѣдствіе убѣжденія, что каждому изъ нихъ чтеніе статьи проф. Хвольсона доставитъ истинное наслажденіе, а усвоеніе элементарно изложенныхъ въ ней современныхъ научныхъ теорій и гипотезъ принесетъ существенную пользу и поможетъ оріентироваться въ хаосѣ различныхъ физическихъ допущеній, предположеній и фиктивныхъ объясненій, которыми такъ переполнены наши учебныя и популярныя сочиненія по физикѣ.

Размѣры нашего журнала не позваляютъ намъ, къ сожалѣнію, дать на этотъ разъ подробное извлеченіе этой статьи (заключающей 70 стр.), поэтому ограничиваемся только краткимъ перечисленіемъ ея содержанія, въ надеждѣ, что заинтересованные читатели постараются непремѣнно прочесть статью проф. Хвольсона въ оригиналѣ.

Въ I главѣ авторъ устанавливаетъ границу между тѣмъ, что мы можемъ знать въ природѣ и тѣми ея тайнами, которыя на вѣки скрыты отъ насъ; затѣмъ дается опредѣленіе *гипотезы* вообще и ея пяти свойствъ или условій пригодности (возможность, согласіе съ опытомъ, обниманіе возможно большаго числа явленій, простота и провѣряемость).

Во II-ой главѣ, озаглавленной „Раздѣленіе и свойства гипотезъ", проф. Хвольсонъ дѣлитъ всѣ гипотезы на 4 категоріи (гипотезы о характерѣ или о законѣ, о связи, о причинѣ и о цѣли), поясняя каждую удобопонятными примѣрами и заканчиваетъ главу объясненіемъ какъ *разрѣшаются* гипотезы. [1]).

---

1) Мы *не вполнѣ* согласны съ авторомъ въ его взглядахъ и опредѣленіяхъ гипотезъ и съ его классификаціею, но не думаемъ, чтобы была какая нибудь необходимость вдаваться здѣсь въ подробности по этому поводу. *Прим. ред.*

Глава III посвящена вопросу *упрощенія* гипотезъ и такъ называемымъ *мнимымъ* гипотезамъ (тяготѣніе, Амперова аналогія между магнитами и соленоидами).

Глава IV „Реальность предметовъ и конечность пространства". Коротенькая замѣтка, относящаяся скорѣе къ философіи.

Главы V, VI и VII, въ которыхъ кратко и ясно изложены „Принципы инерціи, сохраненія вещества и сохраненія энергіи", какъ три основныя гипотезы современной науки, мы бы совѣтовали даже прочесть всѣмъ ученикамъ высшихъ классовъ. Пора уже перестать считать вмѣстѣ съ Г Краевичемъ, что „законъ сохраненія энергіи не можетъ служить предметомъ изученія въ среднихъ учебныхъ заведеніяхъ" [2]) и можетъ быть помѣщенъ въ учебникѣ физики „лишь ради удовлетворенія любознательности учащихся."

Глава VIII посвящена разбору гипотезъ объ эѳирѣ. Еще разъ обратимъ здѣсь кстати вниманіе читателя на то, что уже неоднократно было нами указано: не само *существованіе* эѳира, какъ нѣкоторой невѣсомой среды, есть гипотеза, а присвоеніе этой средѣ тѣхъ или другихъ свойствъ. Вотъ что говоритъ по этому поводу проф. Хвольсонъ: „Къ словамъ Ламэ, сказавшаго, что существованіе эѳира слѣдуетъ считать доказаннымъ, можно прибавить, что оно доказано по крайней мѣрѣ съ такою-же достовѣрностью, съ какою доказано вращеніе земли около своей оси."

Глава IX занята атомистической гипотезой; здѣсь собраны очень вѣскія данныя, говорящія въ пользу единства вѣсомой матеріи.

Въ X главѣ изложена одна изъ самыхъ существенныхъ и необходимыхъ физическихъ гипотезъ, именно гипотеза о строеніи газовъ (кинетическая теорія газовъ).

Наконецъ въ главахъ XI, XII, XIII и XIV приведены всѣ главнѣйшія попытки объясненія электрическихъ явленій.

„О продольной скважности стѣнокъ стеклянныхъ трубокъ."

(К. Краевича).

Эта статья помѣщена въ послѣднемъ номерѣ (№ 2) Журнала Русскаго Физико-Химическаго Общества за 1887 г. Въ ней авторъ указываетъ на то обстоятельство, что стеклянныя трубы имѣютъ почти всегда продольные волосные каналы, которые часто можно замѣтить простымъ глазомъ въ видѣ черточекъ и линій въ стѣнкахъ трубки. Автору удавалось посредствомъ атмосфернаго давленія вгонять въ болѣе широкіе изъ этихъ канальцевъ ртуть, или подкрашенную сѣрную кислоту. Это свойство стеклянныхъ трубокъ, зависящее отъ способа ихъ приготовленія (растягиваніемъ) можетъ иногда оказывать вредное вліяніе въ такихъ напр. приборахъ какъ барометръ, такъ какъ при прорываніи такого канала внутрь торричелевой пустоты въ нее попадетъ заключенный въ каналѣ газъ.

---

[2]) См. предисловіе Учебника Физики К. Краевича.

Къ вопросу о свойствахъ и способѣ приготовленія тонкихъ, прозрачныхъ металлическихъ пластинокъ. (В. Вернике [1])

Способъ приготовлять зеркальные прозрачные слои изъ благородныхъ и неблагородныхъ металловъ на стеклѣ былъ предложенъ назадъ тому 10 лѣтъ въ англійскихъ и американскихъ журналахъ; онъ основанъ на давно извѣстномъ опытѣ, что металлъ катода въ Гейслеровой трубкѣ подъ вліяніемъ сильныхъ индукціонныхъ токовъ раздробляется и осаждается въ видѣ пыли на стѣнкахъ трубки. Этотъ способъ былъ въ новѣйшее время подробно изслѣдованъ *А. Кундтомъ* и *В. Дессау* въ Страсбургской лабораторіи. Первый изъ нихъ нашелъ, что названные металлическіе осадки имѣютъ въ различныхъ мѣстахъ неравныя толщины и обладаютъ способностью *двойного преломленія* до такой степени, что оба показателя преломленія показываютъ дифференцію болѣе 0,5. Двойное преломленіе наступаетъ уже при отраженіи свѣта. Еще замѣчательнѣе факты, найденные авторами послѣ, а именно: металлъ не держится крѣпко на стеклѣ и можетъ быть легко стертъ съ него, только желѣзо держится крѣпко и представляетъ сопротивленіе атмосфернымъ вліяніямъ, тогда какъ благородные металлы легко въ этомъ видѣ портятся. Въ тонкихъ мѣстахъ серебро и золото показываютъ цвѣтныя кольца, похожія на Ньютоновы.

В. Вернике критикуетъ результаты страсбургскихъ ученыхъ, отрицая существованіе ньютоновыхъ колецъ и даетъ собственную методу для приготовленія тонкихъ металлическихъ пластинокъ, вполнѣ равномѣрной толщины. Его метода основана на электролизѣ, при чемъ металлы выдѣляются изъ щелочныхъ растворовъ ихъ солей въ видѣ мельчайшихъ частичекъ. Если имѣется на чистой металлической поверхности тонкій слой металла или металлическаго соединенія, осажденнаго электролитически, то его можно, примѣняя для этого желатину, легко отдѣлить и изслѣдовать по отношенію къ проходящему черезъ него свѣту. Если слой состоитъ изъ желѣза или другого легко окисляемаго металла, то, само собою разумѣется, нужно его во время просушиванія желатиноваго раствора удалить изъ подъ вліянія кислорода воздуха. Вмѣсто желатины можно употреблять и другія прозрачныя вещества, какъ напр. канифоль.

Бхм.

Фосфорографія въ примѣненіи къ фотографіи невидимаго (К. Ф. Ценгеръ [2])

Авторъ наставлялъ фотографическій аппаратъ на предметы ночью, въ камеру вставлялъ пластинку, покрытую фосфоресцирующими веществами и затѣмъ клалъ ее на обыкновенную фотографическую пластинку; при этомъ онъ получалъ отчетливыя изображенія. Когда онъ клалъ въ темнотѣ на фотографическую пластинку бумагу, которая была ранѣе освѣщена и имѣла какія нибудь фигуры и буквы, то опять таки получались отчетливыя изо-

[1] *W. Wernicke*. Wied. Ann. 30 № 3 p. 469. 1887.

[2] *K. V. Zenger*. Comp. rend. 103. p. 454. 1886.

браженія. Если положить на бумагу, которая пропитана растворомъ урановой соли, листъ бумаги съ печатными буквами или другими напечатанными фигурами или же отбросить на нее какое нибудь изображеніе, то его можно снова воспроизвести по прошествіи даже очень долгаго времени.

Бхм.

Аппаратъ для сгущенія дыма посредствомъ статическаго электричества (Г. Амори[3]).

Стеклянный цилиндръ устанавливается на треножникѣ, просверленномъ въ срединѣ, подъ которымъ находится жестяной ящикъ съ боковымъ и вверху находящимся отверстіями; въ этомъ ящикѣ сжигаютъ селитряную бумагу, губку, табакъ и т. п. и такимъ образомъ наполняютъ его дымомъ. Цилиндръ сверху покрытъ крышкой, снабженной трубкой. По срединѣ своей длины цилиндръ снабженъ другъ противъ друга находящимися горлышками, черезъ которыя проходятъ металлическія проволоки; эти проволоки снабжены вертикальными по отношенію къ стѣнкамъ цилиндра другими проволоками, заостренными на концахъ. Если соединить эти гребешки съ кондукторами электрической машины и ихъ постоянно насыщать, то дымъ садится на дно.

Бхм.

Смѣсь.

Іосифъ Фраунгоферъ.

Сто лѣтъ тому назадъ, 6-го марта 1787 г. въ м. Штраубингъ въ Баваріи, въ семействѣ бѣднаго стекольщика родился Іосифъ Фраунгоферъ, имени котораго суждено было попасть въ списокъ безсмертныхъ.

Считаемъ не лишнимъ посвятить воспоминанію объ этомъ замѣчательномъ человѣкѣ нѣсколько строкъ и напомнить читателямъ о его заслугахъ въ области оптики.

До 14 лѣтъ Фраунгоферъ находился дома и пріучался къ ремеслу стекольщика, не получая почти никакого образованія. Послѣ смерти отца онъ перешелъ въ Мюнхенъ и поступилъ работникомъ на фабрику зеркалъ и стеколъ. Къ счастью для него (и для науки, на этотъ разъ) фабрика — обрушилась. Фраунгоферъ былъ въ числѣ спасшихся при катастрофѣ и получилъ отъ короля 18 червонцевъ, въ видѣ вспомоществованія. На эти деньги онъ устроилъ свое собственное маленькое заведеніе для шлифовки стеколъ и въ непродолжительное время его оптическія стекла пріобрѣли извѣстность. Вслѣдствіе этого онъ былъ приглашенъ въ оптико-механическое заведеніе въ Бенедиктбауернъ, которое въ 1814 г. было переведено въ Мюнхенъ и тогда уже находилось подъ управленіемъ Фраунгофера. Съ этого времени онъ занималъ каѳедру физики, а въ 1823 г. былъ назначенъ кон-

---

[3]) *H. Amaury.* Journ. de phys. élément. 1 p. 64. 1886.

серваторомъ физическаго кабинета баварской академіи наукъ. Къ сожалѣнію, скоро послѣ этого въ 1826 г., онъ умеръ 39 лѣтъ отъ роду.

Во время своего пребыванія въ Бенедиктбауернѣ Фраунгоферъ довелъ приготовленіе оптическихъ стеколъ до замѣчательнаго совершенства. До начала XIX столѣтія еще не умѣли отливать однородныхъ кусковъ флинтгласа. Первый, кому это удалось, былъ нѣкто Гьюнанъ въ Швейцаріи. Въ 1807 г. онъ тоже былъ приглашенъ въ ту-же фабрику въ Бенедиктбауернъ, и съ тѣхъ поръ Фраунгоферовы астрономическіе инструменты пріобрѣли европейскую извѣстность. Ранѣе этого, вслѣдствіе невозможности имѣть хорошія стекла, употреблялись телескопы-рефлекторы, составленные изъ металлическихъ зеркалъ; Фраунгоферъ далъ астрономіи телескопы-рефракторы, которые теперь употребляются почти исключительно.

Такъ называемыя Фраунгоферовыя линіи спектра были въ сущности открыты не имъ, а Волластономъ въ 1802 г. Но только въ 1815 г. Фраунгоферъ, имѣя надобность при своихъ практическихъ работахъ со стеклами въ точномъ пріемѣ опредѣленія различныхъ показателей преломленія, обратилъ на эти темныя линіи солнечнаго спектра особенное вниманіе, показывалъ ихъ буквами и опредѣлилъ точно ихъ неизмѣнное положеніе.

Рожеръ Іосифъ Босковичъ.

Еще одно воспоминаніе. Сто лѣтъ тому назадъ, 12 Февраля 1787 г., въ Миланѣ умеръ 76 лѣтній старикъ, заподозрѣнный въ сумашествіи, Рожеръ Босковичъ, іезуитъ, одинъ изъ выдающихся ученыхъ прошлаго столѣтія. Родился въ Рагузѣ (въ 1711 г.), много путешествовалъ и долженъ быть отнесенъ къ разряду всесторонне талантливыхъ людей. Папа Бенедиктъ XIV совѣтуется съ нимъ, какъ съ знаменитымъ теоретикомъ архитекторомъ, относительно починки купола церкви Св. Петра, король французскій Людовикъ XVI приглашаетъ его въ Парижъ для занятія должности оптика, въ Павіи, въ Римѣ—онъ профессоръ, въ Вѣнѣ—дипломатъ и пр.

Какъ философъ и физикъ онъ на всегда занялъ въ исторіи почетное мѣсто своимъ сочиненіемъ. „Philosophiae naturalis theoria, redacta ad unicam legem virium in natura existentium,“ въ которомъ впервые была приложена Ньютоновская теорія тяготѣнія къ атомной гипотезѣ строенія тѣлъ. Взглядъ, изложенный Босковичемъ въ противопоставленіе гипотезѣ Лейбницовскихъ монадъ, заключался въ слѣдующемъ: матерія состоитъ изъ отдѣльныхъ атомовъ, не имѣющихъ размѣровъ, но надѣленныхъ силами, обусловливающими ихъ притяженіе и отталкиваніе. Силы эти зависятъ только отъ разстояній; при очень маломъ разстояніи между атомами сила ихъ взаимодѣйствія есть отталкивательная, возрастающая до безконечно большой величины при уменьшеніи разстоянія до нуля. Поэтому атомы не могутъ никогда совпасть. При увеличеніи разстоянія отталкивательная сила переходя черезъ нуль, превращается въ притягательную. Всеобщее тяготѣніе на конечныхъ разстояніяхъ объясняется этой силой. Принявъ такое толкованіе атомной гипотезы, Босковичъ могъ, конечно, вполнѣ удовлетворительно объяснить сцѣпленіе, упругость, тяжесть и пр. Для его времени это былъ громадный шагъ впередъ въ физикѣ. Тѣмъ не менѣе его заслуги не были достаточно оцѣнены современниками. Исключеніе составляютъ отзывы о немъ Пристлея (въ исторіи оптики), Фехнера и астронома Лаланда, который оставилъ даже его жизнеописаніе [1]).

Вопросы и задачи.

№ 121. Ареометръ Бомэ для жидкостей тяжелѣе воды погружается до 66-го дѣленія въ сѣрной кислотѣ, удѣльной вѣсъ которой $=1,85$. Опредѣлить удѣльный вѣсъ нѣкоторой жидкости, въ которой этотъ ареометръ погружается до 40-го дѣленія.

№ 122. Описать пріемъ измѣренія электровозбудительной силы какого нибудь элемента при помощи телефона.

№ 106. [1]) Извѣстно, что число всѣхъ двойныхъ сочетаній изъ n элементовъ равно суммѣ всѣхъ чиселъ натуральнаго ряда меньшихъ n.

Показать, что число всѣхъ тройныхъ сочетаній (безъ повтореній) изъ n элементовъ равно суммѣ квадратовъ всѣхъ четныхъ (при n четномъ), или всѣхъ нечетныхъ (при n нечетномъ) чиселъ натуральнаго ряда меньшихъ n.

Распространить эту аналогію на число всѣхъ сочетаній по 4 изъ n элементовъ.

Эр. Шпачинскій.

№ 123 Рѣшить уравненія

$$2x^2 - 3y = 23.$$

$$3y^2 - 8x = 59.$$

П. Никульцевъ.

№ 124. Опредѣлить площадь треугольника по даннымъ угламъ и медіанѣ.

Н. Соболевскій.

№ 125. Черезъ одну изъ точекъ пересѣченія двухъ данныхъ окружностей провести сѣкущую такъ, чтобы произведеніе хордъ было maximum.

Ученикъ Бакинскаго р. уч. Ф. Р.

---

[1]) 12-го марта Чешское Математическое Общество въ Прагѣ, празднуя 25-лѣтній юбилей своего основанія, почтило память Босковича, какъ славянскаго ученаго, особою рѣчью (А. Седлера) о его жизни и ученыхъ трудахъ.

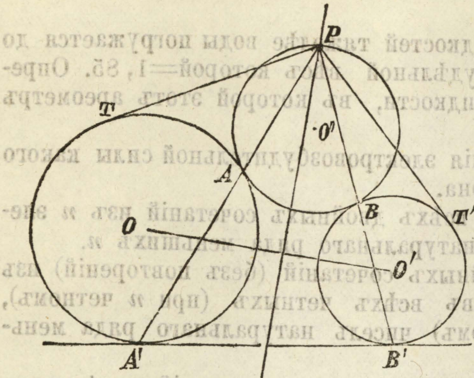
[1]) Эта задача № 106 по ошибкѣ была пропущена и не вошла въ № 15 Вѣстника (стр. 69).

Рѣшеніе задачъ.

№ 16. Построить окружность, касательную къ двумъ даннымъ окружностямъ и проходящую черезъ данную на ихъ радикальной оси точку.

Къ рѣшенію этой задачи удобно примѣнить методъ обратныхъ фигуръ (см. № 13 Вѣстника стр. 6 и сл.). Пусть O и O′ (фиг 40) будутъ данныя окружности и P данная на ихъ радикальной оси точка. Вообразимъ искомую окружность O″ уже проведенною и принявъ P за начало, построимъ фигуру ей обратную по модулю PT^2; иными словами: найдемъ геом. мѣсто точекъ, изъ которыхъ проведенныя къ искомой окружности O″ касательныя были-бы всѣ равны касательнымъ PT или PT′. Изъ теоріи обратныхъ фигуръ извѣстно, что фигура, обратная окружности, проходящей черезъ начало, есть прямая. Не трудно видѣть, что въ данномъ случаѣ эта прямая есть общая касательная A′B′ къ даннымъ окружностямъ; въ самомъ дѣлѣ, желая построить точку A′, обратную искомой точкѣ касанія A, мы должны отложить отъ P такой отрѣзокъ PA′, чтобы

фиг. 40.



$$AP. \ A'P = PT^2,$$

а такъ какъ PT есть касательная къ окружности O, то слѣдовательно точка A′ лежитъ на этой окружности, а такъ какъ никакая другая точка кромѣ точки касанія A не принадлежитъ обѣимъ окружностямъ O и O″, то изъ всѣхъ точекъ, обратныхъ точкамъ окружности O″, только одна точка A′ будетъ на окружности O. Точно также убѣждаемся, что изъ этихъ точекъ только одна точка B′ (обратная точкѣ касанія B) будетъ лежать на окружности O′. Точно также легко убѣдиться, что каждая изъ окружностей O и O′ будетъ сама себѣ обратною фигурою въ этомъ случаѣ. Слѣдовательно вслѣдствіе примѣненія метода обратныхъ фигуръ задача свелась на проведеніе общей касательной къ двумъ даннымъ окружностямъ.

Это изслѣдованіе даетъ намъ очень простое рѣшеніе предложенной задачи: проводимъ общую касательную A′B′ къ даннымъ окружностямъ и соединяемъ точки касанія A′ и B′ съ данною точкою P. Такимъ образомъ опредѣлятся точки касанія A и B, и тогда останется только провесть окружность черезъ три точки P, A и B.

Въ общемъ случаѣ задача, очевидно, имѣетъ 4 рѣшенія, ибо къ двумъ даннымъ окружностямъ можно провести 4 общія касательныя. Въ случаѣ когда данныя окружности касаются извнѣ, или пересѣкаются, задача додопускаетъ только 2 рѣшенія, соотвѣтствующія двумъ внѣшнимъ общимъ касательнымъ. Наконецъ задача невозможна, когда изъ данныхъ окружностей одна находится внутри другой.

А. Бобятинскій, Ученики 8 кл, I Харьк. г. Н. Ш. и 7 кл. Немир. г. I. Г-бъ.

№ 51. Доказать, что сумма

$$\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}-\frac{1}{14}-\frac{1}{16}\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{18}-\frac{1}{20}-\frac{1}{22}-\frac{1}{24}\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{8n-6}-\frac{1}{8n-4}-\frac{1}{8n-2}-\frac{1}{8n}\right)+\cdots$$

съ возрастаніемъ числа членовъ до безконечности стремится къ нулю

Возьмемъ другой рядъ

$$S=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{12}\right)+\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{16}\right)+\cdots$$

Его можно представить и такъ:

$$S=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\frac{1}{14}-\frac{1}{16}\right)+\cdots$$

Въ 1-мъ случаѣ:

$$S=\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(\frac{1}{4n-2}-\frac{1}{4n}\right).$$

Во 2-мъ случаѣ:

$$S=\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(\frac{1}{8n-6}-\frac{1}{8n-4}+\frac{1}{8n-2}-\frac{1}{8n}\right).$$

Вычитывая второе выраженіе изъ перваго, находимъ:

$$0=\sum_{n=1}^{n=\infty}\left(\frac{1}{4n-2}-\frac{1}{8n-6}+\frac{1}{8n-4}-\frac{1}{8n-2}-\frac{1}{4n}+\frac{1}{8n}\right)$$

Но 1-й членъ (въ скобкахъ) съ 3-мъ даютъ $\frac{3}{8n-4}$ т. е.

$$\frac{4}{8n-4}-\frac{1}{8n-4}, \text{ или } \frac{1}{2n-1}-\frac{1}{8n-4},$$

а два послѣдніе обращаются въ $-\frac{1}{8n}$; слѣдовательно

$$\sum_{n=1}^{n=8}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{8n-6}-\frac{1}{8n-4}-\frac{1}{8n-2}-\frac{1}{8n}\right)=0$$

чѣмъ и доказывается предложенная задача, такъ какъ выраженіе, заключенное въ скобкахъ, есть не что иное какъ общій членъ даннаго ряда.

А. Левшинъ и М. Худадовъ.

№ 62. Въ цилиндрическую наполненную водою трубку, длина которой въ 10 разъ больше внутр. діаметра, вложено 6 шариковъ такого-же діаметра. Сколько воды выльется?

Объемъ шара, вписаннаго въ цилиндръ, составляетъ $^2/_3$ объема этого цилиндра. Слѣдовательно каждый шарикъ вытѣсняетъ $\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$ всей воды, а всѣ шесть шариковъ вытѣсняетъ $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ всего количества воды.

А. Колтановскій. Ученики: 6 кл. Кишин. р. уч. Д. Л., Тульской г. Н. И., 7 кл. Усть-Медв. г. Ѳ. К., 8 кл. Екатериносл. г. В. К., Кам.-Под. г. С. Рж. и III Кіевск. г. В. Я.

№ 63. Рѣшить уравненія

$$2x^2=2(p+q)y+pq$$
$$2y^2=2(p-q)x-pq.$$

Вычитывая второе уравненіе изъ перваго, находимъ послѣ соотвѣтственныхъ упрощеній

$$(x+y+p)\ (x-y-q)=0$$

Приравнивая нулю каждый множитель порознь и принимая во вниманіе одно изъ данныхъ уравненій, приходимъ такимъ образомъ къ двумъ системамъ уравненій:

$$\text{1-я система:}\ \begin{cases} 2x^2=2(p+q)y+pq, \\ x+y+p=0. \end{cases}$$

$$\text{2-я система:}\ \begin{cases} 2x^2=2(p+q)y+pq. \\ x-y-q=0. \end{cases}$$

Рѣшеніе первой изъ нихъ, не представляющее уже никакихъ затрудненій, даетъ корни:

$$x=-\frac{1}{2}(p+q\pm\sqrt{q^2-3p^2})$$
$$x=-\frac{1}{2}(p-q\mp\sqrt{q^2-3p^2}).$$

Рѣшая вторую систему, точно такъ-же найдемъ еще

$$x=\frac{1}{2}(p+q\mp\sqrt{p^2-3q^2})$$
$$y=\frac{1}{2}(p-q\pm\sqrt{p^2-3q^2}).$$

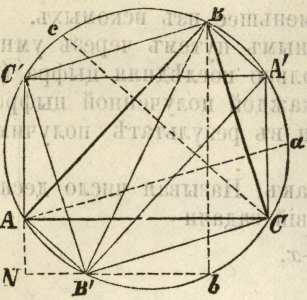
А. Гольденбергъ, А. Воиновъ. Ученики: 5 кл. Ливенскаго р. уч. М-въ, и Урюпинск р. уч., Н. А., 8 кл. IV Кіевск. г. А. П., Екатериносл. г. В. К., Курской г. Н. С.

NB. Интересующихся общимъ пріемомъ рѣшенія системъ двухъ квадратныхъ уравненій съ двумя неизвѣстными отсылаемъ къ статьѣ А. Гольденберга, помѣщенной въ Педагогическомъ Сборникѣ за Іюль 1886 года.

№ 64. Вписать въ данную окружность треугольникъ, когда на ней даны три точки пересѣченія трехъ продолженныхъ высотъ треугольника

Пусть данныя точки будутъ *a*, *b* и *c* (фиг. 41). Высота, проведенная напр. изъ вершины A, образуетъ со стороною AC такой же уголъ, какъ и высота, проведенная изъ вершины B, со стороною BC; слѣдовательно искомая вершина треугольника C должна лежать на срединѣ дуги *ab*. А такъ какъ дугъ *ab* двѣ, то, раздѣливъ ихъ пополамъ, найдемъ двѣ точки C и C′, діаметрально противоположныя, изъ которыхъ каждая можетъ быть вершиною искомаго треугольника. Точно также дѣленіемъ пополамъ дугъ *ac* и *bc* найдемъ еще четыре точки на окружности B и B′, A и A′, удовлетворяющія условіямъ вершинъ. Итакъ имѣемъ шесть точекъ на окружности A, A′, B, B′, C и C′, Соединяя ихъ по три, получимъ очевидно *двадцать* различныхъ вписанныхъ треугольниковъ. Однакожъ изъ этого числа 16 треугольниковъ не удовлетворяютъ условіямъ задачи; такъ напр. треугольникъ A′B′C′ не есть искомый, такъ какъ ни одна изъ его высотъ не пересѣкаетъ окружности въ данныхъ точкахъ. Слѣдовательно задача имѣетъ только 4 рѣшенія: ABC, AB′C′, BA′C′ и CA′B′, и не трудно убѣдиться, что высоты каждаго изъ этихъ треугольниковъ пересѣкаютъ окружность въ данныхъ точкахъ *a*, *b*, *c*. Такъ напр. для треугольника AB′C′ имѣемъ: A*a* перпендикулярна къ B′C′, далѣе: B′*b* перпендикулярна къ B*b*, а эта послѣдняя параллельна къ AC′, ибо обѣ эти прямыя перпендикулярны къ AC; слѣдовательно B′*b* перпендикулярна къ AC′, т. е. продолженная высота NB′, пересѣчетъ окружность въ точкѣ *b*. И т. д.

Фиг. 41.



С. Зеликинъ. Ученики: 5 кл. Урюпинск. р. уч. В. А., 6 кл. Кишин. р. уч. М. Н. 7 кл. Астрах. г. Н. К., и Немир. г. I. Г-бъ, 8 кл. Курской г. И. Д.

№ 65. Нѣкоторое цѣлое число имѣетъ на мѣстѣ единицъ двойку; если эту двойку переставить на первое мѣсто съ лѣвой стороны, то число удвоится. Найти такое число.

Задача эта можетъ быть рѣшена многими способами и между прочими такимъ простымъ дѣленіемъ или умноженіемъ, при которыхъ само дѣйствіе возобновляется по мѣрѣ нахожденія искомыхъ цыфръ. Такъ напр. изъ самого условія задачи слѣдуетъ, что удвоенное искомое число должно имѣть на первомъ мѣстѣ 2 и затѣмъ будетъ слѣдовать неизвѣстный для насъ пока рядъ другихъ цыфръ. Несмотря на это, такое число можемъ дѣлить на 2 и найти такимъ образомъ искомое число Покажемъ на этомъ примѣрѣ какъ производится такое дѣленіе.

Дѣлимъ высшій разрядъ дѣлимаго (т. е. 2) на дѣлителя 2 и получаемъ 1. Но по условію задачи эта 1 должна составить вторую цыфру дѣлимаго; приписываемъ слѣдовательно 1 къ дѣлимому, сносимъ, и такъ какъ 2 въ 1 не содержится, то въ частномъ получается вторая цыфра=0 Приписавъ этотъ 0 какъ третью цыфру къ дѣлимому, дѣлимъ 10 на 2, получаемъ третью цыфру частнаго 5 и т. д.

Такое дѣленіе съ возобновляемымъ дѣлимымъ можетъ, очевидно, быть продолжаемо до безконечности; но оно будетъ періодическимъ. Въ данномъ случаѣ цыфры частнаго начнутъ повторяться въ томъ же порядкѣ послѣ того, какъ мы получимъ 18 цифръ

105263157894736842.

Выраженное этимъ періодомъ число будетъ наименьшее изъ искомыхъ.

То же число можетъ быть получено обратнымъ путемъ черезъ умноженіе на 2 такого множимаго, котораго пока только послѣдняя цыфра (2) намъ извѣстна изъ условій задачи. При этомъ каждой полученной цыфрой произведенія мы будемъ пополнять множимое и въ результатѣ получимъ тотъ же періодъ.

Еще иначе можно ту же задачу рѣшить такъ. Называя число десятковъ искомаго числа черезъ x, имѣемъ изъ условій задачи

$$2\,(10x+2)=2.10^n+x,$$

гдѣ показатель n остается неопредѣленнымъ.

Отсюда

$$x=\frac{1999\ldots996}{19}.$$

Слѣдовательно для отысканія x будемъ дѣлить на 19 число 1999.., до тѣхъ поръ, пока въ остаткѣ не получится 3. (Остатокъ 3 покажетъ намъ. что если бы послѣдній разъ снесли не 9 а послѣднюю цыфру 6, то x получилось бы числомъ цѣлымъ). Приписавъ къ полученнному частному съ правой стороны 2, получимъ наименьшее изъ искомыхъ чиселъ (изъ прежнихъ 18 цыфръ).

Н. Соболевскій, А. Колтановскій, М. Геціу, Г. Шуръ. Ученики: 5 кл. Черниг. г. В. Г. и С. П., 6 кл. Бакинск. р. уч. Ф. Р., Тульск. г. Н. И., 7 кл. Астраханск. г. И. К., 8 кл. Немир. г. И. Ж., Екатериносл. г. В. К., IV. Кіевской г. А. П., Сѣдлецкой г. К. У.

Примѣчаніе. Нерѣшенныя задачи (*продолженіе*):

№ 61. Объяснить слѣдующій опытъ.—Въ обыкновенную барометрическую трубку съ Торричелевою пустотою вводимъ нѣкоторое количество водорода; въ другую такую же трубку впускаемъ столько воздуха, чтобы ртуть въ обѣихъ трубкахъ была на одинаковой высотѣ. Достигнувъ этого, вводимъ въ обѣ трубки эфиръ въ такомъ количествѣ, чтобы онъ оставался въ избыткѣ, и тогда замѣчаемъ, что уровень ртути въ трубкѣ заключающей водородъ, будетъ понижаться гораздо скорѣе, чѣмъ во второй, и только лишь по истеченіи 2, 3-хъ часовъ ртуть установится опять на одной высотѣ въ обѣихъ трубкахъ. Почему?

№ 67. Какимъ образомъ можно опредѣлить направленіе магнитнаго меридіана при помощи стрѣлки наклоненія (т. е. такой магнитной стрѣлки, которая можетъ колебаться только въ вертикальной плоскости)?

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 31 Марта 1887 года.
Тип. Е. Т. Керерь, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.

Списокъ книгъ, присланныхъ въ редакцію.

(*Продолженіе*).

12) **Систематическій курсъ Ариѳметики**, приспособленный къ наглядному преподаванію **съ задачами**, взятыми изъ вопросовъ научныхъ и житейскаго опыта, расположенными постепенно отъ легкаго къ трудному, съ чертежами и хромо-литографированными рисунками, для гимназій, реальныхъ и духовныхъ училищъ, учительскихъ институтовъ и семинарій, городскихъ и сельскихъ школъ, профессіональныхъ и ремесленныхъ училищъ. Выпускъ I, составленный *Д. Адамантовымъ* и *В. Владимірской*, 391 стр. in 8°, цѣна 1 р. 10 к., Выпускъ II, составленный *Д. Адамантовымъ*, преподавателемъ математики мужской гимназіи, Кандидатомъ Юридическихъ наукъ, членомъ Юридическаго Общества и Математической секціи Общества Естествоиспытателей, 123 стр. in 8° цѣна 60 к. Казань. 1887 г. Типогр. В. М. Ключникова.

13) *В. П. Мининъ*, преподаватель физики въ Московской 3-й гимназіи, дѣйствительный членъ Вѣнскаго фотографическаго Общества. **Ортохроматическое или изохроматическое фотографированіе** и его отношеніе къ спектральнымъ изслѣдованіямъ. Сводъ данныхъ по ортохроматическому или изохроматическому процессу для занимающихся фотографіею и интересующихся новѣйшими успѣхами фотографической науки. Съ чертежами въ текстѣ и спектральною таблицею. Москва. Изд. кн. м. В. Думнова подъ фирмою наслѣдн. бр. Салаевыхъ 1887 г. IV и 87 стр. in 8°, цѣна 60 к.

NB. Рецензія была помѣщена въ № 17 „Вѣстника", стр. 111.

14) **О связи между днями года и днями недѣли**. Сообщеніе *П. С. Порѣцкаго*, читанное 26 апрѣля 1886 въ 57 засѣданіи секціи физико-математ. наукъ Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ университетѣ. Брошюра въ 12 стр. in 8°, цѣна не обозначена. Казань 1886 г.

15) **Рѣшеніе общей задачи теоріи вѣроятностей при помощи математической логики.** Сообщеніе *П. С. Порѣцкаго*, читанное 25 Октября 1886 г. въ 60-мъ засѣданіи секціи физико-матем. наукъ Общества Естествоиспытателей при Императорскомъ Казанскомъ университетѣ. Брошюра въ 34 стр. in 8°, цѣна не обозначена. Казань 1887 г.

16) **Уроки ариѳметики** въ среднемъ учебномъ заведеніи изложилъ *М. Сауляк*ъ, преподаватель Петровскаго реальнаго училища и Екатерининской женской гимназіи въ Ростовѣ на-Дону. 225 и VI стр. in 8°. Цѣна не обозначена. Ростовъ на-Дону. 1887 г. Типо-литогр. М. Гордона.

(*Продолженіе слѣдуетъ*).

ОБЪЯВЛЕНІЯ.

ВЪ СКЛАДѢ РЕДАКЦІИ
ВѢСТНИКА ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ И ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

имѣются для продажи:

(Продолженіе. См. об. № 17).

17. Теорія Векторовъ на плоскости. Приложеніе къ изслѣдованію коническихъ сѣченій. Составилъ Проф. В. П. Ермаковъ 1887 г. Кіевъ. цѣна — „ 80 к.
18. Дифференціальныя уравненія съ частными производными перваго порядка, съ тремя перемѣнными. Проф. В. П. Ермакова. 1880 г. Кіевъ . . . . „ — „ 25 к.
19. Дифференціальныя уравненія второго порядка. Условія интегрируемости въ конечномъ видѣ. Проф. В. П. Ермакова. 1880 г. Кіевъ . . „ — „ 25 „
20. Теорія двойно-періодическихъ функцій. Проф. В. П. Ермакова. 1881 г. Кіевъ . . . . „ — „ 30 „
21. Методы рѣшеній геометрическихъ задачъ на построеніе и Сборникъ геом. задачъ съ полными и краткими рѣшеніями. Курсъ среднихъ учебныхъ заведеній. Составилъ И. Александровъ. 2-ое изданіе. 1885 г. Тамбовъ. „ 1 р. 20 к.

Редакція Вѣстника Опытной Физики и Элементарной Математики

принимаетъ на себя по соглашенію изданіе на русскомъ языкѣ сочиненій, учебниковъ и брошюръ по физикѣ и математикѣ.

Плата за объявленія,

помѣщаемыя на оберткѣ журнала:

1-й разъ за страницу — 4 рубля.
„ $^1/_2$ стр. — 2 „
„ $^1/_4$ „ — 1 „

При повтореніи взымается всякій разъ половина вышеозначенной платы.
